# TD Tas

CERI - Licence 2 Informatique - Année Académique 2022-2023

29 septembre 2024

**Exercice 1** On considére la procédure suivante d'insertion d'entiers dans un tas de $n$ éléments

**Algorithme :** Insertion(x,T,n)

$n = n + 1$ ;
$T[n] = x$ ;
$i = n$ ;
**tant que** $i \geq 1$ *et* $T[i] < T[\lfloor \frac{i}{2} \rfloor]$ **faire**
    $echanger(T[i], T[\lfloor \frac{i}{2} \rfloor])$;
    $i = \lfloor \frac{i}{2} \rfloor$
**fin**

1/ Donner le contenu de $T$ après insertion dans l'ordre des valeurs suivantes : $7, 6, 5, 2, 12, 4, 3, 8, 11, 1, 9$.

T =

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 | 2 | 3 | 7 | 5 | 6 | 4 | 8 | 11 | 12 | 9 |

2/ Donner le contenu de $T$ après suppression du minimum et réorganisation du tas.

T =

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 5 | 3 | 7 | 9 | 6 | 4 | 8 | 11 | 12 |

**Exercice 2.** Soit $T$ le tableau suivant :

$$2, 6, 10, 8, 9, 11, 12, 9, 13, 14$$

1/ $T$ est-il un tas ?

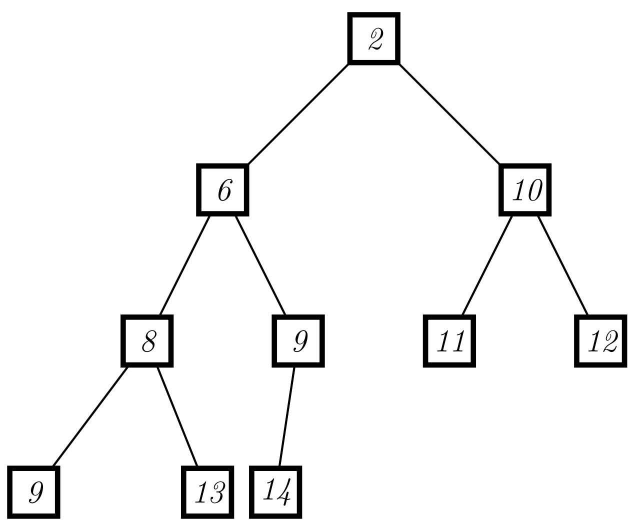
2/ Ecrire le pseudo-code d'une méthode "$Test(T)$", de complexité $\Theta(n)$, renvoyant vraie si $T$ est un tas et faux sinon.

3/ Illustrer le fonctionnement de l'algorithme du tri par tas sur $T$ (voir pseudo-codes cours).

4/ Illustrer le fonctionnement de l'algorithme du tri par tas sur le tableau suivant (voir pseudo-codes cours)

$$5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4$$

*1/ Oui c'est un tas l'arbre correspondant est le suivant. Chaque noeud a bien une valeur inférieure à ses fils.*




*2/*

> ***Algorithme :*** *Test(T,n)*
>
> **pour** $i$ *allant de* 1 *à* $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ **faire**
> 
>     **si** $T[i] > min(T[2i], T[2i+1])$ **alors**
>
>         *retourner(faux);*
>
>     **fin**
>
> **fin**
>
> *retourner(vrai);*

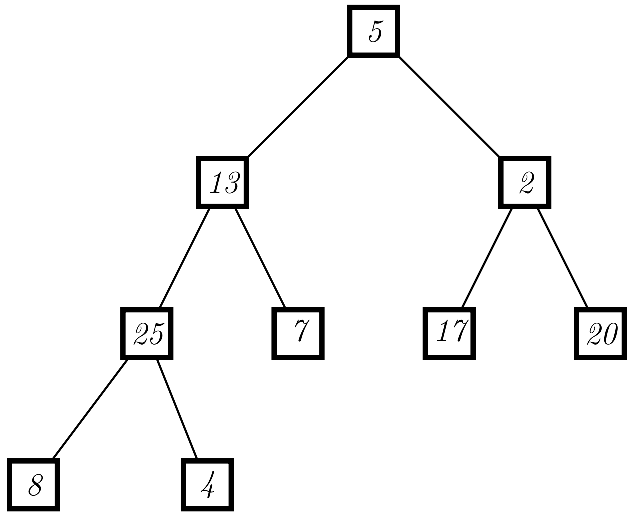
*3/ Le contenu de T à chaque itération est indiqué dans le tableau ci-dessous. T est déjà un tas à chaque itération la méthode suppression/réorganisation vue en cours est appliquée.*

