

Ejercicio 1 - Preguntas Teóricas

Ejercicio 1.1

Investigue y responda a las siguientes preguntas

1. ¿Cómo definiría “Programación Lineal”?

La programación lineal (PL) es un método matemático que permite maximizar o minimizar una función lineal, denominada función objetivo, de tal manera que las soluciones sean factibles con respecto a un conjunto de restricciones también lineales. Esta técnica tiene como objetivo maximizar o minimizar una función lineal objetivo sujeta a restricciones lineales.

2. ¿Cuáles son los escenarios típicos y los problemas del mundo real que se pueden modelar mediante la programación lineal?
 - Determinación de la cantidad óptima de productos a fabricar dadas las limitaciones de recursos, como materia prima, mano de obra y capacidad de máquina.
 - Planificación de la mezcla de producción para maximizar las ganancias mientras se cumple con la demanda del cliente y se minimizan los costos.
 - Planificación de la siembra de cultivos para maximizar los rendimientos o las ganancias teniendo en cuenta las limitaciones de la tierra, el agua, el capital y la mano de obra.
 - Determinación de la ruta más eficiente para el transporte de bienes desde múltiples fuentes a múltiples destinos para minimizar los costos.
 - Diseño de una cartera de inversiones para maximizar los retornos o minimizar el riesgo, sujeto a ciertas restricciones.
 - Asignación de tareas a empleados o máquinas en un ambiente de trabajo para maximizar la eficiencia o minimizar el tiempo total de finalización.
 - Diseño de la ruta óptima para la transmisión de datos en una red para minimizar la latencia o el costo.
3. ¿Cómo contribuye la programación lineal a la toma de decisiones en diversas industrias, como la fabricación, el transporte, las finanzas y la asignación de recursos?
 - **Manufactura:**
 - Planificación de la producción: Una empresa que produce varios productos puede usar la programación lineal para determinar cuánto de cada producto debe producirse de manera que maximice las ganancias teniendo en cuenta las restricciones de materiales, mano de obra y capacidad de producción.
 - **Finanzas:**
 - Portafolio de inversiones: Un inversor quiere distribuir su capital en diferentes activos (acciones, bonos, etc.) de modo que maximice su retorno esperado sujeto a un nivel aceptable de riesgo. La programación lineal puede ayudar a determinar la distribución óptima de fondos entre estos activos.
 - **Transporte:**

- Optimización de rutas de entrega: Una empresa de paquetería desea determinar la ruta más eficiente para entregar paquetes a varios destinos, reduciendo costos y tiempo. La programación lineal puede ayudar a diseñar esta ruta óptima.
- **Alocación de recursos:**
 - Programación de personal: Un hospital necesita asignar enfermeros a diferentes turnos de trabajo. Usando la programación lineal, el hospital puede determinar la asignación óptima de enfermeros que cumpla con las necesidades del hospital y las preferencias o restricciones del personal.

Ejercicio 1.2

Investigue y responda a las siguientes preguntas

1. ¿Cómo definiría los componentes clave de un problema de programación lineal: función objetivo, variables de decisión y restricciones?
 - **Función objetivo:** Es la función que queremos maximizar o minimizar. Está compuesta por una combinación lineal de las variables de decisión.
 - **Variables de decisión:** Son las incógnitas del problema, es decir, lo que estamos tratando de determinar. Por ejemplo, en un problema de producción, las variables de decisión podrían ser la cantidad de cada producto a fabricar.
 - **Restricciones:** Son las condiciones que las soluciones deben cumplir. Estas también se expresan como ecuaciones o inecuaciones lineales en función de las variables de decisión.

2. ¿Cómo se formula matemáticamente un problema de programación lineal?

Para explicar de mejor manera estos pasos vamos a tomar el ejemplo visto en clase .

Imagine una empresa manufacturera que produce dos tipos de productos, Producto A y Producto B en donde cada producto requiere diferentes cantidades de mano de obra y tiempo de máquina para fabricarse. La empresa tiene recursos limitados en términos de horas de mano de obra y horas de máquina disponibles cada semana además de que la demanda de productos es incierta y sigue una determinada distribución de probabilidad. El objetivo es determinar las cantidades óptimas de producción de cada producto para maximizar la ganancia esperada considerando la demanda incierta

Para ello debemos formular matemáticamente siguiendo los pasos a continuación.

- Definir las Variables de Decisión.
 - Sea x_a el número de unidades del producto A producido, y sea x_b será el número de unidades del producto B producido
- Establecer la Función Objetivo.
 - $E[300x_a + 500x_b]$
- Establecer las restricciones.
 - Mano de obra: $2x_a + 1x_b \leq 100$
 - Tiempo de máquina: $1x_a + 3x_b \leq 120$
- Establecer las Condiciones de No Negatividad.
 - No negatividad: $x_a, x_b \geq 0$

3. ¿Cuál es la interpretación geométrica de un problema de programación lineal en dos dimensiones?

Cuando un problema de PL tiene solo dos variables de decisión, se puede representar gráficamente en un plano. Cada restricción se representa como una línea en este plano, y el conjunto de soluciones posibles es el área del plano delimitada por estas líneas. Esta área se llama "región factible".

4. ¿Cómo se relacionan las regiones factibles, las soluciones óptimas y los puntos de esquina en la programación lineal?

- Región factible: Es el conjunto de todos los puntos que satisfacen todas las restricciones.
- Puntos de esquina: Son los vértices de la región factible. En un problema de PL, si existe una solución óptima, al menos una de ellas se encontrará en un punto de esquina de la región factible.
- Solución óptima: Es el punto o puntos dentro de la región factible que maximizan o minimizan la función objetivo.

5. ¿Qué es el método gráfico y cuándo es adecuado para resolver problemas de programación lineal

El método gráfico es una técnica para resolver problemas de programación lineal bidimensional. Consiste en dibujar la región factible en un plano, identificar los puntos de esquina y evaluar la función objetivo en cada uno de estos puntos para encontrar la solución óptima. Como su misma definición lo dice es conveniente para problemas con solo dos variables de decisión debido a las limitaciones visuales de trabajar en un plano.