支持向量机

1. 目标函数

支持向量样本点到决策面的距离最大。

1. 约束条件
2. 决策面能将样本点正确划分：确定方向

对于所有样本点：

1. 决策面位于间隔区域的中轴线上：确定截距

取d为支持向量样本点到决策面的距离，对于所有样本点：

两边同除以d，简化约束，对于所有样本点：

1. 寻找支持向量样本点：确定样本点

由上式可知，对于支持向量样本点，。代入目标函数：

即：

整理可得，线性可分支持向量机学习的最优化问题为：

1. 拉格朗日子乘法

对于上述最优化问题，目标函数记为，约束函数记为，从几何角度来看：

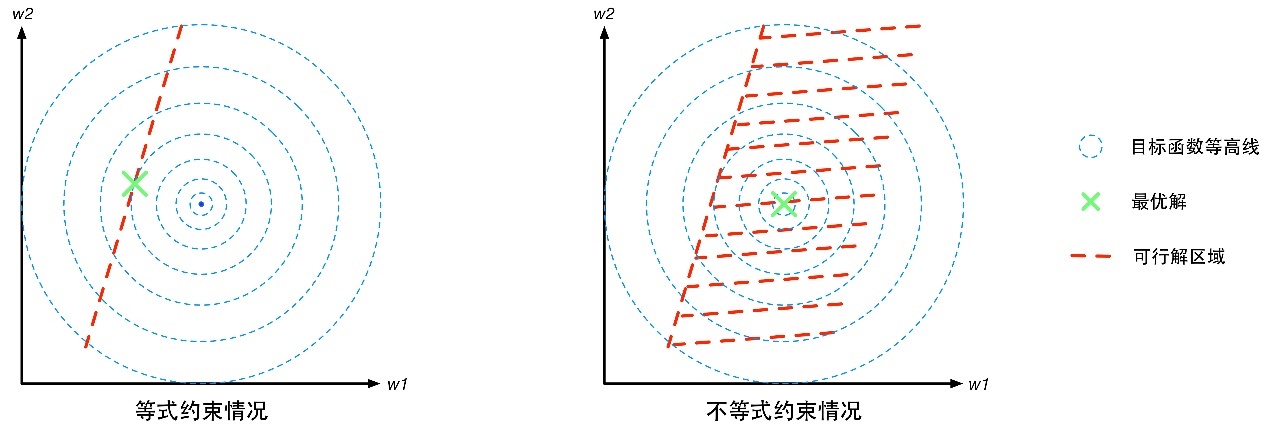


Figure 1有约束优化问题的几何意象图

我们知道和在最优点处相切，它们在处的梯度方向相同或相反。表示为：

又有：

联立即可求解。

为了使数学更优雅，我们构建拉格朗日函数，将约束优化问题转换为无约束优化问题。其具体形式如下：

1. KTT条件

对于不等式约束的情况，最优解所在的位置有两种可能：

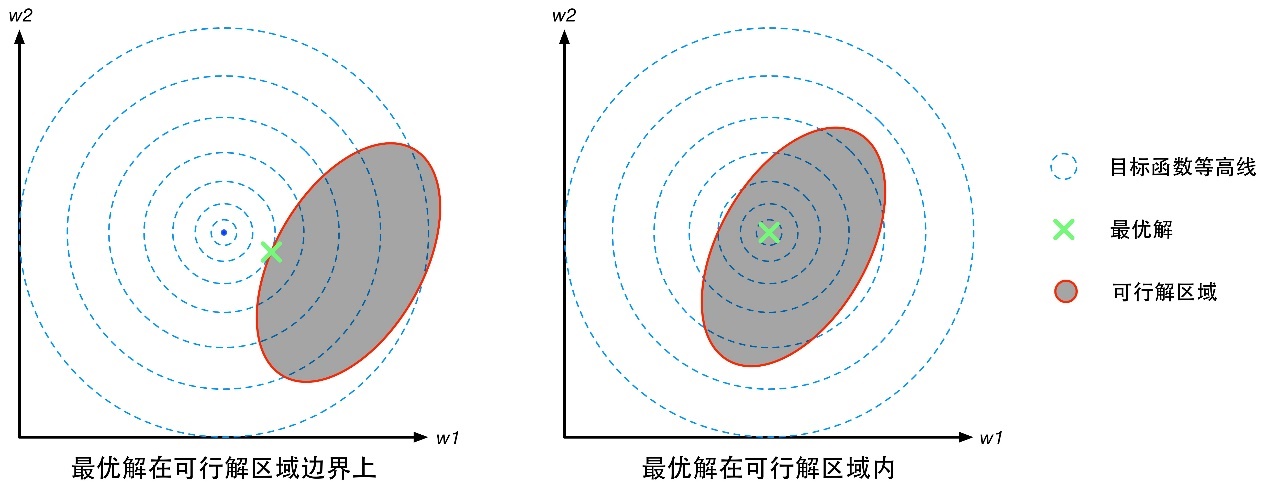


Figure 2不等式约束条件下最优解位置分布的两种情况

第一种情况，最优解在边界上，即；同时在附近，二者梯度变化不同，知

第二种情况，最优解在区域内，则相当于约束条件没有起作用，

综合上述情况，得到KTT条件：

KTT条件是对最优解的约束，而约束函数是对可行解的约束。

1. 拉格朗日对偶

1）原始目标函数：

2）新构造的目标函数：

构造拉格朗日函数：

定义新的无约束目标函数：

下面证明两目标函数同解：

可行解区域内：

故，

可行解区域外：

至少存在或，调整取值，

综上

1. 对偶问题

无约束优化：

对偶问题同解（待证明）

对于对偶问题，先求对的极小，再求对的极大。

1. 线性可分支持向量机的对偶最优化

确定目标函数：

定义拉格朗日函数：

无约束目标函数：

A

对偶问题：

求：略

求对的极大：略

等价对偶最优化问题：

计算参数：

,

易知，只依赖于的样本点。这些点也就是使不等式等号成立的点，它们出现在间隔边界上，被称作支持向量。