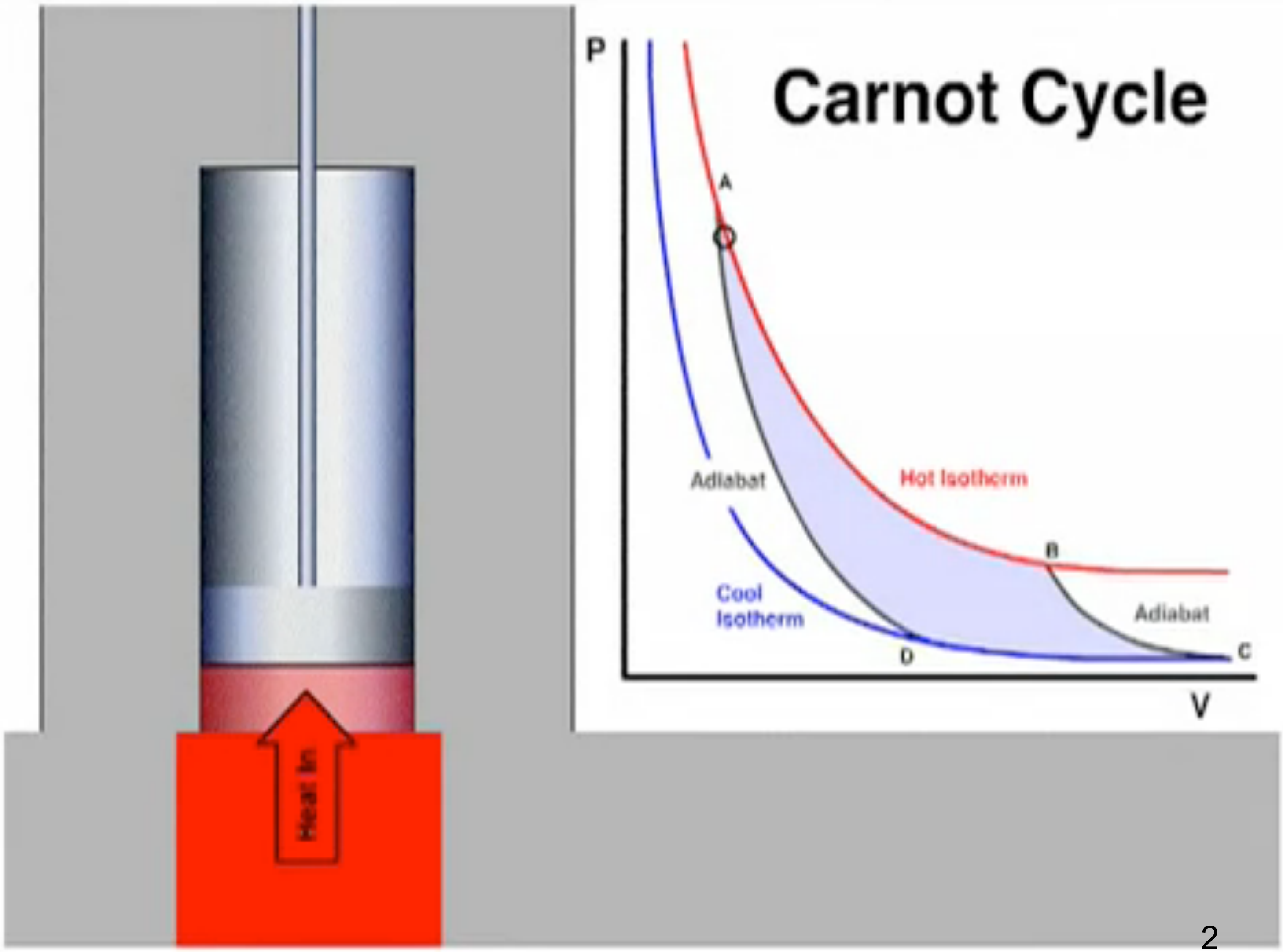
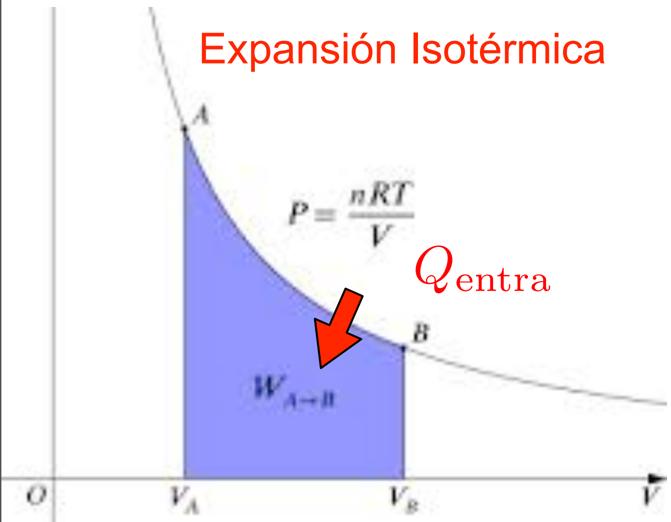
Ejemplo: Ciclo de Carnot



Usando integrales:



Como la energía es constante,

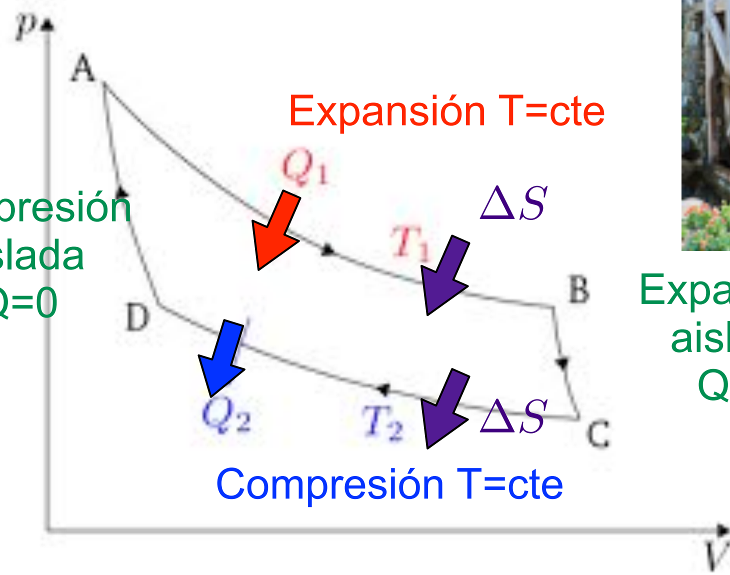
$$Q_{\text{entra}} = W_{\text{sale}} = \int_{V_A}^{V_B} PdV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{Nk_BT}{V} dV$$

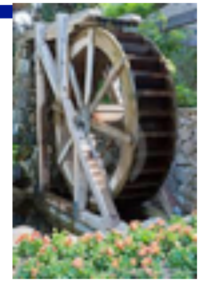
$$= Nk_BT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = Nk_BT \ln(V)\Big|_{V_A}^{V_B} = Nk_BT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Sadi Carnot

Entropía=

"... como el agua que empuja una rueda..."



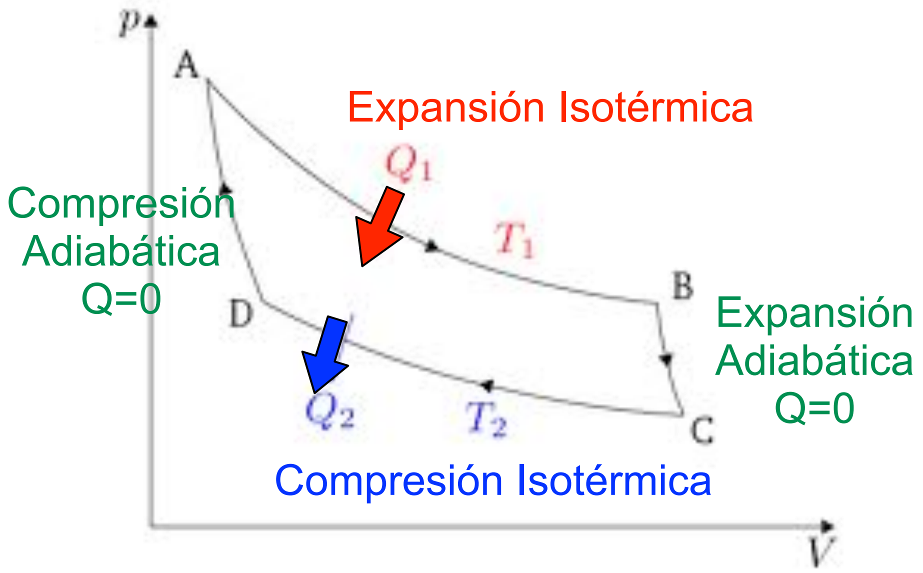


Expansión aislada Q=0

$$\Delta S = \frac{\delta Q}{T} = Nk_B \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

