Atividade 02 – Métodos numéricos para resolução de equações e sistemas de equações não-lineares.

Condições e Datas

O projeto deve ser realizado **individualmente** utilizando `Python`. Lembramos que o `Python` é livre e pode ser instalado, por exemplo, usando o ambiente `Conda` disponível em `https://conda.io`. Ele também pode ser acessado online usando o Google Colab através do link `https://research.google.com/colaboratory/`.

O projeto deve ser entregue no prazo especificado no Google Classroom. O arquivo deve descrever de forma clara os procedimentos adotados e as conclusões. Em particular, responda a(s) pergunta(s) abaixo de forma clara, objetiva e com fundamentos matemáticos. Recomenda-se que os códigos sejam anexados, mas **não serão aceitos trabalhos contendo apenas os códigos**! Pode-se submeter o arquivo .ipynb do Google Colab com os comandos e comentários.

Questão 1:

Considere a equação:

$$\cos(x) + \frac{1}{1+e^{-2x}} = 0. \tag{1}$$

(a) Identifique graficamente a menor raiz positiva dessa equação.

(b) Complete a Tabela (1) aplicando os métodos numéricos com tolerâncias $\epsilon = \tau = 10^{-5}$.

(c) Compare os diversos métodos considerando a garantia e rapidez de convergência e eficiência computacional.

Tabela 1: Comparação dos métodos aplicadas para encontrar a menor raiz positiva de (1).

	Bissecção	Posição Falsa	Ponto Fixo	Netwon	Secante
φ ou f'	$---$	$---$	$\varphi =?$	$f'(x) =?$	$---$
Dados iniciais: $x^{(0)}$ ou $[a,b]$					
Aproximação para a raiz: $\tilde{x}$					
Valor de f na aproximação: $f(\tilde{x})$					
Majorante do erro ou diferença entre duas interações consecutivas:					
Número de iterações					

Questão 2:

Considere o sistema de equações não-lineares:

$$\begin{cases} 16x^4 + 16y^4 + z^4 = 16, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3, \\ x^3 - y = 0. \end{cases} \tag{2}$$

(a) Encontra a matriz Jacobiana de $\mathbf{F}$.

(b) Descreva o sistema linear necessário para realizar um passo do método de Newton.

(c) Use o método de Newton para encontrar uma aproximação $\tilde{\mathbf{x}}$ da solução de (2):

- (i) Apresente o ponto inicial.
- (ii) Comente sobre o número de iterações efetuadas.
- (iii) Escreva a aproximação obtida $\tilde{\mathbf{x}}$.
- (iv) Calcule $\mathbf{F}$ em $\tilde{\mathbf{x}}$.