

Kesirli Fourier Dönüşüm Uygulamaları ile Darbeli Doppler
Radarların Tespit ve Çözünürlük Yeteneklerinin
Geliştirilmesi

Proje No: 106E187

Y.Doç.Dr. Çağatay Candan

Nisan 2010
ANKARA

Önsöz

TÜBİTAK tarafından desteklenen proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme dalındaki uygulamaları çalışılmıştır. Bu çalışmada dönüşümün darbeli Doppler radarlarındaki çözünürlük ve tespit problemleri üzerine yoğunlaşmış ve kesirli dönüşümün anlamlı bir senaryo altında Bayesian tespit kriteri bakımından en iyi sonucu veren alıcı sistemi olduğu gösterilmiştir. Literatürde dağınık olarak bulunan çalışmaları da bir çatı altında toplayan ve yeni yöntemler önererek tespit başarımını artıran bu çalışma kapsamında 4 adet konferans bildirisi ve 1 adet makale yayınlanmış ve proje süresince yarı-zamanlı olarak çalışan lisansüstü öğrenciler desteklenmiştir.

İçindekiler

1 Genel Bilgiler	1
2 Gereç ve Yöntem	2
3 Bulgular	3
3.1 Wigner Dağılımı, Belirsizlik Fonksiyonu ve Kesirli Dönüşüm	3
3.1.1 Wigner Dağılımı ve Kesirli Dönüşüm	4
3.1.2 Belirsizlik Fonksiyonu ve Kesirli Dönüşüm	6
3.2 Yavaş Dalgalanan Hedefler İçin Optimal Radar Alıcısı	11
3.2.1 Kesirli Fourier Dönüşümünün LFM Radar Alıcıları Üzerindeki Uygulaması	11
3.2.2 Önerilen Yöntem Üzerine Analitik Çalışma	24
3.3 Çoklu Hedeflerin Tespiti	31
3.3.1 Girişim ve Kargaşa Sinyalinin Belirsizlik Yüzeyi Üzerindeki Etkisi . . .	31
3.3.2 Parametreleri Bilinen Girişim Altında Optimal GLRT Alıcısı	33
3.3.3 Çok Hedefli Senaryo için Uyumsuz Alıcı Tasarımı	34
3.3.4 Doppler Kayması Durumunda Uyumsuz Süzgeç Tasarımı	40
4 Tartışma ve Sonuç	43
5 Ekler	45
5.1 Belirsizlik Fonksiyonunu Oluşturmak İçin Matlab Kodu	45
5.2 Uyumsuz Süzgeç Tasarımı İçin Matlab Kodu	46

Şekil Listesi

3.1	ϕ açısı kadar çevrilmiş imgenin standart eksenler üzerindeki izdüşümü ile çevrilmemiş imgenin, $-\phi$ açısı kadar çevrilmiş eksen üzerindeki izdüşümünün denkliği, [1, sayfa 161].	6
3.2	LFM sinyali için belirsizlik yüzeyi ($k = 0.6$ ve $T = 4$)	12
3.3	Gönderilen sinyal, alınan sinyal ve uyumlu süzgeç çıktısı. Sinyal 2 saniyelik gecikmeye sahiptir.	15
3.4	Gönderilen sinyal, alınan sinyal ve uyumlu süzgeç çıktısı. Sinyal 2 saniyelik bir gecikme ve 0.6 Hzlik bir Doppler kayması ile alınmıştır.	16
3.5	$r(t)$ ve $s(t)$ için çapraz-belirsizlik fonksiyonu.	17
3.6	Önerilen yöntemin sonuçları	18
3.7	Bilinmeyen parametrelerin gösterilen taralı alan üzerinde düzgün dağılımı durumundaki Bayesian alıcısı.	21
3.8	İzdüşüm tanım kümelerinin ve hedeflerin gösterimi	22
3.9	$P_{FA} = 0.01$ değeri için benzetim sonuçları.	23
3.10	Parametreleri Tablo 3.1 'de verilen LFM sinyallerinin farklı tanım kümelerindeki kesirli Fourier dönüşümü sonuçları.	26
3.11	LFM sinyalinin farklı tanım kümelerindeki Kesirli Fourier dönüşümü.	27
3.12	Kesirli dönüşüm ile $a = 1.62$ bölgesinde düz ve Hamming pencerelerinden geçirilmiş LFM sinyalleri.	28
3.13	Kesirli dönüşüm ile $a = 1.62$ bölgesinde düz ve Hamming pencerelerinden geçirilmiş LFM sinyallerinin analobları.	29
3.14	Yüksek örnekleme sıklığında çözümleme bölgesindeki dikdörtgen ağırlıklı LFM sinyalinin analobı.	29
3.15	GLRT alıcısının belirsizlik yüzeyi üzerindeki çalışma prensibi, [2]	31
3.16	Ayırt edilebilen üç hedefin çapraz-belirsizlik yüzeyi.	32
3.17	Zorlukla ayırt edilebilen üç hedefin çapraz-belirsizlik yüzeyi.	32
3.18	16 birim uzunluğundaki düz darbe için uyumsuz süzgeçleme sonucunda elde edilen ISL iyileştirme oranı. Şekilde daire ile gösterilen noktalar Şekil 3.19'da gösterilen süzgeçlerdir.	38
3.19	26 katsayılı uyumsuz süzgeç ile 16 uzunluğundaki düz darbenin çapraz-ilintisi.	38
3.20	13 birim uzunluğundaki Barker kodu için dalgalar uyumsuz süzgeçleme sonucunda elde edilen ISL iyileştirme oranı. Şekilde daire ile gösterilen noktalar Şekil 3.21'da gösterilen süzgeçlerdir.	39
3.21	23 katsayılı uyumsuz süzgeç ile 13 uzunluğundaki Barker kodunun çapraz-ilintisi.	39
3.22	16 x 16 Hadamard kodunun belirsizlik yüzeyi, [URL].	42

3.23	Uyumsuz süzgeç ve 16 x 16 Hadamard kodunun çapraz-belirsizlik yüzeyi. Burada 4. gecikme ayağındaki girişim bastırılmıştır, [URL]	42
3.24	Uyumsuz süzgeç ve 16 x 16 Hadamard kodunun çapraz-belirsizlik yüzeyi. Burada 4. ve 8 gecikme ayaklarındaki girişim bastırılmıştır, [URL]	42

Tablo Listesi

3.1 Benzetim Sisteminde Kullanılan Parametreler 23

Özet

Proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme alanındaki uygulamaları çalışılmıştır. Bu amaçla kesirli Fourier dönüşümü ile belirsizlik fonksiyonu arasındaki bağlantılar literatürden derlenmiş, bağlantılar ve ispatlarını içeren detaylı bir literatür taraması yapılmıştır. Bu bağlantılar kullanılarak darbeli Doppler radar sistemleri için halen kullanılmakta olan uyumlu süzgeç bankası almaç yapısına alternatif olabilecek bir yapı önerilmiş ve bu yapının en iyi Bayes almaç yapısı olduğu gösterilmiştir. Bu yapının getirdiği çözünürlük sınırları incelenmiş ve ardından yakın hedeflerin ayrımı için en iyi almaç yapısı incelenmiştir. Son olarak çoklu hedef durumunda ilgilenmediğimiz hedeflerin ilgilendiğimiz hedefe olan girişimini azaltmak amacıyla bir uyumsuz süzgeç tasarım yöntemi önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kesirli Fourier Dönüşümü, Belirsizlik Fonksiyonu, Wigner Dağılımı, Radar, Darbeli Doppler Radarı, Radar İşaret İşleme, Tespit, Çözünürlük, Uyumsuz Süzgeç Tasarımı.

Abstract

In this project, the applications of fractional Fourier transform in radar signal processing are studied. To this aim, the relations between the fractional Fourier transform and the ambiguity function have been compiled from literature and a detailed literature review comprising the mentioned relations and their proofs has been prepared. Using the relations between the ambiguity function and the fractional transform, a receiver system has been proposed for the pulse-Doppler radar systems. It has been shown that the proposed system is the optimal receiver under Bayesian detection setting. The resolution limits of the proposed structure has been investigated. The optimal receiver structure to detect closely spaced targets has been studied and a mismatched filter design technique which aims to minimize the interference due to unwanted targets is proposed.

Keywords: Fractional Fourier Transform, Ambiguity Function, Wigner Distribution, Radar, Pulse-Doppler Radar, Radar Signal Processing, Detection, Resolution, Mismatched Filter Design.

Bölüm 1

Genel Bilgiler

Bu belge TÜBİTAK-1001 programı dahilinde Şubat 2007 - Şubat 2010 tarihleri arasında gerçekleştirilen “Kesirli Fourier Dönüşüm Uygulamaları ile Darbeli Doppler Radarların Tespit ve Çözünürlük Yeteneklerinin Geliştirilmesi” başlıklı projenin sonuç raporudur. Proje Orta Doğu Teknik Üniversitesi (ODTÜ) Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümünde Y.Doç.Dr. Çağatay Candan’ın yürütücülüğünde gerçekleştirilmiştir.

Proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme uygulamaları çalışılmıştır. Literatürde yer alan kaynaklardan kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme uygulamalarında faydalı olabilecek özellikleri derlenmiş ve kesirli dönüşüm tabanlı darbeli Doppler radarların tespit başarımını artırmak için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntemin başarımı ilk olarak benzetim sonuçlarıyla gösterilmiş ve sonrasında bu yöntemin en iyi “Bayesian” alıcı yapısı olduğu kuramsal olarak ortaya konmuştur.

Projenin ikinci kısmında çoklu hedef durumundaki çözünürlük problemi incelenmiştir. Çoklu hedef durumundaki en iyi almaç yapısının bir incelemesi verilmiştir. Verilen en iyi çözümünün ancak çok sınırlı durumlarda uygulanabilir olduğu belirtilmiştir. Bu çalışmanın ardından uygulanabilirliği daha yüksek olan uyumsuz süzgeç tasarım problemi incelenmiş ve bu amaçla bir yöntem önerilmiştir.

Proje sonuçları 2008, 2009 ve 2010 yıllarında IEEE Radar Konferansında sunulmuştur. Projeden alınan destekle yapılan bir çalışma IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems dergisinin Ekim 2009 sayısında yayınlanmıştır.

Proje kapsamında bizlere desteklerini esirgemeyen TÜBİTAK-EEAG idari görevlilerine, ODTÜ-BAP Müdürlüğü çalışanlarına, ODTÜ Elektrik-Elektronik Mühendisliği çalışanlarına ve proje hakemimize teşekkürü bir borç biliriz.

Bölüm 2

Gereç ve Yöntem

Bu proje kapsamında radar işaret işleme uygulamalarında kullanılabilecek kesirli dönüşümü temel alan yeni yaklaşımlar ve bu yaklaşımların kullanıldığı yeni yöntemler önerilmiştir. Bu çalışmada kullanılan gereçler ve izlenen yol aşağıda belirtilmiştir:

- Kesirli dönüşüm ve uygulamaları üzerine literatür taraması yapılması
- Radar işaret işleme konusunda literatür taraması yapılması
- Kesirli dönüşümün radar işaret işleme konusunda faydalı olabileceği alanın belirlenmesi
- Kesirli dönüşüm tabanlı tespit yönteminin geliştirilmesi
- Yöntemin benzetim sonuçları doğrultusunda incelenmesi
- Yöntemin kuramsal olarak incelenmesi
- Çoklu hedef probleminde en iyi tespit çözümünün araştırılması
- Çoklu hedef tespitindeki en iyi yöntemin uygulanabilirliğinin belirlenmesi
- Çoklu hedef tespitinde uygulanabilir bir yöntem geliştirilmesi
- Çoklu hedef tespitinde geliştirilen yöntemin benzetim sonuçlarıyla incelenmesi

Bölüm 3

Bulgular

3.1 Wigner Dağılımı, Belirsizlik Fonksiyonu ve Kesirli Dönüşüm

Bu bölümde kesirli Fourier dönüşümü ile zaman-frekans dağılımları arasındaki temel ilişkiler verilmektedir. Birçok zaman-frekans dağılımları arasında Wigner dağılımı ve dağılımla yakından ilişkili olan belirsizlik fonksiyonu özel bir öneme sahiptir. Wigner dağılımı durağan olmayan işaretlerin incelenmesinde, belirsizlik fonksiyonu da radar işaret işlemede kullanılan temel araçlardan biridir. Bu bölümde uygulama detaylarına girmeden, bahsi geçen dağılımların tanımları ve birbirleriyle olan ilişkileri ve kesirli dönüşümle olan bağlantıları anlatılmaktadır.

Zaman fonksiyonu olarak $f(t)$ şeklinde gösterilen fonksiyonunun Wigner dağılımı aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\mathcal{W}_f(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau/2) f^*(t - \tau/2) e^{-i2\pi f \tau} d\tau \quad (3.1)$$

Wigner dağılımı, t ve τ değişkenlerine sahip

$$\chi_f(t, \tau) = f(t + \tau/2) f^*(t - \tau/2) \quad (3.2)$$

fonksiyonunun τ üzerinden Fourier dönüşümü olarak düşünülebilir, [3, sayfa 284]. Benzer şekilde belirsizlik fonksiyonu da $\chi_f(t, \tau)$ fonksiyonunun t değişkeni üzerinden ters Fourier dönüşümü olarak tanımlanabilir¹.

$$\mathcal{A}_f(\tau, u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau/2) f^*(t - \tau/2) e^{i2\pi u t} dt \quad (3.3)$$

Bu durumda $\chi_f(t, \tau)$ fonksiyonu $\mathcal{W}_f(t, f)$ dağılımının f değişkeni üzerinden ters Fourier dönüşümü olarak düşünülebilir. Bu bağlantı kullanılarak $\mathcal{A}_f(\tau, u)$ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f(\tau, u) &= \int \int \mathcal{W}_f(t, f) e^{i2\pi f \tau} e^{i2\pi u t} df dt \\ &= \int \int \mathcal{W}_f(t, f) e^{i2\pi (u t + f \tau)} df dt \end{aligned} \quad (3.4)$$

¹Bu çalışmada belirsizlik fonksiyonunun [4, 5]'de verilen tanımı kullanılmaktadır. [1, 2]'de verilen tanım burada kullandığımız tanımdan farklıdır, üstel fonksiyon argümanı olarak $i2\pi u t$ yerine $-i2\pi u t$ kullanılmaktadır. Ayrıca, kullanılan tanım literatürde simetrik belirsizlik fonksiyonu olarak da geçmektedir. Simetrik olmayan tanım ise $(\mathcal{A}'_f(\tau, u) = \int f(t) f^*(t - \tau) e^{i2\pi u t} dt)$ simetrik olan tanımla $\mathcal{A}'_f(\tau, u) = e^{j\pi u \tau} \mathcal{A}_f(\tau, u)$ ile ilişkilendirilebilir.

Denklem (3.4), belirsizlik fonksiyonunun Wigner dağılımının 2-boyutlu ters Fourier dönüşümü olduğu söyleyen önemli bir ilişkidir.

Hem belirsizlik fonksiyonu hem de Wigner dağılımı Fourier bölgesinde tanımlarıyla yani $\mathcal{F}\{f(t)\} = F(f)$ cinsinden de ifade edilebilirler. Aşağıda belirsizlik fonksiyonunun Fourier dönüşümü kullanılarak verilen tanımı çıkartılmıştır²:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_f(\tau, u) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t + \tau/2) f^*(t - \tau/2) e^{i2\pi u t} dt \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \left(f(t + \tau/2) e^{i2\pi \frac{u}{2} t} \right) \left(f(t - \tau/2) e^{-i2\pi \frac{u}{2} t} \right)^* dt \\
&= \int \left(F\left(f - \frac{u}{2}\right) e^{i2\pi\left(f - \frac{u}{2}\right)\frac{\tau}{2}} \right) \left(F\left(f + \frac{u}{2}\right) e^{-i2\pi\left(f + \frac{u}{2}\right)\frac{\tau}{2}} \right)^* df \\
&= \int F\left(f - \frac{u}{2}\right) F^*\left(f + \frac{u}{2}\right) e^{i2\pi\tau f} df
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Fourier bölgesindeki fonksiyon tanımları kullanılarak Wigner dağılımı ve belirsizlik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}_f(t, f) &= \int F\left(f - \frac{u}{2}\right) F^*\left(f + \frac{u}{2}\right) e^{-i2\pi t u} du \\
\mathcal{A}_f(\tau, u) &= \int F\left(f - \frac{u}{2}\right) F^*\left(f + \frac{u}{2}\right) e^{i2\pi\tau f} df
\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.1.1 Wigner Dağılımı ve Kesirli Dönüşüm

Wigner dağılımı bir zaman fonksiyonunun zaman-frekans bölgesindeki enerji dağılımını göstermektedir. Birçok özelliğe sahip olan Wigner dağılımının bu özellikler arasında en önemli özelliklerinden birisi marjinal dağılım özelliğidir. İki değişkene sahip olan Wigner dağılımında bir değişken üzerinden (zaman veya frekans olabilir) entegre edilmesi durumunda anlık enerji veya spektrumun o frekansdaki enerji değeri çıkar:

$$\begin{aligned}
|f(t)|^2 &= \int \mathcal{W}_f(t, f) df \\
|F(f)|^2 &= \int \mathcal{W}_f(t, f) dt
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Bu özelliğinden dolayı Wigner dağılımı iyi bildiğimiz tekil olarak verilen zaman ve frekans bölgelerindeki enerji yoğunluk fonksiyonlarını iki boyuta genelleyen bir dağılım olarak düşünülebilir. Yukarıdaki denklemlerde $F(f)$ olarak gösterilen fonksiyon $f(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümüdür:

$$F(f) = \mathcal{F}\{f(t)\} = \int f(t) e^{-i2\pi t f} dt \tag{3.8}$$

Marjinal dağılımda gözüken, t_o zamanındaki sinyal gücü, yani $|f(t_o)|^2$ değeri, Wigner dağılımında frekans eksenini boyunca $\mathcal{W}_f(t_o, f)$ ifadesine göre yayılır. Aynı şekilde f_o frekansındaki sinyal gücü, $(|F(f_o)|^2)$, $\mathcal{W}_f(t, f_o)$ ifadesi ile zaman eksenini boyunca yayılır. Bu önemli ve oldukça

²Bu çıkarımın adımları takip edilerek (3.6) numaralı denklemde verilen Wigner dağılımı ilişkisi kolaylıkla gösterilebilir.

memnun edici özelliklerin olumsuz tarafı ise Wigner dağılımının bazı tekil noktalarda negatif değerler almasıdır. Negatif değerlerin anlamlandırılması bir yoğunluk (density) fonksiyonu için oldukça güçtür. Yalnız tekil noktalardaki değerler belirsizlik prensibinden dolayı (uncertainty principle) anlamlı değildir, [3]. Bu nedenle Wigner dağılımı noktasal değerlerde değil; bölgesel olarak veya belirsizlik ilkesinin öngördüğü en küçük anlamlı zaman-frekans alanından daha büyük alanlarda düşünülmelidir. Uygulamalarda, Wigner dağılımının noktasal olarak negatif değerlere sahip olması bu sebeple çok da kritik olmamaktadır.

Kesirli Fourier dönüşümü klasik Fourier dönüşümünün genellenmiş halidir. Kesirli Fourier dönüşümünün tanımı aşağıdaki verilmektedir:

$$\mathcal{F}^a\{f\}(t_a) = A_\phi \int f(t) e^{i\pi(t_a^2 \cot \phi - 2t_a t \csc \phi + t^2 \cot \phi)} dt \quad (3.9)$$

Burada $\phi = a\frac{\pi}{2}$ ve A_ϕ ϕ 'ye bağlı birim norma sahip bir sabittir, [1]. Yukarıdaki tanımda $a = 1$ alındığı zaman, tanım (3.8)'de verilen klasik Fourier dönüşümüne denk olur. a değeri sıfıra yaklaştığında, yani $a \rightarrow 0$, ise dönüşüm birim dönüşüme (identity dönüşüm) yaklaşmaktadır; yani $a \rightarrow 0$ ise $f_a(t) \rightarrow f(t)$ olmaktadır. a 'nın herhangi başka bir değeri için $f_a(t_a)$, birim ve klasik Fourier dönüşümü arasında düşünülebilecek birimsel (unitary) bir dönüşümdür.

Kesirli Fourier dönüşümünün en çarpıcı özelliklerinden biri genellenmiş marjinaler özelliğidir. Bu ilişkiyi irdelemeden önce $f(t)$ fonksiyonunun Wigner dağılımı ile $f_a(t_a)$ fonksiyonunun Wigner dağılımı arasındaki ilişkinin incelenmesi işimizi kolaylaştıracaktır.

Literatürden $f(t)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü olan $F(f)$ fonksiyonunun Wigner dağılımının, $f(t)$ 'nin Wigner dağılımının 90 derece saat yönünde çevirilmesiyle elde edileceği bilinmektedir [1, sayfa 71]. Bu ilginç özellik klasik Fourier dönüşümündeki analiz ve sentez denklemlerindeki (forward and inverse Fourier dönüşüm) simetriden doğan ve yine klasik Fourier dönüşümünde dualite olarak adlandırılan özelliklere de sebebiyet veren yapısal durumla ilişkilendirilebilir.

Kesirli Fourier dönüşümü ise yukarıda bahsedilen 90 derece çevirme özelliğini 90 derecenin kesirli katlarına genellemektedir, [1, sayfa 124]. Bu durumda $f_a(t_a)$ 'nın Wigner dağılımı şu şekilde ifade edilebilir:

$$\mathcal{W}_{f_a}(t, f) = \mathcal{W}_f(t \cos \phi - f \sin \phi, t \sin \phi + f \cos \phi) \quad (3.10)$$

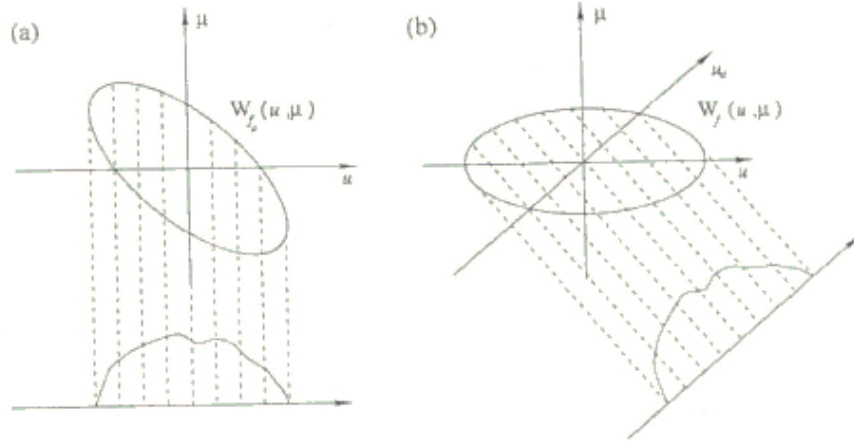
Bu özellik kullanılarak marjinal yoğunluk tanımları genellenebilir:

$$|f(t_a)|^2 = \int \mathcal{W}_{f_a}(t_a, f) df \quad (3.11)$$

$$= \int \mathcal{W}_f(t_a \cos \phi - f \sin \phi, t_a \sin \phi + f \cos \phi) df \quad (3.12)$$

Son denklem Wigner imgesini ϕ açısı kadar çevirip, izdüşümleri hesaplamak (denklem (3.11)'da gösterildiği gibi) ile koordinat eksenini $-\phi$ açısı kadar çevirip ardından izdüşüm hesaplamasının denk olduğunu (denklem (3.12)'de anlatıldığı gibi) göstermektedir. Şekil 3.1 bu ilişkiyi göstermektedir.

Denklem (3.12) Wigner dağılımındaki orijinden geçen bir çizgi üzerindeki toplamın doğrudan $f(t)$ 'den hesaplanabileceğini göstermektedir. Bu özellik denklem (3.7)'de verilen marjinal hesaplama işlemindeki yatay ve düşey doğrultular boyunca yapılan integral işlemlerini genellemektedir. Denklem (3.12) ise marjinal çıkarma işlemine benzer şekilde, Wigner dağılımının bir eksen üzerindeki izdüşümünü çıkarmak olarak düşünülebilir.