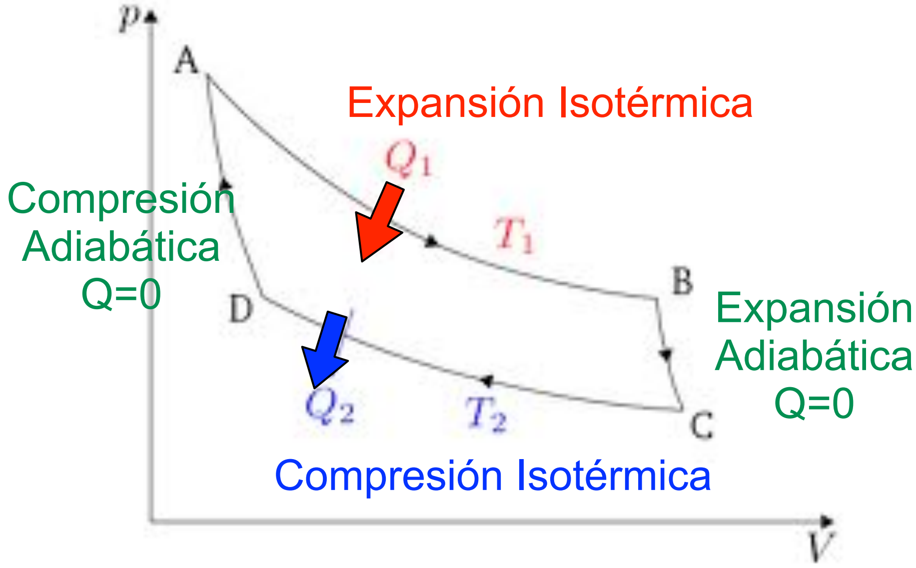
$$= \frac{\delta Q}{T} = Nk_B \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

Recordemos: El ciclo de Carnot...



$$E = \frac{3}{2} N k_B T \qquad PV = N k_B T$$

Recordemos: El ciclo de Carnot...

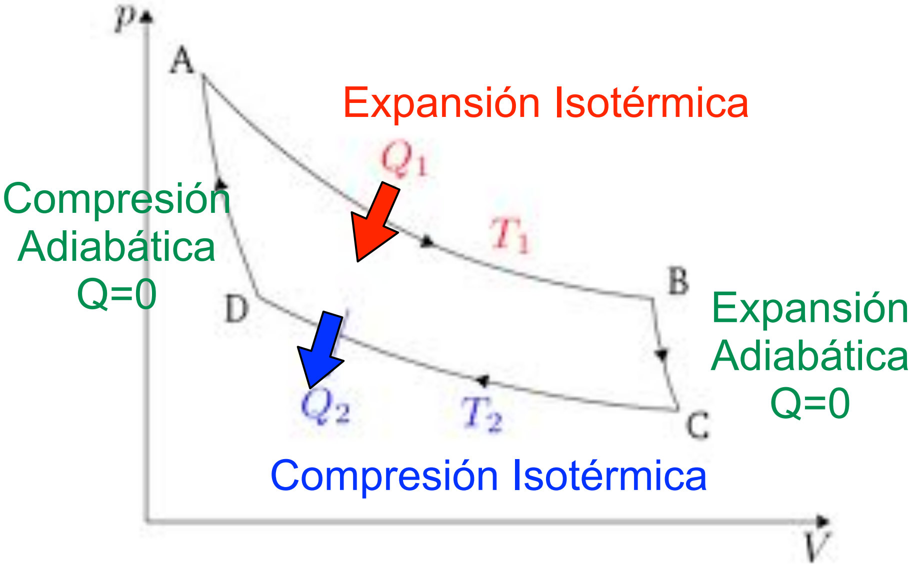


$$E = \frac{3}{2} N k_B T \qquad PV = N k_B T$$

$$Q_1 = \int_A^B P dV = N k_B T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = -\int_C^D P dV = N k_B T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

Recordemos: El ciclo de Carnot...



$$E = \frac{3}{2} N k_B T \qquad PV = N k_B T$$

$$Q_1 = \int_A^B P dV = N k_B T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = -\int_C^D P dV = N k_B T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

En la expansión adiabática,

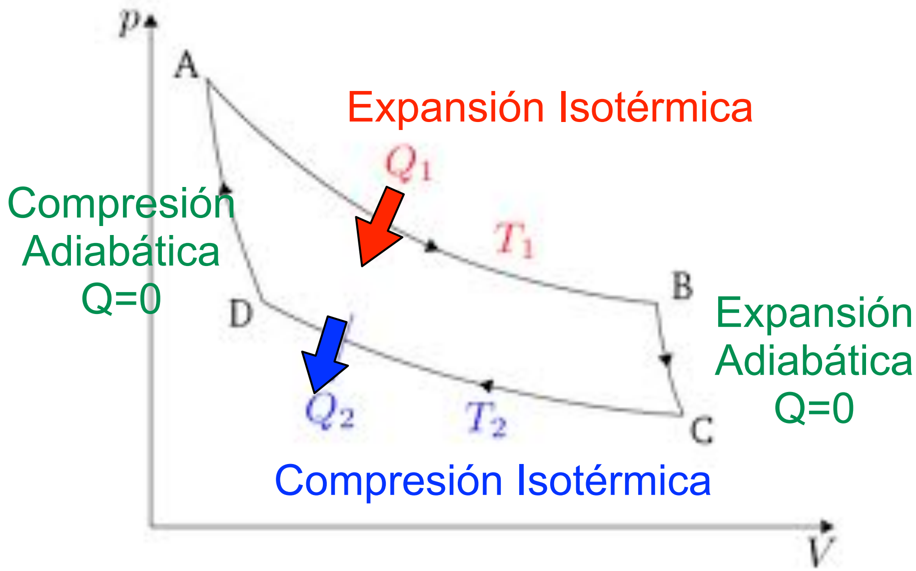
$$dE = -p dV$$

$$\frac{3}{2} N k_B dT = -\frac{N k_B T}{V} dV$$

$$\int_B^C \frac{dV}{V} = -\frac{3}{2} \int_B^C \frac{dT}{T}$$

$$\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} = \frac{V_D}{V_A}$$

Recordemos: El ciclo de Carnot...



$$E = \frac{3}{2} N k_B T \qquad PV = N k_B T$$

$$Q_1 = \int_A^B P dV = N k_B T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = -\int_C^D P dV = N k_B T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

En la expansión adiabática,

$$dE = -pdV$$

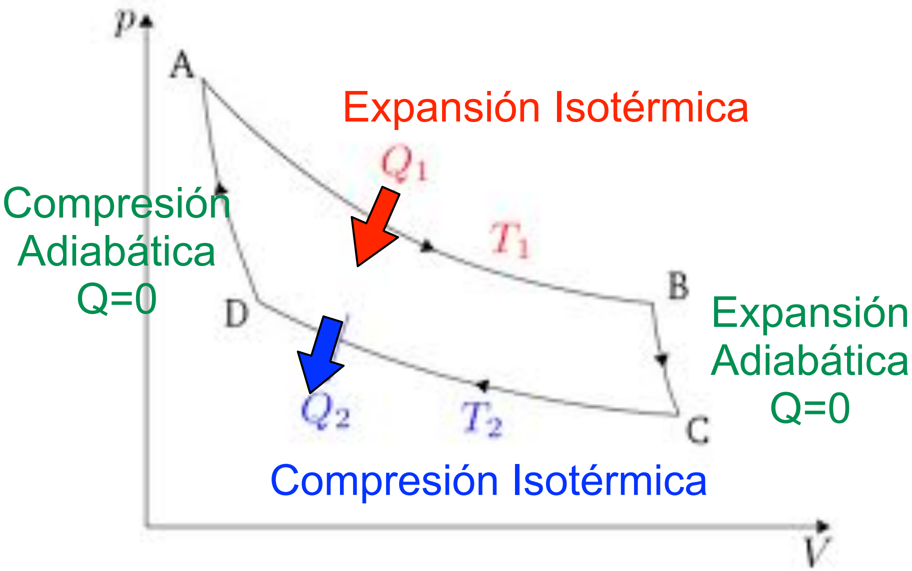
$$\frac{3}{2} N k_B dT = -\frac{N k_B T}{V} dV$$

$$\int_B^C \frac{dV}{V} = -\frac{3}{2} \int_B^C \frac{dT}{T}$$

$$\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} = \frac{V_D}{V_A}$$

$$\boxed{\frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q_1}{T_1}}$$

Recordemos: El ciclo de Carnot...



$$E = \frac{3}{2} N k_B T \qquad PV = N k_B T$$

$$Q_1 = \int_A^B P dV = N k_B T_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = -\int_C^D P dV = N k_B T_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

En la expansión adiabática,

$$dE = -p dV$$

$$\frac{3}{2} N k_B dT = -\frac{N k_B T}{V} dV$$

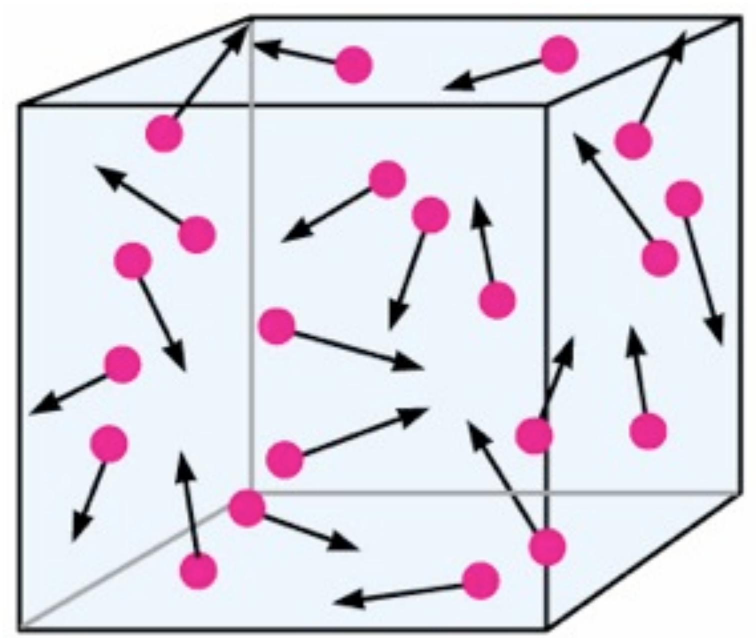
$$\int_B^C \frac{dV}{V} = -\frac{3}{2} \int_B^C \frac{dT}{T}$$

$$\frac{V_C}{V_B} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} = \frac{V_D}{V_A}$$

