Trabalho 1 :

Métodos Diretos e Iterativos para Sistemas de equações lineares e erros numéricos envolvidos

Dado o seguinte sistema de n=10 equações:

$$\begin{cases} 2{,}5.x_1 + x_2 + 1{,}5.x_3 = 4 \\ 0{,}52.x_2 + 0{,}51.x_3 + 0{,}1.x_5 = -3 \\ 0{,}9.x_1 + x_2 + 2{,}9.x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 0{,}2x_3 + 2{,}2.x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 + 2x_4 + 4.x_5 + x_6 = -1 \\ x_2 - 2x_5 + 4.x_6 - x_7 = 0 \\ x_1 + 2x_6 + 4.x_7 + x_8 = -1 \\ x_2 + x_7 + 3.x_8 + x_9 = 1 \\ x_3 - x_8 - 3.x_9 - x_{10} = 3 \\ x_4 + x_9 + 2.x_{10} = -2 \end{cases}$$

a). Determine a solução S={x_i} e o resíduo máximo das equações do sistema acima, pelo método direto de Eliminação de Gauss em precisão **simples** (variáveis single):
1a). sem Pivotação Parcial;
2a). com Pivotação Parcial;
3a). Qual das soluções acima foi mais exata? Justifique.
4a). registre o número total de operações em ponto flutuante de adição/subtração, multiplicação e divisão utilizadas, atraves de contadores destas operações;

```
A = single( [
        [2.5  1.0   1.5  0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   4];
        [0.0  0.52  0.51 0.0   0.1   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -3];
        [0.9  1.0   2.9  1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1];
        [0.0  1.0   0.2  2.2   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -1];
        [1.0  0.0   0.0  2.0   4.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -1];
        [0.0  1.0   0.0  0.0  -2.0   4.0  -1.0   0.0   0.0   0.0   0];
        [1.0  0.0   0.0  0.0   0.0   2.0   4.0   1.0   0.0   0.0  -1];
        [0.0  1.0   0.0  0.0   0.0   0.0   1.0   3.0   1.0   0.0   1];
        [0.0  0.0   1.0  0.0   0.0   0.0   0.0  -1.0  -3.0  -1.0   3];
        [0.0  0.0   0.0  1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   2.0  -2];
     ] );
```

b). Determine a solução S={x_i} e o resíduo máximo das equações do sistema acima, pelo método de Eliminação de Gauss em precisão **dupla** (variáveis double):
1b). sem Pivotação Parcial;
2b). com Pivotação Parcial;
3b). Qual das soluções acima foi mais exata? Justifique.

```
A = double( [
        [2.5  1.0   1.5  0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   4];
        [0.0  0.52  0.51 0.0   0.1   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -3];
        [0.9  1.0   2.9  1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1];
        [0.0  1.0   0.2  2.2   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -1];
        [1.0  0.0   0.0  2.0   4.0   1.0   0.0   0.0   0.0   0.0  -1];
        [0.0  1.0   0.0  0.0  -2.0   4.0  -1.0   0.0   0.0   0.0   0];
        [1.0  0.0   0.0  0.0   0.0   2.0   4.0   1.0   0.0   0.0  -1];
        [0.0  1.0   0.0  0.0   0.0   0.0   1.0   3.0   1.0   0.0   1];
        [0.0  0.0   1.0  0.0   0.0   0.0   0.0  -1.0  -3.0  -1.0   3];
        [0.0  0.0   0.0  1.0   0.0   0.0   0.0   0.0   1.0   2.0  -2];
     ] );
```

c). Determine o erro máximo exato estimado devido aos **arredondamentos** acumulados na soluções S obtidas em 1a e 2a, uma vez que o erro de truncamento de um método direto é nulo, pois estes resultados são exatos;

d). Crie uma função ou método que avalie se este sistema é Mal-Condicionado (pode ser aplicada dentro do algoritmo de Gauss, que permite o cálculo do determinante na matriz triangularizada após o escalonamento);

e). Avalie analiticamente se este sistema tem convergência garantida se resolvido por métodos iterativos e se é recomendado testar o uso de fator de relaxação;

f). Determine a solução $S=\{x_i\}$ do sistema acima, em precisão **dupla**, para minimizar os efeitos dos arredondamentos, pelo método de diagonalização iterativa de Gauss-Seidel, com critério de parada máximo relativo 1.10^{-4}:
1f). com fator de relaxação ótimo, que gera a solução com menor número de iterações, entre 0,1 e 1,9 (incremento +0,1). Determine este fator de relaxação;
2f). Registre (via contador) o número total de operações em PONTO FLUTUANTE de adição/subtração, multiplicação e divisão utilizadas com o fator de relaxação otimizado;
3f). Determine o erro máximo exato estimado devido aos truncamentos acumulados na soluções S obtidas em 1f (os erros de truncamentos devem ser calculados com o mínimo de arredondamentos, portanto em precisão dupla, e o valor exato deve ser estimado com pelo menos com o dobro de exatidão (2 vezes o número de iterações ou o dobro de exatidão no critério de parada)).

Faça um relatório claro e conciso com todos os resultados e conclusões.

---

x(1:n)= (0.);

Equações iterativas (Gauss-Seidel):

```
x(1) = ( (4)-x(2)-( (1.5)*x(3)))/ (2.5);
x(2) = (- (3)- (0.51)*x(3)- (0.1)*x(5))/ (0.52);
x(3) = ( (1)-( (0.9)*x(1))-(x(2))-(x(4)))/ (2.9);
x(4) = (- (1)-x(2)- (0.2)*x(3)-x(5))/ (2.2);
x(5) = (- (1)-x(1)- (2)*x(4)-x(6))/ (4);
x(6) = (-x(2)+ (2)*x(5)+(x(7))/ (4);
x(7) = (- (1)-x(1)- (2)*x(6)-x(8))/ (4);
x(8) = ( (1)-x(2)-x(7)-x(9))/ (3);
x(9) = ( (3)-x(3)+x(8)+x(10))/ (-3);
x(10) = (- (2)-x(4)-x(9))/ (2);
```

<u>Solução</u> = { 3.726141 -5.172945 -0.094939   3.094741 -2.616497 -0.449635 -1.73849 3.127102 -1.469868 -1.812436}