Resumo 2BI

- **($\forall$x) e ($\exists$x):**

~($\forall$x) = ($\exists$x)
~($\exists$x)=($\forall$x)
($\forall$x)="Para todo x"
($\exists$x)="Existe pelo menos um x"
(Ax)(Ey) = "Para todo x existe pelo menos um y"

Vp = {1,2,3} Números que ao quadrado estão em A
Vq = {2,4,6,8} Números que são pares em A
Vp→q= V(-p V q) = (A−Vp) ∪ Vq = {4,5,6,7,8,9} ∪ {2,4,6,8} = {2,4,5,6,7,8,9} Negação de um valor resulta em todos
Vq→p= V(-q V p) = (A−Vq) ∪ Vp = {1,3,5,7,9} ∪ {1,2,3 }= {1,2,3,5,7,9}
Vp↔q= Vp→q ∩ Vq→p = {2,4,5,6,7,8,9} ∩ {1,2,3,5,7,9} = {2,5,7,9}

- **Explicação**

~Vp = A-Vp (O que tem no conjunto A que não tem no Vp)
∪ = Junta tudo dos dois conjuntos
∩ = Apenas os que são iguais entre os conjuntos

Inconsistente: deduzir uma contradição ou premissas não são todas V
Não-Validade ou Sofisma: Premissas V e Conclusão F

Prova 2BI

1-

Proposições da questão:

I. toda mulher é boa motorista;
II. nenhum homem é bom motorista;
III. todos os homens são maus motoristas;
IV. pelo menos um homem é mau motorista;
V. todos os homens são bons motoristas.

Qual das alternativas abaixo reúne o par de proposições em que uma delas é a negação da outra?

a) II e V.
b) I e III.
c) III e V.
d) II e IV.
e) IV e V.

Negação:

I. Pelo menos uma mulher não é boa motorista
II. Pelo menos um homem é bom motorista.
III. Pelo menos um homem é bom motorista.
IV. Todos os homens são bons motoristas.
V. Pelo menos um homem não é bom motorista.

Fazer a negação das proposições dadas e depois ver qual é a negação da outra

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

$\sim(\exists x)(p(x)) = (\forall x)(\sim p(x))$
$\sim(\forall x)(p(x)) = (\exists x)(\sim p(x))$

Exemplos:
a) Negar que todo **homem** foi à lua é o mesmo que existe pelo menos um **homem** que não foi à lua;
b) Negar que existe uma **pessoa** que é trilhonária é o mesmo que todas as **pessoas** não são trilhonárias.

Prova 2BI

2- *2ª Questão (1,5 ponto)* Sejam as sentenças abertas em A= {1,2,3,4,5,6,7,8,9}: ***p(x) é*** $x^2 \in A$ e ***q(x) é x é par.*** Determinar $V_{p \to q}$, $V_{q \to p}$ e $V_{p \leftrightarrow q}$

Vp = {1,2,3} Números que ao quadrado estão em A

Vq = {2,4,6,8} Números que são pares em A

Vp→q= V(-p V q) = (A−Vp) ∪ Vq = {4,5,6,7,8,9} ∪ {2,4,6,8} = {2,4,5,6,7,8,9} Negação de um valor resulta em todos os números de A que não estão no valor (A-Vp)

Vq→p= V(-q V p) = (A−Vq) ∪ Vp = {1,3,5,7,9} ∪ {1,2,3 }= {1,2,3,5,7,9}

Vp↔q= Vp→q ∩ Vq→p = {2,4,5,6,7,8,9} ∩ {1,2,3,5,7,9} = {2,5,7,9}

Prova 2BI

3- a)

$(\forall x)\ (\exists y)\ (p(x,y) \rightarrow q(y))$

$(\exists x)\ (\forall y)\ \sim(p(x,y) \rightarrow q(y))$

Condicional (COND)	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

$(\exists x)\ (\forall y)\ \sim(\sim p(x,y) \vee q(y))$

Regras de Morgan (DM)	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

$(\exists x)\ (\forall y)\ (p(x,y) \wedge \sim q(y))$

3- a)

$(\exists x)\ (\forall y)\ (p(x,y) \rightarrow q(x,y))$

$(\forall x)\ (\exists y)\ \sim(p(x,y) \rightarrow q(x,y))$

Condicional (COND)	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$

$(\forall x)\ (\exists y)\ \sim(\sim p(x,y) \vee q(x,y))$

Regras de Morgan (DM)	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

$(\forall x)\ (\exists y)\ (p(x,y) \wedge \sim q(x,y))$

3ª Questão (1,0 ponto): Dar a negação de cada uma das seguintes proposições:

a) $(\forall x)\ (\exists y)\ (p(x,y) \rightarrow q(y))$;

b) $(\exists x)\ (\forall y)\ (p(x,y) \rightarrow q(x,y))$.

Obs: Deve-se resolver até chegar na expressão mais simplificada.

