**算法：有输入输出的、有限的、确定的、有效的过程**

**程序：实现算法的一种方式**

**递归分治，动态规划，贪心，回溯分支（数学推导）**

算法设计：抽象为数学模型、写求解过程

随机算法：按照一定概率进行选择

描述：自然语言、流程图、程序语言、Pseudocode

算法评估：Empirical（实验结果->理论推导），Theoretical（算法效率：时间/空间）

W(n)：最坏情况时间复杂度

A(n)=∑P()\*t：平均时间复杂度

**基本运算的执行次数**（加减、比较）

时间复杂度：时间的函数表示基本运算 （I：输入 N：问题规模）

复杂性的渐近性态：舍弃低阶项，不必考虑常数因子

**渐近上，下界记号**：

**O**（存在c与n0，使n>=n0都有f(n)<=c\*g(n),则f(n)=O(g(n))（<=）

**/=最坏情况下时间复杂度（输入I相关）**

**Ω**（存在c与n0，使n>=n0都有f(n)>=c\*g(n),则f(n)= Ω(g(n))（>=）

紧渐近界限记号：**Θ**（c1，c2，n0被两个相似函数夹住）（=）

非紧上，下界限：**o**（f(n)/g(n)->0），**ω**（f(n)/g(n)->∞）（<，>）

Determinism（确定性算法）：每一步有确定选择

Polynomial（P类问题）：多项式时间内**求解**

Non- Determinism（非确定性算法）：穷举并用确定性算法验证

Non- Deterministic Polynomial（**NP**）：多项式时间内**可验证**

Non- Deterministic Polynomial Complete Problem（NPC NP完全问题）：NP问题可以归约至NPC问题

Non- Deterministic Polynomial Hard Problem NP难问题：不一定为NP问题，NPC问题可归约到NP难问题（不一定在多项式时间内**可验证**）

**问题复杂度**不会超过**解决其的算法**的复杂度

判定问题（decision problem）：证明易于求解

判定形式的NP完全问题的**最优化**为NP难问题

TSP：时间复杂度n! 最优化：min{∑d（Ck,Ck+1）+d（Ck,C1）} （d（Ck,Ck+1）存在）

**递归分治**：

分治：分解问题，解决相同子问题 递归：直/间接调用自身（终止，通项条件）

递归：

双递归函数：Ackerman函数

整数划分：q(n, m) m为最大加数

1. q(n, 1)=1 （n>=1）
2. q(n, m)=q(n, n) （m>=n）
3. q(n, n)=1+q(n,n-1)
4. q(n, m)=q(n-m, m)+1(n,m-1) (n>m>1)

**Hanoi塔**：Hanoi(n, A, B, C)（从A利用B移到C）

1. n=1, move(A, C)
2. Hanoi(n-1, A, C, B)
3. Move(A, C)
4. Hanoi(n-1, B, A, C)

分治：

问题具有**最优子结构性质**（二分搜索）

分解问题，解决小问题，合并，**子问题相互独立**（非独立则使用动态规划）

分治：

大整数乘法：

X=a(n/2位)b(n/2位) Y=c(n/2位)d(n/2位)

XY=ac2^n+(ad + bc) \*2^(n/2)+bd

**快速傅里叶变换**

Strassen矩阵乘法：

将矩阵分为大小相等的子矩阵 ，使用分治法降阶求出子矩阵

T(n)=8T(n/2)+O(n^2)

排序问题：

二分归并排序：划分，求解子问题，合并（时间复杂度O(n log n)，稳定）

快速排序：选择轴值与右指针，从右开始扫描，遇小交换，从左扫描（不稳定 平均情况**O(n log n)** **差消法**）

最近点对问题：分为左右两个点集，再考虑跨越边界的点对

**递推方程：T（n）=2T（n-1）+1**（终止条件：T(1)=1）

**迭代法**求解（找出T(n)通项公式，**数学归纳法验证**正确性）

**换元迭代法**：将n转换为变元K的递推，

**T(n)=4T(n/2)+O(n)**

T(n)=2T(n/2)+n-1，令n=2^k

**T(n)=a\*T(n/b)+f(n)**

**公式：T(n)=n^(log b a)+∑a^ i f(n/b^ i )**

**递归树**验证换元迭代法：

T(N)等于树上所有节点的值（非函数项）

W(m)=（函数项）W(m1)+…+W(m k)+（节点值 非函数项）f(m)+…+g(m)

**主定理Master：**T(n)=a\*T(n/b)+f(n)

1. 若f(n)**阶小**（<O(n^(log b^ a)-e)），则T（n）=Θ(n^(log b^ a))
2. 若与f(n)**同阶 (Θ)**，则T（n）=Θ(n^(log b^ a) \* log n)
3. 若f(n)**阶大**(>Ω(n^(log b^ a)+e))，且**a\*f(n/b)≤c\*f(n)（c<1）**，则T（n）=Θ(f(n))

主定理三的两个条件需同时满足才能使用

**动态规划：**

最优化问题：解空间中满足约束条件的可行解中可使目标函数取得极值的解

最优化原理：**多段决策过程**，子问题为原始问题的一个子集

最优子结构：最大子问题的最优解包含其他**子问题最优解**

**D**ynamic **P**rogramming：重叠子问题，最优子结构性质,通过表记录已知结果，避免重复计算

1. 分段，将问题**分解为子问题**
2. 分析，是否满足**最优子结构性质**
3. 自底向上，利用已知结果简化计算

最短路径问题：

子问题界定：后边界不变，前边界前移

设计要素：目标函数，约束条件，边界，递推方程，最优化原则，最小子问题界定

矩阵连乘：加括号划分至只有两两连乘（简化矩阵连乘运算）

A<i,j>，B<j,k> AB相乘共需ijk次运算