

# 双透镜对迈克耳孙干涉仪测激光波长实验的影响

蔡隆贤 杨露洋 刘广菊 姚关心

(安徽师范大学 物理与电子信息学院 安徽 芜湖 241002)

**摘要:** 本文探讨了双透镜在迈克耳孙干涉仪测激光波长实验中的应用及其对实验结果的影响.通过引入双透镜系统,我们分析了光斑大小、环纹数量以及疏密情况的变化,并讨论了如何通过调节透镜间距来调节干涉环纹.实验结果表明,双透镜系统的使用能够显著降低迈克耳孙干涉仪调节的难度,提高实验效率,并对环纹吞吐计数的准确性有所提升.

**关键词:** 迈克耳孙干涉仪; 双透镜系统; 几何光学

中图分类号: O 435.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2025) 06-0108-04

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.240429

迈克耳孙干涉仪设计精巧、结构精密、光路直观,应用十分广泛<sup>[1-2]</sup>.迈克耳孙干涉仪的实验原理是发生等倾干涉<sup>[3]</sup>.相同倾角的光会干涉在同一级次.在测量激光波长时,由于激光近似为平行光,等倾干涉图样要么是亮,要么是暗,这就使得如果用激光来调节迈克耳孙干涉仪的两个镜面垂直几乎是不可能的.因此在传统的迈克耳孙干涉仪测激光波长时会先使用钠光灯将迈克耳孙的两镜面调垂直,然后再测激光波长.那么是否能不借助钠光灯,直接使用激光调节迈克耳孙干涉仪并且测量波长呢?对比一下激光与钠光灯,我们可以知道激光不能用来调节的原因在于激光是平行光,那如果想要用激光来调节,就需要使激光发散<sup>[4]</sup>起来,于是就想到可以使用一个透镜,但是如果只有一个透镜,发散角度是恒定的,干涉环纹级次也是恒定的,如果想要环纹的级次也能通过透镜进行调节,那么至少得是双透镜.本文提出使用双透镜来调节干涉花样,并研究了双透镜如何影响干涉环纹,从而指导应该如何移动透镜来调节迈克耳孙干涉仪的两镜面垂直,极大的降低了降低迈克耳孙干涉仪调节的难度,提高实验效率.

## 1 透镜组调节原理

### 1.1 光斑半径大小的计算

等倾干涉的干涉结果只与倾角有关,透镜仅改变了光线的倾角以及点光源到光屏的距离,下面分析光斑半径和环纹数量以及疏密情况如何取决于相关参数,光路图如图1所示.

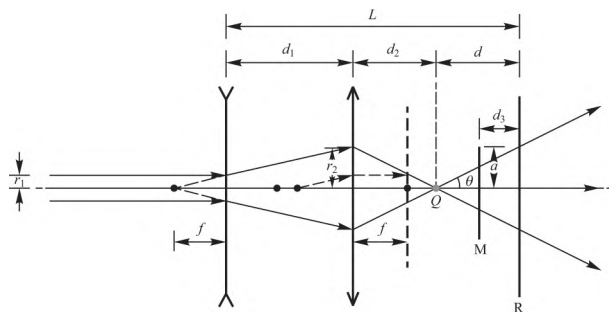


图1 透镜组光路图

设  $r_1$  为激光入射光斑半径,  $r_2$  为凸透镜上光斑半径,  $a$  为分束板的限宽,  $d_1$  为两透镜之间距离,  $d_2$  为凸透镜到激光会聚点  $Q$  的距离,  $d_3$  为分束板  $M$  到光屏  $R$  的距离,  $d$  为过凸透镜后光线会聚点到光屏距离,  $L$  为凹透镜到光屏  $R$  距离,  $\theta$  为入射迈克耳孙干涉仪光线的最大倾角.

现分析光斑半径大小  $d \tan \theta$ , 以及光斑中环纹

收稿日期: 2024-09-20; 修回日期: 2024-11-28

基金项目: 国家级大学生创新创业训练计划(202310370685) 资助

作者简介: 蔡隆贤(2003—),男,湖南衡阳人,安徽师范大学物理与电子信息学院2021级本科生.

杨露洋(2003—),女,安徽六安人,安徽师范大学物理与电子信息学院2021级本科生.

