Medindo com estatísticas

Carmen Melo Toledo

January 2020

1 Introdução

Suponha que queiramos medir um prego com uma régua com erro médio σ, como poderíamos fazer isso?

1.1 Distribuição gaussiana

É razoável supormos que a distribuição das medidas seguirá a curva gaussiana, ou seja

$$P(M|\mu,\sigma) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} e^{\frac{-(M-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

Onde M é a medida feita e μ é o valor de fato do prego que queremos descobrir.

Montando a equação de bayes temos

$$P(\mu|\{D\},\sigma) = \frac{P(\{D\}|\mu,\sigma)P(\mu|\sigma)}{P(\{D\}|\sigma)}$$

É razoável considerarmos todos os valores de μ equiprováveis e vamos ignorar a evidência.

$$P(\mu|\{D\},\sigma) \propto P(\{D\}|\mu,\sigma)$$

Como os dados são independentes entre si

$$P(\{D\}|\mu,\sigma) = \prod_{k=1}^{N} P(D_k|\mu,\sigma)$$

$$P(\{D\}|\mu,\sigma) = (\sigma\sqrt{2\pi})^N \exp\left(\frac{-\sum_{k=1}^{N}(D_k-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Jogando na equação e tirando o log dos dois lados chegamos em

$$L = log(\mu|\{D\}\sigma)) = C - \frac{\sum_{k=1}^{N}(D_k-\mu)^2}{2\sigma^2}$$

O valor mais provável de μ é aquele que zera a derivada de L com relação a μ

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{\sum_{k=1}^{N}(D_k - \mu)}{\sigma^2} = 0 \iff \mu = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(D_k)$$

Com isso chegamos a ”surpreendente” conclusão que a medida mais provável é a média das medidas tomadas