Şekil 3.1: ϕ açısı kadar çevrilmiş imgenin standart eksenler üzerindeki izdüşümü ile çevrilmemiş imgenin, $-\phi$ açısı kadar çevrilmiş eksen üzerindeki izdüşümünün denkliği, [1, sayfa 161].

Genellenmiş marjinal özelliği chirp süzgeçi uygulamalarında 1985'ten beri kullanılmaktadır, [6, 7]. Bu uygulamalarda gürültü altında toplanan chirp sinyali gürültüden arındırmak için zaman-frekans düzleminde (Wigner alanı) süzgeçleme yapılmaktadır. Süzgeçleme işleminin esasları yukarıda bahsedilen izdüşüm işlemine dayanmaktadır.

Benzer şekilde $f(t)$ ve $g(t)$ fonksiyonlarının çapraz Wigner dağılımları için marjinal özellik tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} f(t)g^*(t) &= \int \mathcal{W}_{fg}(t, f) df \\ F(f)G^*(f) &= \int \mathcal{W}_{fg}(t, f) dt \end{aligned} \quad (3.13)$$

Burada geçen $\mathcal{W}_{fg}(t, f) = \int f(t + \tau/2)g^*(t - \tau/2)e^{i2\pi f\tau} d\tau$ çapraz Wigner dağılımını göstermektedir. Ayrıca benzer şekilde çevirme özelliği çapraz Wigner dağılımı için de geçerlidir.

3.1.2 Belirsizlik Fonksiyonu ve Kesirli Dönüşüm

Wigner dağılımı ve belirsizlik fonksiyonu denklem (3.4)'te gösterildiği gibi birbirlerinin 2-boyutlu Fourier dönüşümleridir. Dolayısıyla belirsizlik fonksiyonunun bazı özellikleri doğrudan Wigner dağılımıyla ilişkilidir.

Belirsizlik fonksiyonunu incelemeden önce 2-B Fourier dönüşüm ikilileri arasında bağ kurarak izdüşüm ve dilim kuramı incelenecektir. Bu inceleme bize belirsizlik fonksiyonun dilimlerini hesaplamakta faydalı olacaktır. İzdüşüm ve dilim kuramı Wigner dağılımının ve belirsizlik fonksiyonunun kısmi bilgiden oluşturulmasında önemli bir rol oynamaktadır, [8].

İzdüşüm ve Dilim Kuramı:

$$F(x_f, y_f) = \iint f(x, y)e^{-i2\pi(xx_f + yy_f)} dx dy \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'te (x, y) uzam bölgesi (space domain) değişkenlerini ve (x_f, y_f) ise bu değişkenlerin Fourier bölgesindeki karşılıklarını göstermektedir. $f(x, y)$ fonksiyonu saat yönünde ϕ açısı kadar çevrildiğinde ortaya çıkan fonksiyona $f_{R_\phi}(x, y)$ adı verilmiştir. Bu fonksiyon aşağıda tanımlandığı şekilde ifade edilebilir:

$$f_{R_\phi}(x, y) = f \left(\underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_\phi} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) \quad (3.15)$$

Bu tanım kullanılarak $f_{R_\phi}(x, y)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü aşağıda gösterildiği şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} F_{R_\phi}(\mathbf{x}_f) &= \int f(\underbrace{\mathbf{R}_\phi \mathbf{x}}_{\mathbf{x}'}) e^{-i2\pi \mathbf{x}_f^T \mathbf{x}} d\mathbf{x} \\ &= \int f(\mathbf{x}') e^{-i2\pi \mathbf{x}_f^T \mathbf{R}_\phi^{-1} \mathbf{x}'} d\mathbf{x}' \\ &= \int f(\mathbf{x}') e^{-i2\pi (\mathbf{R}_\phi \mathbf{x}_f)^T \mathbf{x}'} d\mathbf{x}' \\ &= F(\mathbf{R}_\phi \mathbf{x}_f) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Burada \mathbf{x} ve \mathbf{x}_f vektörleri sırasıyla uzam ve Fourier alanları değişkenlerini, yani $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ ve $\mathbf{x}_f = [x_f \ y_f]^T$, göstermektedir.

Yukarıdaki ilişki uzam bölgesindeki çevirme işleminin Fourier bölgesindeki aynı işleme denk olduğunu söylemektedir. Denklem (3.16)'te verilen ispattan da görüleceği üzere bu sonuç dönme işlemi dışında herhangi bir birim dönüşüm (unitary transformation) için de geçerlidir.

İzdüşüm-dilim kuramı tomografik resim oluşturma uygulamalarında 2-B Fourier dönüşümünün bir dilimini hesaplamak amacıyla kullanılmaktadır. İzdüşüm-dilim ilişkisi denklem (3.14)'de $y_f = 0$ alındığında oluşan ve aşağıda verilen denklemden elde edilmektedir:

$$F(x_f, 0) = \underbrace{\int \left(\int f(x, y) dy \right)}_{f_p(x)} e^{-i2\pi (xx_f)} dx \quad (3.17)$$

Yukarıdaki denklem $f_p(x)$ ve $F(x_f, 0)$ fonksiyonlarının 1-B Fourier dönüşümü ikilisi olduğunu göstermektedir. Başka bir deyişle, $f(x, y)$ fonksiyonunun x eksenine üzerindeki izdüşümü (yani $f(x, y)$ fonksiyonunun sabit bir x_o için y eksenine boyunca integralini alma veya $f(x, y)$ fonksiyonunun sabit bir $x = x_o$ değeri için, bu fonksiyonun altında kalan alanı hesaplama işlemi sonucunda oluşan değer, bir çok x_o için tekrarlanmasıyla ve $f(x, y)$ 'nin 2-B Fourier dönüşümündeki $y = 0$ dilimi ($F(x_f, 0)$) 1-B Fourier dönüşümü ikilisidir. Bu sonuç tomografik görüntü oluşturma uygulamalarında kullanılmaktadır.

$F(x_f, y_f)$ 'in orijinden geçen herhangi bir dilimini elde etmek için verilen $f(x, y)$ fonksiyonu ilgilenilen dilim x -eksenine gelecek şekilde döndürülür, ardından izdüşüm işlemi yapılır ve onun da ardından 1-B Fourier dönüşümü uygulanır. Yani 2 boyutlu bir fonksiyonun, orijinden geçen ve $\tan(\phi)$ eğimine sahip olan bir doğru üzerindeki izdüşümü hesaplanır. Bu hesap sonucunda çıkan

fonksiyonun 1 boyutlu Fourier dönüşümü alınır, çıkan sonuç 2 boyutlu fonksiyonun Fourier dönüşümünün orijinden geçen ve aynı eğime sahip olan çizgi üzerindeki değerlerine eşittir.

İzdüşüm-Dilim Kuramının Belirsizlik Fonksiyonu ve Wigner Dağılımı İkili Üzerindeki Uygulaması:

İzdüşüm-dilim kuramı ile belirsizlik fonksiyonunun bir çizgi üzerindeki değerlerini hesaplamak mümkündür. Bu amaç için Wigner dağılımının marjinalleri hesaplanır ve ardından Fourier dönüşümü uygulanır. [8] numaralı kaynakta, denklem (3.12)'de verilen genellenmiş marjinal ifadeleri kullanılarak, marjinal hesaplama işleminin kesirli dönüşüm ile yapılabileceği gösterilmiştir. Ayrıca izdüşüm-dilim kuramı ile orijinden geçen bir parçanın dışında belirsizlik düzlemindeki herhangi bir doğru parçasının üzerindeki değerlerin de hesaplanabileceği gösterilmiştir, [8]. Burada izdüşüm işlemi yerine kesirli dönüşüm kullanıldığından çizgi üzerindeki değer hesabı daha verimli şekilde yapılabilmektedir. Aşağıdaki denklem belirsizlik fonksiyonun orijinden geçen bir çizgi üzerindeki değerlerinin kesirli dönüşüm ile hesabını göstermektedir.

$$\mathcal{A}_f(R, \phi) = \int |f_a(t_a)|^2 e^{i2\pi R t_a} dt_a \quad (3.18)$$

Denklem (3.18)'de Wigner dağılımı ve belirsizlik fonksiyonu kutupsal koordinatlarda ifade edilmektedir. Burada $\phi = (a + 1)\pi/2$ ve R kutupsal koordinatlardaki değişkenlerdir. Dikkat edilmesi gereken R 'nin hem pozitif, hem de negatif değerler alabileceğidir.

Belirsizlik Fonksiyonunun Marjinalleri:

Belirsizlik fonksiyonunun marjinalleri aşağıda gösterildiği gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned} \int \mathcal{A}_f(\tau, u) du &= \int \int f\left(t + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{i2\pi u t} dt du \\ &= f(\tau/2) f^*(-\tau/2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Kesirli Fourier dönüşümü sonucunda oluşan fonksiyona ait belirsizlik fonksiyonunun, zaman fonksiyonuna ait belirsizlik yüzeyinin ϕ derece döndürülmüş hali olmasından dolayı, denklem (3.19)'da verilen marjinal ilişkisi aşağıdaki gibi genellenebilir³.

$$\int \mathcal{A}_f(\tau \cos \phi - u \sin \phi, \tau \sin \phi + u \cos \phi) du = f_a(\tau/2) f_a^*(-\tau/2). \quad (3.20)$$

Belirsizlik Yüzeyi:

³Literatürde farklı belirsizlik fonksiyonu tanımları bulunmaktadır. Denklem (3.19)'da verilen ilişki [8]'deki ilişkiden tanım farklılıklarından dolayı farklı gözükmemektedir. Öte yandan burada verilen ilişki [1, sayfa 163]'de verilen ilişkiyle tamamen aynıdır.

Wigner dağılımı gerçek değer alan bir fonksiyondur. Öte yandan belirsizlik fonksiyonu karmaşık değerli bir fonksiyondur ve birçok uygulamada bu fonksiyonun genliği önemli olan bilgidir. Belirsizlik fonksiyonunun genliğinin önemi Bölüm 3.3'te incelenmektedir.

Belirsizlik fonksiyonunun genlik karesi *belirsizlik yüzeyi* olarak adlandırılır. Literatürde belirsizlik yüzeyi için farklı bir gösterim kullanılmamaktadır. Bu raporda $|\mathcal{A}_f(\tau, u)|^2$ değeri belirsizlik yüzeyini göstermek için kullanılmıştır.

Belirsizlik yüzeyinin özellikleri, belirsizlik fonksiyonunun özellikleri kadar iyi bilinmemektedir. Belirsizlik fonksiyonunun birçok özelliğinin, mesela kesirli Fourier dönüşümü ve çevirme özelliği, belirsizlik fonksiyonun genlik karesi olan belirsizlik yüzeyi için de geçerli olduğu açıktır. Fakat belirsizlik yüzeyine özgü özellikler literatürde yaygın şekilde bulunmamaktadır ve bir çok yayına dağılmış durumdadır.

Bir çok özelliği barındıran temel bir özellik olan kendi kendinin Fourier dönüşümü olma özelliği [9, sayfa 121]'de, Siebert'e ([10]) yapılan bir atıfla şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\int \int |\mathcal{A}_f(\tau, u)|^2 e^{-i2\pi(\tau'\tau + u'u)} d\tau du = |\mathcal{A}_f(-u', \tau')|^2 \quad (3.21)$$

İspatını vermediğimiz ama ilgili kaynaklardan ispatı incelenebilecek bu sonuctan çıkartılabilecek önemli bulgular vardır. Denklem (3.21)'de u' değeri sıfıra eşitlendiğinde şu sonuç elde edilir:

$$\int \left(\int |\mathcal{A}_f(\tau, u)|^2 du \right) e^{-i2\pi\tau'\tau} d\tau = |\mathcal{A}_f(0, \tau')|^2 \quad (3.22)$$

Parantez içerisindeki terim belirsizlik yüzeyinin τ eksenine boyunca izdüşümüdür. Belirsizlik yüzeyinin kendi Fourier dönüşümü olması ile izdüşüm-dilim kuramı birlikte düşünüldüğünde denklem (3.22)'deki sonuç anlamlı olmaktadır. Denklem (3.22)'ye göre sinyal τ ekseninde dar bir aralığa sınırlıysa u ekseninde geniş bir yayılıma sahiptir. Bu konuda [9, sayfa 122]'daki görüşler de incelenebilir.

Denklem (3.21)'nin biraz daha genelleştirilmiş bir hali [11]'de verilmektedir⁴:

$$\int \int \mathcal{A}_{f_1, f_2}(\tau, u) \mathcal{A}_{f_3, f_4}^*(\tau, u) e^{-i2\pi(\tau'\tau + u'u)} d\tau du = \mathcal{A}_{f_4, f_2}(-u', \tau') \mathcal{A}_{f_3, f_1}^*(-u', \tau') \quad (3.23)$$

Denklem (3.23)'de $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f$ olarak seçildiğinde, Siebert'in denklem (3.21) ile gösterilen ifadesi elde edilmektedir. Yine denklem (3.23)'de $f_1 = f_3$ ve $f_2 = f_4$ olarak seçilirse, aşağıdaki ifade elde edilmektedir:

$$\int \int |\mathcal{A}_{f_1, f_2}(\tau, u)|^2 e^{-i2\pi(\tau'\tau + u'u)} d\tau du = \mathcal{A}_{f_1}(-u', \tau') \mathcal{A}_{f_2}^*(-u', \tau') \quad (3.24)$$

Bu sonuç belirsizlik yüzeyleri için izdüşüm-dilim kuramı olarak yorumlanabilir. (Bağılantılı olarak [13, s.351] ve [14]'e bakınız.) Denklem (3.24)'te τ' ve u' sıfıra eşitlendiğinde şu sonuç elde edilir:

$$\int \int |\mathcal{A}_{f_1, f_2}(\tau, u)|^2 d\tau du = \mathcal{A}_{f_1}(0, 0) \mathcal{A}_{f_2}^*(0, 0) = \int |f_1(t)|^2 dt \int |f_2(t)|^2 dt \quad (3.25)$$

⁴Bu konuda [12]'de kurulan analogiler de incelenebilir.

Bu ilişki belirsizlik yüzeyinin altındaki alanı sinyal enerjisine bağlamaktadır. Diğer sonuçlardan farklı olarak literatürde yaygın olarak bilinen bir sonuçtur.

Denklem (3.23)'de $f_1 = f_2 = f$ ve $f_3 = f_4 = g$ olarak seçildiğinde, şu sonuç elde edilmektedir:

$$\int \int \mathcal{A}_f(\tau, u) \mathcal{A}_g^*(\tau, u) e^{-i2\pi(\tau'\tau + u'u)} d\tau du = |\mathcal{A}_{f,g}(-u', \tau')|^2 \quad (3.26)$$

Denklem (3.26)'te u' ve τ' değerleri sıfır olarak seçildiğinde ise Moyal'ın iç çarpım (inner product) özdeşliği ortaya çıkmaktadır:

$$\int \int \mathcal{A}_f(\tau, u) \mathcal{A}_g^*(\tau, u) d\tau du = |\mathcal{A}_{f,g}(0, 0)|^2 = \left| \int f(t) g^*(t) dt \right|^2 \quad (3.27)$$

Belirsizlik yüzeyinin marjinalleri de diğer marjinaler gibi analitik olarak ifade edilebilir. Belirsizlik fonksiyonu (3.2)'de görüleceği üzere sabit bir τ için t değişkeni üzerinden bir Fourier dönüşümüdür. Bu bağlantı düşünülerek $\chi_f(t, \tau)$ için Parseval ilişkisi yazıldığında aşağıdaki sonuç elde edilir⁵:

$$\begin{aligned} \int |\mathcal{A}_f(\tau, u)|^2 du &= \int |\chi_f(t, \tau)|^2 dt \\ &= \int |f(t + \tau/2)|^2 |f(t - \tau/2)|^2 dt \\ &= \int |f(t)|^2 |f(t - \tau)|^2 dt \end{aligned} \quad (3.28)$$

Bu ilişki, $|\mathcal{A}_f(\tau, u)|^2$ fonksiyonunun gecikme eksenini (τ eksenini) boyunca izdüşümünün, $|f(t)|^2$ fonksiyonunun deterministik öz-ilinti fonksiyonuna eşit olduğunu göstermektedir. Konu ile ilgili olarak [13, Pr.10.3.5 sayfa.342]'ye de bakılabilir.

Fourier dönüşümünün belirsizlik yüzeyi üzerindeki döndürme özelliği düşünülerek, (3.28) ilişkisi genellenebilir. Bu sonuç $|f_a(t_a)|^2$ fonksiyonunun öz-ilinti fonksiyonu ile belirsizlik yüzeyinin genellenmiş marjinalleri arasında bir bağlantı sağlamaktadır:

$$\int |\mathcal{A}_f(\tau \cos \phi - u \sin \phi, \tau \sin \phi + u \cos \phi)|^2 du = \int |f_a(t_a)|^2 |f(t_a - \tau)|^2 dt \quad (3.29)$$

Aynı özellik çapraz belirsizlik yüzeyi için de gösterilebilir:

$$\int |\mathcal{A}_{fg}(\tau \cos \phi - u \sin \phi, \tau \sin \phi + u \cos \phi)|^2 du = \int |f_a(t_a)|^2 |g(t_a - \tau)|^2 dt \quad (3.30)$$

Bu ilişki ayrıca [15]'de yer almaktadır. Konu ile ilgili daha fazla ayrıntı için lütfen [13, Pr.10.3.5 sayfa 342]'ye bakınız.

Bu noktaya kadar kesirli Fourier dönüşümü, belirsizlik fonksiyonu ve Wigner dağılımı arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Bir sonraki bölümde bu araçların radar problemi ile olan bağlantısı incelenecektir.

⁵ Konu ile ilgili olarak [9, denklem 5.60]'da incelenebilir.

3.2 Yavaş Dalgalandan Hedefler İçin Optimal Radar Alıcısı

Rastgele olmayan yani deterministik fakat bilinmeyen bir Doppler kaymasına sahip bir sinyal Rayleigh sönümleme koşullar altında ve Gaussian gürültü eşliğinde toplanırsa, bu sinyalin tespiti için kullanılabilecek en büyük olabilirlik (maximum-likelihood, ML) çözümü aşağıdaki şekildedir, [13, s.276]:

$$\arg \max_{\tau, u} |\mathcal{A}_{rs}(\tau, u)|^2 = \arg \max_{\tau, u} \left| \int r(t - \tau/2) s^*(t - \tau/2) e^{i2\pi ut} dt \right|^2 \geq \gamma \quad (3.31)$$

Burada γ uygun bir kritere göre belirlenen tespit eşliğini göstermektedir.

Yukarıdaki denklemde alınan sinyal $r(t)$ ile gösterilmektedir. Aynı ifadede $s(t)$ sinyali ise vericinin gönderdiği radar darbesini göstermektedir. Olabilirlik fonksiyonunun en büyük olduğu τ ve u değerleri ise sinyal gecikmesinin (hedef menzili) ve Doppler frekansının (menzil değişim hızı, range rate) üzerindeki ML kestirimidir. Hedefin Doppler değeri sıfır olduğunda, yani (3.31) numaralı denklemde u yerine sıfıra konulduğu zaman, ML kestirim ifadesini gösteren (3.31) numaralı denklem klasik ilinti denklemine dönüşür.

Denklem (3.31)'de hedef menzil-yaklaşma-hızının (range rate) evre uyumlu işleme süresi boyunca (coherent process interval) aynı kaldığı, alınan sinyalin Rayleigh sönümleme koşullarını sağladığı yani radar sinyali band genişliğinden doğan çözünürlüğün hedefin boyutlarından çok daha büyük olduğu ve son olarak hedefin yavaşça dalgalanma (slowly fluctuating) koşullarını sağladığı düşünülmektedir.

Denklem (3.31)'de Gaussian gürültü altında tek bir hedefin bulunduğu ve girişim yaratabilecek herhangi bir sinyalin bulunmadığı ortamda tek hedefin tespiti için optimal alıcı ilişkisi verilmiştir. Hedeften dönen sinyale ek olarak ortamda başka kaynakların da bulunması durumunda optimal işlemci değişmektedir. Bu durumla ilgili olarak çoklu hedef çalışması Bölüm 3.3'de ele alınacaktır. Bu bölümde tek hedef ve beyaz gürültü altında tespit problemi incelenmektedir. Bu kısımda anlatılan çalışma [16]'da sunulmuştur.

3.2.1 Kesirli Fourier Dönüşümünün LFM Radar Alıcıları Üzerindeki Uygulaması

İfadesi (3.31) numaralı denklemde verilen optimal ML kestirimi için iki boyutlu $\tau - u$ uzayında bir arama yapmak gerekmektedir. Bu arama sonucunda bulunan tepe noktası hedefin gecikme ve Doppler değerlerinin kestirimidir:

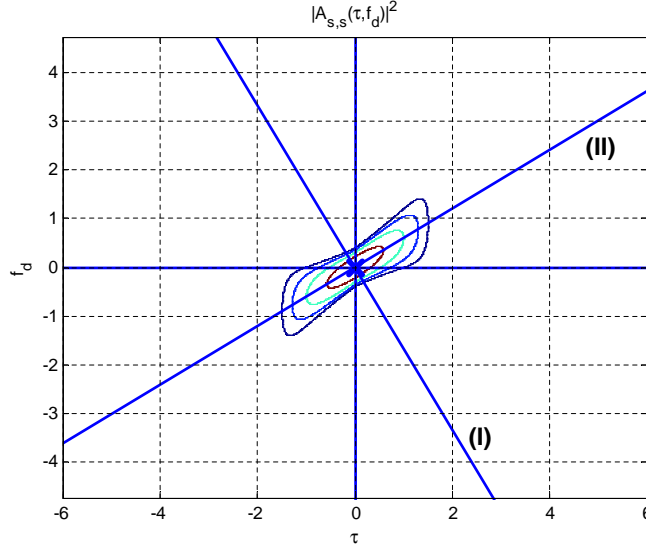
$$[\hat{\tau}, \hat{f}_d] = \arg \max_{\tau, f_d} |\mathcal{A}_{rs}(\tau, f_d)|^2 \quad (3.32)$$

Belirsizlik yüzeyindeki eşit değerlere sahip noktaların kümesi, yani seviye çizgileri (level curves) eşit olasılıklı gecikme ve Doppler frekans çiftlerinin konumlarını belirtmektedir. Fonksiyona belirsizlik fonksiyonu adı verilmesinin sebebi budur. İdeal belirsizlik fonksiyonun tek bir tepe noktası olan ve bu tepe noktasından uzaklaştıkça hızla düşen bir fonksiyon olarak düşünülür. Geleneksel sistemlerde ML alıcısının yaptığı işlem uyumlu süzgeç bankaları ile yapılır, [4, 13].

Radar darbesi olarak LFM sinyali seçildiğinde, bu darbenin özellikleri kullanılarak belirsizlik yüzeyi araması kolaylaştırılabilir. LFM sinyali k chirp sıklığına (chirp rate) ve T darbe süresine sahip ise şu şekilde yazılabilir:

$$s(t) = e^{j\pi kt^2} \text{rect}(t/T) \quad (3.33)$$

Bir önceki ifadede verilen $\text{rect}(t/T)$, $|t| < T/2$ olduğunda 1 değerini alan, diğer durumlarda ise 0 değerini alan fonksiyondur. Şekil 3.2’de 0.6 sıklığında ve 4 saniye uzunluğunda olan bir LFM sinyalinin belirsizlik yüzeyi gösterilmektedir.



Şekil 3.2: LFM sinyali için belirsizlik yüzeyi ($k = 0.6$ ve $T = 4$)

Sonsuz uzunluğa sahip LFM sinyalleri için belirsizlik fonksiyonu anlık frekans üzerinde yoğunlaşır, $\mathcal{A}(\tau, f_d) = \delta(f_d - \tau k)$. Sonlu uzunluğa sahip LFM sinyallerinin belirsizlik yüzeyi daha yaygındır, fakat sinyal enerjisinin büyük bir kısmı anlık frekans çizgisi üzerinde yoğunlaşmıştır.