通信作者: 姚关心(1973—),男,安徽枞阳人,安徽师范大学物理与电子信息学院副教授,博士,研究方向为激光光谱技术与应用.E-mail:

yaoguanxin@126.com

引文格式: 蔡隆贤,姚关心等.双透镜对迈克耳孙干涉仪测激光波长实验的影响[J].大学物理,2025,44(6):108-111.

数量,式中 $n$ 为两镜面间薄膜折射率, $D$ 为厚度,其中环纹数量在 $90^\circ$ 内与 $\tan \theta$ 正相关,不妨从 $\tan \theta$ 的变化来定性分析环纹数量。

为便于分析,本实验当中取凹透镜与凸透镜焦距均为 $f$ ,根据简化光路图的几何关系,由相似三角形可推出:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{f}{f+d_1} \quad (1)$$

现在讨论两种情况,第一种情况,当 $(d-d_3) \tan \theta \leq a$ 时,即成像范围在分束板的有效投影面 $M$ 内,无超出分束板部分的光线存在,此时经透镜组光线全部通过分束板出射到光屏上;第二种情况是当 $(d-d_3) \tan \theta > a$ 时,此时可以知道光线经透镜组作用后出射范围大于分束板的有效接受面 $M$ 的面积。

## 1.2 光斑半径大小随透镜间距变化关系

首先,在第一种情况的条件下,根据光路图几何关系可推出

$$\tan \theta = \frac{r_2}{d_2} = \frac{r_1}{d_2-f} \quad (2)$$

由于 $d_1$ 表示的为光具座上两透镜间距,容易准确测量,故此时以 $d_1$ 为自变量进行问题分析,设 $Q$ 在 $R$ 左侧 $d$ 为正,此时

$$d_1 + d_2 + d = L \quad (3)$$

联立式(1)、式(2)、式(3),可解出

$$\tan \theta = \frac{r_1 d_1}{f^2} \quad (4)$$

$$d = L - d_1 - f - \frac{f^2}{d_1} \quad (5)$$

由(5)式可知,当 $d > 0$ 时,即光线会聚点 $Q$ 在光屏左侧时,可得 $d_1 \in (x_1, x_5)$ ,其中 $x_1 = a_1 - a_2$ ,  $x_5 = a_1 + a_2$ ,  $a_1 = \frac{L-f}{2}$ ,  $a_2 = \frac{\sqrt{(L+f)(L-3f)}}{2}$ ,令 $d > 0$ 即可解出,光斑半径为

$$d \tan \theta = -\frac{r_1}{f^2} d_1^2 + \frac{r_1(L-f)}{f^2} d_1 - r_1 \quad (6)$$

该函数为开口向下,对称轴为 $x = \frac{L-f}{2}$ 的二次函数。当 $d_1 \in (0, x_1]$ 时,光斑大小为

$$-d \tan \theta = \frac{r_1}{f^2} d_1^2 - \frac{r_1(L-f)}{f^2} d_1 + r_1 \quad (7)$$

取极限情况对光斑半径表达式的正确性进行判断,若 $d_1 \rightarrow 0$ ,也即说明两个焦距大小相等的透镜完全重合,相当于平行光线与分束板之间没有透镜,由(7)式可知,此时光斑半径 $-d \tan \theta \rightarrow r_1$ ,与实际情况

相符,故得证光斑半径表达式的正确性。

接着讨论第二种情况,考虑分划板的尺寸有限,光斑超出分划板所在区域,此时 $(d-d_3) \tan \theta > a$ ,联立(5)式可解得 $d_1 \in (x_2, x_4)$ ,其中 $x_2 = b_1 - b_2$ ,  $x_4 = b_1 + b_2$ ,  $b_1 = \frac{L-f-d_3}{2}$ ,  $b_2 = \frac{1}{2} \sqrt{(L-f-d_3)^2 - 4f^2 \left(1 + \frac{a}{r_1}\right)}$ ,此时入射迈克耳孙干涉仪光线的最大倾角正切值

$$\tan \theta' = \frac{a}{L - d_1 - f - \frac{f^2}{d_1} - d_3} \quad (8)$$

联立(5)式可得对应光斑半径为

$$d \tan \theta' = a + \frac{a d_3}{L - d_1 - f - \frac{f^2}{d_1} - d_3} \quad (9)$$