Resolução:

Prova 2BI

4-

DEMONSTRAÇÃO:

(1)	$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge r)$,	P_1
(2)	$\sim(r \vee s)$	P_2
(3)	$t \rightarrow \sim p$	P_3
(4)	$\sim t \rightarrow \sim w$	P_4
(5)	w	PA – DC
(6)	$\sim v$	PA – DI
(7)	$\sim r \wedge \sim s$	2 – DM
(8)	t	4, 5 – MT
(9)	$\sim p$	3, 8 – MP
(10)	$\sim p \vee q$	9 – AD
(11)	$(p \rightarrow q)$	10 – COND
(12)	$q \wedge r$	1, 11 – MP
(13)	$\sim r$	7– SIMP
(14)	r	12 – SIMP
(15)	$r \wedge \sim r$	14,13 – CONJ

4ª Questão *(2,0 pontos)* Use **Demonstração Indireta** *E* **Demonstração Condicional** para prova do argumento: (*note que é obrigatório usar as duas demonstrações, mas não é para resolver o ex* vezes)

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \wedge r),\ \sim(r \vee s),\ t \rightarrow \sim p,\ \sim t \rightarrow \sim w \vdash w \rightarrow v$$

10 regras de equivalência:

Idempotente (ID)	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$
Comutativa (COM)	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
Associativa (ASSOC)	$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
Distributivas (DIST)	$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Dupla negação (DN)	$p \Leftrightarrow \sim\sim p$
Regras de Morgan (DM)	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
Condicional (COND)	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$
Bicondicional (BICOND)	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
Contraposição (CP)	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
Exportação-Importação (EI)	$p \wedge q \rightarrow r \Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$

10 regras de inferência:

Adição (AD)	$p \vdash (p \vee q)$ $p \vdash (q \vee p)$
Simplificação (SIMP)	$p \wedge q \vdash p$ $p \wedge q \vdash q$
Conjunção (CONJ)	$p \wedge q \vdash p \wedge q$ $p \wedge q \vdash q \wedge p$
Absorção (ABS)	$p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
Modus Ponens (MP)	$(p \rightarrow q) \wedge p \vdash q$
Modus Tollens (MT)	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \vdash \sim p$
Silogismo Disjuntivo (SD)	$(p \vee q) \wedge \sim p \vdash q$ $(p \vee q) \wedge \sim q \vdash p$
Silogismo Hipotético (SH)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \rightarrow r)$
Dilema Construtivo (DC)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \vdash (q \vee s)$
Dilema Destrutivo (DD)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s) \vdash (\sim p \vee \sim r)$

Prova 2BI

5-a)

Considerando p: 7 é primo e q: 7 divide 21, fica:
p→q,q|— ~p

V	F
p	
q	

Se fizermos p, q como V:
V→V,V |— ~V
V, V |— F
(Argumentos V e conclusão F

5-b)

Mesmo jeito da letra a

V	F
r	p
s	q
v	t

$V(P_1) = V(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = F \rightarrow (F \rightarrow V) = F \rightarrow V = V;$

$V(P_2) = V(s \rightarrow (t \rightarrow v)) = V \rightarrow (F \rightarrow V) = V \rightarrow V = V;$

$V(P_3) = V(q \rightarrow s \wedge t) = F \rightarrow (V \rightarrow F) = F \rightarrow F = V;$

$V(P_4) = V(\sim(q \wedge v)) = \sim(F \wedge V) = \sim(F) = V;$

$V(Q) = V(p \leftrightarrow r) = F \leftrightarrow V = F.$

5ª Questão** (1,0 ponto)* Responda se a afirmação é **verdadeira** ou **falsa** e ***JUSTIFIQUE sua resposta:

a) (V) O argumento: Se 7 é primo, então 7 divide 21
7 divide 21
Logo, 7 não é primo - é um sofisma.

Para que seja um sofisma, os argumentos devem ser V e a conclusão F em pelo menos uma ocasião

b) (V) O argumento $p \rightarrow (q \rightarrow r), s \rightarrow (t \rightarrow v), q \rightarrow s \wedge t, \sim(q \wedge v) \vdash p \leftrightarrow r$ é um sofisma.
Resposta: Verdadeiro:

Prova 2BI

6-

6ª Questão (1,0 ponto) Faça o que se pede:

a) Dê uma interpretação para a fórmula $\exists x\,(A(x) \wedge (\forall y(B(x,y) \rightarrow C(y)))$ de forma a obter o valor lógico Verdadeiro com o domínio contendo pelo menos 5 elementos;

b) Obtenha para a mesma fórmula do item a) o valor lógico Falso sobre uma interpretação distinta da anterior com o domínio contendo pelo menos 5 elementos.

Resoluções:

a) Interpretação: $A(x)$: $x < 10$ e $B(x,y)$: $x \mid y$ e $C(y)$: y é par com domínio $A = \{0, 2, 4, 8, 10\}$. Daí:

$\exists x\,(A(x) \wedge (\forall y(B(x,y) \rightarrow C(y))) = (\exists x)(x < 10) \wedge (\forall y(x \mid y \rightarrow y \text{ é par}))$ é verdadeira pois podemos escolher $x = 2$ que teríamos $(2 < 10) \wedge (\forall y(2 \mid y \rightarrow y \text{ é par}))$ é verdadeira.

b) Interpretação: $A(x)$: x é ímpar e $B(x,y)$: $x > y$ e $C(y)$: y é primo com domínio $A = \{8, 11, 13, 14, 15\}$. Daí:

$\exists x\,(A(x) \wedge (\forall y(B(x,y) \rightarrow C(y))) = (\exists x)(x \text{ é ímpar}) \wedge (\forall y(x > y \rightarrow y \text{ é primo}))$ é FALSA pois QUALQUER VALOR DE x que possamos escolher teremos $(x \text{ é ímpar}) \wedge (\forall y(x > y \rightarrow y \text{ é primo})) = F$ (FALSA), uma vez que, qualquer ímpar escolhido vai ser maior do que 8 que NÃO é primo.