LFM sinyallerini tespit etmek için kullanılan geleneksel yöntem uyumlu süzgeçtir. Gürültünün olmadığı durumlarda uyumlu süzgecin çıktısı, gönderilen LFM sinyali ile alınan sinyal arasındaki çapraz ilintiye eşittir. Bu çıktı ayrıca çapraz-belirsizlik fonksiyonunda $f_d = 0$ alındığında oluşan dilime eşittir, $\mathcal{A}_{r,s}(\tau, 0)$. Başka bir deyişle, geleneksel alıcılar çapraz-belirsizlik fonksiyonunu $f_d = 0$ doğrusu boyunca hesaplarlar.

Bu çalışmada belirsizlik fonksiyonunun farklı dilimlerini hesaplayan alternatif bir alıcı sunulmaktadır. Geleneksel alıcı yöntemine benzer şekilde iki aşamalı bir tespit süreci önerilmektedir. Sunulan yöntemin ilk aşamasında chirp sinyalinin anlık frekans doğrusuna dik olan kesirli dönüşüm bölgesinde işlem yapılmaktadır. İlk aşamanın tanım kümesi, Şekil 3.2’de (I) doğrusuyla gösterilmiştir. İkinci aşama (II) numaralı doğruyla gösterilen anlık frekans doğrusuyla aynı doğrultudaki kesirli alanda gerçekleştirilmektedir. (I) ve (II) doğruları boyunca yapılan ardışık 1-boyutlu arama işlemleri ile belirsizlik yüzeyindeki tepe noktalarını taranmış olur.

Bu çalışmada sunulan yöntemle benzer yöntemler literatürde bulunmaktadır. Wang, Ozdemir ve Akay birbirlerinden ayrı olarak LFM sinyallerini tespit etmek için Radon-belirsizlik dönüşümü kullanmayı önermişlerdir, [19, 8, 20]. Ozdemir’in sonuçları, [8], [15]’te rafine edilip tespit çözümü olarak önerilmiştir. Yakın geçmişte Radon-belirsizlik dönüşümü diğer LFM benzeri sinyallerin tespiti için de kullanılmıştır, [21].

Bu çalışmada LFM sinyallerinin uzaklık ve Doppler frekansının birlikte kestirimi için bir çözüm sunulmaktadır. Önerilen yöntem [15]’de sunulan yöntemle benzerdir. [15] numaralı kaynakta yazarlar hedefin uzaklığını ve Doppler frekansını tespit için birçok kesirli tanım kümesi kullanmışlar ve en küçük kareler işlemi sonucunda nihai kestirim yapılmasını önermişlerdir. Bu

çalışmada farklı olarak Şekil 3.2’de gösterildiği gibi iki tane kesirli fonksiyon tanım kümesi kullanılmaktadır.

Belirsizlik Fonksiyonu ve Kesirli Fourier Dönüşümü

Kesirli Fourier dönüşümü klasik Fourier dönüşümünü genellemektedir. Kesirli Fourier dönüşümünün tanımı şu şekildedir:

$$\mathcal{F}^a\{f\}(t_a) = A_\phi \int f(t) e^{i\pi(t_a^2 \cot \phi - 2t_a t \csc \phi + t^2 \cot \phi)} dt \quad (3.34)$$

Burada $\phi = a\frac{\pi}{2}$, A_ϕ ise ϕ ’ye bağlı olan birim norma sahip bir sabittir, [1]. Tanım, $a = 1$ koşulu altında (3.34)’deki klasik Fourier dönüşümü tanımına denk olmaktadır. Tanım, $a \rightarrow 0$ durumunda ise birim dönüşüme (identity dönüşüm) yaklaşmaktadır, yani $a \rightarrow 0$ olduğu durumda, $f_a(t) \rightarrow f(t)$ olur ve dönüşümün kerneli $\delta(t - t_a)$ ’ya yaklaşır. a ’nın herhangi bir değeri için, $f_a(t_a)$ fonksiyonu $f(t)$ ’nin bir “unitary” dönüşümüdür.

Kesirli Fourier dönüşümü ile Wigner dağılımı ve belirsizlik fonksiyonu yakından ilişkilidir. Wigner dağılımı ile kesirli dönüşüm arasındaki ilişki zaman-frekans analizlerinde oldukça fazla çalışılmıştır, [22]. Fakat belirsizlik ile olan ilişkisi literatürde dahaz az çalışılmıştır, [1, 20, 19]. Yine de radar işleme amacıyla kullandığımız temel ilişki Van Trees’in klasik eserinde bulunmaktadır, [13, sayfa 310].

Kesirli Fourier dönüşümünün iki temel sonucu bulunmaktadır. Kesirli Fourier dönüşümü chirp sinyallerini kesirli bir bölgede delta fonksiyonuna lokalize edebilmektedir. Bu özellik boşlukta yayılım, mercek-dalga etkileşimi ve LFM sinyal tespiti gibi chirp sinyali içeren uygulamalarda bu dönüşümü kullanışlı kılmaktadır.

İkinci sonuç zaman-frekans dağılımları ile ilgilidir. Bir fonksiyonun kesirli Fourier dönüşümünün Wigner dağılımı, orijinal fonksiyonun Wigner dağılımının saat yönünde 90 derece çevrilmiş haline eşit olduğu bilinmektedir, [1]. Aynı çevirme özelliği belirsizlik fonksiyonu için de geçerlidir.

Kesirli Fourier dönüşümü ile belirsizlik fonksiyonu arasında aşağıda verilen iki özellik literatürde iyi bilinen özelliklerdendir:

$$A_{r,s}(\tau, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) s^*(t - \tau) dt \quad (3.35)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{A}_{r,s}(\tau, f_d)|^2 df_d = \int_{-\infty}^{\infty} |r(t)|^2 |s(t - \tau)|^2 dt \quad (3.36)$$

İlk özellik daha önce bahsedilen çapraz-ilinti özelliğidir. İkinci özellik klasik kitaplarda bulunmamaktadır. Yalnız [23]’de bulunmaktadır ve Van Trees [13, Pr.10.3.5 s.342]’de de bir problem olarak bulunmaktadır.

İkinci özellik klasik Fourier dönüşümünün Parseval ilişkisi kullanılarak gösterilebilir. Sabit bir τ değeri için, belirsizlik fonksiyonu, $r(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2)$ zaman fonksiyonunun Fourier dönüşümü olarak düşünülebilir. Parseval ilişkisi bu fonksiyona uygulandığında, denklem (3.36)’teki sonuç elde edilir.

İkinci özellik üç farklı şekilde yorumlanabilir: Sabit τ değeri için belirsizlik yüzeyi fonksiyonunun bir diliminin altında kalan alan olarak yorumlanabilir. Ayrıca $|\mathcal{A}_{r,s}(\tau, f_d)|^2$ değerinin τ eksenindeki izdüşümü veya zaman-frekans ilinti fonksiyonu $|\mathcal{A}_{r,s}(\tau, f_d)|^2$ ’nin f_d değişkeni üzerinde marjinalizasyonu olarak yorumlanabilir.

Kesirli Fourier dönüşümü, denklem (3.35) ve (3.36)'te verilen ilişkileri aşağıdaki şekilde geneller:

$$\mathcal{A}_{r,s}(\tau \cos \phi, \tau \sin \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} r_a(t_a) s_a^*(t_a - \tau) dt \quad (3.37)$$

$$\int |\mathcal{A}_{r,s}(\tau \cos \phi - u \sin \phi, \tau \sin \phi + u \cos \phi)|^2 du = \int_{-\infty}^{\infty} |r_a(t_a)|^2 |s_a(t_a - \tau)|^2 dt \quad (3.38)$$

Denklem (3.37), belirsizlik fonksiyonunun $f_d = \tan(\phi)\tau$ doğrusu üzerindeki radyal diliminin, $r(t)$ ve $s(t)$ 'nin a 'ncı kesirli bölgedeki Fourier dönüşümlerin çapraz-ilintisiyle bulunabileceğini ifade etmektedir. Aynı şekilde denklem (3.38), $|\mathcal{A}_{r,s}(\tau, f_d)|^2$ fonksiyonunun $f_d = \tan(\phi)\tau$ doğrusu üzerindeki izdüşümü olarak yorumlanabilir. $\phi = 0$ eşitliği sağlandığında genelleştirilmiş denklemler, denklem (3.35) ve (3.36)'te verilen özel durumlarına dönüşmektedirler.

Genellenmiş ilişkilerin ispatı kesirli dönüşümün çevirme özelliğine dayanır. Kesirli Fourier dönüşümünün Wigner dağılımını ve belirsizlik fonksiyonunu döndürdüğü bilinmektedir, [1]. Denklem (3.35) ve (3.36) ilişkileri, $r_a(t_a)$ ve $s_a(t_a)$ üzerinde kullanıldıklarında ($r(t)$ ve $s(t)$ 'nin a 'ncı derece kesirli Fourier dönüşümleri) genellenmiş sonuçlar elde edilmektedir.

Genellenmiş ilişkiler literatürde bağımsız olarak farklı yazarlar tarafından kanıtlanmıştır. Denklem (3.37) ve (3.38)'nin cebirsel ispatları için [8, 20] ve [15]'e başvurulabilir⁶.

Önerilen Alıcı

Önerilen alıcı bir örnekle açıklanabilir. Radar sinyali olarak 8 saniye uzunluğunda ve 0.6 chirp sıklığında bir LFM sinyali kullanılmıştır. Gönderilen sinyal bilinmeyen bir gecikme ve Doppler frekans kayması ile alınmıştır. Şekil 3.3 gönderilen ve alınan sinyallerin gerçel kısmını göstermektedir.

Şekil 3.3'te, alınan sinyal 2 saniyelik gecikmeye sahiptir ve Doppler kayması yoktur. Bu koşullar altında uyumlu süzgeç, sinyal gecikmesi tahminini doğru şekilde yapmaktadır.

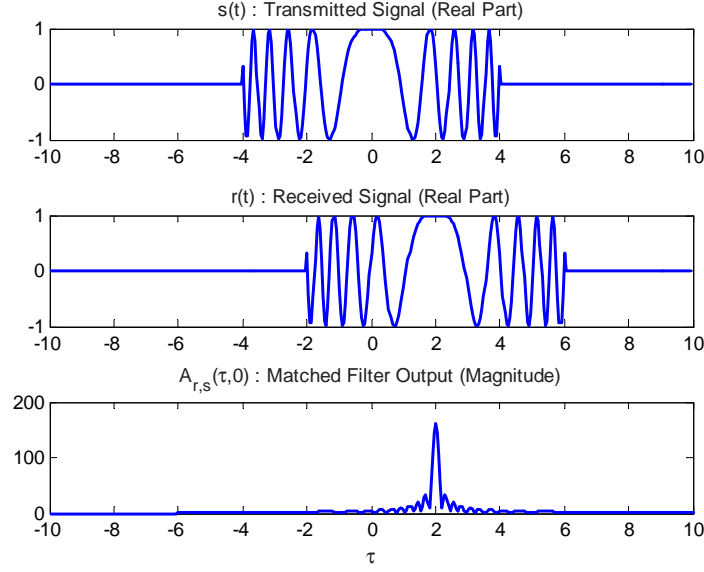
Şekil 3.4'te, menzil-Doppler etkileşiminin (coupling) sonuçları gözükmemektedir. Bu şekilde alınan sinyal aynı gecikmeye ve 0.6 Hz'lik bir Doppler kaymasına sahiptir. Bu koşullar altında, uyumlu süzgeç tabanlı alıcı kullanıldığında hedef, 1 saniyelik bir gecikmeye sahip olarak kestirilir. Daha önce bahsedildiği gibi, bilinmeyen Doppler frekans kayması uyumlu süzgecin çıktısını etkilemektedir ve dolayısıyla sinyal gecikmesini ve Doppler frekansını doğru bir şekilde tahmin etmek için bir çok alıcıdan oluşan bir süzgeç bankası gerekmektedir.

Şekil 3.5 alınan ve gönderilen sinyallerin çapraz belirsizlik fonksiyonunu göstermektedir. Hedef, çarpı işareti ile gösterilmiş ve (2, 0.6) noktasında bulunmaktadır. Bu şekilden çapraz-belirsizlik fonksiyonu üzerinde bir tepe noktası aramanın hedefin gerçek parametrelerini ortaya çıkartacağı açık bir şekilde gözükmemektedir.

Bu çalışmada belirsizlik yüzeyindeki arama boyutunu azaltmak için LFM sinyalinin karakteristik özelliklerinin kullanılması önerilmektedir. Önerilen yöntem ile 2-boyutlu arama yerine 1-boyutlu iki arama yapılacaktır.

Arama sürecinin ilk aşamasında, $|\mathcal{A}_{r,s}(\tau, f_d)|^2$ değerinin (I) ile gösterilen tanım kümesi üzerindeki izdüşümü hesaplanmaktadır. Çapraz-belirsizlik yüzeyinin üzerindeki projeksiyon, $r(t)$ ve

⁶[8]'de belirsizlik fonksiyonunun farklı bir tanımını ve eksenlerin oryantasyonu için farklı bir seçim kullanılmıştır. Dolayısıyla [8]'de elde edilen ilişki burada kullanılanla farklı gözükmemektedir ama prensipte iki ilişki aynıdır.



Şekil 3.3: Gönderilen sinyal, alınan sinyal ve uyumlu süzgeç çıktısı. Sinyal 2 saniyelik gecikmeye sahiptir.

$s(t)$ fonksiyonlarının $a = \frac{2}{\pi} \arctan(k) + 1$ tanım kümesindeki kesirli Fourier dönüşümleri aracılığıyla, denklem (3.38) kullanılarak hesaplanabilir. Burada k chirp sıklığını göstermektedir. Sonrasında, izdüşüm sonucu üzerinde tepe noktası arama işlemi yapılır. Bulunan tepe noktasının yeri (I) ve (II) doğrularının kesişim noktasını vermektedir. Tepe noktasının orijine uzaklığı Şekil 3.5'te d_I ile belirtilmiştir.

Arama sürecinin ikinci aşamasında, denklem (3.37) kullanılarak (II) doğrusu boyunca belirsizlik fonksiyonunun bir dilimi hesaplanmaktadır. Dilimi hesaplamak için, $r(t)$ ve $s(t)$ fonksiyonlarının a 'ncı dereceden kesirli Fourier dönüşümleri hesaplanmaktadır. Burada $a = \frac{2}{\pi} \arctan(k)$ olarak seçilmelidir. Çapraz belirsizlik fonksiyonun (II) doğrusu üzerindeki diliminin radyal olmadığına dikkat edilmesi gerekmektedir. [8]'de açıklandığı gibi radyal olmayan dilim üzerinde belirsizlik fonksiyonu hesabı $r(t)$ ve $s(t)$ fonksiyonları üzerinde bir koordinat değişimi ile yapılabilir:

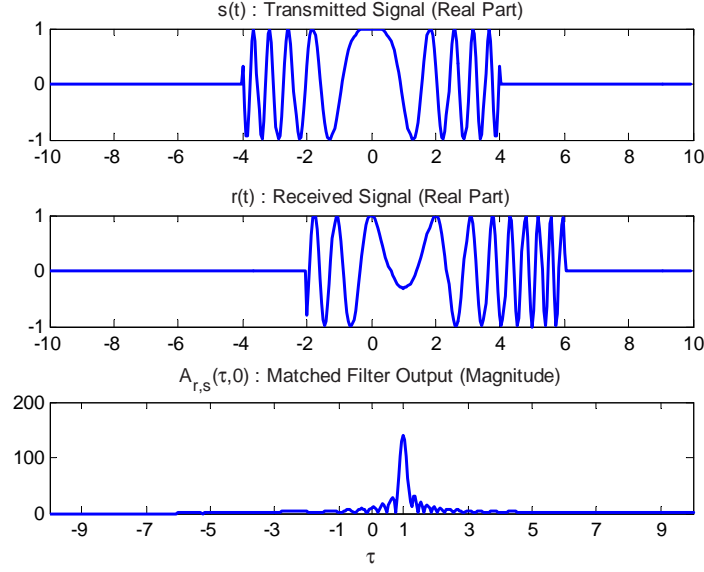
$$d_0 = d_I / \sin(\arctan(k)) \quad (3.39)$$

$$\tilde{r}(t) = r(t + d_0/2) \quad (3.40)$$

$$\tilde{s}(t) = s(t - d_0/2) \quad (3.41)$$

Burada d_0 , (II) doğrusu ve τ ekseninin kesişim noktası ile orijin arasındaki uzaklıktır. Ayrıca d_0 parametresi uyumlu süzgeç çıktısının tepe noktasıdır. Yukarıda gösterildiği gibi $\tilde{r}(t)$ ve $\tilde{s}(t)$ fonksiyonları dalga biçimlerinin geciktirilmesiyle elde edilir. Dolayısıyla belirsizlik fonksiyonunun (II) doğrusu boyunca radyal olmayan dilimini hesaplamak için [8]'de olduğu gibi denklem (3.37) aracılığıyla $\tilde{r}(t)$ ve $\tilde{s}(t)$ fonksiyonlarının kesirli Fourier dönüşümleri kullanılabilir.

Şekil 3.6 önerilen algoritmanın sonuçlarını göstermektedir. Şekil 3.6'nın üst panelinde verilen tepe noktası (I) ve (II) doğrularının kesişim noktasıdır. İzdüşüm işleminin LFM sinyalini $d_I = 0.5257$ noktasında başarılı bir şekilde lokalize ettiği gözlenmektedir.



Şekil 3.4: Gönderilen sinyal, alınan sinyal ve uyumlu süzgeç çıktısı. Sinyal 2 saniyelik bir gecikme ve 0.6 Hzlik bir Doppler kayması ile alınmıştır.

Şekil 3.6'nın ikinci penceresinde, belirsizlik fonksiyonunun radyal olmayan kısmı hesaplanmaktadır. Beklenildiği gibi, chirp modülasyonu kaldırıldığı için dilim bu eksen boyunca üçgen bir şekile sahiptir. Dilimdeki tepe noktası hedefin pozisyonunu belirtmektedir. Verilen örnek için, tepe noktası $d_{II} = 1.176$ noktasında oluşmaktadır.

Son olarak hedef gecikmesi ve Doppler frekansı aşağıdaki formül kullanılarak bulunmaktadır:

$$\hat{\tau} = d_0 + d_{II} \cos(\arctan(k)) \quad (3.42)$$

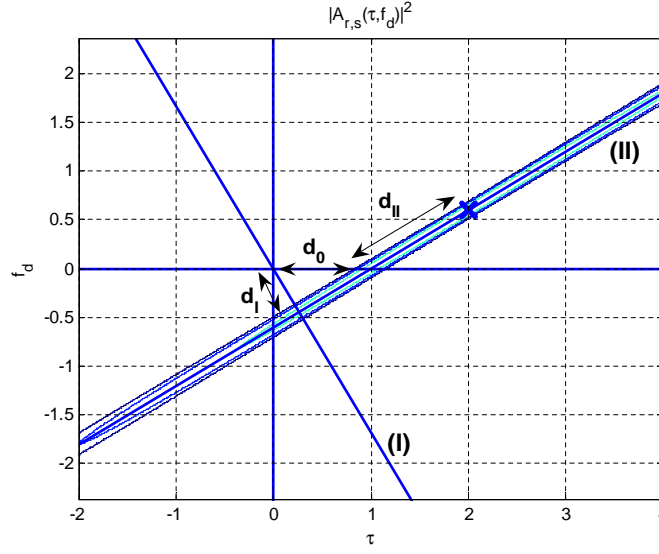
$$\hat{f}_d = d_{II} \sin(\arctan(k)) \quad (3.43)$$

Verilen örnek için hedef gecikmesi 2.015 saniye ve Doppler frekansı 0.6028 olarak tahmin edilmektedir.

Kesirli Fourier Dönüşüm Uygulaması Üzerine: Kesirli Fourier dönüşümünü hesaplamak için kullanılan iki yöntem vardır. İlk yöntem $O(N \log N)$ işlem karmaşıklığında çalışmaktadır ve kesirli Fourier dönüşümü kerneline uygulanan bir yaklaşım sonucunda geliştirilmiştir, [24]. Yaklaşım Nyquist teoremini esas almaktadır.

İkinci yöntem DFT matrisini kesirli DFT matrislerine genellemektedir, [25]. Bu yöntemin hızlı uygulaması yoktur dolayısıyla $O(N^2)$ işleme ihtiyaç duymaktadır. Bu metod işleme öncesi hesaplanması gereken özvektörlere de ihtiyaç duymaktadır.

Şekillerde sunulan örnek için hızlı hesaplama yöntemi kullanılmıştır. $s(t)$ ve $r(t)$ fonksiyonları 1/20 saniyelik örnekleme aralığıyla $[-10, 10]$ zaman penceresi boyunca oluşturulmuştur. Her işaret için toplam 400 örnek toplanmıştır.



Şekil 3.5: $r(t)$ ve $s(t)$ için çapraz-belirsizlik fonksiyonu.

Önerilen Alıcının Optimalitesi Üzerine

Bu bölümde önerilen alıcının, Bayesian tespit koşulları altında optimalitesi gösterilmektedir. Tespit problemi, standart birleşik hipotez testi (composite hypothesis testing) olarak ele alınabilir. Bu bölümün sonuçları [26]'da sunulmuştur.

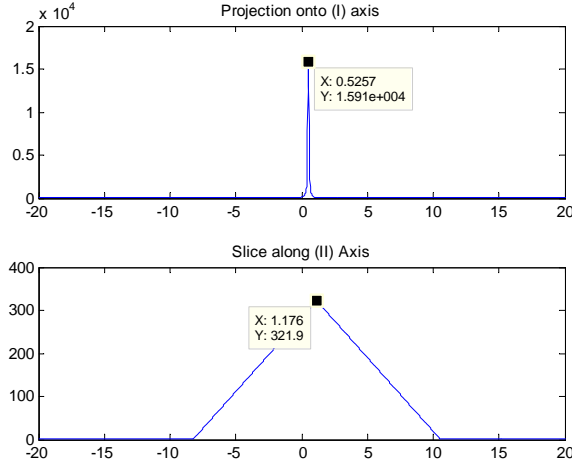
Birleşik hipotez test problemleri iki durumda incelenebilir. Birinci durumda bilinmeyen parametreler rastgele olmayan parametreler olarak alınırlar. Diğer durumda ise parametreler olasılık yoğunluk (probability density) fonksiyonları bilinen rastgele parametreler olarak alınırlar. Birçok radar probleminde bilinmeyen parametreler, gecikme ve Doppler frekansı, rastgele olmayan parametreler olarak alınırlar. Bu nedenle kullanılan yaklaşım genellenmiş olabilirlik oranı (Generalized likelihood ratio test, GLRT), [13, Bölüm 9] olur. Bu yaklaşımdan farklı olarak burada gecikme ve Doppler parametreleri için ön (a-priori) bir dağılım bulunduğu varsayılmaktadır. Bu çalışmada ortaya çıkan optimal detektörün (Bayesian detektörü) Bölüm 3.2.1'de sunulan detektörle aynı olduğu gösterilmektedir.

Zaman-frekans dağılımları kullanılarak, sinyallerin tespiti ve parametre tahmini literatürde geniş bir şekilde işlenmiştir, [27, 28]. Flandrin, [29, 30]'da zaman-frekans düzlemi üzerinde tespit problemini işlemiştir. Flandrin'in çalışmaları burada sunulan çalışmaların gelişimi için önemlidir. Kesirli Fourier dönüşümü ile hesaplanabilen belirsizlik düzlemi üzerindeki izdüşüm işleminin Bayesian tespit koşulları altında optimal detektör olduğunu göstermek için Flandrin'in çalışmaları esas alınmıştır. Sayeed bilineer zaman-frekans dağılımları için optimal tespit teorisini [31]'de geliştirmiştir, ([32]'e de bakınız). [28] numaralı kaynak da tespit uygulaması özelinde zaman-frekans dağılımlarının kullanımı üzerine yazılmış genel amaçlı, kapsamlı bir makaledir.