分析(9)式可知,该函数单调性取决于分母上的对勾函数,因此该函数在 $d_1 \in (0, f]$ 上单调递减,在 $d_1 \in (f, \infty)$ 上单调递增。

以 $d_1$ 为横坐标,光斑半径 $R$ 为纵坐标,将两种情况下(6)、(9)两式的图像放在同一坐标系下进行讨论,如图2所示。

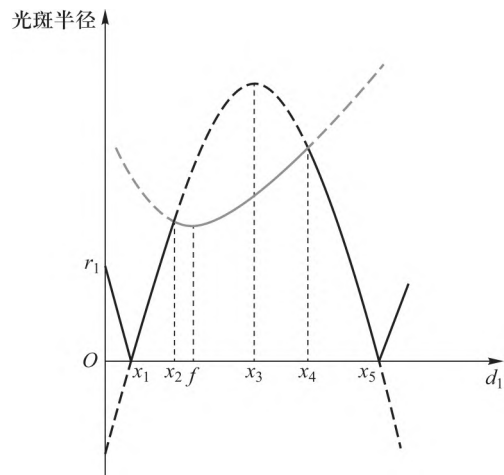


图2 光斑半径- $d_1$ 图

在图2中对两个光斑半径函数有效区域的选取可以做如下理解,若现在在光具座上有一光源与光屏、两挡光片,如图3所示,可以在挡光片上开两个大小不同的小孔,若单独在光具座上相同位置放置挡光片,则实验现象会是小孔挡光片对应小光斑,大孔挡光片对应大光斑;但是如果将两挡光片叠加放置于之前的位置,最后在两个挡光片作用下,光屏上显示的会是较小的光斑。

这里的情况也是相同的,将两种情况放在一起进行讨论时,分束板范围的有限也会对产生环纹的

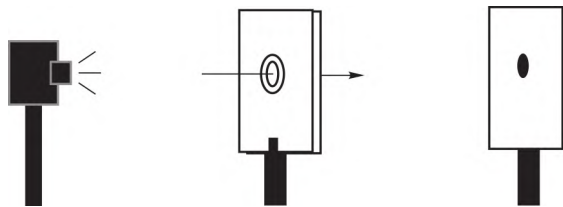


图3 光斑半径减小示意图

有效光斑半径造成限制,故考虑分束板影响后,光斑半径大小的函数图线中应当取较小的半径值作为有效半径值,即图2当中的实线部分。

## 2 调节灵敏度的提升

### 2.1 灵敏度区间的控制

为提高光斑的半径大小随  $d_1$  变化的灵敏度,可以考虑将光斑半径对  $d_1$  求导,得

$$\frac{\partial(d \tan \theta)}{\partial d_1} = \frac{r_1}{f^2} (L - f - 2d_1) \quad (10)$$

$$\frac{\partial(d \tan \theta)}{\partial d_1} = \frac{ad_3(d_1^2 - f^2)}{[d_1(L - f - d_3) - d_1^2 - f^2]^2} \quad (11)$$

由(10)式并结合图2可知( $L$ 的数量级为  $m f = 10 \text{ cm}$ ),光斑半径随  $d_1$  的变化较快,而由(11)式可知,光斑半径在  $f$  处增长较慢,因此可以将图2中交点横坐标向右移,使其在  $(f, x_3)$  内,其中  $x_3 = \frac{L-f}{2}$ ,便

于光斑半径的调节,又  $\frac{\partial(x_2)}{\partial L} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{L-f-d_3}{\sqrt{(L-f-d_3)^2 - 4f^2 \left( 1 + \frac{a}{r_1} \right)}} \right) < 0$ , 因此  $L$  与图2中交点

横坐标  $x_2$  负相关,可通过调节  $L$  来调节改图2中交点横坐标  $x_2$  位置,若发现图2中交点横坐标  $x_2$  小于  $f$ ,则将导致灵敏度较低甚至单调性破坏,可减小  $L$  来增大灵敏度或者恢复单调性,反之亦然。