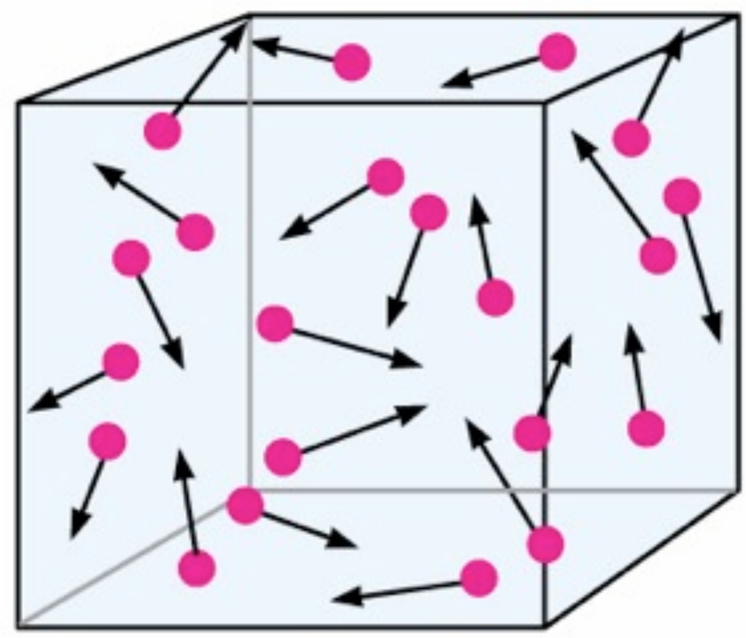
$$\boxed{\frac{Q_2}{T_2} = -\frac{Q_1}{T_1}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta S(A \to B) &= \frac{Q_1}{T_1} \\ &= N k_B (\ln V_B - \ln V_A) \end{aligned}}$$

Y a nivel microscópico, ¿Qué es la Entropía?



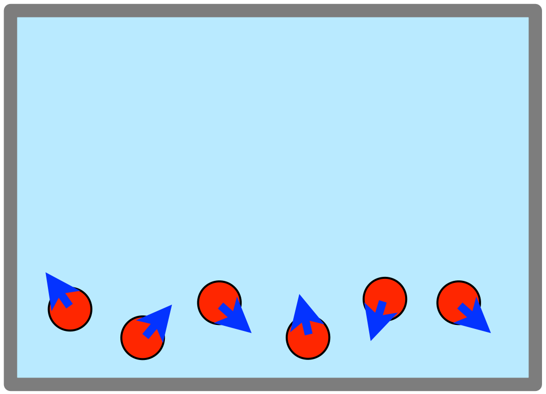
Y a nivel microscópico, ¿Qué es la Entropía?



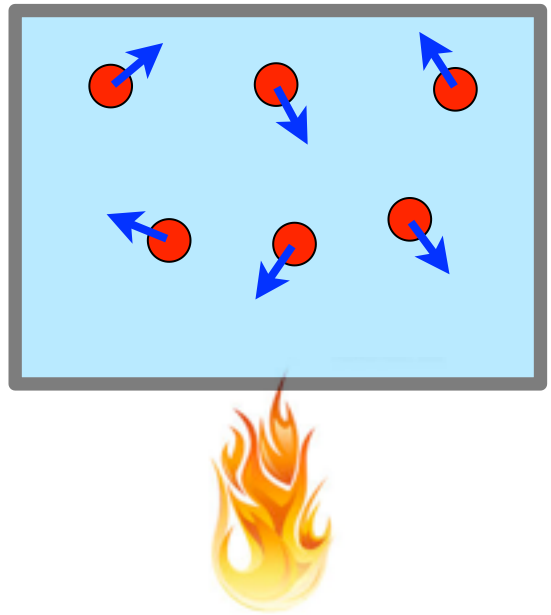
Entropía= Cuánta información nos falta para saber cuál es exactamente el estado del sistema

Un efecto del calor es que cada vez sabemos menos del estado del sistema.

Casi quietas y en el fondo (digamos que por gravedad)



Moviéndose muy rápido y en todos lados

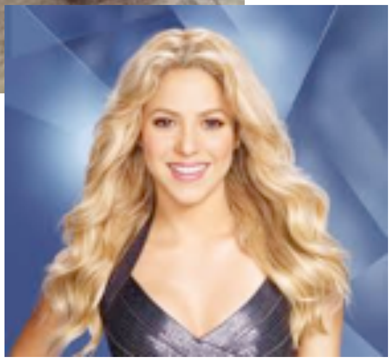


¿Cuánta información nos falta para saber exactamente dónde están las moléculas y qué velocidad tienen?= <u>Entropía</u>

La información se mide en bits (Shannon)

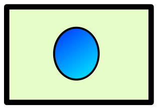
1 Bit= La información que obtengo cuando me responden una pregunta de Si/No

Ej: El juego de las 20 preguntas

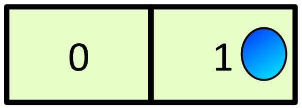





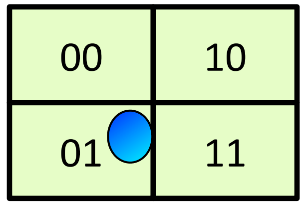
Ejemplo: El juego de las 20 preguntas



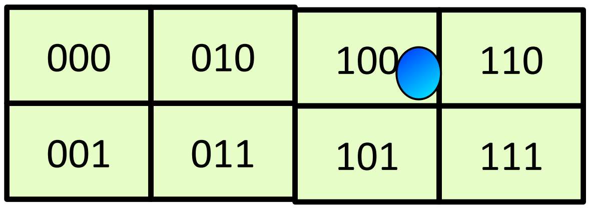
Para **un** solo sitio,
no necesito bits



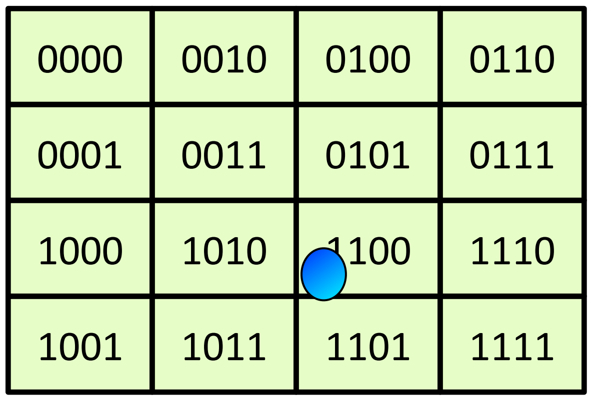
Para **dos** sitios,
necesito **1 bit**



Para **cuatro** sitios,
necesito **2 bits**



Para **ocho** sitios,
necesito **3 bits**

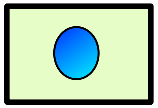


Para **16** sitios,
necesito **4 bits**

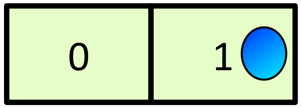
Cada vezque se duplican,
necesito 1 pregunta más.

Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

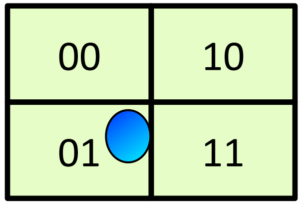
¿Cuántas preguntas necesito para saber quién es?



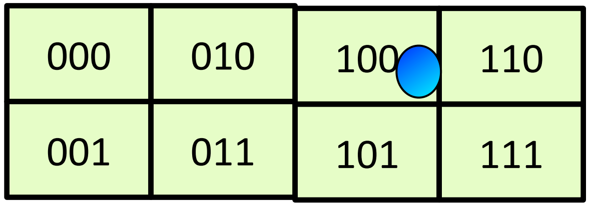
Para **un** solo sitio,
no necesito bits



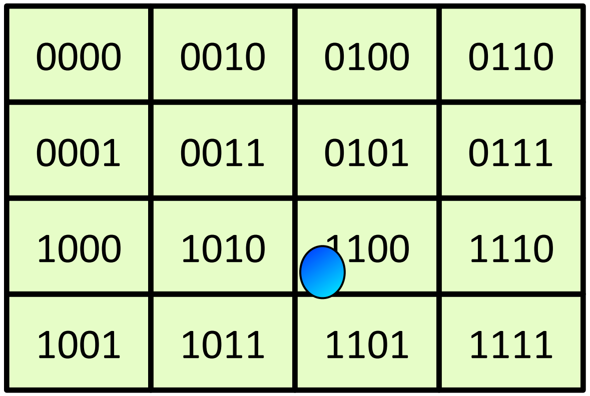
Para **dos** sitios,
necesito **1 bit**



Para **cuatro** sitios,
necesito **2 bits**



Para **ocho** sitios,
necesito **3 bits**

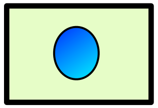


Para **16** sitios,
necesito **4 bits**

Cada vezque se duplican,
necesito 1 pregunta más.