Bu çalışmada aşağıdaki verilen ikili hipotez testi incelenecektir:

$$\begin{aligned} H_0 &: r(t) = w(t) \\ H_1 &: r(t) = \sqrt{2E_r} e^{j\phi} s(t; \Theta) + w(t) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Yukarıdaki denklemde $w(t)$ 'nin sıfır ortalama ve $r_w(t, u) = E\{w(t)w^*(u)\} = N_0\delta(t-u)$ öz-



Şekil 3.6: Önerilen yöntemin sonuçları

ilintiye sahip karmaşık Gaussian rastgele süreç (daireysel simetriye sahip) olduğu varsayılmaktadır. Karmaşık zarf sinyali $s(t)$, birim enerjiye normalize edilmektedir, yani $\int_0^T |s(t)|^2 dt = 1$ eşitliği sağlanmaktadır. E_r değeri ise gelen sinyalin enerjisini ifade etmektedir. ϕ parametresi, $[0, 2\pi]$ arasında düzgün dağılan bilinmeyen taşıyıcı fazını ifade etmektedir. Θ parametresi, gönderilen dalganın bilinmeyen gecikmesini ve Doppler frekansını ifade etmektedir, $\Theta = [\tau \ u]$.

Hedef tespitinde kullanılabilecek iki farklı metod vardır, [33, s.420]:

GLRT Yöntemi: GLRT yönteminde, bilinmeyen parametrelerin rastgele olmadığı varsayılmaktadır. Bilinmeyen parametreler önce tahmin edilmekte ve sonrasında hipotez testine yerleştirilmektedir. Yerleştirme işleminden sonra, bilinen sinyallerin tespiti için olağan hipotez testi uygulanmaktadır, [33]. Hedefin [13, s.238]'de belirtildiği gibi yavaş değiştiği kabul edildiğinde ve denklem (3.44)'deki E_r değeri Rayleigh rastgele değişken olarak alındığında (Swerling-1 modeli), veya [34, s.255]'te belirtildiği gibi hedefin sabit ama düşük SNR'da olduğu kabul edildiğinde (denklem (3.44)'deki E_r rastgele değil ama küçük seçildiğinde); tespit kararı için istatistik şu şekilde verilmektedir:

$$\begin{aligned} \left| \int r(t) s^*(t; \hat{\Theta}) dt \right|^2 &= \left| \int r(t) s^*(t - \hat{\tau}) e^{j2\pi t \hat{u}} dt \right|^2 \\ &= |A_{rs}(\hat{\tau}, \hat{u})|^2 \geq \gamma \end{aligned} \quad (3.45)$$

GLRT alıcısını uygulamak için τ ve u değerlerinin kestirimi yapılmalıdır. İki parametrenin de rastgele olmadığı kabul edildiğinde, tek uygulanabilir yöntem ML kestirimidir. Θ değeri için ML kestiricisi [13, s.276] tarafından verilmektedir:

$$[\hat{\tau}, \hat{u}] = \arg \max_{\tau, u} |A_{rs}(\tau, u)|^2 \quad (3.46)$$

Alıcının operasyonu şu şekilde özetlenebilir: İlk aşamada belirsizlik düzlemi üzerinde tepe noktaları tespit edilmektedir. Sonrasında belirsizlik yüzeyinin ML kestirim noktasındaki yüksekliği (tepe noktasının değeri) bir eşik değeri ile karşılaştırılmaktadır. Eğer eşik değeri aşıldıysa hedef kararı verilmekte ve bilinmeyen parametrelerin değerleri $(\hat{\tau}, \hat{u})$ olarak ortaya çıkmaktadır.

Bayesian Yöntemi: Bayesian yöntemi, Θ parametreleri için ön (apriori) bir olasılık dağılım fonksiyonunun bilindiğini varsaymaktadır, [33]. Tespit istatistiği, iki hipotezin bilinmeyen parametreler üzerindeki marjinalizasyonu ile bulunur:

$$\frac{\int p(r(t)|\Theta, H_1)p_{\Theta|H_1}(\Theta|H_1)d\Theta}{\int p(r(t)|\Theta, H_0)p_{\Theta|H_0}(\Theta|H_0)d\Theta} = \int \Lambda[r(t; \Theta)]p_{\Theta|H_1}(\Theta|H_1)d\Theta \quad (3.47)$$

Yukarıdaki ilişkide H_0 'nun, Θ 'ya bağlı olmadığına dikkat edilmelidir. $\Lambda[r(t; \Theta)]$, sabit Θ değeri için denklem (3.44)'deki hipotez testinin olabilirlik oranıdır. Hipotez testinin E_r parametresi rastgele olmayan bir değişken olarak alındığında, olabilirlik oranı şu şekilde yazılabilir, [34, s.255]:

$$\Lambda[r(t; \Theta)] = e^{-\frac{E_r}{N_0}} I_0(\sqrt{2E_r}|\mathcal{A}_{r,s}(\tau, u)|/N_0) \quad (3.48)$$

Düşük SNR koşullarında, ki bu genelde ilgilenilen durumdur, $I_0(z)$ değeri $I_0(z) \approx 1 + z^2$ olarak alınabilir ve Neyman-Pearson testi şu şekilde yaklaşıklandırılabilir:

$$\Lambda[r(t; \Theta)] \approx |\mathcal{A}_{r,s}(\tau, u)|^2 \geq \gamma \quad (3.49)$$

Bu koşullar altında denklem (3.47)'te verilen Bayesian alıcısı

$$\int \int |\mathcal{A}_{r,s}(\tau, u)|^2 p_{\tau,u}(\tau, u) d\tau du \geq \gamma \quad (3.50)$$

denkleme indirgenmektedir.

Aşağıda denklem (3.50)'de verilen alıcının bazı özel durumları incelenecektir. [29]'da verilen Flandrin'in örneklerine benzer bir yol takip edilecektir.

1. Durum: Gecikme ve Doppler değerleri biliniyor

Gecikme ve Doppler frekansı parametrelerinin ikisi de tamamen bilindiğinde, ön olasılık dağılımı $p(\tau, u) = \delta(\tau - \tau_a)\delta(u - u_a)$ şeklinde ifade edilebilir. Bu koşullar altında, Bayesian alıcısı aşağıdaki ifadeye dönüşür:

$$\int \int |\mathcal{A}_{rs}(\tau, u)|^2 p(\tau, u) d\tau du = |\mathcal{A}_{rs}(\tau_a, u_a)|^2 \geq \gamma \quad (3.51)$$

Yukarıdaki ifade görüleceği üzere taşıyıcı fazının bilinmediği durumdaki optimal alıcıdır.

2. Durum: Gecikme değeri biliniyor fakat Doppler değeri bilinmiyor

Bu durumda hedefin parametreleri için ön olasılık dağılımı şöyledir $p(\tau, u) = \delta(\tau - \tau_a)p_u(u)$. Bu durum için Bayesian alıcı şu şekildedir $\int |\mathcal{A}_{rs}(\tau_a, u)|^2 p_u(u) du$. Bu alıcı şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} & \int |\mathcal{A}_{rs}(\tau_a, u)|^2 p_u(u) du = \dots \\ & = \int \left(\int r(t' - \tau_a/2) s^*(t' + \tau_a/2) e^{i2\pi u t'} dt' \right) \dots \\ & \quad \dots \left(\int r(t'' - \tau_a/2) s^*(t'' + \tau_a/2) e^{i2\pi u t''} dt'' \right)^* p_u(u) du \\ & = \int \int r(t' - \tau_a/2) r^*(t'' - \tau_a/2) \dots \end{aligned}$$

$$\dots s^*(t' + \tau_a/2)s(t'' + \tau_a/2) \underbrace{E_u\{e^{i2\pi u(t'-t'')}\}}_{\Phi(t'-t'')} dt' dt'' \quad (3.52)$$

Son denklemde $\Phi(\cdot)$, $p_u(u)$ 'nin karakteristik fonksiyonudur ve $E_u\{\cdot\}$ ise u rastgele değişkenine göre beklenti değeri işlemidir.

Eğer $p_u(u)$, $[-U/2, U/2]$ aralığında düzgün dağılmış ise; $\Phi(t' - t'') = \text{sinc}(U(t' - t''))$ eşitliği elde edilir. $[-U/2, U/2]$ aralığı, $[-\infty, \infty]$ aralığına doğru genişledikçe, yani Doppler frekansı üzerindeki belirsizlik arttıkça, karakteristik fonksiyonu $\delta(t' - t'')$ değerine yakınsamaktadır. Bu durumda optimal alıcı

$$\int |r(t - \tau_a/2)|^2 |s(t + \tau_a/2)|^2 dt \geq \gamma \quad (3.53)$$

olmaktadır.

Son ifadeden görüleceği üzere hedef gecikmesinin tamamen bilindiği fakat Doppler frekansının bilinmediği durumda, τ_a için tespit istatistiği alınan sinyal ile gönderilen sinyal zarfının çapraz ilintisidir.

Benzer şekilde gecikmenin $p_\tau(\tau)$ dağılımına sahip olduğu ve Doppler parametresinden bağımsız olduğu durumda tespit istatistiği şu şekilde olur:

$$\int \left(\int |r(t - \tau/2)|^2 |s(t + \tau/2)|^2 dt \right) p_\tau(\tau) d\tau \geq \gamma \quad (3.54)$$

Denklem (3.54), denklem (3.53)'in τ değişkenine göre beklenti değeri olarak da yorumlanabilir.

3. Durum: Doppler değeri biliniyor fakat gecikme değeri bilinmiyor

Bu durum bir önceki durumun dualidir. Aynı adımlar takip edildiğinde aşağıdaki tespit istatistiği elde edilir:

$$\int |R(u - u_a/2)|^2 |S(u + u_a/2)|^2 du \geq \gamma \quad (3.55)$$

Burada $R(\cdot)$ ve $S(\cdot)$, $r(t)$ ve $s(t)$ fonksiyonlarının klasik Fourier dönüşümleridir. Burada u_a hedefin bilinen Doppler frekansını göstermektedir.

4. Durum: Gecikme ve Doppler değerleri bilinmiyor

Bu özel durumda \mathcal{A} ile gösterilen ve A alanına sahip bir gecikme-Doppler bölgesi üzerinde ön dağılım olarak $p(\tau, u) = 1/A$ alınmaktadır. Bir başka deyişle $p(\tau, u)$, \mathcal{A} bölgesinde düzgün olarak dağılmaktadır. Bu varsayım altında optimal alıcı şu şekilde olmaktadır:

$$\int \int_{(\tau, u) \in \mathcal{A}} \frac{1}{A} |\mathcal{A}_{rs}(\tau_a, u)|^2 d\tau du \geq \gamma \quad (3.56)$$

\mathcal{A} bölgesinin büyüklüğü arttıkça, tespit istatistiği

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{A}_{rs}(\tau_a, u)|^2 d\tau du = \int |r(t)|^2 dt \int |s(t)|^2 dt \geq \gamma \quad (3.57)$$

değerine yakınsamaktadır. Son işlemdeki basitleştirmede belirsizlik yüzeyinin hacim ilişkisi kullanılmıştır, [35, s.209].

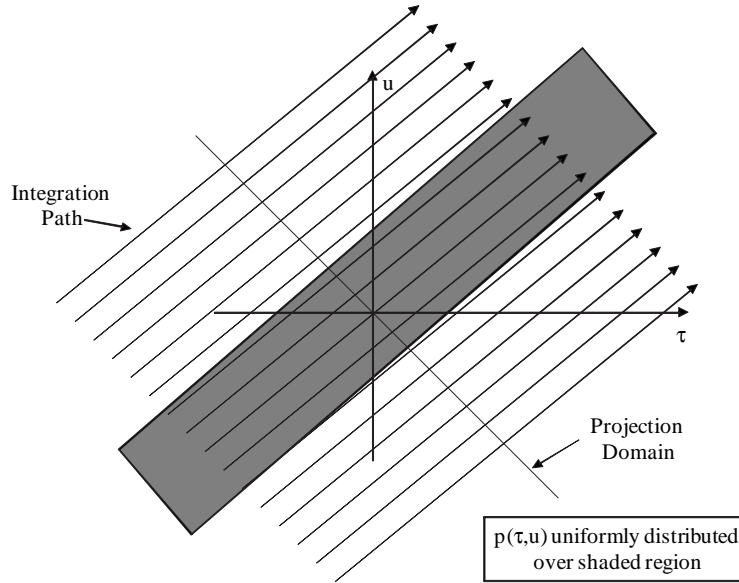
Bu durumda optimal alıcı enerji alıcısı (radyometre) olarak ortaya çıkar, yani menzil ve Doppler parametrelerinin ikisinin büyük bir bölge içerisinde düzgün olarak dağıldığı varsayılırsa, optimal Bayesian alıcısı radyometredir.

5. Durum: Gecikme ve Doppler değerlerinin bir alt uzayda olduğu biliniyor

Hedef parametrelerinin belirsizlik yüzeyinde dikey (2. durum) veya yatay (3. durum) değil çapraz olarak Şekil 3.7’de gösterildiği gibi duran bir bölge içerisinde olduğu ön-bilgi olarak bilindiği durumda; daha önceki durumları da içeren ve en genel olan optimal alıcı şu şekilde yazılabilir:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |r_a(t_a)|^2 |s_a(t_a - \tau)|^2 dt_a \geq \gamma \quad (3.58)$$

Şekil 3.7’deki alan dikey bir şerit olduğunda (gecikme biliniyor, Doppler bilinmiyor), kesirli bölge parametresi a sıfır olur ve sistem denklem (3.58)’daki alıcıya, yani denklem (3.53)’e denk olur. Aynı şekilde taralı alan yatay bir şerit olduğunda, a parametresi 1’e eşit olur ve denklem (3.58)’de verilen genellenmiş alıcı denklem (3.55)’te verilen alıcıya denk olur.



Şekil 3.7: Bilinmeyen parametrelerin gösterilen taralı alan üzerinde düzgün dağılması durumdaki Bayesian alıcısı.

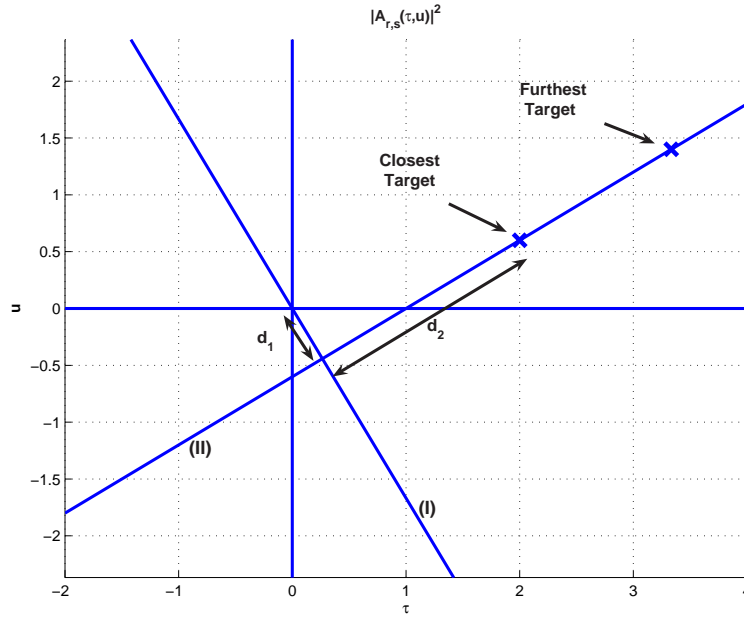
Sayısal Karşılaştırma

Bu bölümde değişik alıcıların başarımları bir senaryo dahilinde karşılaştırılacaktır. Benzetim senaryosu Şekil 3.8’de gösterilmektedir. Tek bir hedefin (II) doğrusu üzerinde olduğu varsayılmaktadır. Hedefin konumu Şekil 3.8’de en yakın hedef (closest target) ve en uzak hedef (furthest target) diye belirtilen iki nokta arasında düzgün bir şekilde seçilmektedir. Alıcıların ön bilgiyi değerlendirme başarımları karşılaştırılacaktır.

Karşılaştırmada chirp sinyali radar darbesi olarak seçilmiştir. Şekil 3.8’de gösterilen d_1 ve d_2 parametreleri ve gerekli diğer parametreler için sayısal değerler Tablo 3.1’de verilmektedir.

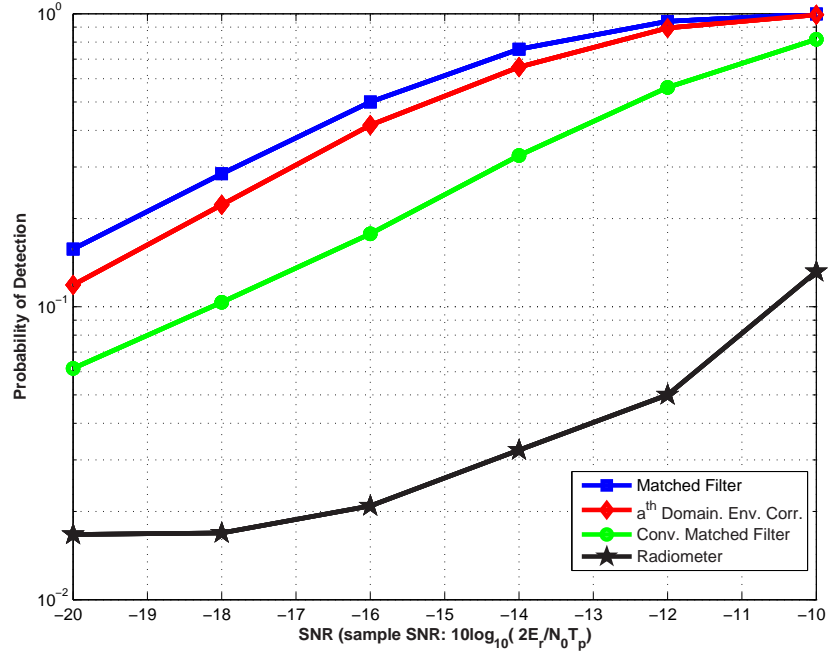
İlk sistem hedefin yerinin tam olarak bilindiğini varsaymakta ve uyumlu süzgeç alıcısını uygulamaktadır. Bu durum denklem (3.44)’de verilen 1. duruma eşdeğerdir. Bu alıcının işleme

kazancı 160 (22 dB)'tır, bu değer Tablo 3.1'de bahsedilen ayırıklaştırma sonucunda oluşan kodun uzunluğudur. İkinci sistem, *a.* kesirli tanım kümesinde zarf ilintisi uygulamaktadır. Üçüncü sistem geleneksel uyumlu süzgeçtir. Geleneksel uyumlu süzgeç alıcısı belirsizlik fonksiyonunun $\mathcal{A}(\tau, 0)$ dilimini hesaplamaktadır. Geleneksel uyumlu süzgecinin Doppler kaymasının sıfır olduğu duruma uyumlandığı düşünülebilir. Chirp sinyali Doppler toleranslı olduğundan, Doppler parametresi uyumsuzluğuna rağmen sistemin işleme kazancının yeterince büyük olması beklenmektedir. Benzetimde yerleştirilen hedefler için geleneksel uyumlu süzgecin işleme kazancı 107 (20.2 dB) ile 122 (20.9 dB) arasında değişmektedir. Dördüncü alıcı radyometre alıcısıdır. Radyometre yankının olabileceği süre aralığında gelen sinyalin toplam enerjisini hesaplamaktadır. Radyometre için zaman aralığı en yakın hedeften gelen yankının başlangıcından, en uzak hedeften gelen yankının sonuna kadardır.



Şekil 3.8: İzdüşüm tanım kümelerinin ve hedeflerin gösterimi

Şekil 3.9'da verilen benzetim sonuçları, kesirli bölgedeki zarf ilintisi yapan işlemin optimal uyumlu süzgece (1. alıcı) en yakın şekilde çalıştığını göstermektedir. Geleneksel uyumlu süzgeç, optimal çözümden 3-4 dB daha az bir başarıma sahiptir. Radyometre diğer detektörlerle karşılaştırıldığında çok daha kötü bir başarımla sergilemektedir.



Şekil 3.9: $P_{FA} = 0.01$ değeri için benzetim sonuçları.

Table 3.1: Benzetim Sisteminde Kullanılan Parametreler
Sinyal Parametreleri

Darbe genişliği (T_p)	: 8 saniye
Chirp sıklığı (k)	: 1.5 Hz/saniye
d_1	: 0.5
d_2 için en küçük değer	: 3
d_2 için en büyük değer	: 5
Kod uzunluğu (işleme kazancı)	: 160

Kesirli Fourier Dönüşümü Hesaplaması

Giriş sinyali yayılımı	: [-10,10] saniye
Örnekleme aralığı	: 1/20 saniye
İşaret çok örnekleme oranı (oversampling)	: x20/12
İzdüşüm bölgesi	: 1.62

Diğer Parametreler

Yanlış Alarm Olasılığı	: 0.01
Her (SNR, P_d) çifti için koşum sayısı	: 5000

3.2.2 Önerilen Yöntem Üzerine Analitik Çalışma

Bu bölümde önerilen yöntem için tespit olasılığının analitik bir çalışması sunulacaktır. Bu kısımda τ_t değeri bilinmeyen hedefin gerçek gecikmesini göstermektedir.

Önerilen yöntemin tespit istatistiği, d , şu şekildedir:

$$d = \int_{-\infty}^{\infty} |r_a(t_a)|^2 |s_a(t_a - \tau_t)|^2 dt_a \quad (3.59)$$

Yeterince yüksek sıklıkta örneklenen sinyaller için d değeri aşağıdaki sonlu toplamla yaklaşıklendirilebilir:

$$d \approx T_s \sum_k |r_a(kT_s)|^2 |s_a(kT_s - \tau_t)|^2 \quad (3.60)$$

Bu çalışmada, Tablo 3.1’de verilen LFM sinyalinin parametreleri kullanılmaya devam edilecektir. Sinyallerin uzunluğu 8 saniye ve örnekleme aralığı ise 1/20 saniye olarak alınacaktır.

Şekil 3.10’da gönderilen sinyalin farklı kesirli tanım kümelerinde kesirli Fourier dönüşümü gösterilmektedir. Bu şekilden, $a = 1.62$ tanım kümesinde sinyalin en düşük desteğe (support) sahip olduğu, diğer tanım kümelerinde ise genişliğinin neredeyse düz olduğu görülmektedir. Bütün şekillerde tepe noktasının -3 dB altını belli etmek için yeşil düz çizgi çizilmiştir. Bu çizginin üzerindeki örneklerin sayısı, sinyalin o tanım kümesindeki özgürlük derecesi (degrees of freedom) olarak yorumlanabilir. Başka bir deyişle o uzayda sinyali geren fonksiyonların sayısı özgürlük derecesi olarak ifade edilebilir. Zaman tanım kümesi gösteriminde ($a = 0$) sinyal -3 dB çizgisi üzerinde 160 örneğe sahiptir. Sinyal [-4,4] arasında 1/20 sıklıkla örneklendiği için bu durum beklenmektedir.

Kesirli dönüşüm derecesi a ’nın aşağıda verilen farklı değerleri için

$$a = [0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.62, 1.75, 2]$$

-3 dB çizgisinin üzerindeki örnek sayıları sırasıyla

$$\text{deg.freedom}(a) = [160, 229, 267, 263, 221, 145, 49, 1, 51, 160]$$

olur. Bu durumda H_0 hipotezi altında tespit istatistiği yani $d = \sum_k |r_a(kT_s)|^2 |s_a(kT_s - \tau_t)|^2$ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$d = |c|^2 \sum_{k=1}^{\text{deg.freedom}(a)} |w_k|^2 \quad (3.61)$$

Burada w_k , N_0 varyanslı kompleks Gaussian gürültüdür. Burada $|c|$ ise a tanım kümesinde radar sinyalinin (LFM sinyali) Şekil 3.10’da düz olarak gözüken genişliğinin değeridir. Kesirli Fourier dönüşümü unitary olduğu için herhangi bir tanım kümesindeki gürültünün iltisili değildir. Dolayısıyla w_k örnekleri iltisiz (uncorrelated) Gaussian rastgele değişkenlerdir ve bu nedenden bağımsızdırlar. Bu koşullar altında d rastgele değişkeni ($2 \times \text{deg.freedom}(a)$) özgürlüklü, merkezi-chi kare dağılımına sahiptir.