### 2.2 凹透镜到光屏距离 $L$ 的计算

对于图4中光线发散进入玻璃砖,光斑半径大小会偏小,当光线汇聚进入玻璃砖时,光线在玻璃砖中折射又将会使光斑半径变大,对于平行光经过玻璃砖光斑半径不变,因此玻璃砖只是降低了光斑半径大小的变化快慢,因此可以将经过厚度为  $t$  的玻璃砖导致的光斑半径变化等效为厚度为  $t'$  的空气,则有  $t' \tan \theta_1 = t \tan \theta_2$ 。结合折射定律  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ , 由于激光光斑较小,光路满足傍轴条件,且  $n_1 \approx 1$ , 则  $t' \approx \frac{t}{n_2}$ 。因此在测量  $L$  时应将玻璃砖的厚度  $t$  除

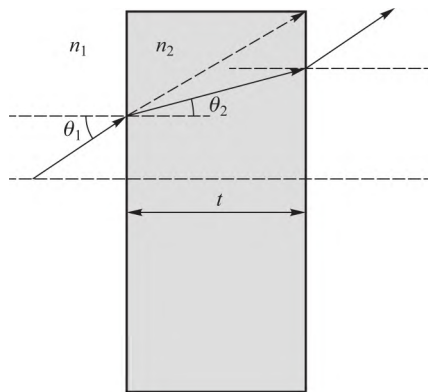


图4 光线在玻璃砖中折射示意图

上玻璃砖的折射率后再代入公式得到  $L$ 。

## 3 对环纹的具体调节

### 3.1 环纹数量与相关参数的关系

接下来研究环纹的数量以及调节灵敏度合适的区间如何取决于相关参数,当  $(d-d_3) \tan \theta \leq a$  时,联立(4)式,可得光斑中环纹数量:

$$2nD(1 - \cos \theta) / \lambda = \frac{2nD}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{\frac{f^4}{f^4 + r_1^2 d_1^2}} \right) \quad (12)$$

分析(12)式可知,随着  $d_1$  的增大,光斑中环纹的数量将会增加。

当  $(d-d_3) \tan \theta > a$  时,联立(8)式,可得光斑中环纹数量:

$$2nD(1 - \cos \theta) / \lambda = \frac{2nD}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \left( \frac{a}{L - d_1 - f - \frac{f^2}{d_1} - d_3} \right)^2}} \right) \quad (13)$$

将(13)式与(9)式对比可知,环纹数量的变化情况将与光斑半径大小的单调性相同,在图2中单调递增区间内,光斑中环纹数量也会随  $d_1$  的增大而增大。

### 3.2 环纹疏密与相关参数的关系

环纹疏密的情况,取决于相邻级次之间的环纹间距,现分析第  $m$  级的环纹半径大小,第  $m$  级光程差  $\Delta = m\lambda \cos \theta_m = \frac{m\lambda}{2nD}$ , 半径大小为  $d \tan \theta_m$ , 不妨先分析当  $d_1$  不变即  $d$  不变时,相邻级次之间的环纹间距与  $\theta_m$  的关系,第  $m+1$  级  $\cos \theta_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda}{2nD}$ , 则

$$\cos \theta_{m+1} - \cos \theta_m = -2 \sin \frac{\theta_{m+1} + \theta_m}{2} \sin \frac{\theta_{m+1} - \theta_m}{2} = \frac{\lambda}{2nD} \quad (14)$$

取一阶近似,有

$$\cos \theta_{m+1} - \cos \theta_m \approx -\sin \theta_m (\theta_{m+1} - \theta_m) = \frac{\lambda}{2nD} \quad (15)$$

则相邻环纹半径间距为

$$\Delta r = (r_{m+1} - r_m) \propto (\theta_{m+1} - \theta_m) = -\frac{\lambda}{2nD \sin \theta_m} \quad (16)$$