| it | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 6 | 10 | 8 | 9 | 11 | 12 | 9 | 13 | 14 |
| 1 | 6 | 8 | 10 | 9 | 9 | 11 | 12 | 14 | 13 | 2 |
| 2 | 8 | 9 | 10 | 13 | 9 | 11 | 12 | 14 | 6 | 2 |
| 3 | 9 | 9 | 10 | 13 | 14 | 11 | 12 | 8 | 6 | 2 |
| 4 | 9 | 12 | 10 | 13 | 14 | 11 | 9 | 8 | 6 | 2 |
| 5 | 10 | 12 | 11 | 13 | 14 | 9 | 9 | 8 | 6 | 2 |
| 6 | 11 | 12 | 14 | 13 | 10 | 9 | 9 | 8 | 6 | 2 |
| 7 | 12 | 13 | 14 | 11 | 10 | 9 | 9 | 8 | 6 | 2 |
| 8 | 13 | 14 | 12 | 11 | 10 | 9 | 9 | 8 | 6 | 2 |
| 9 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 9 | 8 | 6 | 2 |

*4/*
*L'arbre correspondant à la séquence est :*

$$5, 13, 2, 25, 7, 17, 20, 8, 4$$

*est le suivant*




*Ce n'est pas un tas. Son tri necessite d'abord une réorganisation en tas dont les effets seront les suivants (voir cours).*

| it | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5 | 13 | 2 | 25 | 7 | 17 | 20 | 8 | 4 |
| 1 | 5 | 13 | 2 | 4 | 7 | 17 | 20 | 8 | 25 |
| 2 | 5 | 4 | 2 | 13 | 7 | 17 | 20 | 8 | 25 |
| 3 | 2 | 4 | 5 | 13 | 7 | 17 | 20 | 8 | 25 |

*A l'itération 3 on obtient un tas sur lequel la méthode utilisée à la question peut s'appliquer.*

| it | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 4 | 5 | 13 | 7 | 17 | 20 | 8 | 25 |
| 1 | 4 | 7 | 5 | 13 | 25 | 17 | 20 | 8 | 2 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 13 | 25 | 17 | 20 | 4 | 2 |
| 3 | 7 | 13 | 8 | 20 | 25 | 17 | 5 | 4 | 2 |
| 4 | 8 | 13 | 17 | 20 | 25 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| 5 | 13 | 20 | 17 | 25 | 8 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| 6 | 17 | 20 | 25 | 13 | 8 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| 7 | 20 | 25 | 17 | 13 | 8 | 7 | 5 | 4 | 2 |
| 8 | 25 | 20 | 17 | 13 | 8 | 7 | 5 | 4 | 2 |

**Exercice 4**. On considère un arbre **ternaire** parfait partiellement ordonné. C'est à dire un arbre dont tous les noeuds ont au plus trois fils, et dont tous les niveaux remplis sauf éventuellement le dernier et dans ce cas les feuilles sont groupés à gauche. Un exemple d'arbre ternaire partiellement ordonné est donné ci-dessous.

1/ Montrer comment représenter un tel arbre par un tableau appelé "tas ternaire" indicé de 1 à $n$ où $n$ est le nombre de noeuds de l'arbre. Donner le tableau correspondant à l'exemple. Indiquer pour chaque indique $i$ du tableau les indices du pére, des fils et des frères de $T[i]$.

*resp : On range les noeuds de l'arbre dans un tableau $T$ de $n$ éléments en le parcourant en largeur de haut en bas. Chaque élément $T[i]$ est un neud de l'arbre, les fils de $T[i]$ se situeront aux indices $3i-1, 3i, 3i+1$. Le père de $T[i]$ est situé à l'indice $\lfloor \frac{i}{3} \rfloor$.*

2/ Généraliser aux tas ternaires l'algorithme de suppression du plus petit élément vu en cours par les tas (binaires). Donner le contenu de $T$ après suppresion du minimum avec cet algorithme.

*resp : il suffit de reprendre chaque algorithme du cours en tenant compte du fait qu'il y a maintenant trois fils au lieu de 2.*