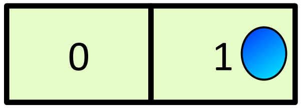
Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

¿Cuántas preguntas necesito para saber quién es?



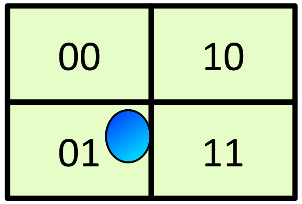
Para **un** solo sitio,
no necesito bits

$$1 = 2^0$$



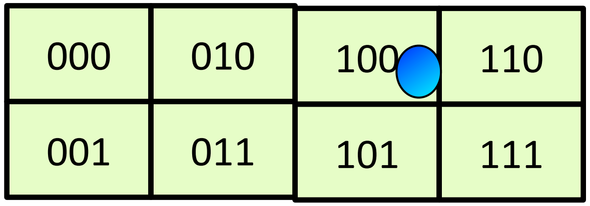
Para **dos** sitios,
necesito **1 bit**

$$2 = 2^1$$



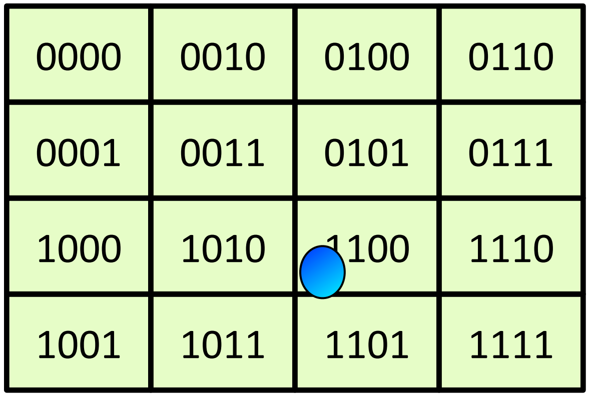
Para **cuatro** sitios,
necesito **2 bits**

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$



Para **ocho** sitios,
necesito **3 bits**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$



Para **16** sitios,
necesito **4 bits**

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

Cada vezque se duplican,
necesito 1 pregunta más.

Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

¿Cuántas preguntas necesito para saber quién es?

Para **un** solo sitio, no necesito bits

$$1 = 2^0$$

0	1

Para **dos** sitios, necesito **1 bit**

$$2 = 2^1$$

00	10
01	11

Para **cuatro** sitios, necesito **2 bits**

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

000	010	100	110
001	011	101	111

Para **ocho** sitios, necesito **3 bits**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

0000	0010	0100	0110
0001	0011	0101	0111
1000	1010	1100	1110
1001	1011	1101	1111

Para **16** sitios, necesito **4 bits**

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

Cada vezque se duplican, necesito 1 pregunta más.

$$\#\text{sitios} = 2^{\#\text{bits}}$$

de preguntas y respuestas Si/No que necesito hacer para saber quién es

Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

Para **un** solo sitio, no necesito bits

$$1 = 2^0$$

0	1

Para **dos** sitios, necesito **1 bit**

$$2 = 2^1$$

00	10
01	11

Para **cuatro** sitios, necesito **2 bits**

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

000	010	100	110
001	011	101	111

Para **ocho** sitios, necesito **3 bits**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

0000	0010	0100	0110
0001	0011	0101	0111
1000	1010	1100	1110
1001	1011	1101	1111

Para **16** sitios, necesito **4 bits**

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\# \text{ sitios} = 2^{\# \text{ bits}}$$

$$=$$

Ese exponente se llama el logaritmo

$$\boxed{\# \text{ bits} = \log_2 (\# \text{ sitios})}$$

Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

¿Cuántas preguntas necesito para saber quién es?

Para **un** solo sitio, no necesito bits

$$1 = 2^0$$

0	1

Para **dos** sitios, necesito **1 bit**

$$2 = 2^1$$

00	10
01	11

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

Para **cuatro** sitios, necesito **2 bits**

000	010	100	110
001	011	101	111

Para **ocho** sitios, necesito **3 bits**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

0000	0010	0100	0110
0001	0011	0101	0111
1000	1010	1100	1110
1001	1011	1101	1111

Para **16** sitios, necesito **4 bits**

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\# \text{ sitios} = 2^{\boxed{\# \text{ bits}}}$$

$$\shortparallel$$

Ese exponente se llama el logaritmo

$$\boxed{\# \text{ bits} = \log_2 (\# \text{ sitios})}$$

Ejemplo: El juego de las 20 preguntas

¿Cuántas preguntas necesito para saber quién es?

Para **un** solo sitio, no necesito bits

$$1 = 2^0$$

0	1

Para **dos** sitios, necesito **1 bit**

$$2 = 2^1$$

00	10
01	11

Para **cuatro** sitios, necesito **2 bits**

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

000	010	100	110
001	011	101	111

Para **ocho** sitios, necesito **3 bits**

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

0000	0010	0100	0110
0001	0011	0101	0111
1000	1010	1100	1110
1001	1011	1101	1111

Para **16** sitios, necesito **4 bits**

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\# \text{ sitios} = 2^{\boxed{\# \text{ bits}}}$$

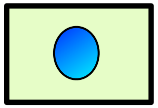
$=$

2= la base

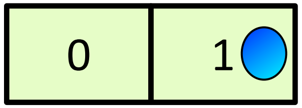
Ese exponente se llama el logaritmo

$$\boxed{\# \text{ bits} = \log_2 (\# \text{ sitios})}$$

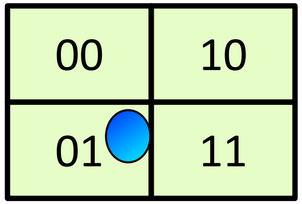
La información se mide en bits (Shannon)



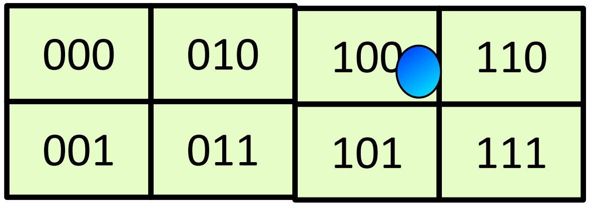
Para **un** solo sitio,
no necesito bits



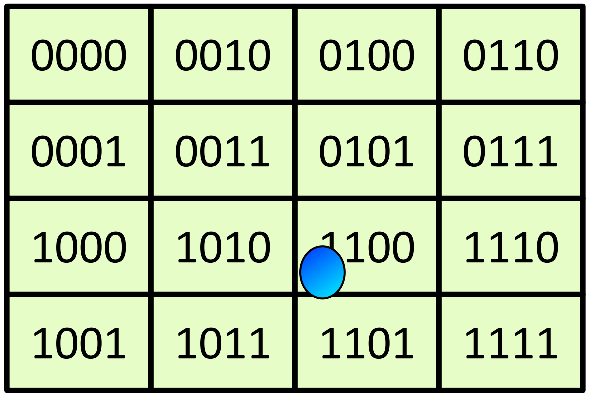
Para **dos** sitios,
necesito **1 bit**



Para **cuatro** sitios,
necesito **2 bits**



Para **ocho** sitios,
necesito **3 bits**



Para **16** sitios,
necesito **4 bits**

$$\#\text{sitios} = 2^{\#\text{bits}}$$

$$\boxed{\#\ \text{bits} = \ln_2(\#\ \text{sitios})}$$

Si todos los sitios son
igualmente probables

La información se mide en bits (Shannon)

¿Cuántos bits necesito para identificar dónde está una partícula?

Para **un** solo sitio,
no necesito bits

0	1

Para **dos** sitios,
necesito **1 bit**

00	10
01	11

Para **cuatro** sitios,
necesito **2 bits**

000	010	100	110
001	011	101	111

Para **ocho** sitios,
necesito **3 bits**

0000	0010	0100	0110
0001	0011	0101	0111
1000	1010	1100	1110
1001	1011	1101	1111

Para **16** sitios,
necesito **4 bits**

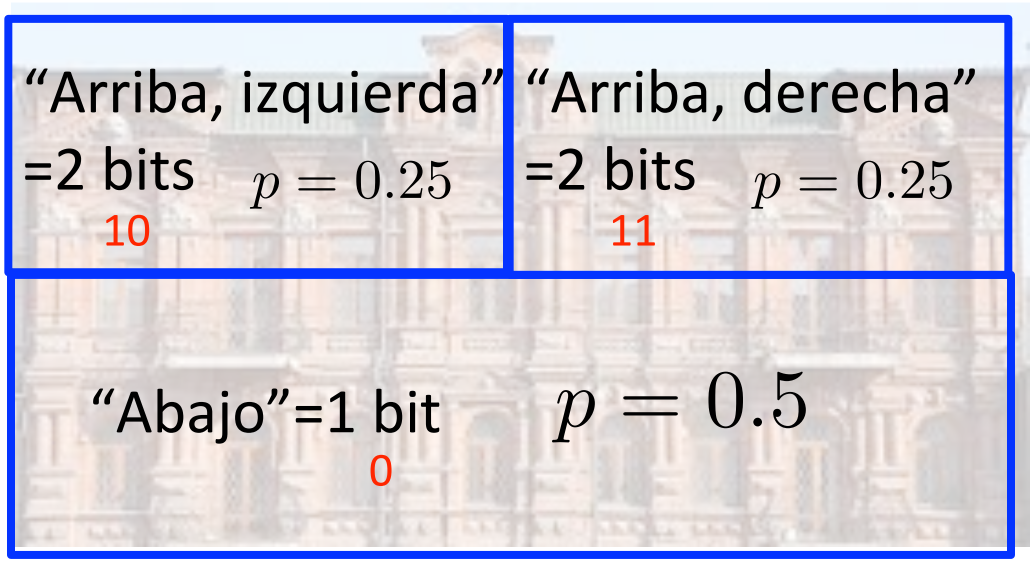
$$\#\text{sitios} = 2^{\#\text{bits}}$$

$$\boxed{\#\ \text{bits} = \ln_2(\#\ \text{sitios})}$$

Si todos los sitios son
igualmente probables

Entropía: la información promedio que nos falta para saber en qué estado está el sistema