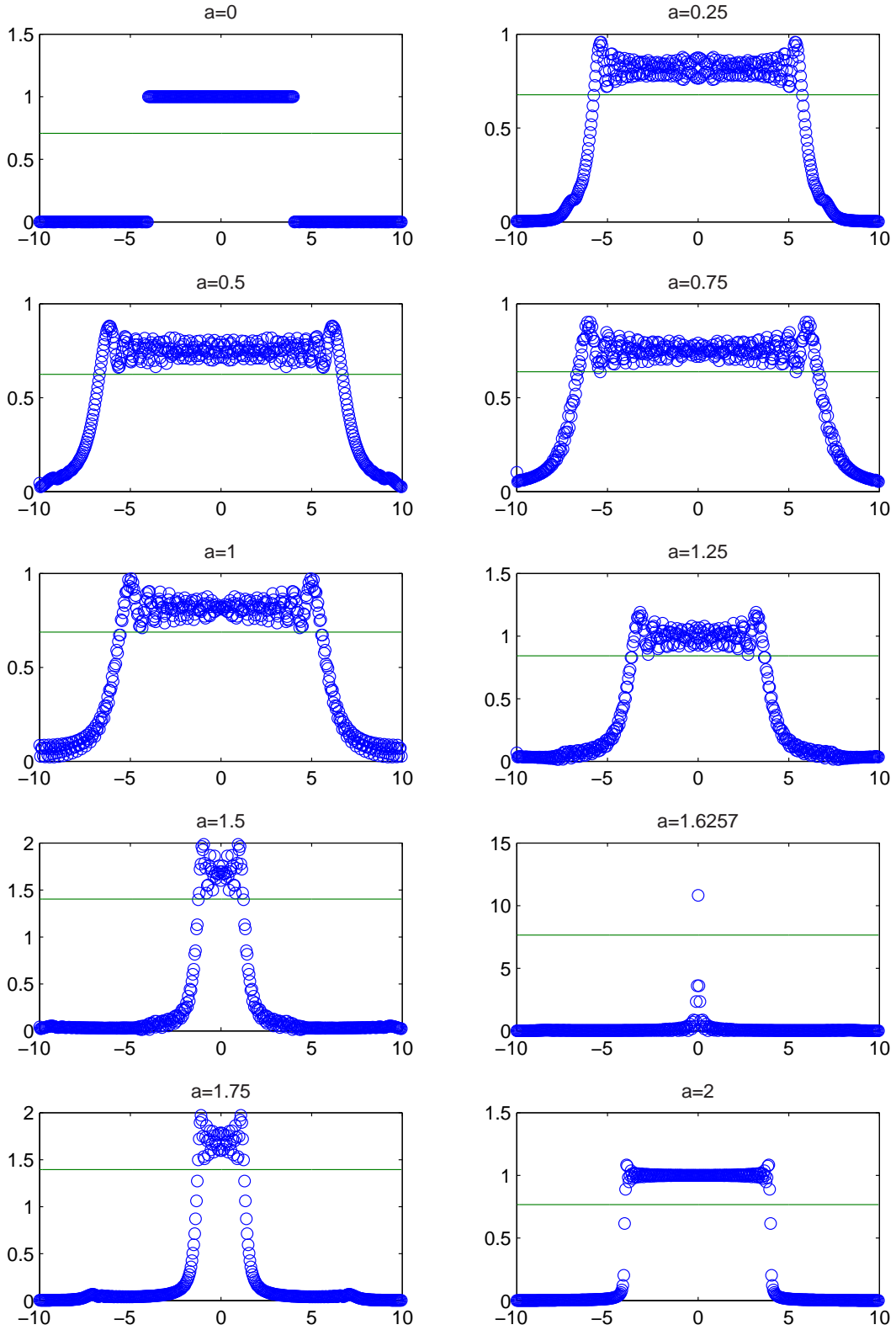
H_1 hipotezi altında tespit değişkeni

$$d = |c|^2 \sum_{k=1}^{\text{deg.freedom}(a)} |w_k + s_k|^2 \quad (3.62)$$

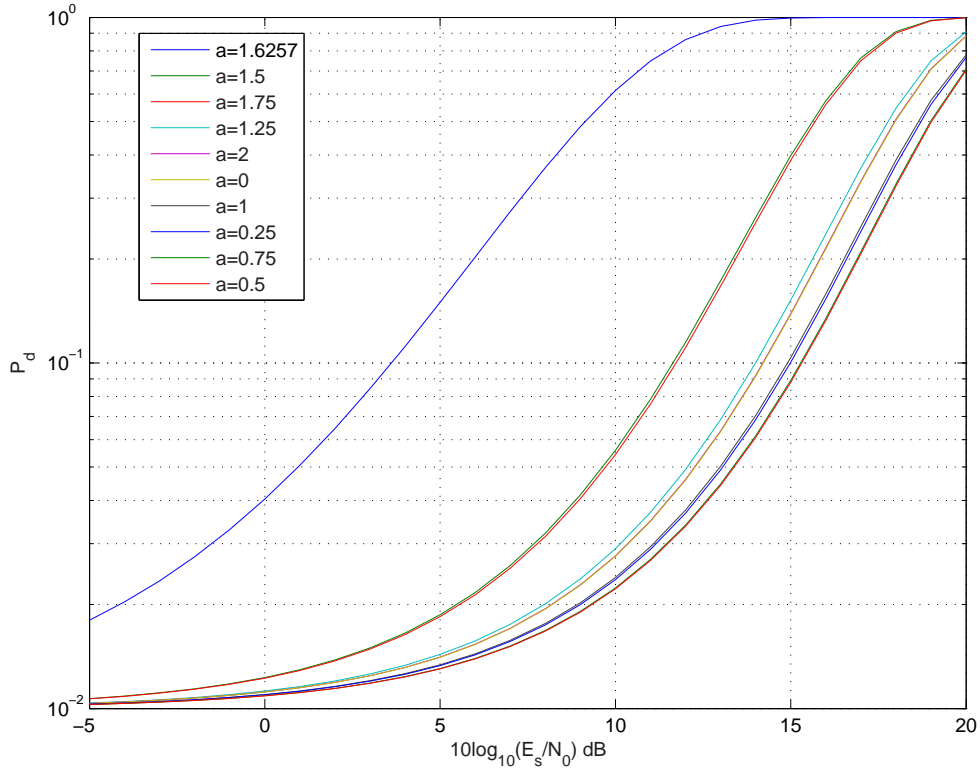
olarak yazılabilir ve istatistiği $(2 \times \text{deg.freedom}(a))$ özgürlüklü merkezi olmayan chi kare dağılımıdır. Dağılımın merkezsizlik parametresi sinyalin enerjisi E_s ile orantılıdır. Neyman-Pearson tespit uygulaması için c ve N_0 gibi sabit parametrelerin 1 olarak alınabilir. Bu iki parametre eşik değerini etkilemekte ama tespit olasılığını etkilememektedirler.

Önerilen sistem için değişik kesirli bölgelerdeki tespit olasılığı verilen olasılık dağılımları kullanılarak hesaplanabilir. Şekil 3.11 farklı tanım kümelerindeki tespit olasılığını göstermektedir. $a = 0$ ve $a = 1.62$ tanım kümeleri için özel yorumlar yapılabilir. $a = 0$ olan tanım kümesinde kullanılan alıcı geleneksel radyometredir. Radyometreden gelen işleme kazancı evresiz entegrasyondan (incoherent integration) gelmektedir. $a = 1.62$ tanım kümesi, LFM sinyalinin en çok sıkıştırıldığı tanım kümesidir. Bu tanım kümesi, aşağıda açıklanacak sebeplerden dolayı çözümleme (dechirping) tanım kümesi olarak adlandırılmaktadır. Bu tanım kümesi önerilen alıcının çalıştığı tanım kümesidir.

Şekil 3.9'da verilen benzetim sonuçları Şekil 3.11'de verilen teorik sonuçlarla uyumludur. Şekil 3.9'da verilen SNR eksenini alıcıdaki örneklenmiş sinyalin SNR değerini ifade edilmektedir. Şekil 3.11'de ise x-ekseni E_s cinsinden verilmektedir. Burada $E_s = 160 \times E_r$ olmaktadır veya E_s değeri E_r değerinden 22 dB büyüktür. Eksenler bu şekilde denkleştirildiğinde verilen sonuçların uyduğu gözükmemektedir.



Şekil 3.10: Parametreleri Tablo 3.1 'de verilen LFM sinyallerinin farklı tanım kümelerindeki ke-sirli Fourier dönüşümü sonuçları.



Şekil 3.11: LFM sinyalinin farklı tanım kümelerindeki Kesirli Fourier dönüşümü.

Diğer sinyaller ile ilgili yorumlar: Önerilen alıcı en etkin şekilde LFM sinyalleriyle kullanılmaktadır. Sinyalin kesirli tanım kümesindeki yayılımı arttıkça, o tanım kümesinin fazla gürültü derlemesinden zarar gördüğü açıktır. Sinyalin daha küçük boyutlu özgürlük uzayına sıkıştığı tanım kümeleri sinyal tespiti için daha uygundur.

Sabit olmayan zarfa sahip sinyaller için tespit olasılığının analizi mümkün gözükmemektedir. Bu durumda H_0 hipotezi altında tespit istatistiği için ifade şu şekilde olmaktadır:

$$d = \sum_{k=1}^{\text{deg.freedom}(a)} |w_k|^2 |s_k|^2 \quad (3.63)$$

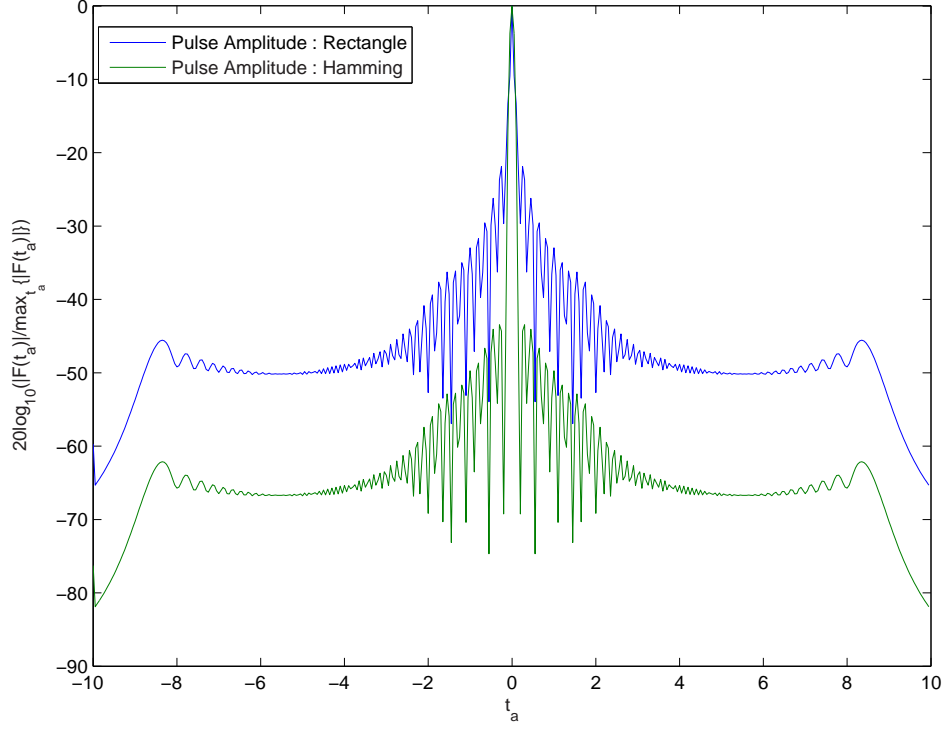
Bu ifade farklı varyanslı, bağımsız üstel dağılımlı rastgele değişkenlerin toplamıdır. Literatürde bu tür dağılımlar için açık bir ifade bulunmamaktadır. Öte yandan önerilen yöntem için en uygun sinyal LFM tipi ve benzeri sinyallerdir. Dolayısıyla diğer sinyaller için analitik sonuçların eksikliği önemli bir sorun oluşturmamaktadır.

Hamming Ağırlıklı LFM Sinyalleri: Bilindiği gibi spektrum kestirimi teorisinde, işarete uygulanan pencere ile sinyalin Fourier bölgesindeki yan loblarını azaltılabilmektedir. Büyük yanloblar pencerenin başındaki ve sonundaki süreksizliklerden kaynaklanmaktadır.

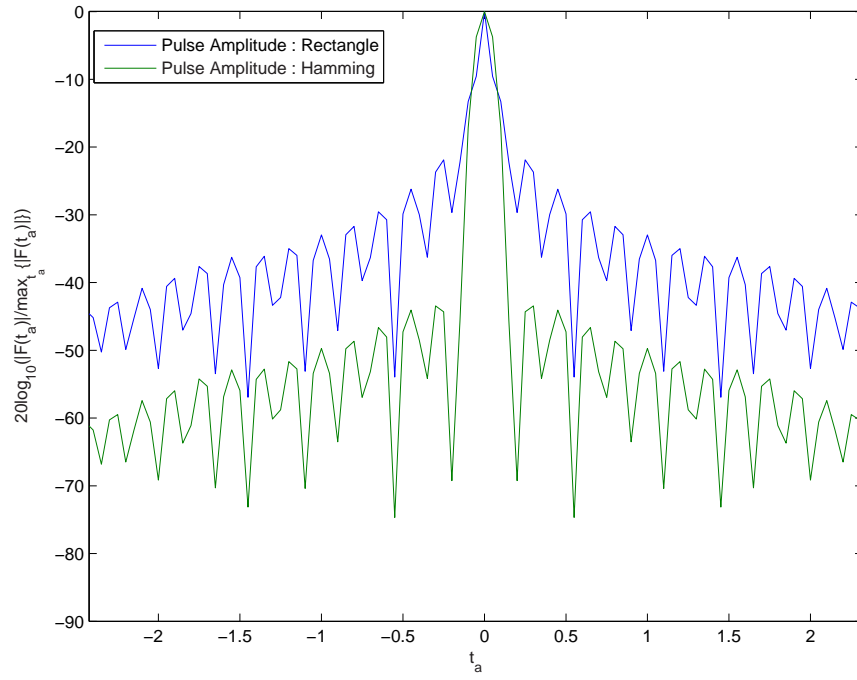
Şekil 3.12'de çözümleme (dechirping) bölgesinde LFM sinyalleri üzerinde genlik ağırlığının etkilerini gösterilmektedir. Çözümleme bölgesi verilen örnek için $a = 1.62$ bölgesidir. Bu bölgede chirp modülasyonunun etkisi tamamen yok edilmekte ve sinyal klasik Fourier dönüşümü ile chirp modülasyonu olmadan hesaplanmaktadır. Bu bölgenin çözümleme (dechirping) bölgesi olarak

adlandırılmasının sebebi bu etkinin yok edilmesidir. Düz pencere uygulandığında beklenildiği gibi büyük yan-loblar oluşmaktadır. Hamming penceresi uygulandıktan sonra yan-loblar azalmaktadır.

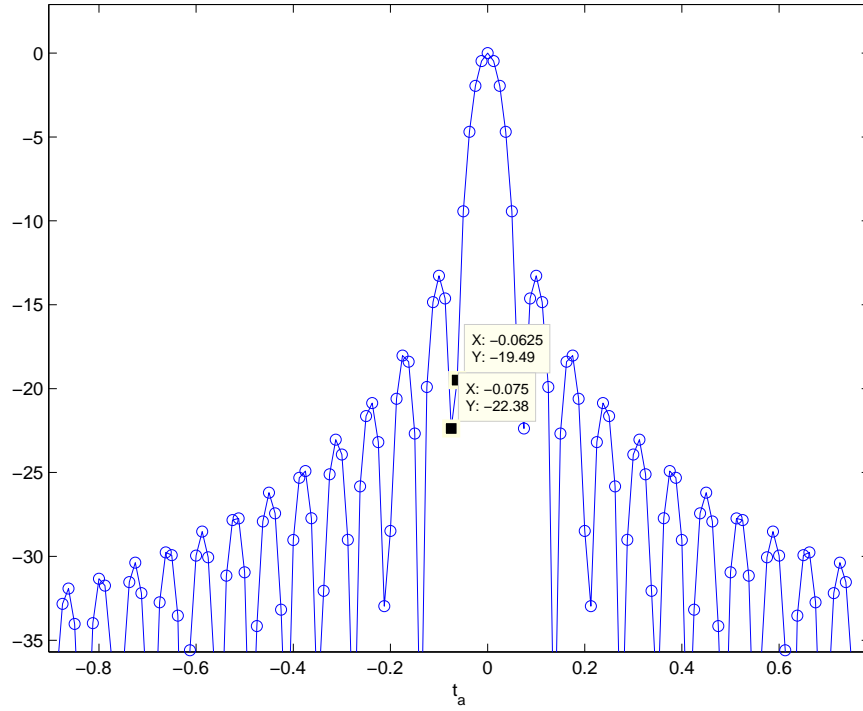
Önemli bir nokta bahsedilen genlik ağırlıklandırılmasının alıcı tarafından uygulanmasıdır. Gönderilen sinyal dikdörtgen zarflı LFM sinyalıdır; fakat alıcıda Hamming ağırlıklı LFM sinyalinin kesirli Fourier dönüşümü hesaplanmaktadır. Şekillerden görüleceği üzere bu işlem yan-loblarının azalmasını sağlamaktadır. Yan-lobların azalması ana-lobun genişlemesine sebep olmaktadır.



Şekil 3.12: Kesirli dönüşüm ile $a = 1.62$ bölgesinde düz ve Hamming pencerelerinden geçirilmiş LFM sinyalleri.



Şekil 3.13: Kesirli dönüşüm ile $a = 1.62$ bölgesinde düz ve Hamming pencerelerinden geçirilmiş LFM sinyallerinin analobları.



Şekil 3.14: Yüksek örnekleme sıklığında çözümleme bölgesindeki dikdörtgen ağırlıklı LFM sinyalinin analobu.

Önerilen Alıcının Çözünürlüğü

Önerilen yöntemin çözünürlüğü yani yakın sinyalleri ayırt etme başarımı Şekil 3.13'te gösterildiği gibi sinyalin analobunun genişliği ile ilintilidir. LFM sinyali çözümleme bölgesinde dönüştürüldüğünde, lineer frekans modülasyonu tamamen yok olmaktadır.

LFM sinyali $f(t) = \text{rect}(t/T)e^{j\pi \tan(\Theta)t^2}$ olarak alındığında ve bu sinyalin $\phi = \Theta + \pi/2$ bölgesine dönüşümü yapıldığında aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}^a\{f\}(t_a) &= A_\phi \int f(t) e^{i\pi(t_a^2 \cot \phi - 2t_a t \csc \phi + t^2 \cot \phi)} dt \\
 &= A_\phi \int \text{rect}(t/T) e^{j\pi \tan(\Theta)t^2} e^{i\pi(t_a^2 \cot \phi - 2t_a t \csc \phi + t^2 \cot \phi)} dt \downarrow_{\phi=\Theta+\pi/2} \\
 &= A_\phi e^{i\pi t_a^2 \cot \phi} \int \text{rect}(t/T) e^{-i2\pi t_a t \csc \phi} dt \\
 &= A_\phi e^{i\pi t_a^2 \cot \phi} \int \text{rect}(t/T) e^{-i2\pi t f} dt \downarrow_{f=t_a \csc \phi}
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

Denklem (3.64)'den $|\mathcal{F}^a\{f\}(t_a)|$ 'nın, $T|\text{sinc}(fT)|$ 'ye eşit olduğu görülmektedir. Burada $f = t_a \csc \phi$ 'dir. Bu fonksiyon sinc dalgasının ölçeklenmiş halidir, $|\mathcal{F}^a\{f\}(t_a)| = T|\text{sinc}(t_a \csc(\phi)T)|$.

Çözümleme bölgesindeki sinyalin ana lobunun genişliği $\frac{\sin \phi}{T}$ 'dir. Bu değer $\frac{1}{T\sqrt{k^2+1}} \approx \frac{1}{\text{BW}}$ 'e eşittir. Son ifadede $\text{BW} = kT$ sinyalin band genişliğini ifade etmektedir.

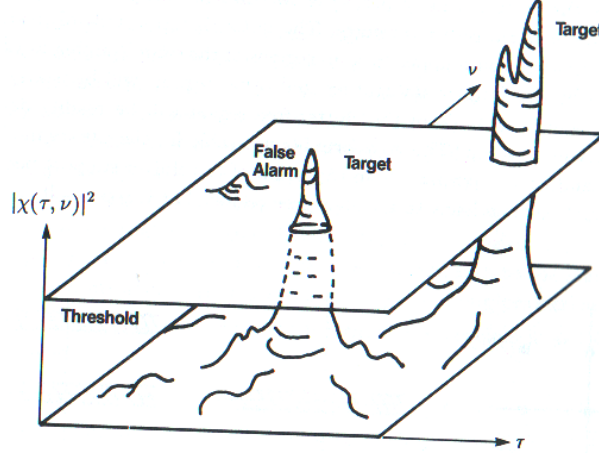
Sonuç olarak, çözümleme bölgesinde T uzunluklu, $k = \tan(\Theta)$ chirp hızlı LFM sinyalinin analobunun genişliği $\frac{1}{T\sqrt{k^2+1}}$ 'e eşittir. Bu rakam iki farklı hedefin ayrıştırılabilmesi için gereken en küçük uzaklığı göstermektedir.

Sonuç olarak geleneksel uyumlu süzgeç kullanıldığındaki çözünürlük ile önerilen yöntemin çözünürlüğü aynıdır. Dolayısıyla önerilen Bayesian tespit metodu uyumlu süzgeçle karşılaştırıldığında çözünürlük açısından herhangi bir avantaja veya dezavantaja sahip değildir.

Şekil 3.13'de $T = 8$ saniye, $k = 1.5$ $1/\text{sn}^2$ değerlerine sahip LFM sinyalinin çözümleme bölgesindeki dönüşümü gösterilmektedir. Teorik yaklaşım ile bu alanda sinyal genişliğinin 0.0693 olması beklenmektedir. Şekil 3.13, 1/20 saniye örnekleme sıklığı ile elde edilmiştir ve bu örnekleme sıklığı ana-lobun genişliğini görmek için yeterli değildir. Şekil 3.14'te, aynı şekil 1/80'lik örnekleme sıklığı ile tekrar verilmektedir. Kesirli Fourier dönüşümü ile hesaplanan yerler ayrıca dairelerle gösterilmiştir. Bu şekilden sayısal olarak hesaplanan ana-lob genişliği için yapılan teorik çıkarımın uyduğu gözlemlenmektedir.

3.3 Çoklu Hedeflerin Tespiti

GLRT alıcısının işleyişi Şekil 3.15'te gösterilmektedir. GLRT alıcısı belirsizlik düzleminde bir tepe sezicisidir. Alıcı tepe noktasının eşik değerini aşıp aşmadığını test etmektedir. Daha önce tartışıldığı gibi Bayesian alıcısı belirsizlik yüzeyinin bir bölgedeki hacmini ölçüp eşik değerini aşıp aşmadığını kontrol etmektedir. GLRT alıcısı eşik seviyesi aşıldığında bir hedefin varlığını bildirir. GLRT alıcısının ispatlanmış bir optimalite özelliği yoktur ama birçok senaryoda iyi çalıştığı bilinmektedir. Bayesian alıcısının ise Neyman-Pearson durumunda en iyi alıcı olduğu bilinmektedir. Daha önce Bayesian ve GLRT alıcılarının tespit olasılıkları incelenmişti ve bu bölümde bu alıcıların çoklu hedef durumundaki yapısı işlenecektir.



Şekil 3.15: GLRT alıcısının belirsizlik yüzeyi üzerindeki çalışma prensibi, [2]

3.3.1 Girişim ve Kargaşa Sinyalinin Belirsizlik Yüzeyi Üzerindeki Etkisi

Ortamda birden fazla hedef bulunduğunda ilgilenilmeyen hedeflerden gelen yankılar karıştırıcı kaynaklar gibi algılanırlar. Aynı şekilde ortama yayılan sinyali geri gönderecek hedef dışı başka nesneler de bulunabilir. Bu tip çevreden gelen yansımalar kargaşa (clutter) adı verilir. Bu bölümde karıştırıcı hedeflerin ve kargaşanın etkileri incelenecektir.

