

唐无忌 7.12-7.18

本周主要学习几何和光线追踪部分，包括：几何的隐式表示（距离函数等）、显示表示（多边形面等），贝塞尔曲线/曲面；以及光线追踪基本步骤，光线与平面的交点，AABB 包围盒（空间划分与对象划分），辐射度量学。

几何（Geometry）：

隐式表示：

就是通过一个表达式或者函数来表达物体的形状。比如： $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，或 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$ 表示一个球体。隐式表示的优点是能够直接计算出特定的点是否在物体上，缺点是无法直接看出或算出物体的形状。

Constructive Solid Geometry(CSG)：即通过布尔运算，将多个隐式几何组合到一起。

Signed Distance Functions（有向距离函数）：

即空间中任意一点到所在物体表面任意一点的最近距离。距离函数的值可以是正的也可以是负的。如果是正的，则空间中的点在物体外，如果是负的，则该点在物体内。常用于混合几何体，值为 0 处即混合后的边界。

显示表示：

就是所有的点的坐标都给出来，或者通过映射的方式给出，优点是容易采样，但很难判断是否在面上、内部和外部。

点云：用空间中一系列的点来表示，很容易表示任何几何形状，但需要很大的数据集。

Polygon Mesh（多边形面）：常用三角形或四边形。

用一种特定的文件格式表达一个物体的形状，文件格式称为 The Wavefront Object File，简称.obj 文件，通过指定顶点坐标、法向量、纹理坐标来表示三角形或多边形。此时，多边形数量影响了模型的精细程度。

网格细分（提高多边形数量）：如，Loop 细分，Catmull-Clark 细分。

网格简化（减少多边形数量）：如，边坍缩法，就是将一条边的两个顶点融合到一起，这样两个顶点就变成了一个顶点。

贝塞尔曲线：

Bazier 曲线：

通过 $n+1$ 个控制点，依据某种规则得到 n 个点，再由这 n 个点得到 $n-1$ 个点，不断递归最终得到一个点。像这样对 $n+1$ 个控制点形成的 n 条线段上每个点都这样递归得到一个个最终的点连接起来，就是 **Bazier 曲线**。由 $n+1$ 个控制点可得到 n 阶 **Bazier 曲线**。

多段 Bezier 连接：当有许多控制点时求 **Bazier** 可能比较麻烦，就分段来使用，例如每 4 个点画一条曲线，最终连接起来，要注意连接处的平滑性。

Bazier 曲面：

例如，对 4 个控制点求得其 **Bazier 曲线**，这样对 4×4 个点得到 4 条曲线，再在这 4 条曲线上分别取一点得到的 4 个点求 **Bazier 曲线**，依次，继续再这 4 条曲线上取 4 点求 **Bazier 曲线**，不断重复，最终形成 **Bazier 曲面**。

Ray Trace（光线追踪）：

基本光线追踪步骤：

（1）生成射线：对于图像上每一个像素，眼睛发射一条穿过该像素的射线。（2）射线于物体相交：计算这条射线与场景中物体相交情况，找到距离眼睛最近的相交点。（3）着色计算：根据相交点信息，计算该像素的颜色。

Whitted-Style 光线追踪：

光线在射到物体上时，会发生反射和折射。经过反射和折射后会照射到别的物体上的某个点。然后将这些点与光源连接，如果没有物体遮挡，则说明该点能够被光源照亮，则对该点进行着色计算，并将计算的颜色值加到成像平面的像素上。