¿Dónde está Jazmine? p= la probabilidad de que esté allí



$$p = 0.5 = \frac{1}{2^1}$$ 1 bit

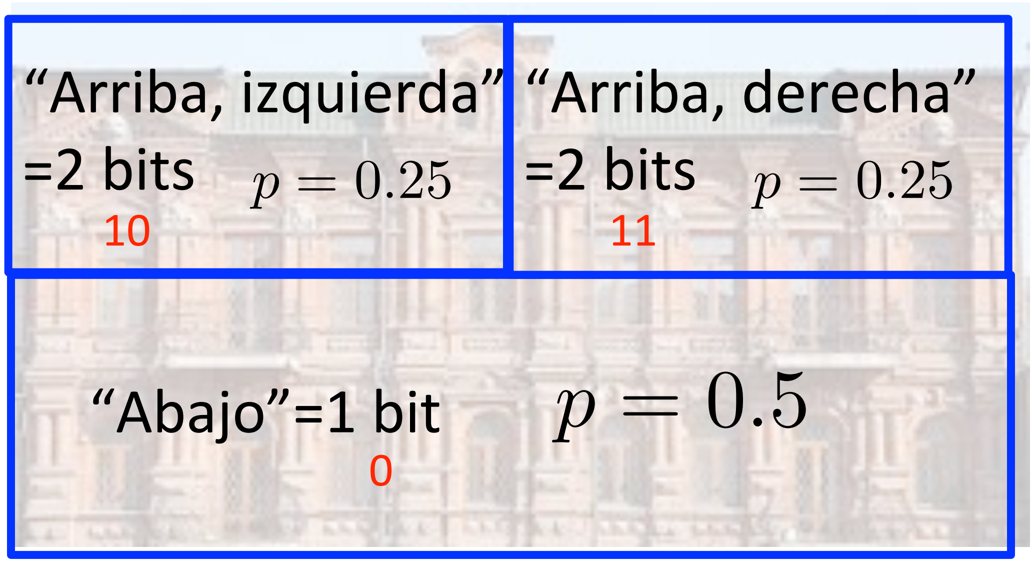
$$p = 0.25 = \frac{1}{2^2}$$ 2 bits

$$p = \frac{1}{2^{\#\text{bits}}}$$

$$\boxed{\#\text{ bits} = -\log_2 p}$$

Entropía: la información promedio que nos falta para saber en qué estado está el sistema

¿Dónde está Jazmine? p= la probabilidad de que esté allí



$$p = 0.5 = \frac{1}{2^1}$$ 1 bit

$$p = 0.25 = \frac{1}{2^2}$$ 2 bits

$$p = \frac{1}{2^{\#\text{bits}}}$$

$$\boxed{\text{\# bits} = -\log_2 p}$$

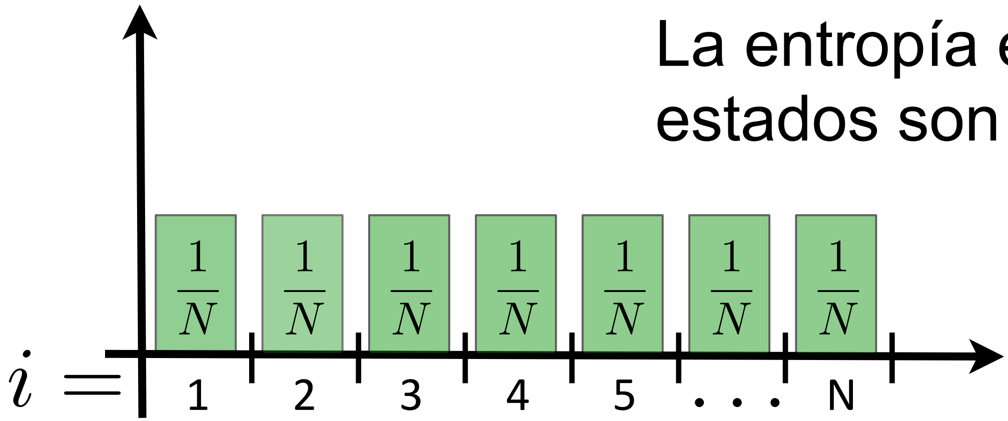
Definimos

$$S_i = I_i = -\log_2 p_i$$

$$\boxed{S = \langle I \rangle = -\sum_i p_i \log_2 p_i}$$

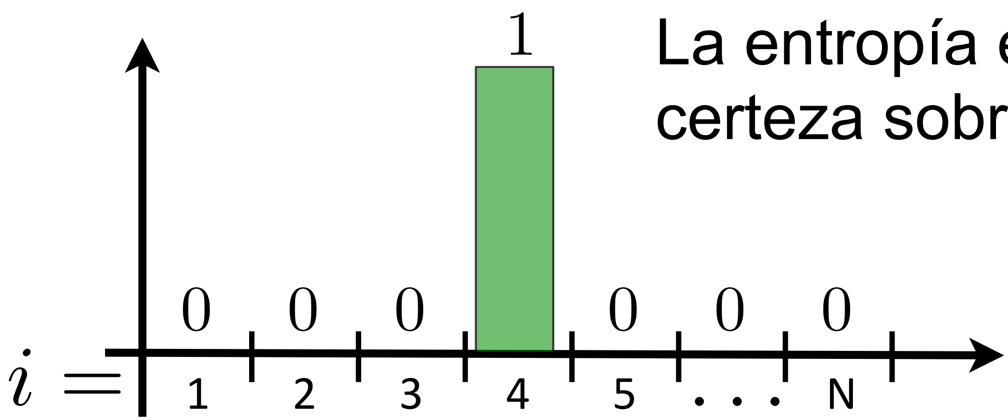
Entropía= Cantidad de información promedio que necesito para determinar en qué microestado está el sistema

Teoría de Información (Shannon)



La entropía es máxima si todos los estados son igualmente probables

$$S = S_{\max}$$

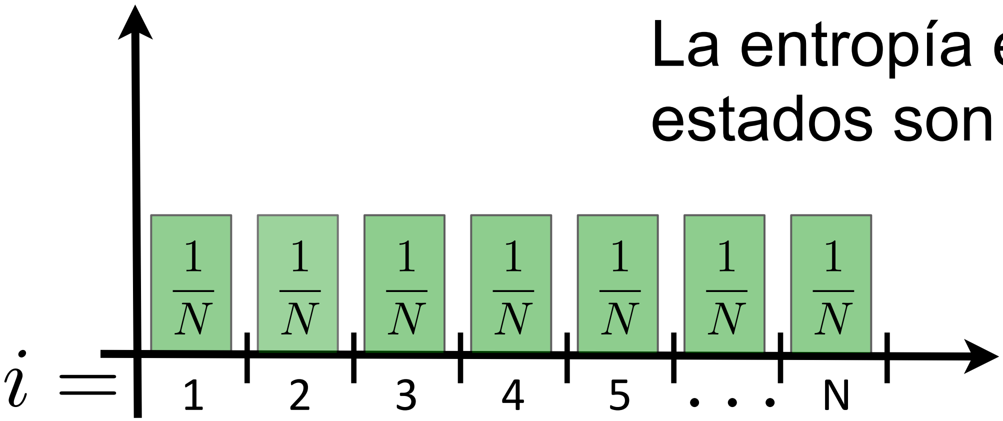


La entropía es mínima si hay total certeza sobre cuál es el microestado

$$S = 0$$

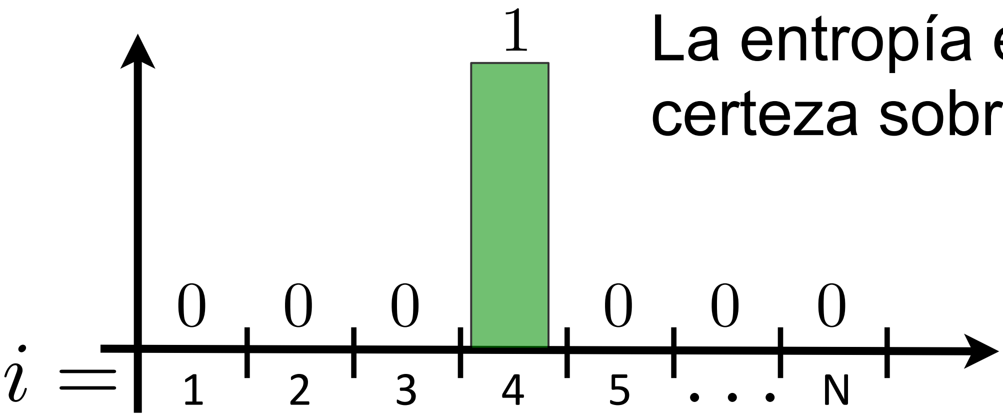
Entropía= En promedio, Cuánta información nos falta para saber cuál es el estado del sistema