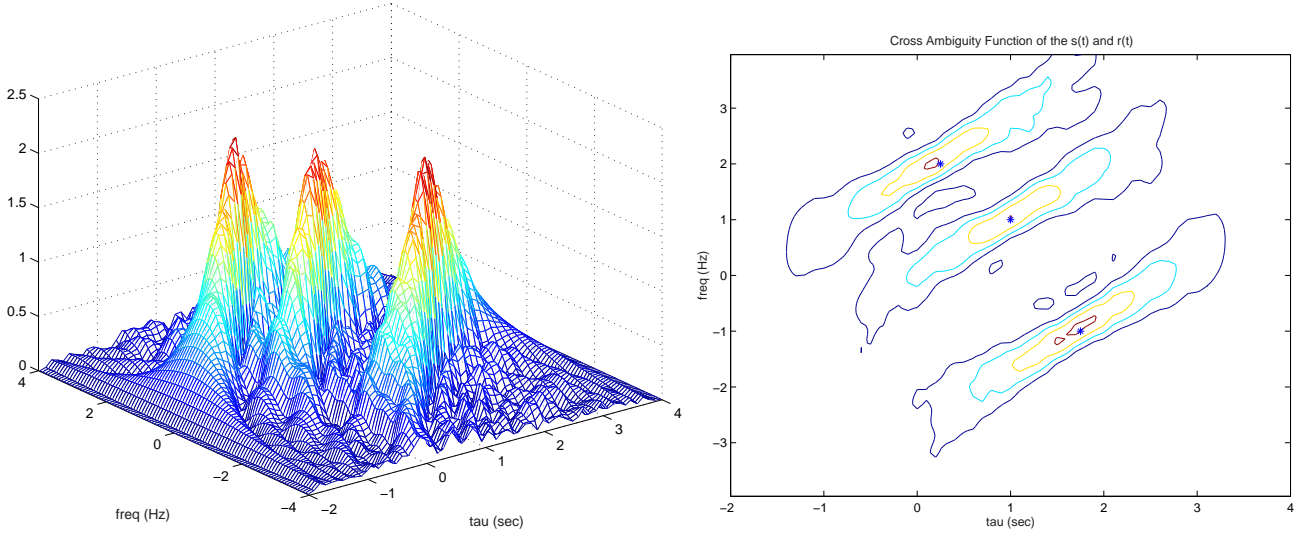
Yayılan sinyal, ortamda bulunan K tane hedef tarafından geri yansıtıldığı durumda alınan sinyal şu şekilde yazılabilir, [13, s. 325]:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K b_k s(t - \tau_k) e^{i2\pi u_k t} + w(t) \quad (3.65)$$

Burada b_k , k 'nci hedefin yansımaya katsayısıdır. Bu katsayının daha önce olduğu gibi dairesel simetrik karmaşık Gaussian dağılımlı olduğu varsayılmaktadır. N_0 değişintili gürültü, $w(t)$ ile gösterilmektedir. τ_k ve u_k parametreleri ise k 'nci hedefin bilinmeyen parametreleridir.

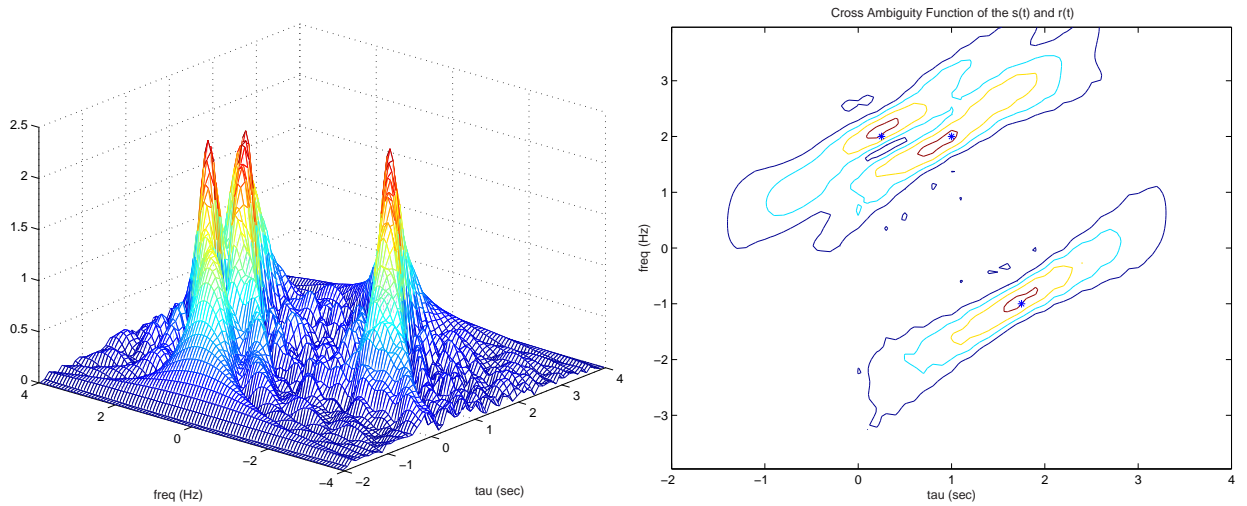
GLRT Alıcısı: Beyaz gürültü ve Rayleigh sönümleme (fading) koşulları altında GLRT alıcısı, belirsizlik düzlemi üzerinde bir tepe noktası kestiricisidir. Konuyu daha iyi açıklama amacıyla aşağıda detayları verilen çoklu-hedef senaryosu incelenecektir.

Radar sinyali LFM sinyali olarak kabul edilirse, sinyal şu şekilde ifade edilebilir, $s(t) = \frac{E_t}{\sqrt{2}} \text{rect}(t/2) e^{j\pi t^2}$. Bu sinyal enerjisi E_t olan, uzunluğu 2 saniye ve sıklığı 1 olan bir LFM sinyalidir. Senaryo kapsamında (τ, u) parametreleri $\{(0.25, 2), (1, 1), (1.75, -1)\}$ olan üç hedef olsun. Şekil 3.16, eşit güçte olan üç hedeften yansıyan $r(t)$ sinyali ile ve $s(t)$ 'nin çapraz belirsizlik fonksiyonlarını göstermektedir. Bu şekilde gürültü yoktur. Çapraz belirsizlik fonksiyonu $\mathcal{A}_{rs}(\tau, u)$, $r(t)$ 'ye göre lineer olduğundan, üç hedefli senaryonun çapraz belirsizlik fonksiyonu, üç hedefin tekil olarak oluşturduğu çapraz belirsizlik fonksiyonlarının toplamıdır. Şekil 3.16'te verilen ağ ve kontur grafiklerinden hedeflerin bu durumda ayırt edilebileceğini gözükmektedir.



Şekil 3.16: Ayırt edilebilen üç hedefin çapraz-belirsizlik yüzeyi.

İkinci hedefin parametreleri $(1, 1)$ 'den $(1, 2)$ 'ye değiştirildiğinde, parametreleri birbirine yakın olan hedeflerin ayırt edilmesi zorlaşır.



Şekil 3.17: Zorlukla ayırt edilebilen üç hedefin çapraz-belirsizlik yüzeyi.

İlgilendiğimiz hedef Şekil 3.16 ve 3.17’de gösterilen ikinci hedef olsun. Bu durumda $\Theta_2 - \Theta_1 = (\tau_2 - \tau_1, u_2 - u_1) = (\Delta\tau_{21}, \Delta u_{21})$ vektörü birinci ve ikinci hedef arasındaki parametre farkını göstermektedir. Benzer bir uzaklık ilişkisi ikinci ve üçüncü hedefler içinde yazılabilir. Çapraz belirsizlik fonksiyonunun lineer olmasından faydalanılarak $(\tau, u) = (\tau_2, u_2)$ noktasında belirsizlik değeri aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\mathcal{A}_{rs}(\tau_2, u_2) = \sqrt{E_{r1}}\mathcal{A}_s(\tau_2 - \tau_1, u_2 - u_1) + \sqrt{E_{r2}} + \sqrt{E_{r3}}\mathcal{A}_s(\tau_2 - \tau_3, u_2 - u_3) + n \quad (3.66)$$

Burada $\sqrt{E_{rk}} = b_k\sqrt{E_t}$, k . hedeften geri gelen enerjidir.

Girişim yaratan hedefler belirsizlik düzleminde birbirlerinden “uzak” olduklarında ve öz-belirsizlik fonksiyonunun orijinden uzak değerler için küçük değerlere sahip olduğu kabul edilirse; oluşan girişimin ilgilenilen hedef üzerindeki etkisinin az olduğu görülebilir.

Sönüm (fading) katsayıları ve gürültü karmaşık Gaussian varsayıldığından denklem (3.66)’da verilen $\mathcal{A}_{rs}(\tau_2, u_2)$ değerinin de Gaussian dağılımlı olduğu görülebilir. Bu senaryoda SINR (sinyal ve girişim artı gürültü oranı) aşağıdaki gibidir:

$$\text{SINR} = \frac{E_{r2}}{E_{r1}|\mathcal{A}_{rs}(\Delta\tau_{21}, \Delta u_{21})|^2 + E_{r3}|\mathcal{A}_{rs}(\Delta\tau_{23}, \Delta u_{23})|^2 + N_0} \quad (3.67)$$

Bu durumda tespit olasılığı $P_{FA} = (P_d)^{1+\text{SINR}}$, [13, Bölüm.9], olarak hesaplanabilir. Dolayısıyla hedefin tespit olasılığı, yakında güçlü bir girişim olduğunda ciddi miktarlarda etkilenebilir.

Eğer karıştırıcı hedefin parametreleri (belirsizlik düzlemindeki konumu) bilinirse iki farklı yoldan devam edilebilir. İlk yol, girişim yaratan hedefin yerleri bilindiğindeki optimal alıcının uygulanmasıdır, [13, Bölüm.10]. İkinci yol, karıştırıcı hedeflerin belirsizlik düzlemi üzerindeki konumlarında küçük çapraz-belirsizlik değerine sahip uyumsuz alıcının uygulanmasıdır. Genel olarak, hedef konumlarına göre küçük çapraz-belirsizlik değerlerine sahip olan uyumsuz alıcılar çevrimdışı olarak hesaplanabilir ve gerçek zamanlı bir çalışma esnasında bir kütüphaneden bu önceden hesaplanmış alıcılara erişilebilir. Optimal süzgeç için alıcının çevirim içi hesaplama kabiliyetine sahip olması gerekmektedir. Dahası optimal alıcı her bir karıştırıcı hedeften geri gelen ortalama güç değerine ihtiyaç duymaktadır, bu gücün hedeflerin hareketli olduğu bir durumda güvenilir bir şekilde kestirilmesi güçtür.

3.3.2 Parametreleri Bilinen Girişim Altında Optimal GLRT Alıcısı

Alıcıdan toplanan $r(t)$ sinyali uygun şekilde örneklenerek \mathbf{r} vektörü oluşturulur. \mathbf{r} vektörü K tane hedeften gelen sinyalin yansımaları ve sistem gürültüsünü içermektedir:

$$\mathbf{r} = \sqrt{E_t}\mathbf{h}_k b_k + \underbrace{\sqrt{E_t} \sum_{k'=1, k' \neq k}^K \mathbf{h}_{k'} b_{k'}}_{\text{colored noise}} + \mathbf{w} \quad (3.68)$$

Burada \mathbf{r} , \mathbf{w} ve \mathbf{h}_k $N \times 1$ boyutlu vektörlerdir. \mathbf{h}_k vektörü k . hedefin bilinmeyen gecikme ve frekans kaymasıyla geri dönen sinyalinin örneklenmiş halidir. b_k , hedeflerin yansıma katsayılarıdır. Bu yöntemde b_k parametresinin değışinti değerinin, $\sigma_{r_k}^2$, bilindiğı varsayılmaktadır. Burada \mathbf{r} vektörü, K tane hedeften gelen sinyallerin ve gürültünün toplamıdır.

İlgilenilen hedef k . hedef olduğunda, diğer tüm hedefler r gözlemi üzerinde girişim olarak algılanırlar. Önceki durumdan farklı olarak buradaki gürültü diğer hedeflerden dolayı renklenmiş

olur. Denklem (3.68)'deki gürültü teriminin kovaryans matrisi $\mathbf{H}\mathbf{\Lambda}_b\mathbf{H}^H + N_0\mathbf{I}$ olarak ifade edilebilir. Bu ifadede geçen \mathbf{H} matrisi ve $\mathbf{\Lambda}_b$ matrisi aşağıda gösterildiği gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= [\mathbf{h}_1 \mathbf{h}_2 \dots \mathbf{h}_{k-1} \mathbf{h}_{k+1} \dots \mathbf{h}_K] \\ \mathbf{\Lambda}_b &= \text{diag}(\sigma_{r_1}^2, \sigma_{r_2}^2, \dots, \sigma_{r_{k-1}}^2, \sigma_{r_{k+1}}^2, \dots, \sigma_{r_K}^2)\end{aligned}$$

olarak yazılabilir. K-1 karıştırıcı hedef ve gürültü etkisi altında k . hedefin varlığını tespit problemi, renkli gürültü koşulları altında sinyal tespit problemi olarak düşünülebilir.

Renkli gürültü altında tespit için optimal çözüm, beyazlatılmış uyumlu süzgeçtir, yani $\mathbf{w}^H\mathbf{r}$ işlemidir. Burada $\mathbf{w} = (\mathbf{H}\mathbf{\Lambda}_b\mathbf{H}^H + N_0\mathbf{I})^{-1}\mathbf{h}_k$ olarak seçilmelidir. Bu süzgeç b_k rastgele değişkeninin kestirimi için optimal Wiener filtresinin ölçeklendirilmiş halidir.

Optimal GLRT alıcısının uygulanabilmesi için karıştırıcı hedefin gecikme, Doppler frekans kayması ve yansıma gücünün ortalama değeri gibi parametrelerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bazı senaryolarda hedefin parametreleri belirli bir süre boyunca değişmemektedir. Bu senaryolar için optimal çok hedefli GLRT alıcısı, eğer karıştırıcı hedefin parametreleri güvenilir bir şekilde kestirilebilir ise uygulanabilir.

3.3.3 Çok Hedefli Senaryo için Uyumsuz Alıcı Tasarımı

Optimal GLRT alıcısı, çok hedefin bulunduğu senaryo için tasarlanan bir tür uyumsuz süzgeçtir. Uyumsuz süzgeç girişimin etkisini azaltmak için kullanılır ve girişimin etkisini azaltmak için ilgilenilen sinyalden gelecek olan güçten feragat eder.

Uyumsuz süzgeç tasarımı, bir bölge üzerinde en küçük çapraz-belirsizlik yüzeyine sahip olan sinyali bulmayı amaçlamaktadır. Bu işlem yapılırken ilgilenilen sinyal ile olan çapraz ilinti olabildiğince korunmaya çalışılır. [36]'da, uyumsuz süzgeçlerin gelen sinyal ile K ($K < 1$) ilinti katsayısına sahip olması koşulu altında bir çalışma yapılmıştır. Girişimi azaltmak amacıyla çapraz belirsizlik yüzeyinin istenilen bir bölge üzerinde en az hacme sahip olması maliyet fonksiyonu olarak alınmıştır. Bu çalışmada aynı problemin çözümü için yeni bir yöntem önerilmektedir. Sunulan çözüm yöntemi, [36]'da verileden farklıdır ve daha basit olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma [37]'de sunulmuştur.

Literatürde uyumsuz süzgeç tasarımı için çeşitli yöntemler yer almaktadır. [38]'de kullanılabilir öz-ilinti ve çapraz-ilinti değerleri elde etmek için kod ve uyumsuz süzgeçler ikilileri tasarlanmıştır. [39, 40]'da, kodun yan lob seviyeleri yinelemeli yöntemlerle en aza indirilmiştir. Burada geçen entegre edilmiş yan lobların seviyesinin en aza indirgenme işlemi, girişime sebep olan saçıcıların homojen olduğu durumda anlamlıdır. En büyük yan lobu azaltma hedefi ise, girişime sebep olan saçıcıların değişik güçlerde olduklarında daha uygun olabilir. [41]'de, problem SIR (signal-to-interference ratio, sinyal-girişim oranı) değerini en yüksek yapma bağlamında incelenmiştir. Burada, [36]'te verilen uyumsuz süzgeç tasarım problemi için yeni bir çözüm sunulacaktır.

Problem şu şekilde tanımlanabilir: \mathbf{s} ve \mathbf{w} vektörlerinin k . çapraz ilinti gecikmesi (lag) $r_{ws}(k) = \sum w[n]s^*[n-k]$ 'ya eşittir. Çapraz ilinti $r_{sw}(k)$ sonlu vektörlerin iç çarpımları (inner product) olarak ifade edilebilir. Burada \mathbf{J}_k , kaydırma matrisidir.

Girdiyi 2 birim kaydıran 5 boyutlu \mathbf{J}_2 matrisini aşağıda gösterilmektedir.

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Eğer $\mathbf{s} = [a \ b \ c \ d \ e]^T$ ise, \mathbf{s} 'nin 2. öziliniti gecikmesi $(\mathbf{J}_2 \mathbf{s})^H \mathbf{s} = \mathbf{s}^H \mathbf{J}_2 \mathbf{s} = ca^* + db^* + ec^*$ şeklinde yazılabilir.

Entegre yan lob seviyesini (integrated side-lobe level, ISL) azaltmak için [41]'dekine benzer şekilde şu ifade yazılabilir:

$$\begin{aligned} \text{ISL} &= \sum_{k \neq 0} |r_{ws}(k)|^2 = \sum_{k \neq 0} |(\mathbf{J}_k \mathbf{s})^H \mathbf{w}|^2 \\ &= \sum_{k \neq 0} \mathbf{w}^H (\mathbf{J}_k \mathbf{s}) (\mathbf{J}_k \mathbf{s})^H \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Burada

$$\mathbf{R} = \sum_{k \neq 0} (\mathbf{J}_k \mathbf{s}) (\mathbf{J}_k \mathbf{s})^H = \sum_{k \neq 0} \mathbf{J}_k \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{J}_k^H \quad (3.70)$$

toplam girişim vektörünün kovaryans matrisidir.

Uyumsuz süzgeçlerin tasarım problemi, denklem (3.69)'de verilen ISL seviyesinin, $\mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1$ ve $|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2 = \rho^2$ ($|\rho| \leq 1$) sınırlamaları altında en aza indirgenmesi olarak formüle edilebilir. Burada \mathbf{s} değeri $\|\mathbf{s}\|^2 = \mathbf{s}^H \mathbf{s} = 1$ olacak şekilde normalize edilmiştir, dolayısıyla $|\rho|$ değeri bir ilinti katsayısı veya \mathbf{s} ve \mathbf{w} vektörleri arasındaki açının kosinüsüdür.

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{s.t.} \quad \begin{aligned} |\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2 &= \rho^2 \quad \text{where} \quad |\rho| \leq 1 \\ \mathbf{w}^H \mathbf{w} &= 1 \end{aligned} \quad (3.71)$$

Optimal \mathbf{w} şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{w} = \rho \mathbf{s} + x_1 \mathbf{u}_1 + x_2 \mathbf{u}_2 + \dots + x_{N-1} \mathbf{u}_{N-1} \quad (3.72)$$

Buradaki $\{\mathbf{s}, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$ vektörleri, N boyutlu vektör uzayı için bir dikgen geren vektörler kümesini oluşturmaktadır. \mathbf{w} vektörü denklem (3.72)'te belirtildiği gibi yazıldığında $|\mathbf{w}^H \mathbf{s}|^2 = \rho^2$ koşulu kendiliğinden sağlanmaktadır. İkinci koşul olan $\mathbf{w}^H \mathbf{w} = 1$ koşulu, $\mathbf{w}^H \mathbf{w} = \rho^2 + \mathbf{x}^H \mathbf{x} = 1$ koşuluna dönüşmektedir.

Burada geçen \mathbf{x} vektörü, denklem (3.72)'te verilen $\{x_1, x_2, \dots, x_{N-1}\}$ değerlerinden oluşan $(N-1)$ boyutlu sütun vektörüdür. Dolayısıyla optimizasyon problemi aşağıdaki eşdeğer probleme indirgenebilir:

$$\min_{\mathbf{x}} (\rho \mathbf{s} + \mathbf{U} \mathbf{x})^H \mathbf{R} (\rho \mathbf{s} + \mathbf{U} \mathbf{x}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{x}^H \mathbf{x} = 1 - \rho^2 \quad (3.73)$$

Koşullu optimizasyon problemi Lagrange çarpanları kullanılarak koşulsuz bir problem olarak ifade edilebilir:

$$J(\mathbf{x}, \gamma) = (\rho \mathbf{s} + \mathbf{U} \mathbf{x})^H \mathbf{R} (\rho \mathbf{s} + \mathbf{U} \mathbf{x}) + \gamma (\mathbf{x}^H \mathbf{x} - (1 - \rho^2)) \quad (3.74)$$

Burada γ Lagrange çarpanıdır. $J(\mathbf{x}, \gamma)$ değerinin gradyanı (\mathbf{x} 'e göre) hesaplanıp sıfıra eşitlendiğinde optimal ağırlık katsayıları için aşağıdaki koşul elde edilir:

$$(\mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U} + \gamma \mathbf{I}) \mathbf{x} = \rho \mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (3.75)$$

Denklem (3.75) farklı Lagrange çarpanı yani γ değerleri için farklı çözümlere sahiptir. γ parametresi, $\mathbf{x}^H \mathbf{x} = 1 - \rho^2$ koşulunu sağlayacak şekilde seçilmeli ve aynı zamanda toplam maliyet de en aza indirmelidir.

Bilinmeyen γ değerinin hesaplanmasını kolaylaştırmak için $\mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U}$ vektörü özvektörlerine ve özdeğerlerine ayrıştırılabilir, $\mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^H$.

$\mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{U}$ matrisinin simetri özelliğinden dolayı \mathbf{V} matrisi unitary bir matristir. $\mathbf{\Lambda}$ matrisi ise gerçel değerlere sahip köşegen matristir. Bu durumda denklem (3.75) aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{V}(\mathbf{\Lambda} + \gamma \mathbf{I}) \underbrace{\mathbf{V}^H \mathbf{x}}_{\hat{\mathbf{x}}} = \rho \mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{s} \quad (3.76)$$

Dolayısıyla $\hat{\mathbf{x}}$ aşağıdaki gibi bulunur

$$(\mathbf{\Lambda} + \gamma \mathbf{I}) \hat{\mathbf{x}} = \rho \underbrace{\mathbf{V}^H \mathbf{U}^H \mathbf{R} \mathbf{s}}_{\mathbf{b}} \quad (3.77)$$

ve çözüm yapılarak $\hat{\mathbf{x}}$ vektörü elde edilir:

$$\hat{\mathbf{x}} = \rho(\mathbf{\Lambda} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{b} \quad (3.78)$$

Bilinmeyen γ parametresi dışında denklem (3.78)'in sağ tarafındaki değerler bilinen verilerden hesaplanabilir. Bilinmeyen γ parametresini hesaplayabilmek için $\mathbf{x}^H \mathbf{x} = 1 - \rho^2$ koşulunun kullanılması gerekir.

\mathbf{V} matrisi unitary olduğundan, $\mathbf{x}^H \mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^H \hat{\mathbf{x}}$ eşitliği sağlanır. Bilinmeyen γ değerinin hesaplanması için bu ifade kullanılabilir:

$$\hat{\mathbf{x}}^H \hat{\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^{N-1} \frac{\rho^2 |b_k|^2}{(\lambda_k + \gamma)^2} = 1 - \rho^2 = \mathbf{x}^H \mathbf{x} \quad (3.79)$$

Son denklem biraz daha düzenlenirse, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sum_{k=1}^{N-1} \frac{|b_k|^2}{(\lambda_k + \gamma)^2} = \frac{1 - \rho^2}{\rho^2} \quad (3.80)$$

Denklem (3.80) çözülerek eşitliği sağlayan γ değerleri bulunur.

Bulunan γ değerleri arasından maliyet fonksiyonunu en aza indirgeyen γ değeri seçilmelidir. Optimal γ değeri ile uyumsuz süzgeç şu şekilde üretilebilir; $w = \rho \mathbf{s} + \mathbf{V} \hat{\mathbf{x}} = \rho \mathbf{s} + \rho \mathbf{V}(\mathbf{\Lambda} + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{b}$. Uyumsuz süzgecin tasarım prosedürünü gösteren bir MATLAB uygulaması Ek 5.2 'de verilmiştir.

