PROBABILIDADES

Probabilidad de ocurrencia:

$$P(A) = \frac{\text{nº casos favorables}}{\text{nº casos posibles}}$$

1. Cual es la probabilidad de que al lanzar una moneda obtengas cara?

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

Para asignar probabilidades existen 3 métodos:

- Metodo clásico: asignar igual probabilidad a un resultado posible
- Metodo de frecuencia relativa: observar información pasada para obtener probabilidades. Ejemplo:

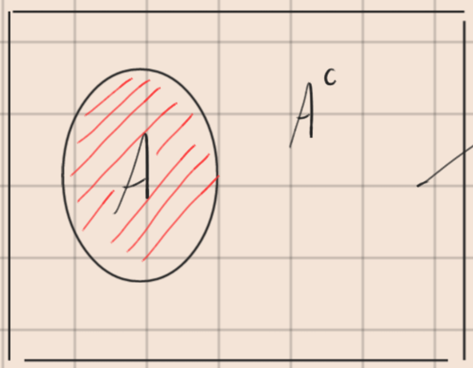
Nacionalidad de los ultimos 35 ganadores del US Open

Nacionalidad	Cantidad titulos	Frec. relativa	Probabilidad
Españoles	12	0,342	34,2%
Italianos	8	0,22	22%
Suizos	3	0,08	8%
Franceses	5	0,14	14%
Otros	7	0,2	20%

- Metodo subjetivo: Se asignan probabilidades según creencias y experiencias.

Probabilidad de eventos:

1. Complemento de un evento:



Espacio muestral:

$P(A) + P(A^c) = 1$

Ejemplo: espacio muestral del lanzamiento de un dado: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Entonces, cual es la probabilidad de que al lanzar un dado no te salga un 5?

$P(A)$ = Obtener un 5

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

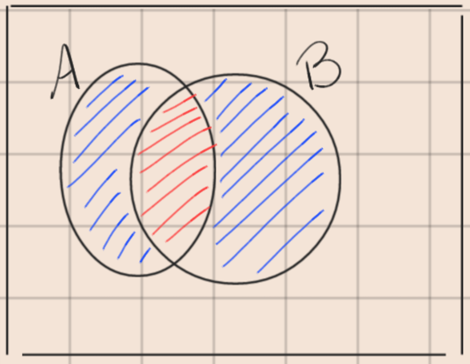
$$\frac{1}{6} + P(A^c) = 1$$

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Notar que obtenemos el mismo resultado que si hubieramos asignado la probabilidad como número de casos favorables/número de casos posibles.

2. Intersección de eventos:

Con A y B dos eventos:



$(A \cup B)$: Elementos que pertenecen a "A" ó "B".

$(A \cap B)$: Elementos que pertenecen a "A" y "B".

De esta propiedad obtenemos la ley de adición en probabilidades:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejercicio 1: En este curso 20% de los estudiantes habla italiano, 10% habla inglés y solo un 5% hablan ambos idiomas, cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar éste hable italiano o inglés?

A = Hable italiano $\Rightarrow P(A) = 0{,}20$

B = Hable inglés $\Rightarrow P(B) = 0{,}10$

$$P(A \cap B) = 0{,}05$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0{,}20 + 0{,}10 - 0{,}05$$

$$P(A \cup B) = 0{,}25$$

R: La probabilidad es de un 25%.

Ejercicio 2: En una encuesta el 60% de las personas declaró tener casa propia, un 70% declaró tener automovil propio y un 80% declaró tener alguna de las 2 cosas, cuál es la probabilidad de que al seleccionar una persona al azar éste tenga casa y auto?

A = Tener casa $\Rightarrow P(A) = 0{,}6$

B = Tener auto $\Rightarrow P(B) = 0{,}7$

$$P(A \cup B) = 0{,}8$$

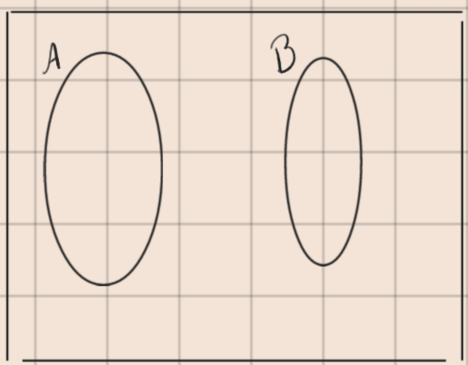
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0{,}8 = 0{,}6 + 0{,}7 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0{,}5$$

R: La probabilidad es de 50%

Cuando tenemos 2 ó mas eventos puede darse la situación de que estos sean mutuamente excluyentes, lo que quiere decir que la ocurrencia de un evento impide la ocurrencia del otro. Ocurre A ó B, pero no ambos:



Notar que:

$$(A \cap B) = \emptyset$$

$$\therefore P(A \cap B) = 0$$

Con esto:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Con:

$$P(A \cap B) = 0$$

Notar que esto también significa que si:

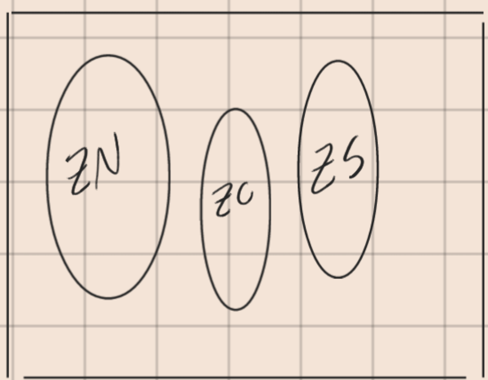
$$P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$$

Los eventos A y B no son mutuamente excluyentes.

<u>Ejemplo:</u> El equipo de la universidad paso a 4tos de final y debe esperar el sorteo para conocer contra quien le puede tocar, la pecera tiene 7 bolas, cada bola con un equipo diferente, entre las 7 hay 3 equipos de la zona norte, 2 de la zona central y 2 de la zona sur, cuál es la probabilidad de que al equipo le toque un equipo de la zona norte o zona sur?

$A =$ E. Zona norte $= 3/7 = 0{,}428$

$B =$ E. Zona sur $= 2/7 = 0{,}285$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0{,}428 + 0{,}285$$

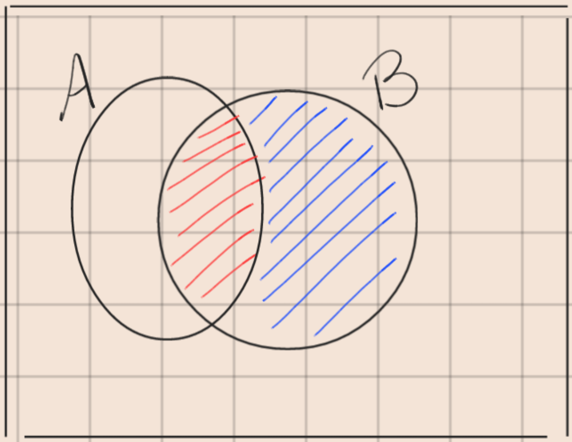
$$P(A \cup B) = 0{,}713$$

R: La probabilidad es de un 71,3 %.

Probabilidad condicional:

Se define como:

$P(A|B) =$ Probabilidad de que ocurra A dado que ocurrió B



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Recordando que:

$$P(x) = \frac{\text{nº casos favorables}}{\text{nº casos posibles}}$$

Entonces, la formula nos indica que el espacio se reduce al evento B y lo que queremos saber es cual es la probabilidad de que ocurra A y B.

Desde aqui nace la **ley de multiplicación:**

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

Notar que también:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A)$$

Ejemplo: En la UDP la probabilidad de que a un estudiante le guste el atletismo es de un 20%, que le guste el tenis es de un 40% y de que le gusten ambos deportes es de un 30%. Cuál es la probabilidad de que a 1 estudiante de la UDP le guste el atletismo dado que le gusta el tenis?

A = Atletismo = 0,2

B = Tenis = 0,4

$(A \cap B) = 0,3$

$P(A|B) = ?$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

<u>Ejemplo 2:</u> Un estudo de la cafeteria Cohen arrojó que al 85% de sus clientes les gustan comer mediaslunas si toman café y que al 95% de los clientes les gusta tomar café. Según estos resultado, a qué porcentaje de personas les gustarán las mediaslunas y el café?

A = Comer mediaslunas = ?

B = Tomar café = 0,95

$P(A|B) = 0,85$

$P(A \cap B) = ?$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$0,85 = \frac{P(A \cap B)}{0,95}$$

$$P(A \cap B) = 0{,}8075$$

R: Al 80,75 de los clientes les gustan los medios lunas y el cafe.

Eventos independientes:

Dos eventos A y B serán indepedientes si la ocurrencia de un evento no condiciona la ocurrencia del otro evento. Esto implica:

$$P(A \mid B) = P(A) \quad ,$$

$$P(B \mid A) = P(B)$$

Con esto, la ley de multiplicación indica:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$$

Con: $P(A \mid B) = P(A)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Esto ocurre $\forall$ caso donde los eventos son indep.

Ejemplo: En la papeleta del Xperto aparecen los siguientes partidos con sus probabilidades de ocurrencia:

Colo - Colo vs Curicó

L: 57% E: 23% V: 20%

Coquimbo vs Iberia

L: 40% E: 20 V: 40%

Si apostamos $10.000 al empate de Curicó y al triunfo de Iberia, que probabilidades tenemos de ganar la apuesta?

A = Empate Curicó = 23%

B = Triunfo de Iberia = 40%

Como son eventos independientes:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0{,}23 \cdot 0{,}40 = 0{,}092$$

R: $\exists$ un 9,2% de ganar la apuesta.

Andrés Fica