Medindo com estatística parte 2

Carmen Melo Toledo

January 2020

1 Introdução

Suponha agora que tenhamos medido o tamanho do parafuso com uma régua de erro σ desconhecido. Como podemos fazer para inferir a medida mais provável?

1.1 Teorema da marginalização

Vamos partir da mesma distribuição gaussina:

$$P(M|\mu,\sigma) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} e^{\frac{-(M-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

Porém nesse caso, σ é desconhecido então teremos que usar o teorema da marginalização.

$$P(\mu|\{D_k\},\theta) = \int_0^\infty P(\mu,\sigma|\{D_k\}|,\theta)\, d\sigma \tag{2}$$

Com isso e chamando $\sigma = t$ chegamos em

$$P(\mu|\{D_k\},\theta) \propto \int_0^\infty t^{N-2} \exp\Big(-\frac{t^2}{2}\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)^2\Big)\, dt$$

$$P(\mu|\{D_k\},\theta) \propto \Big(\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)^2\Big)^{-\frac{(N-1)}{2}}$$

se chamarmos de $L = log(P(\mu|\{D_k\},\theta))$, sabemos que $\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \iff$

$$\iff \frac{(N-1)\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)}{\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)^2} = 0$$

De onde concluímos novamente que $\mu = N^{-1}\sum_{k=1}^{N} x_k$

Mas se chegamos a mesma conclusão sabendo ou não qual o erro qual a diferença, isso será discutido no próximo tópico

1.2 Observação

É importante salientar que essa convergência pressupõe que os erros vão seguir a distribuição gaussiana, ou seja terão estatisticamente a mesma quantidade de erros para cima e para baixo. Se por exemplo uma régua ou paquímetro não certificada pelo inmetro possuir o milimetro levemente maior do que o normal a média não vai convergir para o tamanho real nunca, será necessário realizar outro tipo de análise ou mudar o instrumento