Teoría de Información (Shannon)



La entropía es máxima si todos los estados son igualmente probables

$$S = S_{\max}$$



La entropía es mínima si hay total certeza sobre cuál es el microestado

$$S = 0$$

Entropía= En promedio, Cuánta información nos falta para saber cuál es el estado del sistema

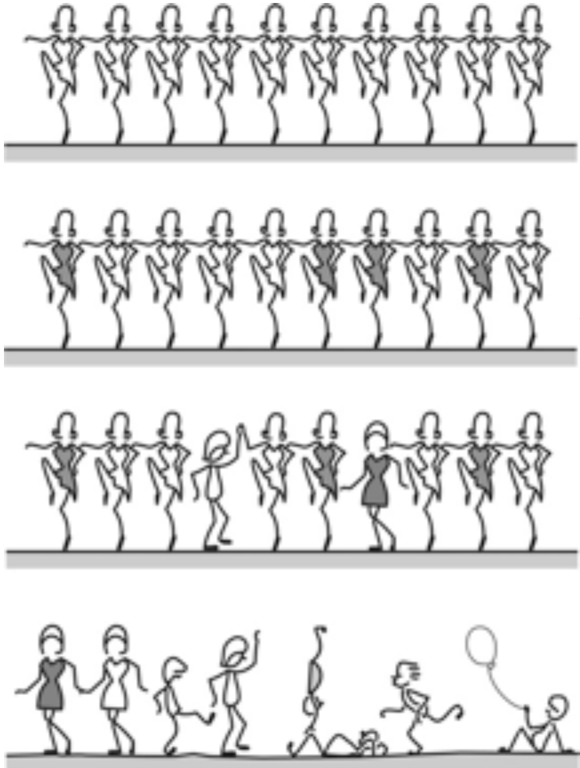
Para el niño:

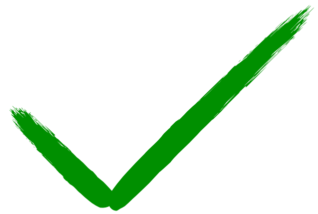
- Antes de la ordenada, la entropía es <u>cero</u>
- Después de la ordenada, la entropía es <u>máxima</u>

Para la mamá:

- Antes de la ordenada, la entropía es <u>máxima</u>
- Después de la ordenada, la entropía es <u>cero</u>

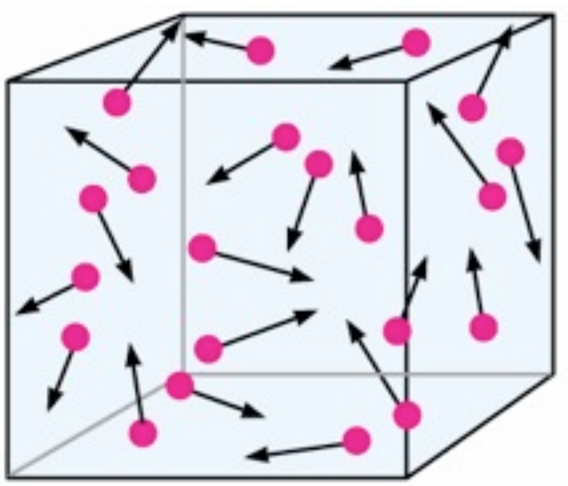
La entropía aumenta si aumenta el “desorden”, pero aquí “desorden” significa que no sabemos dónde están las moléculas ni qué velocidades tienen.

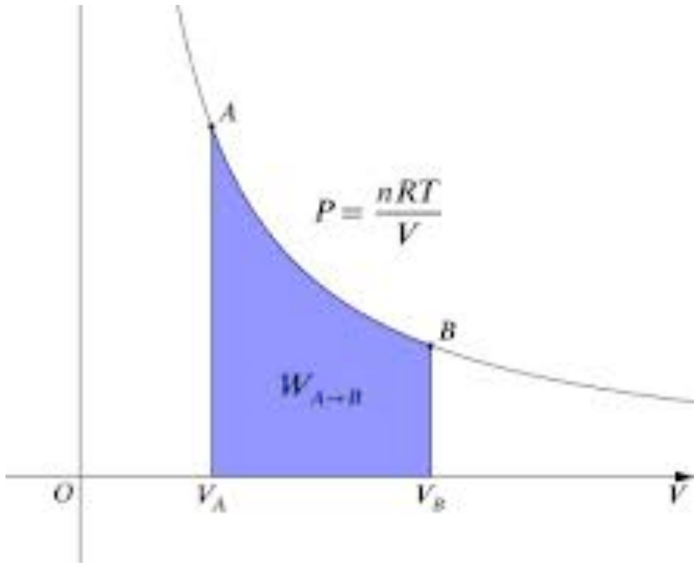




Más que “desorden”, es “incertidumbre”= falta de información de dónde están y cómo se mueven.

Funciona Perfecto para los Gases Ideales



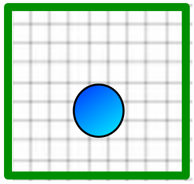


La entropía aumenta si el volumen aumenta

Un gas de 1 sola molécula

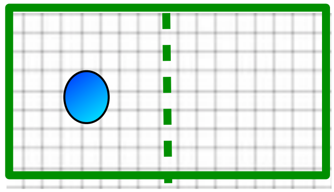
Digamos que tenemos 2^{10}=1024 cajas de 1cm^3, y con 10 preguntas basta

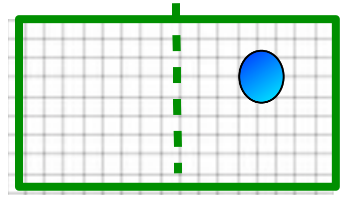
Con una pregunta más lo reducimos al caso anterior



S=10 preguntas

V=2^{10}=1024 cajas



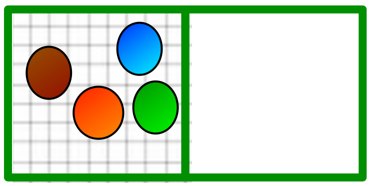


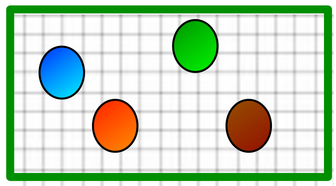
2V=2048=2^{11} cajas

S=11 preguntas

Si el volumen se duplica, necesitamos una pregunta más que antes para saber dónde está con la misma precisión.

Un gas de N moléculas





Si son <u>N bolitas</u>, Necesitamos **<u>N</u>** preguntas más

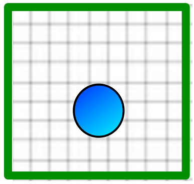
Cada vez que el volumen se duplica,la entropía crece en N bits.

La entropía aumenta si el volumen aumenta

Un gas de 1 sola molécula

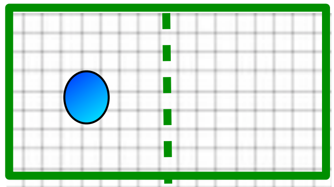
Digamos que tenemos 2^{10}=1024 cajas de $1cm^3$, y con 10 preguntas basta

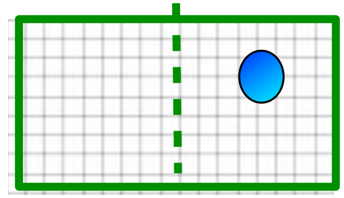
Con una pregunta más lo reducimos al caso anterior



S=10 preguntas

V=2^{10}=1024 cajas



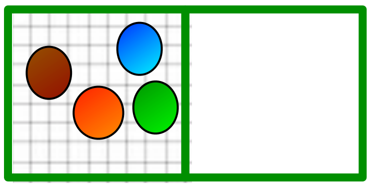


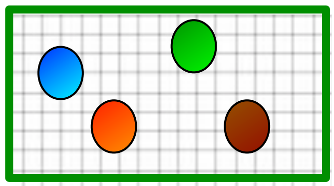
2V=2048=2^{11} cajas

S=11 preguntas

Si el volumen se duplica, necesitamos una pregunta más que antes para saber dónde está con la misma precisión.