光线与平面的交点：

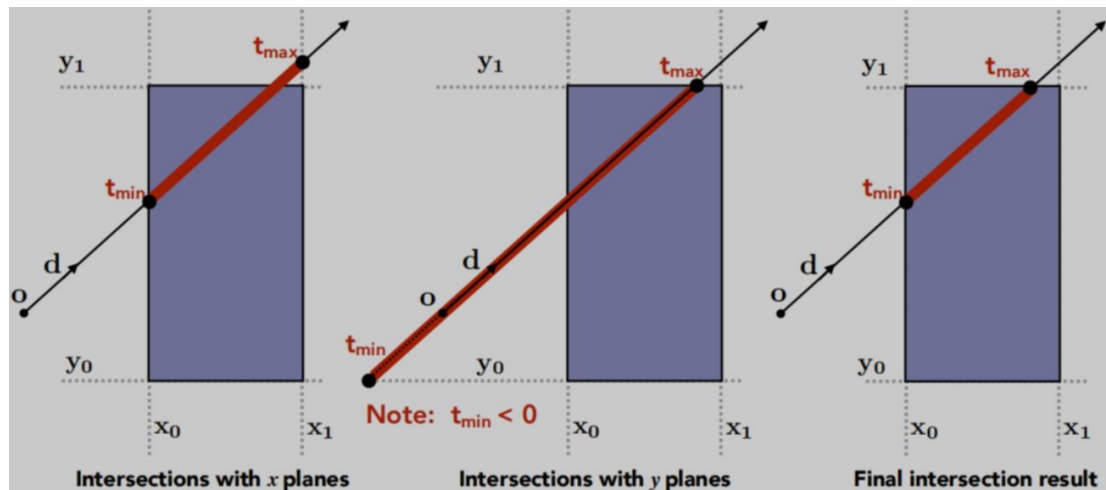
射线方程（ray equation）：表示光线在空间中的位置， $r(t) = o + td$ ，其中 o 为光源位置， d 为传播方向。

光线与隐式表面的交点：交点就即该点既在光线上也在物体上，那么知道表达出物体表面的方程表示，将射线方程代入即可求解。

光线与显示表面交点：首先计算光线与多边形所在平面的交点，再判断该点是否在多变形内。平面用一个点和法向量即可表示方程，将射线方程代入即可。可用 Möller Trumbore 算法判断射线与三角形相交。

AABB 包围盒:

所谓的包围盒就是用一个封闭空间将场景内的某些物体包围起来，如果光线都不与包围盒相交，则说明光线不会与包围盒内的物体相交，如光线与包围盒相交，再继续判断光线是否与物体相交。AABB, Axis-Aligned Bounding Box, 即轴对齐包围盒，包围盒平面分别与坐标轴平行。



- (1) 如果 t_{exit} 小于 0, 则包围盒在光源后面, 也就是光线与包围盒没有交点。
- (2) 如果 t_{enter} 小于 0 且 t_{exit} 大于等于 0, 则光源在包围盒中, 则一定有交点。
- (3) 如果 t_{enter} 小于 t_{exit} , 则光线一定经过包围盒。

均匀网格:

在包围盒内创建均匀的网格, 确定每个物体所在的网格, 判断光线是否与这些网格相交, 若相交, 再判断光线是否与物体相交。

空间划分:

包括, Oct-Tree: 八叉树划分, 就是按照等分的方式划分; KD-Tree: 与八叉树类似, 只是不再等分划分; BSP-Tree: 不再横平竖直划分。

KD-Tree:

首先构建 KD-Tree, 之后遍历判断。从根节点开始, 判断射线是否与节点的包围盒相交: 如果是叶节点, 则遍历叶节点中的对象, 并测试射线与对象相交情况; 如果非叶子节点, 按顺序判断射线穿过的子节点。如此递归遍历, 直到经过的所有叶子节点都找到, 并与其中的物体作判断。

Object Partitions (物体/对象划分):

首先对一个大包围盒, 分成两组, 一组 m 个放到一个包围盒里, 剩下的继续划分, 再分 m 个到一个包围盒里, 剩下的继续划分直到分完。这样就构建了一棵二叉树, 叶子结点放上面分出来的一个个包围盒。这样, 每个物体就只在一个包围盒中, 而包围盒可能会重叠。

辐射度量学 Radiometry:

- (1) **Radiant Energy** 辐射能量: 指电磁辐射的能量, 单位为 J (焦耳)
- (2) **Radiant Flux** 辐射 (光) 通量: 单位时间内发射、反射或投射接收的能量, 单位为 W (瓦特)
- (3) **Radiant Intensity**: 光源在单位立体角内发射的功率。
- (4) **Irradiance**: 物体在单位面积上接收到的辐射通量。
- (5) **Radiance**: 单位面积、单位立体角内沿特定方向传播的辐射通量 (发射、反射、透射或接收的功率)。

出射 Radiance 可以表示为: 单位面积的 Radiant Intensity。

入射 Radiance 可以表示为: 单位立体角的 Irradiance。