式中负号表明半径  $r_{m+1} < r_m$ , 可见  $\theta_m$  愈大, 就  $\Delta r$  愈小, 即在干涉图样中离中心远的地方等倾干涉条纹密。接着讨论对于某一级次  $m$ , 对于该级次, 倾角为一定值  $\theta_m$ , 该级次环纹半径大小为  $d \tan \theta_m$ , 随  $d$  的增大而增大, 分析(5)式可知, 该级环纹半径在  $d_1 \in (0, f)$  上递增, 在  $d_1 \in (f, L)$  上递减, 由于  $f$  较小, 所以  $d$  随  $d_1$  的递减区间与光斑半径随  $d_1$  变化的单调递增区间交集大。因此主要分析递减区间, 在递减区间中, 随着  $d_1$  的增大, 对于任一级次环纹半径  $d \tan \theta_m$  与  $d$  同时变小, 因此其相邻环纹间距也会同时变小, 环纹也就变密。

因此可以调节凹透镜到光屏的距离  $L$ 。若灵敏度偏低或者不单调则减小  $L$ , 若灵敏度偏高则增大  $L$ , 以获得一个合适的灵敏度且光斑半径随  $d_1$  单调递增、环纹疏密随  $d_1$  单调递减区间。在该区间中, 随着两透镜距离  $d_1$  增大, 光斑半径越大, 环纹越多且越密。

## 4 实验验证

### 4.1 实验装置与参数测量

该实验目的是验证(6)、(9)两式得出的图2中单调区间是否与实际相符, 即验证两式的正确性。故可根据(6)、(9)两式计算出图2中  $x_1, x_2, f, x_3, \dots$  的位置对光斑半径调节的单调区间进行预测, 再与实验当中的光斑半径单调区间进行比对, 验证理论正确性。

如图5为实验装置实物图, 包括迈克逊干涉仪、半导体激光、毛玻璃观察屏、光具座、小型升降台、凹透镜和凸透镜。

需要测量的参数有: 玻璃厚度  $t$ 、凹透镜到光屏  $R$  距离  $L$ 、分束板  $M$  到光屏  $R$  的距离  $d_3$ 、分束板的限宽  $a$ 、激光入射光斑半径  $r_1$ 。其中  $r_1$  为毫米量级, 为减小测量误差, 可使用透镜放大光斑再进行测量。根据测量参数代入  $x_1, x_2, f, x_3, \dots$  的表达式, 借助Python编写程序计算出单调区间, 其中区间下限位置对应的光斑半径太小, 变化不明显, 为了便于实验测量,

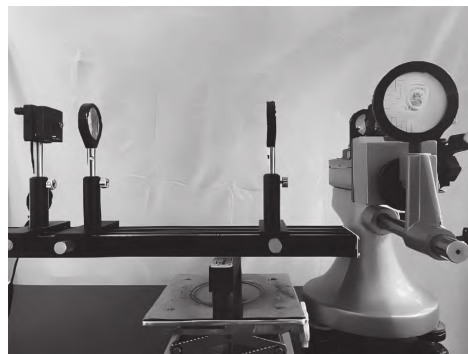


图5 实验装置图

选择区间上限进行验证。

在区间上限拐点坐标的判断上可使用左右逼近法, 测得单调区间上限位置实验值, 再与Python程序计算的结果比较, 进行实验结果分析。

### 4.2 实验结果与分析

表1  $d_1$  单调区间上限位置数据表

| 组数 | 理论值/cm  | 实验值/cm  | 相对误差 |
|----|---------|---------|------|
| 1  | 18.9(1) | 19.3(3) | 2.1% |
| 2  | 23.9(1) | 25.5(5) | 6.7% |
| 3  | 28.9(1) | 30.0(5) | 3.8% |

由表1可知区间上限位置实验值与(6)、(9)两式解出的理论值符合, 其实验误差可以分为偶然误差和系统误差。本实验中偶然误差主要来源于左右逼近法判断拐点位置和各物理量的测量误差。从表1中可以看到单调区间上限位置的理论值要小于实验值, 其原因是单调区间上限位置  $x_3$  或者  $x_4$  均与  $L$  正相关, 且需要  $L$  的测量值用于理论计算, 由于测量方向与光路方向不严格平行, 因此测得的  $L$  仅是真实  $L$  在测量方向的投影, 导致测得  $L$  偏小, 进而导致计算的单调区间上限位置比实验值小。