Un gas de N moléculas





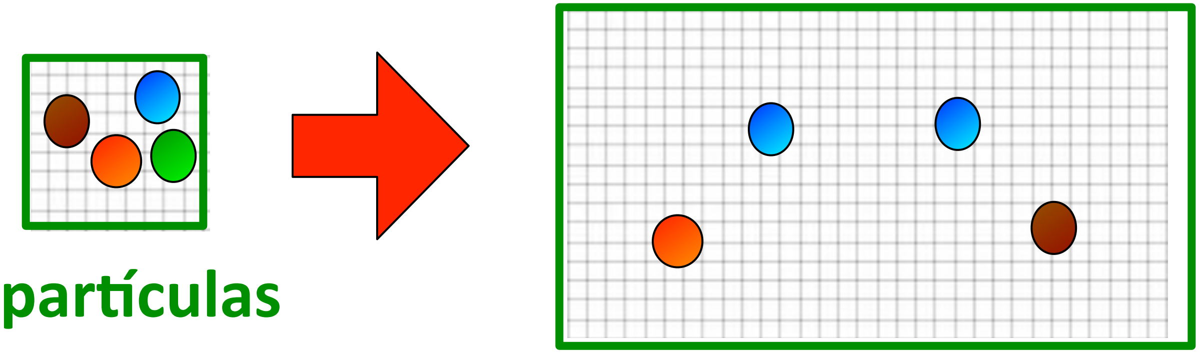
Si son <u>N bolitas</u>, Necesitamos <u>**N**</u> preguntas más

Cada vez que el volumen se duplica,la entropía crece en N bits.

Veamos que sí funciona:

Ejemplo: Un gas se expande a temperatura constante de $10cm^3$ a $80cm^3$, ¿En cuánto aumenta su entropía?

Usando teoría de información:

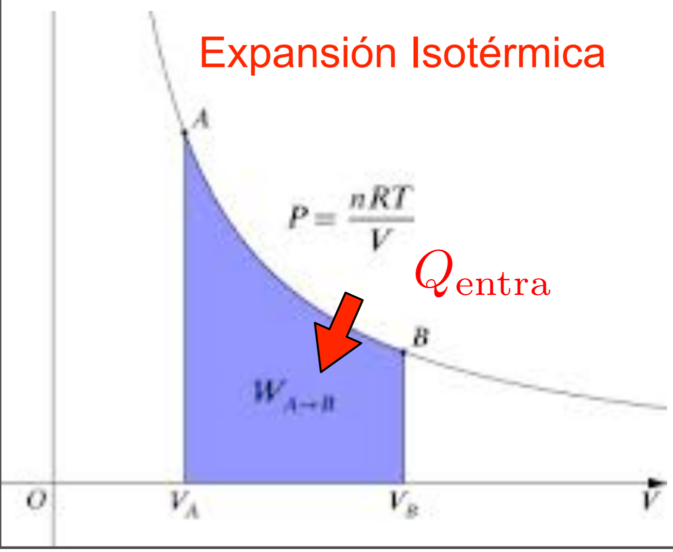


N partículas volumen V

N partículas, volumen 8V

La entropía crece en

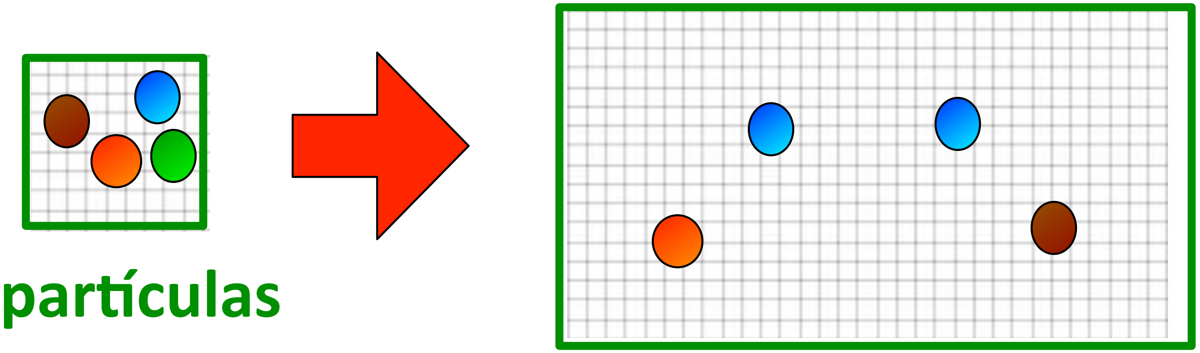
Usando integrales:



Veamos que sí funciona:

Ejemplo: Un gas se expande a temperatura constante de 10cm^3 a 80cm^3, ¿En cuánto aumenta su entropía?

Usando teoría de información:



N partículas volumen V

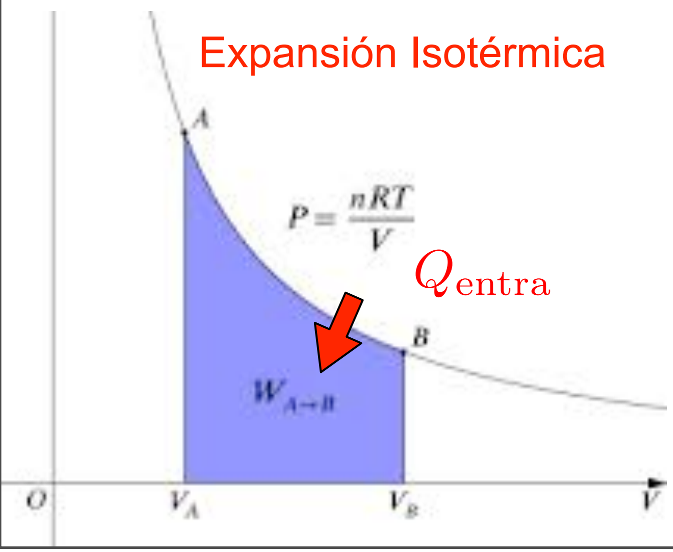
N partículas, volumen 8V

La entropía crece en

$$\Delta S = 3N \text{ bits}$$

$$\Delta S = 3Nk_B \ln 2 \text{ J/K}$$

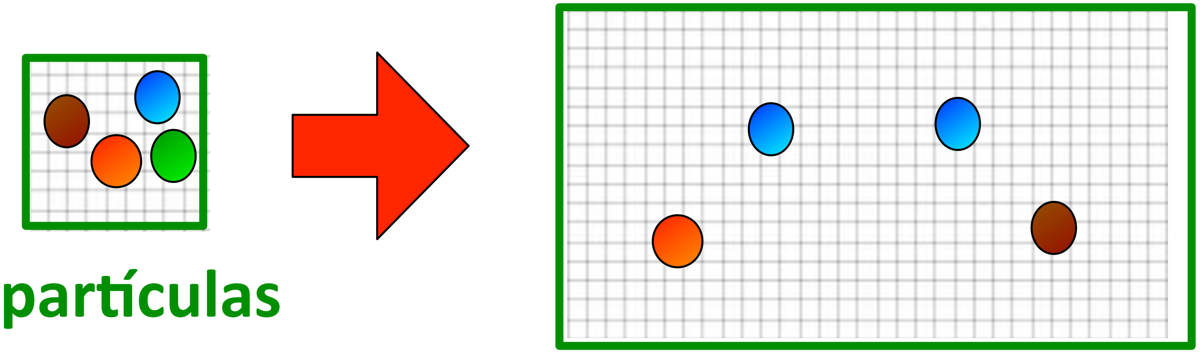
Usando integrales:



Veamos que sí funciona:

Ejemplo: Un gas se expande a temperatura constante de 10cm^3 a 80cm^3, ¿En cuánto aumenta su entropía?

Usando teoría de información:



N partículas volumen V

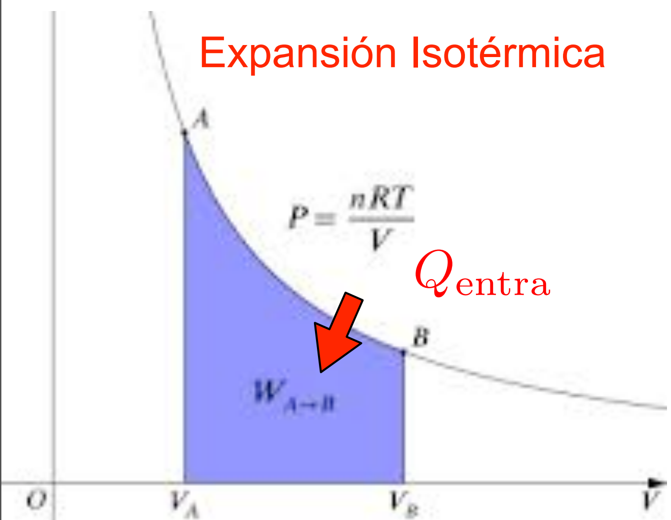
N partículas, volumen 8V

La entropía crece en

$$\Delta S = 3N \text{ bits}$$

$$\Delta S = 3Nk_B \ln 2 \text{ J/K}$$

Usando integrales:



Como la energía es constante,

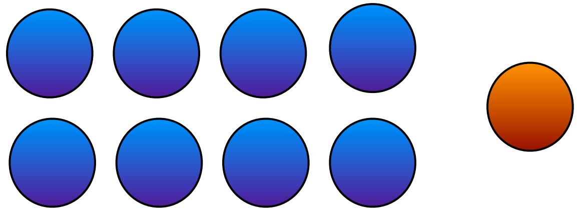
$$Q_{\text{entra}} = W_{\text{sale}} = \int_{V_A}^{V_B} P dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{Nk_BT}{V} dV$$

$$= Nk_BT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = Nk_BT \ln(V)\Big|_{V_A}^{V_B} = Nk_BT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