Sayısal Karşılaştırmalar: Şekil 3.18 ve 3.19, 16 birim uzunluğundaki dikdörtgen dalga için uyumsuz süzgeç tasarımının sonuçlarını göstermektedirler. Bu tasarımda uyumsuz süzgecin uzunluğu 26 olarak seçilmiştir. Şekil 3.18'de ise ISL iyileşme faktörü verilmiştir.

ISL iyileşme faktörü, uyumlu süzgecin ISL değeri ile uyumsuz süzgecin oluşturduğu ISL değerinin oranıdır. Burada düz dalga için kod uzunluğu 16'dır. Dolayısıyla uyumlu süzgeç ile beyaz gürültü altında SNR 12 dB artırılabilir. Şekil 3.18'in x eksenine uyumlu süzgeç yerine uyumsuz süzgeç kullanıldığında oluşan kaybı göstermektedir. Bu kayıp, uyumlu süzgeç (MF) performansından olan feragatı belirtmek amacıyla MF kaybı olarak nitelenmiştir. MF kaybı desibel olarak $20 \log_{10}(|\rho|)$ olarak ifade edilir.

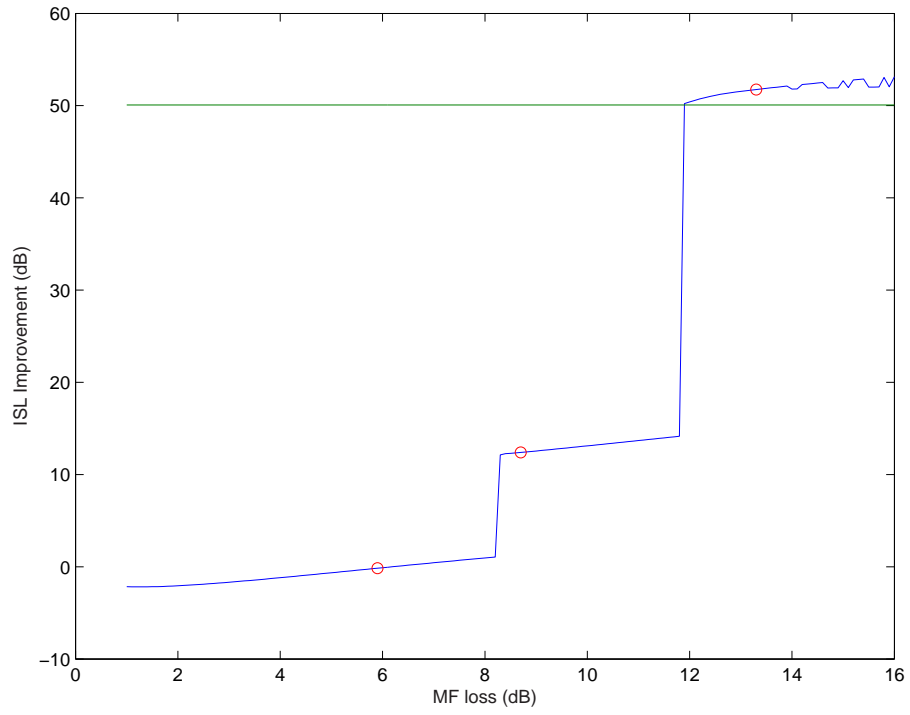
Şekil 3.18'den ISL iyileşme faktörünün uyumlu süzgeç kaybının sürekli bir fonksiyonu olmadığı anlaşılmaktadır. MF kaybının küçük bir artışı ISL iyileşme faktörü bir seviyeden sonraki seviyeye atlayabilmektedir.

Şekil 3.18'de gösterilen yeşil çizgi [41]'de verilen tasarımın ISL iyileşme faktörünü vermektedir. [41]'deki tasarım, uyumsuz süzgeç ile sinyal kargaşa oranını (SCR) en büyük değere yükseltmektedir. Bu tasarım tek bir vektör ile sonuçlanmaktadır ve MF kayıp seviyesi bu yöntemle kontrol edilememektedir. Burada önerilen yöntem, uyumlu süzgeç kazancından istenen seviyede fedakarlık ederek ISL iyileşme işlemini yapmaktadır. Dolayısıyla önerilen tasarım, MF kayıp parametresinin önemli olduğu bazı sistemlerde kullanılabilir.

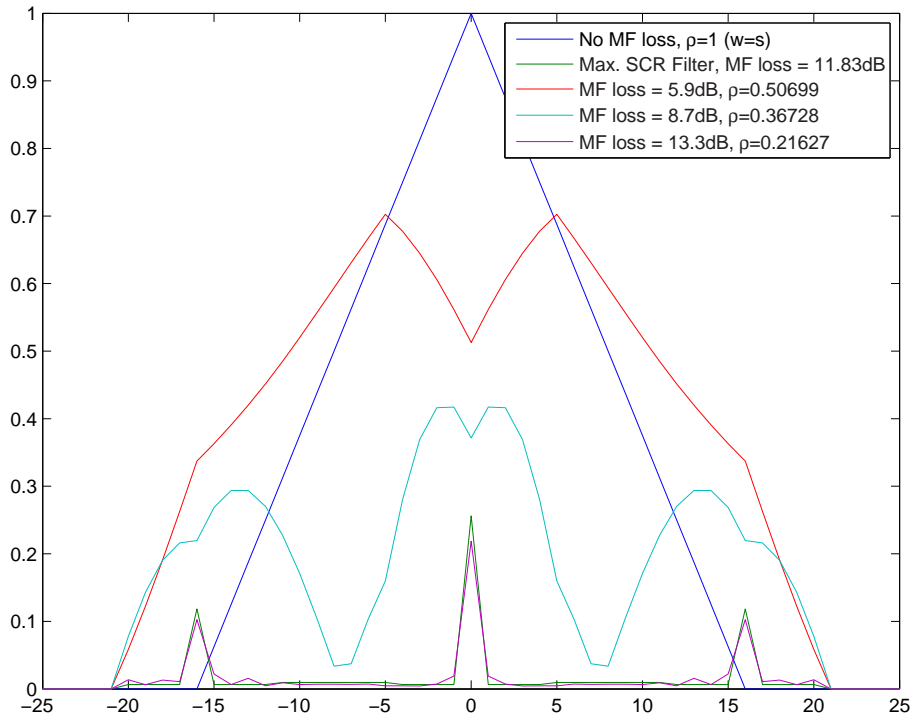
Şekil 3.19, düz kare dalga ile uyumsuz alıcının çapraz-ilitisini göstermektedir. Bu şekilde yeşil eğri [41]'de verilen tasarımı göstermektedir. Bu şekilden görüleceği üzere [41] ile yapılan tasarım ile düz darbenin ilitisi 0.25'dir. Bu da 12 dB civarında bir kayına neden olmaktadır. Daha düşük kayba sahip kırmızı ve açık mavi ile gösterilen süzgeçler daha düşük ISL iyileştirmeye sahip olmalarına rağmen bazı uygulamalarda kullanılabilirler.

Şekil 3.18 ve 3.21 13 uzunluklu Barker kodu için benzer karşılaştırmaların sonuçlarını göstermektedir. Barker kodunun ISL seviyesi çok iyi olduğundan MF kaybında rahatlıkla kabul edilebilir bir değişikliklerle anlamlı bir ISL iyileşme oranı elde edilebilir gözükmemektedir. Şekil 3.18'den anlaşılabileceği üzere Barker kodunun önemli bir ISL gelişimi sağlayabileceği tek bir MF kayıp noktası vardır.

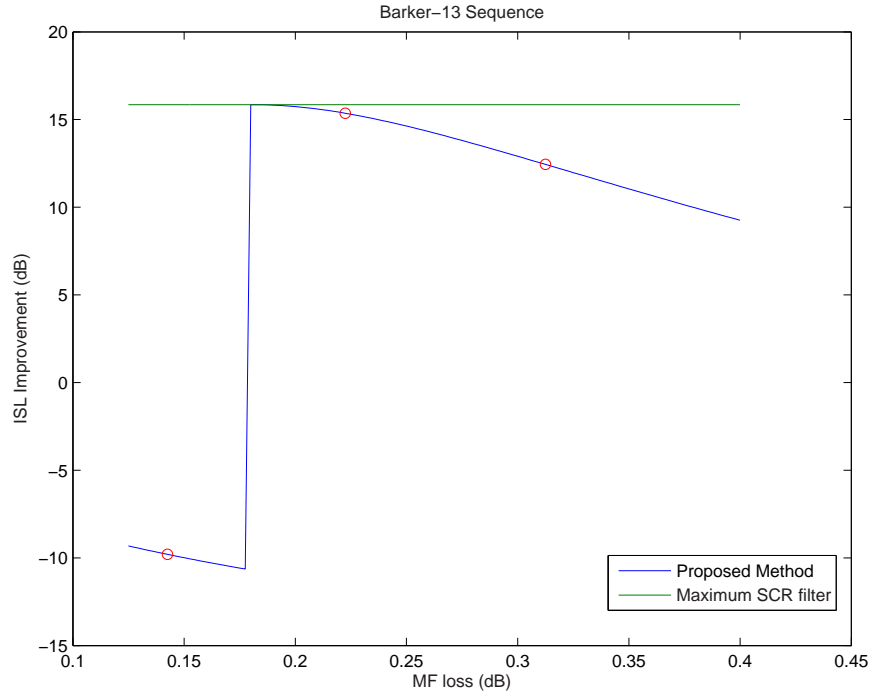
Sayısal karşılaştırmalardan çıkartılabilecek bir sonuç kod tasarımının ve uyumsuz süzgeç tasarımının birlikte yapılması gereğidir. Kod iyi tasarlanmadığında uyumlu süzgeç kazancından kayıp pahasına ISL seviyesinin iyileştirilmesi çok da anlamlı olmamaktadır.



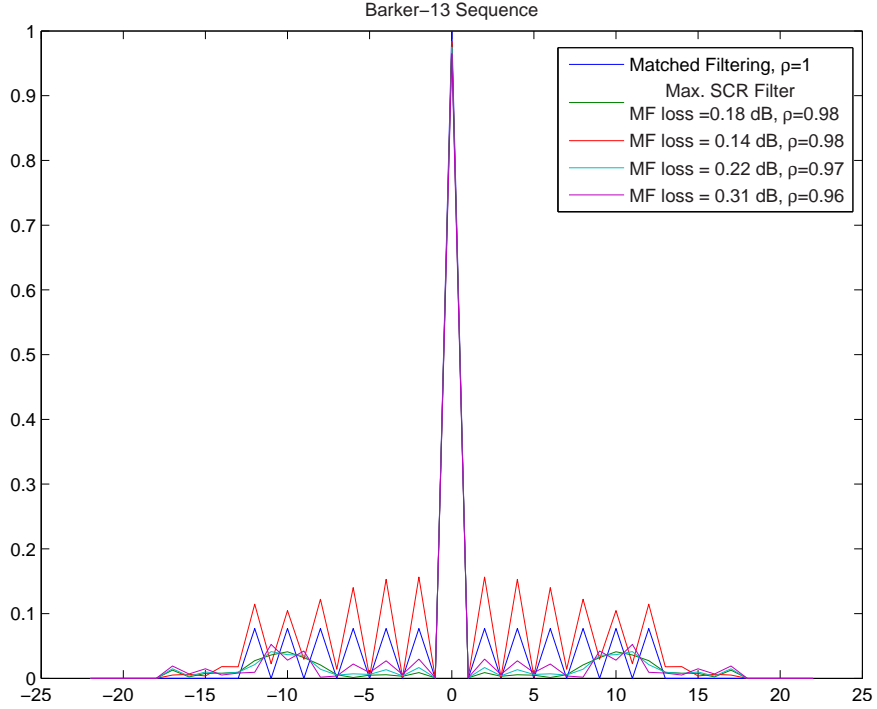
Şekil 3.18: 16 birim uzunluğundaki düz darbe için uyumsuz süzgeçleme sonucunda elde edilen ISL iyileştirme oranı. Şekilde daire ile gösterilen noktalar Şekil 3.19’da gösterilen süzgeçlerdir.



Şekil 3.19: 26 katsayılı uyumsuz süzgeç ile 16 uzunluğundaki düz darbenin çapraz-ıltısı.



Şekil 3.20: 13 birim uzunluğundaki Barker kodu için dalgalar uyumsuz süzgeçleme sonucunda elde edilen ISL iyileştirme oranı. Şekilde daire ile gösterilen noktalar Şekil 3.21’de gösterilen süzgeçlerdir.



Şekil 3.21: 23 katsayılı uyumsuz süzgeç ile 13 uzunluğundaki Barker kodunun çapraz-ilintisi.

3.3.4 Doppler Kayması Durumunda Uyumsuz Süzgeç Tasarımı

Bu bölümde Doppler kaymasının olmadığı durum için verilen, istenmeyen hedeflerin yarattığı girişimi en aza indirmeyi amaçlayan uyumsuz süzgeç tasarımı yönteminin sıfırdan farklı Doppler kayması durumuna uyarlaması yapılacaktır. İstenen ve istenmeyen hedeflerden alınan sinyallerin farklı Doppler değerlerine sahip olması hedeflerin birbirlerinden farklı radyal hızlara sahip olmasından kaynaklanmaktadır. Bu çalışmada üç farklı radar darbesi türü için Doppler kaymasının etkisi ayrı ayrı incelenecektir. İncelenecek olan radar darbesi türleri tek darbe, düzenli atılan darbe grubu ve düzenli atılan ama çeşitliliği olan darbe grubudur.

Tek Darbe Üzerindeki Doppler Etkisi: Doppler kaymasından dolayı alınan sinyalin fazı, sinyalin süresi boyunca değişikliğe uğrar. Bu değişiklik $2\pi v_r T_p / \lambda$ olarak ifade edilebilir. Burada v_r hedefin radyal yöndeki hızı, T_p darbenin süresi, λ ise radar sinyalinin dalga boyudur. Birçok senaryoda T_p süresi mikro saniyeler mertebesindedir. Dalga boyu λ ise santimetre mertebesindedir. Bu nedenle radyal hız 10^4 m/s gibi çok büyük değerlere sahip olmadığı sürece sinyal süresi boyunca faz değişikliği çok az olacaktır. Bu nedenle tek darbe üzerinden tespit yapan çoğu sistem için Doppler kaymasının etkisi ihmal edilebilir gözükmemektedir.

Düzenli Atılan Darbe Grubu Üzerindeki Doppler Etkisi: Klasik darbeleri-Doppler radarlarında, radar darbeleri darbe tekrarlama aralığı (PRI) adı verilen düzenli aralıklarla yayınlanır. Düzenli şekilde yayınlanan darbelerden gelen yankı sinyali evre uyumlu şekilde çalışan tespit sistemine girdi olarak verilir. Darbe grubunda N tane darbe olduğu düşünülürse, ilgilendiğimiz hedeften k_i menzil hücresi ötede ve her PRI aralığı için sabit $\phi_i = 2\pi v_r (\text{PRI}) / \lambda$ radyan faz kaymasına sahip hedefin ilgilendiğimiz hedefte yarattığı girişim aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} I_i &= \left| \sum_{p=0}^{N-1} e^{jp\phi_i} (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s})^H \mathbf{w} \right|^2 = \left| (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s})^H \mathbf{w} \right|^2 \left| \sum_{p=0}^{N-1} e^{jp\phi_i} \right|^2 \\ &= \left| (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s})^H \mathbf{w} \right|^2 \left| \frac{\sin(N\phi_i/2)}{\sin(\phi_i/2)} \right|^2 \end{aligned} \quad (3.81)$$

Eğer L tane girişim yaratan birbirlerinden bağımsız hedef varsa, toplam girişim $I_{\text{total}} = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$ olarak yazılabilir. Burada yapılan işlem denklem (3.69) yapılan işleme çok benzerdir. Son ifadedeki \mathbf{R} matrisinin açık hali şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^L (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s})(\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s})^H \left| \frac{\sin(N\phi_i/2)}{\sin(\phi_i/2)} \right|^2. \quad (3.82)$$

Düzenli Atılan Çeşitliliği Olan Darbe Grubu Üzerindeki Doppler Etkisi: Aynı darbenin tekrarlanması yerine ardışık PRI süresinde farklı darbelerin atıldığı sistemlere darbe çeşitliliği (pulse diversity) olan sistemler olarak adlandırılır. Bu sistemler benzer şekilde N adet darbenin evre uyumlu işlenmesi ile tespit kararını verirler. Alıcı ilgilenilen menzil hücresinden gelen her yansımayı ayrı bir süzgeçle işleyip, işleme sonuçlarını birleştirir.

İlgilendiğimiz menzil hücresinden k_i hücre ötede olan ve ilgilendiğimiz hedeften her PRI süresince ϕ radyan faz kaymasına uğrayan bir hedefin oluşturduğu girişim (3.83) numaralı denklemde verilmiştir. Bu denklemde darbe grubunun k numaralı darbesi \mathbf{s}_k ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
I_i &= \left| \sum_{p=0}^{N-1} e^{jp\phi_i} (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s}_p)^H \mathbf{w}_p \right|^2 = \left| \underbrace{\left[(\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s}_0)^H, e^{jp\phi_i} (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s}_1)^H, \dots, e^{j(N-1)p\phi_i} (\mathbf{J}_{k_i} \mathbf{s}_{N-1})^H \right]}_{\bar{\mathbf{v}}_i^H} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{w}_1 \\ \dots \\ \mathbf{w}_{N-1} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{w}}} \right|^2 \\
&= \bar{\mathbf{w}}^H \bar{\mathbf{v}}_i \bar{\mathbf{v}}_i^H \bar{\mathbf{w}} \quad (3.83)
\end{aligned}$$

Eğer girişim oluşturan L adet hedef varsa, toplam girişim $I_{\text{total}} = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$ şeklinde yazılabilir. Bu ifadedeki \mathbf{R} matrisi aşağıda verilmiştir:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^L \bar{\mathbf{v}}_i \bar{\mathbf{v}}_i^H \quad (3.84)$$

Son ifadedeki $\bar{\mathbf{v}}_i$ vektörü denklem (3.83)'de gösterilmiştir. Daha önce sıfır Doppler kayması için verilen denklemlerde \mathbf{R} matrisi yerine denklem (3.82) veya denklem (3.84)'deki \mathbf{R} matrisinin yazılmasıyla problem tanımı tamamlanmış olur.

Sayısal Karşılaştırmalar: Bu kısımda Doppler kaymasının uyumsuz süzgeçleme çıktısına etkisi incelenecektir. Bu karşılaştırmada kullanılan radar işareti Hadamard matrisinin sütunlarından oluşan darbe çeşitleme özellikleri taşıyan işarettir. Hadamard matrisinin sütunlarının dikgen bir küme oluşturduğu ve tamlayıcı öz-iliintiye (complementary correlation) bilinmektedir, [5, p.269]. Bu karşılaştırmada 16×16 Hadamard matrisinin her sütunu için 26 uzunluğunda bir uyumsuz süzgeç tasarımı yapılmıştır.

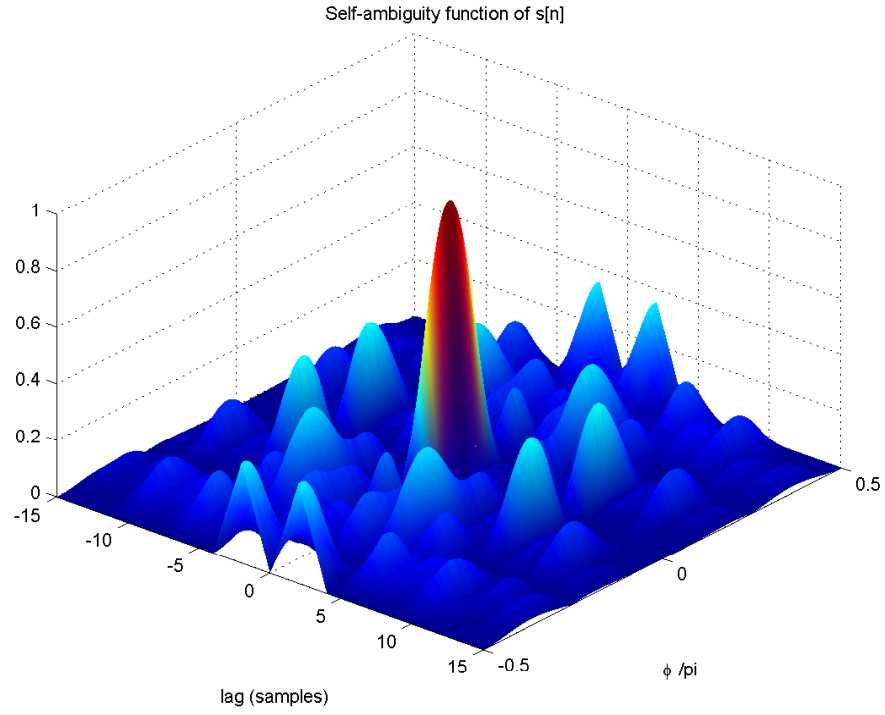
Şekil 3.22'de 16×16 Hadamard kodunun belirsizlik yüzeyi verilmiştir. Burada geçen belirsizlik fonksiyonunun tanımı aşağıda verilmiştir:

$$A_{sw}(k, \phi) = \sum_{p=1}^{N_p} \left(e^{j\phi p} \sum_{k=1}^N s_k[n] w^*[n - k] \right) \quad (3.85)$$

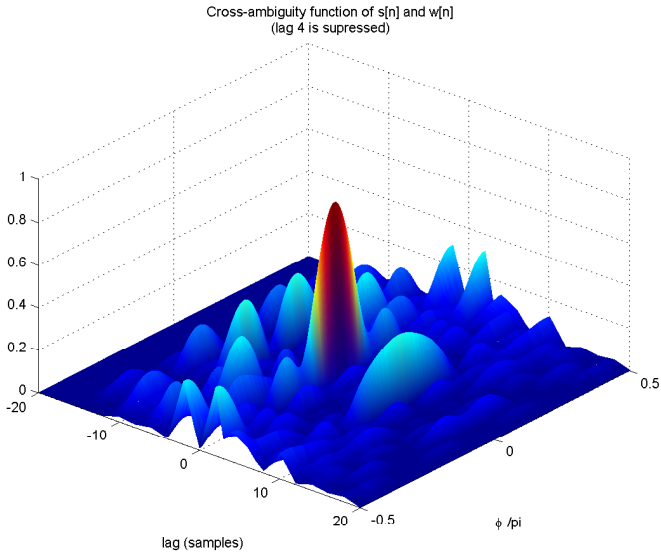
Son ifadede darbe süresi boyunca oluşan faz değişikliği daha önceden anlatılan nedenlerden dolayı ihmal edilmiştir. Bu ifadede N_p atılan darbe sayısı, N kullanılan kodun uzunluğudur. 16×16 Hadamard sistemi için iki parametre de 16 olarak seçilmiştir. Son ifadede $s[n] = w[n]$ alındığı zaman ortaya çıkan ifade öz-belirsizlik fonksiyonunu, eşit olmadığı zaman ortaya çıkan ifade ise çapraz belirsizlik fonksiyonunu göstermektedir.

Şekil 3.22⁷'de verilen öz-belirsizlik yüzeyinde bir çok tepe gözükmemektedir. Birçok tepeden oluşan bu yapı darbe çeşitliliğinin dezavantajlarından biridir. Şekil 3.23'de 4. gecikme ayağındaki tüm Doppler bileşenlerini bastıran uyumsuz süzgecin oluşturduğu çapraz-belirsizlik yüzeyi verilmiştir. Bu tasarımın uyumlu süzgeçten kaybı 1.51 dB'dir, öte yandan 4. gecikme ayağındaki girişim 52 dB bastırılmıştır. Şekil 3.24'de ise bir başka uyumsuz süzgeç tasarımı verilmiştir. Burada hem 4. hem de 8. ayaklardaki girişim bastırılmıştır. Bu tasarımın kaybı 2.51 dB'dir. Bu tasarımın girişim bastırması ise 90 dB'dir.