但在实际应用时不必计算单调区间, 只需调整  $L$ , 然后使用左右逼近法定标得到相应的单调区间, 再通过在该区间移动凸透镜即可快速地调节干涉花样。例如在已定标的迈克耳孙干涉仪调节过程中, 得到了单调区间后, 在该区间内, 可先减小  $d_1$ , 光屏中会出现几个小光斑, 将两个最亮的光斑调为重合, 此时可以看见细密的条纹, 再增大  $d_1$ , 直到可以看见中心环纹, 此时转动平面镜后三个螺钉, 使得中心环纹大致位于光斑中央, 减小  $d_1$ , 光斑范围将会减小, 中心环纹可能会偏离光斑中央, 当中心环纹即将偏离光斑时再次调节平面镜后三个螺钉, 使得环纹回

(下转119页)

## The exploration of interdisciplinary practical projects under the STEM education Idea

### ——Design and manufacture of the gravity trolley

ZHAO Zong-hong<sup>1</sup>, FEI Hong-yang<sup>2</sup>, ZHANG Yi-fan<sup>2</sup>, PAN Meng-mei<sup>2</sup>, LV Dong-dong<sup>2</sup>

(1. High School Affiliated to Hainan Normal University, Haikou, Hainan 571126, China;

2. School of Physics and Electronic Engineering, Hainan Normal University, Haikou, Hainan 571158, China)

**Abstract:** STEM is an educational concept that integrates multidisciplinary knowledge such as science, technology, engineering and mathematics, emphasizes interdisciplinary learning, and focuses on cultivating students innovative thinking and practical ability. Physics is an experiment-based discipline suitable for implementing STEM educational concepts. Under the guidance of STEM education concepts, we try to integrate science, technology, mathematics and engineering ideas into the design and production of the gravity car, improve the gravity car, and install a small generator in the car, which can not only demonstrate the conversion of gravity potential energy into kinetic energy, but also demonstrate the conversion of gravity potential energy into electrical energy. Through the exploration of interdisciplinary practical projects, students can understand the links between different disciplines from more perspectives.

**Keywords:** STEM education; gravity cart; gravitational potential energy; energy conversion

(上接 111 页)

到中心;再次减小  $d_1$  使光斑范围减小,此时通过两个微调螺杆即可将环纹调至光斑中心,再前后移动凸透镜,此时环纹的中心不再移动,现在只需调节凸透镜位置使得光斑中形成大小、疏密合适的环纹,则迈克耳孙干涉仪调节完毕。

### 5 总结与展望

本文利用双透镜组将平行光发散,从使得在迈克耳孙干涉仪测激光波长实验中不必再使用钠光灯辅助调节迈克耳孙干涉仪。并且通过理论计算构造出了一个单调区间,可通过移动透镜来调整干涉花样以及辅助迈克耳孙干涉仪两镜面垂直的调节,降

低了迈克耳孙干涉仪调节的难度,提高了实验效率,具有较强的实用价值。

### 参考文献:

- [1] 杨述武,孙迎春,沈国土,等.普通物理实验(3) 光学部分[M].北京:高等教育出版社,2016.
- [2] 赵凯华.新概念物理教程-光学[M].北京:高等教育出版社,2011(130):131.
- [3] 郭东琴,陈文博,张胜海.迈克耳孙干涉仪非定域干涉条纹分析[J].大学物理,2020,39(03):39-43.
- [4] 史少辉,封顺珍,牛萍,等.迈克耳孙干涉仪测量波长实验的研究及仿真[J].大学物理,2019,38(09):24-28.

## Influence of double lens on the measurement of laser wavelength by Michelson interferometer

CAI Long-xian, YANG Lu-yang, LIU Guang-ju, YAO Guan-xin

(School of Physics and Electronic Information, Anhui Normal University, Anhui Wuhu 241002, China)

**Abstract:** In this paper, the application of double lens in Michelson interferometer experiment to measure laser wavelength and its influence on experimental results are discussed. By introducing a double lens system, we analyze the variation of spot size, ring pattern number and density, and discuss how to adjust the interference ring pattern by adjusting the lens distance. The experimental results show that the use of double lens system can significantly reduce the difficulty of Michelson interferometer adjustment, improve the experimental efficiency, and improve the accuracy of loop throughput counting.

**Key words:** michelson interferometer, double lens system, geometric optics