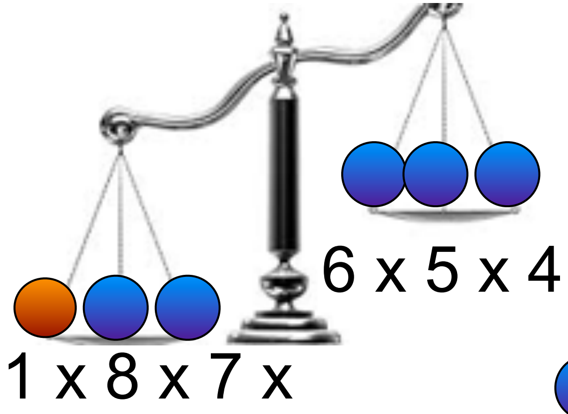
$$= Nk_BT \ln 8 = Nk_BT \ln 2^3 = 3Nk_BT \ln 2$$

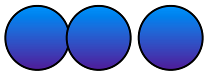
Luego, $$\Delta S = \frac{Q_{\text{entra}}}{T} = 3Nk_B \ln 2$$

Otros temas de Teoría de Información

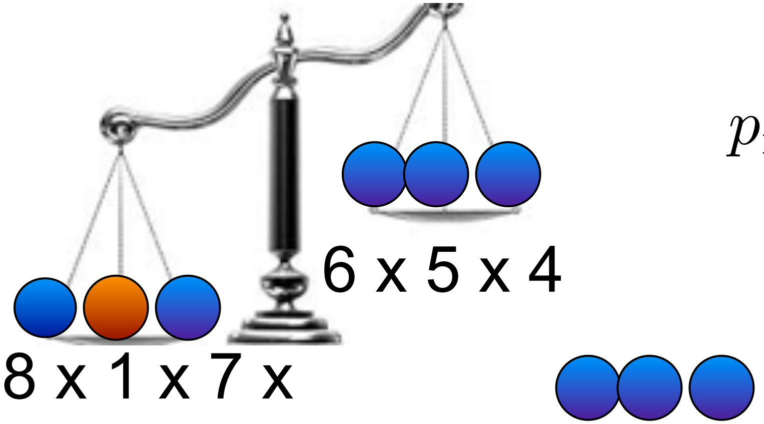


¿Cuál debe ser el proceso de medida que minimice el número de pesadas quedebemos hacer para identificar cuál es la bola más pesada?



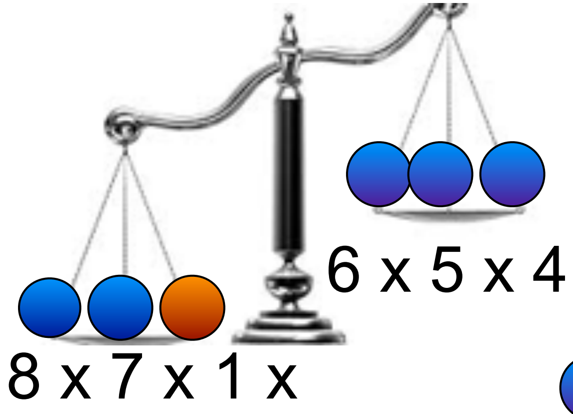


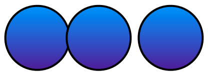
$$p_{\text{izq}} = \frac{1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$



$$p_{\text{izq}} = \frac{1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$

$$+ \frac{8 \times 1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$



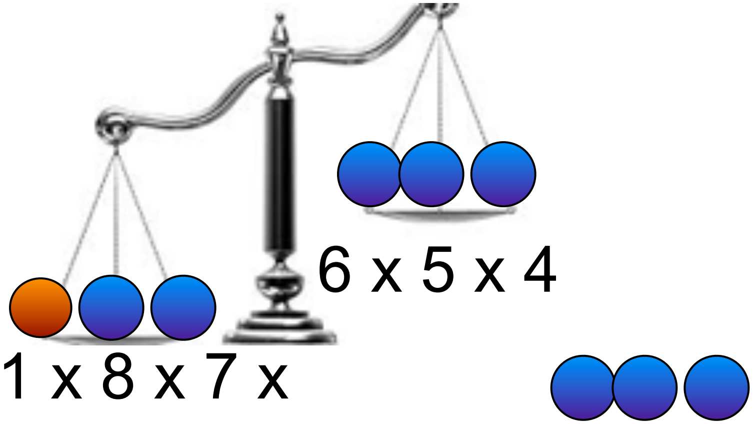


$$p_{\text{izq}} = \frac{1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$

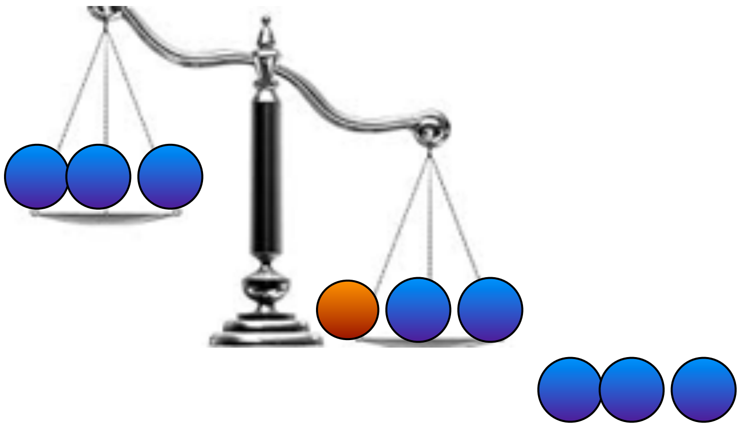
$$+ \frac{8 \times 1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$

$$+ \frac{8 \times 7 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}$$

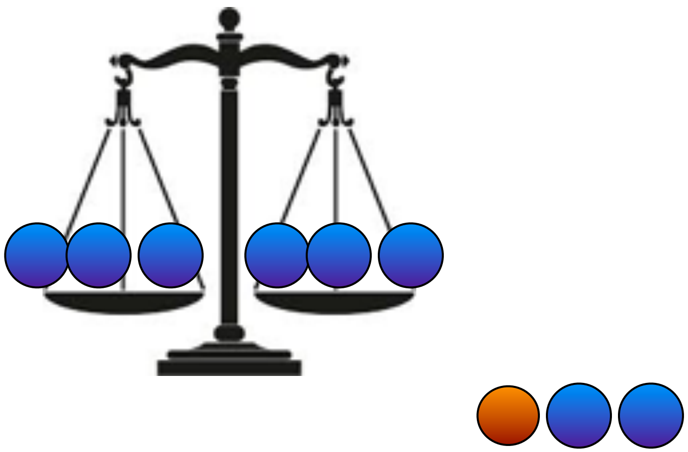
$$= \frac{1}{3}$$



$$p_{\text{izq}} = \frac{1}{3}$$

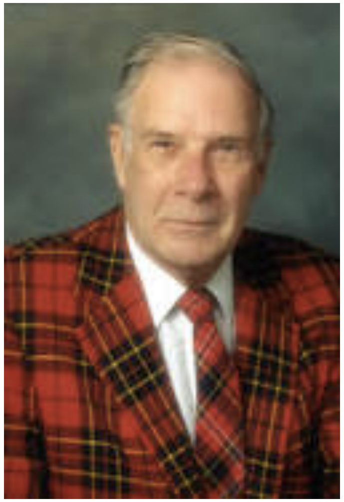


$$p_{\text{der}} = \frac{1}{3}$$



$$p_{\text{centro}} = \frac{1}{3}$$

Código de Hamming



$$\langle L \rangle =$$

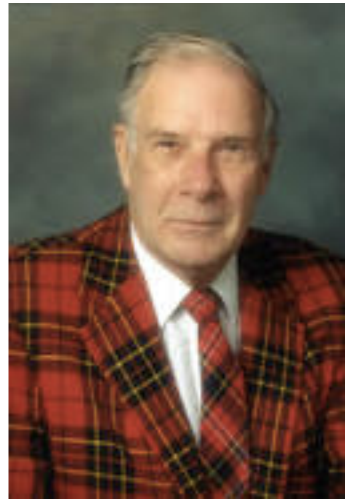
L_i	Código	
1 bit	0	$p_1 = 0.5$
2 bit	10	$p_2 = 0.25$
3 bit	110	$p_3 = 0.125$
3 bit	111	$p_4 = 0.125$

Código de Hamming

$p_1 = 0.4$
$p_2 = 0.2$
$p_3 = 0.15$
$p_4 = 0.1$
$p_5 = 0.05$
$p_6 = 0.05$
$p_7 = 0.025$
$p_8 = 0.025$

$\langle L \rangle =$

Código de Hamming



Código

0 p_1=0.8 $I_1 = -\log_2 0.8 = 0.32$ bits

1 p_2=0.2 $I_2 = -\log_2 0.2 = 2.32$ bits

$\langle L \rangle = 1$ bit

$$S = 0.8 \times 0.32 \text{ bits} + 0.2 \times 2.32 \text{ bits} = 0.72 \text{ bits}$$

0	p_1p_1=0.64	0	0.64	0	0.64
11	p_1p_2=0.16	10	0.20	1	0.36
100	p_2p_1=0.16	11	0.16		
101	p_2p_2=0.04				

$$2\langle L \rangle = 0.64 \times 1 \text{ bit} + 0.16 \times 2 \text{ bits} + 0.16 \times 3 \text{ bits} + 0.04 \times 3 \text{ bits}$$
$$= 1.56$$

$\langle L \rangle = 0.78$ bits