

Langages formels - CM11

Clément AGRET
clement.agret@cyu.fr

CY Cergy Paris Université



Au-delà des langages algébriques

La machine de Turing

Emulations

Thèse de Church-Turing

Langages non algébriques

Les niveaux de la Hierarchie de Chomsky

	Langages réguliers	Langages algébriques	Langages décidables
Caractérisation			
Décidable par :			
Champ d'utilisation			

Au-delà des langages algébriques

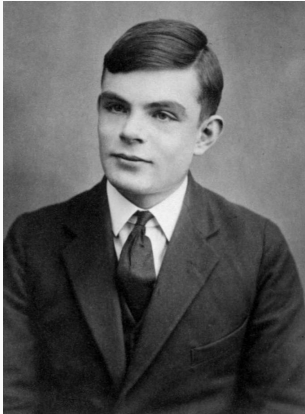
La machine de Turing

Emulations

Thèse de Church-Turing

Langages non algébriques

La machine de Turing 1936



Une machine de Turing, c'est :

- un automate,
- un ruban bi-infini,
- une tête de lecture/écriture que l'on peut déplacer.

Definition (Machine de Turing)

Une machine de Turing est définie par :

- A un alphabet
- un symbole blanc B
- Q :
- δ :
- q_0 :
- F :

Exemple : multiplication par 2

Exemple : incrémentation

Exemple : $a^n b^n$

Plus fort que les langages algébriques!

- $\{a^n b^n c^n d^n : n \in \mathbb{N}\}$ non algébrique.
- Machine de Turing pour ce langage :

Au-delà des langages algébriques

La machine de Turing

Emulations

Thèse de Church-Turing

Langages non algébriques

But : montrer la robustesse de la notion de calculabilité par MT.

Proposition 1: Alphabet restreint

Toute machine de Turing sur un alphabet A est simulable par une machine de Turing sur l'alphabet $A' = \{0, 1\}$.

Idée de preuve :

Machines à plusieurs rubans

Definition (Machine à plusieurs rubans)

Proposition 2: Alphabet restreint

Toute machine de Turing à k rubans est simulable par une machine à 1 ruban.

Au-delà des langages algébriques

La machine de Turing

Emulations

Thèse de Church-Turing

Langages non algébriques

Definition

$f : A^{\mathbb{N}} \rightarrow A^{\mathbb{N}}$ est calculable si :

- elle est totale,
- elle est calculée par une machine de Turing (qui s'arrête donc tout le temps).

Thèse de Church

Toute fonction calculable mécaniquement est calculable par machine de Turing.



Au-delà des langages algébriques

La machine de Turing

Emulations

Thèse de Church-Turing

Langages non algébriques

Lemme de l'étoile pour les langages algébriques

Lemme de l'étoile pour les langages algébriques

Soit L un langage algébrique. Alors il existe une constante N telle que tout mot w de longueur supérieure à N peut se décomposer en $w = xuyvz$ tel que

- ❶ $|uv| > 1$,
- ❷ $|uyv| \leq N$
- ❸ $\forall i \in \mathbb{N}, xu^i y v^i z \in L$.

- Une machine de Turing fabriquée en légo