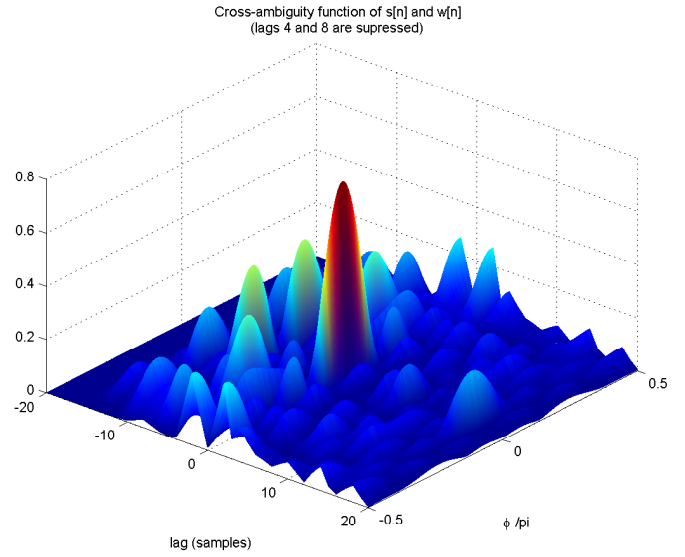
⁷Bu şekile ait MATLAB .fig dosyaları linkte verilmiştir, http://www.eee.metu.edu.tr/~ccandan/pub_dir/figures/radar2010/.



Şekil 3.22: 16 x 16 Hadamard kodunun belirsizlik yüzeyi, [\[URL\]](#).



Şekil 3.23: Uyumsuz süzgeç ve 16 x 16 Hadamard kodunun çapraz-belirsizlik yüzeyi. Burada 4. gecikme ayağındaki girişim bastırılmıştır, [\[URL\]](#).



Şekil 3.24: Uyumsuz süzgeç ve 16 x 16 Hadamard kodunun çapraz-belirsizlik yüzeyi. Burada 4. ve 8 gecikme ayaklarındaki girişim bastırılmıştır, [\[URL\]](#).

Bölüm 4

Tartışma ve Sonuç

Proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme uygulamaları incelenmiştir. Proje çalışmaları tek hedefin beyaz gürültü altında tespiti ve çoklu hedef durumunda hedeflerin birbirlerinin girişimi altında tespiti konu başlıkları altında ikiye ayrılabilir.

Tek Hedefin Beyaz Gürültü Altında Tespiti Problemi:

Tek hedef durumunda ve beyaz gürültü altında en iyi almaç yapısının uyumlu süzgeç yapısı olduğu bilinmektedir. Hedeften gelen sinyalin gecikme ve Doppler parametrelerinin bilinmediği durumda ise gecikme ve Doppler parametrelerini üzerinden kurulan bir süzgeç bankası en iyi almaç yapısını oluşturur.

Projenin ilk aşamasında LFM sinyallerin tespitinde kullanılabilecek iki aşamalı bir tespit yöntemi önerilmiş ve bu yöntemin hem benzetim hem de kuramsal olarak incelemesi yapılmıştır. Bu yöntemin klasik uyumlu süzgeç yapısından farklılıkları ve benzerlikleri şu şekilde sıralanabilir:

1. Önerilen yöntem blok tabanlı olarak çalışmaktadır. Klasik süzgeç yapısı ise akan örnekler üzerinden işlemektedir.
2. Önerilen yöntem belirsizlik yüzeyi fonksiyonunda LFM sinyalinin dağılımıyla uyumlu olacak şekilde çapraz satırlar boyunca sinyal enerjisini toplamaktadır. Önerilen yöntem, belirsizlik yüzeyi LFM'den çok farklı olan sinyaller için uygulanması güçtür.
3. Önerilen yöntem iki aşamalı olarak çalışmaktadır. Birinci aşamada alınan sinyalin kesirli dönüşümü alınmakta ve sonuç bir eşik değeri ile karşılaştırılmaktadır. Bu aşamanın Bayesian tespit kriteri bakımından en iyi çözüm olduğu gösterilmiştir.
4. Önerilen yöntem Bayesian tespit kriterinin değişik durumlarında enerji detektörü ve sinyalin zarfının zaman ve frekans bölgelerindeki evre uyumsuz korelatörüne dönüşmektedir.
5. LFM sinyalleri için, önerilen yöntemin çözünürlüğü uyumlu süzgeç çözünürlüğüne denktir.

Çoklu Hedef Durumunda Tespit Problemi:

Projenin ikinci aşamasında birden fazla hedefin olduğu durumdaki tespit problemi incelenmiştir. Bu problem birbirine yakın iki hedefin ayrıştırılmasında veya çok güçlü bir hedefin yankısı altında

kalan güçsüz bir hedefin tespiti için sağlanması problemleriyle ilişkilidir. Bu konuda yapılan çalışmalar ve varılan sonuçlar şu şekilde özetlenebilir:

1. Radar darbesinin seçimi çözünürlük probleminin önemli bir parçasıdır. Bir başka önemli nokta ise seçilen darbeye uyumsuz bir almaç tasarımıyla çözünürlük değerini, entegrasyondan kazancından bir miktar kayıp vererek, artırmanın mümkün olmasıdır.
2. Çözünürlüğü kötü olan radar sinyalleri entegrasyon kazancın büyük miktarlarda kayıplar verilerek uygun çözünürlüğe getirilebilir.
3. Çözünürlüğü yüksek olan radar sinyalleri ise az miktarda bir kayıpla çok daha iyi çözünürlüklü hale getirilebilirler.
4. Tek bir darbe yerine çeşitli darbelerden oluşan bir grup için tespit ve çözünürlük tartışması yapmak mümkündür. Çeşitli darbelerden oluşan bir grup için, uyumsuz süzgeç tasarım yöntemi darbe grubunun her elemanı için ayrı bir almaç sinyali tasarlanmasını gerektirir. Bu yüksek işlem gereğine rağmen çeşitli darbelerden oluşan grup için uyumsuz süzgeç tasarımı yüksek miktarda kazanç sağlamaktadır.

Proje kapsamında yapılan çalışmalar sonucunda kesirli dönüşümün LFM sinyallerini ayrıştırma özelliği kullanılarak bir tespit yöntemi geliştirilmiştir. Önerilen yöntem daha çok kuramsal bilgimizi genişleten ve konular arasında bağlar kuran bir yöntem olarak düşünülebilir. Bu anlamda akademik olarak anlamı, pratik uygulamalardaki anlamından önde gözükmektedir. Öte yandan yöntemin gerçekleştirilmesindeki pratik zorluklar aşılsa kullanışlı olabileceği de düşünülmektedir.

Uyumsuz süzgeç tasarımı konusunda literatürde çok fazla sayıda yaklaşım bulunmaktadır. Bu yaklaşımların darbe grupları üzerine genellenmesi durumunda literatüre katkı sağlanması mümkün gözükmektedir. Önerilen uyumsuz süzgeç yönteminin çözünürlük problemiyle ilişkilendirilmesi durumunda literatüre katkı sağlanacağı düşünülmektedir.

Bölüm 5

Ekler

5.1 Belirsizlik Fonksiyonunu Oluşturmak İçin Matlab Kodu

```
function out = ambiguity_function(vecr,vecs,Ts,tauinterval,freqinterval);
%function out = ambiguity_function(fvec,Ts,tauinterval,freqinterval);
%
%Plots the ambiguity function of the input
%
% A(tau,u) = \int{ r(t-tau/2)conj(s(t+tau/2))exp(j*2*pi*t*u) dt}
%
%vecr: input signal (linear in vecr)
%vecs: input signal (conjugate-linear in vecs)
%Ts: sampling period of the input signal
%
%tauinterval: desired tau interval for ambiguity plot
% : Example for tauinterval
% : tauinterval=[-2 2 0.1];
% : tauinterval starts at -2, ends at 2, resolution of tau interval =0.1
%freqinterval: desired freq interval for ambiguity plot
% : Example for freqinterval
% : freqinterval=[-2 2 0.1];
% : freqinterval starts at -2, ends at 2, resolution of freq interval =0.1
%
%Example
%
% >> vecs=rect(-2:0.1:2,-1,1).*exp(j*pi*1*(-2:0.1:2).^2); %LFM with duration 2 secs, rate: 1, Ts=0.1;
%
% >> ambi_func(vecs,vecs,0.1,[-2 2 0.1],[-4 4 0.1]);
%
%
%July 2008,
%CC
%

up=2;
vec1=interp(vecr,up);vec1=vec1(:)';
vec2=interp(vecs,up);vec2=vec2(:)';
Tsnew=Ts/up;

freqintervalbegin=freqinterval(1); freqintervalend=freqinterval(2); freqresolution=freqinterval(3);
tauinterval=tauinterval(1):tauinterval(3):tauinterval(2);

if length(vec2)>length(vec1),
    vec1=[vec1 zeros(1,length(vec2)-length(vec1))];
end;

if length(vec1)>length(vec2),
```

```

        vec2=[vec2 zeros(1,length(vec1)-length(vec2))];
    end;

    Npoints=1/Tsnew/freqresolution;
    Npoints=2^ceil(log2(Npoints));

    index=0;
    for tauprime=tauinterval
        index=index+1;
        dum=shiftright(vec1,tauprime/2,Tsnew).*conj(shiftright(vec2,tauprime/2,Tsnew));
        out(:,index)=Tsnew*fftshift(fft(dum,Npoints)).'*Npoints;
    end;

    freqintervaldum=linspace(-1/Tsnew*0.5,1/Tsnew*0.5,Npoints);

    startl=min(find(freqintervaldum>freqintervalbegin));
    endl=max(find(freqintervaldum<freqintervalend));

    figure(1), %MESH PLOT
    mesh(tauinterval,freqintervaldum(startl:endl),abs(out(startl:endl,:)));
    dum=axis; dum([3 4])=[freqintervalbegin freqintervalend]; axis(dum)
    xlabel('tau (sec)'); ylabel('freq (Hz)');

    figure(2), %CONTOUR PLOT
    contour(tauinterval,freqintervaldum(startl:endl),abs(out(startl:endl,:)));
    xlabel('tau (sec)'); ylabel('freq (Hz)');

    if all(vec1==vec2),
        figure(1), title('Self Ambiguity Function of s(t)'),
        figure(2), title('Self Ambiguity Function of s(t)'),
    else
        figure(1), title('Cross Ambiguity Function of the s(t) and r(t)'),
        figure(2), title('Cross Ambiguity Function of the s(t) and r(t)'),
    end;

    %%%%%%%%%%
    function out=shiftright(vec,shiftsec,Ts);

    if shiftsec<0, out=shiftright(vec,-1*shiftsec,Ts);return; end;

    shiftsamples=round(shiftsec/Ts);
    dum=length(vec)-shiftsamples;
    if dum<=0, out=0; return;end;

    out = [zeros(1,shiftsamples) vec(1:dum)];
    %%%%%%%%%%
    function out=shiftright(vec,shiftsec,Ts);

    if shiftsec<0, out=shiftright(vec,-1*shiftsec,Ts);return; end;

    shiftsamples=round(shiftsec/Ts);
    dum=length(vec)-shiftsamples;
    if dum<=0, out=0; return;end;
    out = [vec((shiftsamples+1):end) zeros(1,shiftsamples)];
    %%%%%%%%%%

```

5.2 Uyumsuz Süzgeç Tasarımı İçin Matlab Kodu

```

function [w,ISL]=misfil_design(s,rho,M);
%function [w,ISL]=misfil_design(s,rho,M);
%Mismatched filter design

```

```

% s : signal to match with a desired fidelity
% rho : the desired correlation coefficient between s and w
% M : the output w vector is N+2M length
%
% w : mismatched filter
% ISL : Integrated Side-lobe level
%
% August 2009,
% CC
%

s=s(:); s=s./norm(s);
s = [zeros(M,1); s; zeros(M,1)];
N=length(s);

R=zeros(N,N);
for n=setdiff(-(N-M-1):(N-M-1),0)
    neg_n=0;
    if n<0, neg_n=1; n=-1*n; end;
    vec_r=zeros(1,N);vec_r(n+1)=1;vec_c=zeros(1,N);vec_c(1)=vec_r(1);
    Jn=toeplitz(vec_c,vec_r);
    if neg_n==1, Jn=Jn'; end;
    xcor(n+1)=s'*Jn*s;
    R = R + Jn*s*s'*Jn';
end

P = eye(N) - s*s';
Nmat = P*randn(N,N-1);
fprintf('Nmat : Rank %d and cond number %0.5g',rank(Nmat),cond(Nmat))
%rank(Nmat),cond(Nmat)

U=orth(Nmat); %clear Nmat
[V,lambda]=eig(U'*R*U); lambda=real(diag(lambda));
b = -V'*U'*R*s;
RHS=(1-rho^2)/rho^2;

for k=1:(N-1),
    gamma_a(k) = fzero(@(gamma) my_func(gamma,b,lambda,RHS),-lambda(k)+0.1);
    gamma_b(k) = fzero(@(gamma) my_func(gamma,b,lambda,RHS),-lambda(k)-0.1);
end;
gammas=sort([gamma_a gamma_b]);
index = diff([gammas 0])>1e-3;
gammas = gammas([index]);
if length(gammas)==0, gammas=gamma_a(1); end;

big_gamma = gammas(end);

x = rho*V*(diag(1./(lambda+big_gamma)))*b;
w = U*x + rho*s;
ISL = w'*R*w;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function f = my_func(gamma,num,denom,RHS)
if length(gamma)==1,
    f = sum((num.*conj(num))./((denom+gamma).^2)) - RHS;
else
    index=0;
    for gamma_current=gamma;
        index=index+1;
        f(index) = sum( (num.*conj(num)) ./((denom+gamma_current).^2)) - RHS;
    end;
end;
end;

```

Kaynaklar

- [1] OZAKTAS H. M., *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing*. John Wiley and Sons, (2001).
- [2] BLAHUT R., *The IMA Volumes in Mathematics and its Applications Vol. 32*, Chapter 1: Theory of Remote Surveillance Algorithms, pp: 1–65. Springer Verlag, (1991).
- [3] PAPOULIS A., *Signal Analysis*. McGraw-Hill, (1977).
- [4] RICHARDS M. A., *Fundamentals of Radar Signal Processing*. McGraw-Hill, (2005).
- [5] LEVANON N., Mozeson E., *Radar Signals*. Wiley-Interscience and IEEE Press, (2004).
- [6] KAY S., Boudreaux-Bartels F. G., On the Optimality of the Wigner Distribution for Detection. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 10, pp: 1017–1020, (1985).
- [7] WOOD J. C., Barry D. T., Linear Signal Synthesis Using the Radon-Wigner Transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42, pp: 2105–2111, (1994).
- [8] OZDEMIR A. K., Arikan O., Fast Computation of the Ambiguity Function and the Wigner Distribution on Arbitrary Line Segments. *IEEE Trans. Signal Processing*, 49, pp: 381–393, (2001) .
- [9] RIHACZEK A. W., *Principles of High Resolution Radar*. McGraw-Hill, (1969).
- [10] SIEBERT W. M., Studies of Woodward’s Uncertainty Function. Quart. Progr. Rept., Res. Lab. of Electronics, MIT, Cambridge, Massachusetts, (1958) .
- [11] SUSSMAN S. M., Least-Square Synthesis of Radar Ambiguity Functions. *IRE Transactions on Information Theory*, 8, pp: 246–254, (1962).
- [12] FAREN D. C., Scharf L. L., A Unified Framework for the Sussman, Moyal and Janssen Formulas. *IEEE Signal Processing Magazine*, pp: 124–125, (2006).
- [13] TREES H. L. V., *Detection, Estimation and Modulation Theory, part 3*. John Wiley - Sons, (1971).
- [14] STUTT C., Some results on real-part/imaginary-part and magnitude-phase relations in ambiguity functions. *IEEE Trans. Information Theory*, 10, pp: 321–327, (1964).
- [15] ARIKAN O., Ozdemir A. K., System and Method for Detection and Tracking of Targets, US Patent, (2007).

- [16] CANDAN C., On the Implementation of Optimal Receivers for LFM Signals using Fractional Fourier Transform. *IEEE Radar Conference*, (2008).
- [17] CANDAN C., Yilmaz A. O., Efficient methods of clutter suppression for coexisting land and weather clutter systems. *IEEE Radar Conference*, (2008) .
- [18] CANDAN C., Yilmaz A. O., Efficient methods of clutter suppression for coexisting land and weather clutter systems. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 45, pp: 1641–1650, (2009).
- [19] WANG M., Chan A. K., Chui C. K., Linear Frequency-modulated Signal Detection Using Radon-Ambiguity Transform. *IEEE Trans. Signal Processing*, 46, pp: 571–586, (1998).
- [20] AKAY O., Boudreaux-Bartels G. F., Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals. *IEEE Trans. Signal Processing*, 49, pp: 979–993, (2001).
- [21] JENNISON B. K., Detection of Polyphase Pulse Compression Waveforms Using The Radon-Ambiguity Transform. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 39, pp: 335–343, (2003).
- [22] OZDEMIR A. K., *Novel Time-Frequency Analysis Techniques for Deterministic Signals*. (Doktora Tezi), Bilkent University, Ankara, Turkey, (2003).
- [23] STUTT C., A Note On Invariant Relations For Ambiguity and Distance Functions. *IEEE Trans. Information Theory*, 5, pp: 164–167, (1959).
- [24] OZAKTAS H. M., Arikan O., Kutay M. A., Bozdagi G., Digital computation of the fractional Fourier transform. *IEEE Trans. Signal Processing*, 44, pp: 2141–2150, (1996).
- [25] CANDAN C., Kutay M. A., Ozaktas H. M., The discrete fractional Fourier transform. *IEEE Trans. Signal Processing*, 48, pp: 1329–1337, (2000).
- [26] CANDAN C., On the Optimality of Detectors Defined Over The Ambiguity Plane. *IEEE Radar Conference*, (2009).
- [27] HLAWATSCH F., Boudreaux-Bartels G. F., Linear and quadratic time-frequency signal representations. *IEEE Signal Processing Magazine*, 9, pp: 21–67, (1992).
- [28] MALTZ G., Hlawatsch F., Wigner Distributions (nearly) everywhere: time-frequency analysis of signals, systems, random processes, signal spaces and frames. *Elsevier Signal Processing*, 83, pp: 1355–1378, (2003).
- [29] FLANDRIN P., On Detection-Estimation Procedures in the Time-Frequency Plane. *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process.*, pp: 2331–2334, (1986).
- [30] FLANDRIN P., A Time-Frequency Formulation Of Optimal Detection. *IEEE Trans. Signal Processing*, 36, pp: 1377–1384, (1988).
- [31] SAYEED A. M., Jones D. L., Optimal Detection Using Bilinear Time-Frequency and Time-Scaler Representations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 43, pp: 2872–2883, (1995).

- [32] SAYEED A. M., Jones D. L., Corrections to Optimal Detection Using Bilinear Time-Frequency and Time-Scaler Representations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 45, pp: 761–762, (1997).
- [33] KAY S. M., *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory*. Prentice Hall, (1998).
- [34] MCDONOUGH R. N., Whalen A. D., *Detection Of Signals In Noise*. Academic Press, (1995).
- [35] BLAHUT R. E., *Theory of Remote Image Formation*. Cambridge University Press (2004).
- [36] STUTT C., Spafford L., A 'best' mismatched filter response for radar clutter discrimination. *IEEE Trans. Information Theory*, 14, pp: 280–287, (1968).
- [37] CANDAN C., On The Design of Mismatched Filters With An Adjustable Matched Filtering Loss. *IEEE Radar Conference* (2010).
- [38] GRIEP K., Ritcey J., Burlingame J., Poly-phase codes and optimal filters for multiple user ranging. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 31, pp: 752–767, (1995).
- [39] ZEJAK A., Zentner E., Rapajic P., Doppler optimised mismatched filters. *Electronics Letters*, 27, pp: 558–560, (1991).
- [40] ZORASTER S., Minimum peak range sidelobe filters for binary phase-coded waveforms. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, AES-16, pp: 112–115, (1980).
- [41] STOICA P., Li J., Xue M., On binary probing signals and instrumental variables receivers for radar. *IEEE Trans. Information Theory*, 54, pp: 3820–3825, (2008).

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje No: 106E187
Proje Başlığı: Kesirli Fourier Dönüşüm Uygulamaları ile Darbeli Doppler Radarların Tespit ve Çözünürlük Yeteneklerinin Geliştirilmesi
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Y. Doç. Dr. Çağatay Candan
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: Başka bir kuruluş tarafından desteklenmemektedir.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: Şubat 2007 – Şubat 2010
Öz (en çok 70 kelime) Proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme alanındaki uygulamaları çalışılmıştır. Bu amaçla darbeli Doppler radar sistemleri için bilinen uyumlu süzgeç bankası almaç yapısına alternatif olabilecek bir yapı önerilmiş ve bu yapının en iyi Bayes almaç yapısı olduğu gösterilmiştir. Bu yapının çözünürlük sınırları incelenmiş ve çoklu hedef durumunda ilgilenmediğimiz hedeflerin ilgilendiğimiz hedefe olan girişimini azaltmak amacıyla bir uyumsuz süzgeç tasarım yöntemi önerilmiştir.
Anahtar Kelimeler: Kesirli Fourier Dönüşümü, Belirsizlik Fonksiyonu, Wigner Dağılımı, Radar, Darbeli Doppler Radarı, Radar İşaret İşleme, Tespit, Çözünürlük, Uyumsuz Süzgeç Tasarımı.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> <small>Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.</small>
Projeden Yapılan Yayınlar: <ol style="list-style-type: none">1. C. Candan, "On the Implementation of Optimal Receivers for LFM Signals Using Fractional Fourier Transform" IEEE Radar Conference, 2008.2. C. Candan, A.O. Yilmaz, "Efficient Methods of Doppler Processing for Coexisting Land and Weather Clutter," IEEE Radar Conference, 2008.3. C. Candan, "On the Optimality of Detectors Defined Over The Ambiguity Plane," IEEE Radar Conference, 2009.4. C. Candan, "On The Design of Mismatched Filters With An Adjustable Matched Filtering Loss," IEEE Radar Conference, 2010.

5. C. Candan, A.O. Yilmaz, "Efficient Methods of Clutter Suppression for Coexisting Land and Weather Clutter Systems," IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems, Volume 45, Issue 4, p. 1641-1650, 2009.

TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU

Proje No: 106E187
Proje Başlığı: Kesirli Fourier Dönüşüm Uygulamaları ile Darbeli Doppler Radarların Tespit ve Çözünürlük Yeteneklerinin Geliştirilmesi
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Y. Doç. Dr. Çağatay Candan
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: Başka bir kuruluş tarafından desteklenmemektedir.
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: Şubat 2007 – Şubat 2010
Öz (en çok 70 kelime) Proje kapsamında kesirli Fourier dönüşümünün radar işaret işleme alanındaki uygulamaları çalışılmıştır. Bu amaçla darbeli Doppler radar sistemleri için bilinen uyumlu süzgeç bankası almaç yapısına alternatif olabilecek bir yapı önerilmiş ve bu yapının en iyi Bayes almaç yapısı olduğu gösterilmiştir. Bu yapının çözünürlük sınırları incelenmiş ve çoklu hedef durumunda ilgilenmediğimiz hedeflerin ilgilendiğimiz hedefe olan girişimini azaltmak amacıyla bir uyumsuz süzgeç tasarım yöntemi önerilmiştir.
Anahtar Kelimeler: Kesirli Fourier Dönüşümü, Belirsizlik Fonksiyonu, Wigner Dağılımı, Radar, Darbeli Doppler Radarı, Radar İşaret İşleme, Tespit, Çözünürlük, Uyumsuz Süzgeç Tasarımı.
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> <small>Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.</small>
Projeden Yapılan Yayınlar: <ol style="list-style-type: none">1. C. Candan, "On the Implementation of Optimal Receivers for LFM Signals Using Fractional Fourier Transform" IEEE Radar Conference, 2008.2. C. Candan, A.O. Yilmaz, "Efficient Methods of Doppler Processing for Coexisting Land and Weather Clutter," IEEE Radar Conference, 2008.3. C. Candan, "On the Optimality of Detectors Defined Over The Ambiguity Plane," IEEE Radar Conference, 2009.4. C. Candan, "On The Design of Mismatched Filters With An Adjustable Matched Filtering Loss," IEEE Radar Conference, 2010.

5. C. Candan, A.O. Yilmaz, "Efficient Methods of Clutter Suppression for Coexisting Land and Weather Clutter Systems," IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems, Volume 45, Issue 4, p. 1641-1650, 2009.