7/06/2015

Exercício de Programa 4:

Full Bayesian Significance Test

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

Por

Caio Vinícius Dadauto 7994808

Professor

Julio Michael Stern

1 O modelo

Seja o seguinte problema:

$$\begin{aligned}\Theta &= \{(\alpha,\beta,\gamma) \in]0,\infty[\text{ x } [1,\infty[\text{ x } [0,\infty[\} \\ \Theta_0 &= \{(\alpha,\beta,\gamma) \in \Theta \mid \alpha = \rho\mu(\beta,\gamma)\} \\ f(\alpha,\beta,\gamma|D) &\propto \prod_{i=1}^{n}\omega_i(t_i|\alpha,\beta,\gamma)\prod_{j=1}^{m} r_j(t_j|\alpha,\beta,\gamma)\end{aligned}$$

onde ω e r são as funcões de likelihood que representam a distribuição de Weibull. O logaritimo dessa função é dada por:

$$\omega l_i = \log(\beta) + (\beta-1)\log(t_i+\alpha) - \beta\log(\gamma) - ((t_i+\alpha)/\gamma)^\beta + (\alpha/\gamma)^\beta \quad (1)$$

$$rl_j = -((t_j+\alpha)/\gamma)^\beta + (\alpha/\gamma)^\beta \quad (2)$$

de forma que a função f passa a ser dada por fl, como se segue:

$$fl = \sum_{i=1}^{n}\omega l_i + \sum_{j=0}^{m} rl_j \quad (3)$$

Por outro lado, assumiu-se para este modelo que a hipotese zero pode ser dada por:

$$h(\alpha,\beta,\gamma) = \rho\gamma\Gamma(1+1/\beta) - \alpha = 0 \quad (4)$$

2 Otimização

A etapa de otimização foi feita maximizando fl sobre Θ_0 sujeita a hipotese zero. Essa etapa foi implementada utilizando a função fmincon() do *matlab*. Onde o θ que maximiza fl é denotado por θ^*,onde $\phi = fl(\theta^*)$. Como esta função minimiza uma função dada, foi necessário minimizar $-fl$. A seguir é apresentada a implementação da hipotese zero:

Programa 1: Implementação da hipotese zero

```
% Funcao de contorno
function [c, ceq] = con(x, rho)
   c = [];
   ceq = rho * x(3) * gamma(1 + 1/x(2)) - x(1);
end
```

3 Integração

A etapa de integração foi feita utilizando-se o metodo de Monte Carlo em $HitorMiss$. Porém, para isso, foi necessário realizar certas mudanças de variáveis de forma a tornar os limites das integrais limitados. Pois a etapa de integração é dada por:

$$k^* = \int_0^\infty \int_3^4 \int_0^\infty f_\phi(\alpha, \beta, \gamma) \mathrm{d}\alpha \mathrm{d}\beta \mathrm{d}\gamma \tag{5}$$

com as mudanças de variáveis a etapa pode ser reformulada da seguinte forma:

$$k^* = \int_0^{\pi/2} \int_3^4 \int_0^{\pi/2} f_\phi(\tan(a), b, \tan(c))(\sec(a)\sec(c))^2 \mathrm{d}a \mathrm{d}b \mathrm{d}c \tag{6}$$

onde a f_ϕ é dada por:

$$f_\phi = \begin{cases} 0, & f(\theta) < \phi \\ f(\theta), & \text{c.c.} \end{cases}$$

A implementação de fl é apresentada a seguir:

Programa 2: Implementação da hipotese zero

```
% Distribuicao Weibull
function y = fun(x, tf, td)
   y = 0;
   for i = 1:length(tf)
      y = y + (log(x(2)) + (x(2) - 1) * log(tf(i) + x(1)) - x(2) * log(x(3))
         - ((tf(i) + x(1))/x(3))^x(2) + (x(1)/x(3))^x(2));
   end
```

```
   for i = 1:length(td)
     y = y + ((-1) * ((td(i) + x(1))/x(3))^x(2) + (x(1)/x(3))^x(2));
   end
end
```

4 Implementação

Segue, a implementação total do programa, a qual faz uso das duas funções apresentadas nas seções anteriores

Programa 3: Implementação da hipotese zero

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Nome: Caio Vinicius Dadauto í          Exerccio de programa 2
% Nusp: 7994808
% Curso: Laboratorio de Programacao e Simulacao
% Turma: Noturno
%
% Este programa faz uso do pacoote 'optim' do projeto octave-forge
%        pkg install -forge optim
%        pkg load optim
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

1;

% Inicializacao de variaveis
rho = [0.05; 0.01; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9];
tf  = [0.01; 0.19; 0.51; 0.57; 0.70; 0.73; 0.75; 0.75;
      1.11; 1.16; 1.21; 1.22; 1.24; 1.48; 1.54; 1.59;
      1.61; 1.61; 1.62; 1.62; 1.71; 1.75; 1.77; 1.79;
      1.88; 1.90; 1.93; 2.01; 2.16; 2.18; 2.30; 2.30;
      2.41; 2.44; 2.57; 2.61; 2.62; 2.72; 2.76; 2.84;
      2.96; 2.98; 3.19; 3.25; 3.31];
td  = [1.19; 3.50;  3.50;  3.50;  3.50;];

N      = 10000;
ev     = zeros(10);
p      = [1, 4];
objfun = @(x) (-1) * fun(x, tf, td);
for i = 1:length(rho)
   n      = 0;
   k      = 0;
   alpha0 = rho(i) * p(2) * gamma(1 + 1/p(1));
   x0     = [alpha0, 1, 1];
   option = optimset('Algorithm', 'interior-point');
   confun = @(x) con(x, rho(i));
   theta  = fmincon(objfun, x0, [], [], [], [], [0; 3; 0], [Inf; 4; Inf], confun, option);
   disp(theta);
   phi    = objfun(theta);
   funphi = @(x) objfun(x) * (objfun(x) >= phi);
   while k < N
```

```
      val = [rand * pi/2, 3 + rand, rand * pi/2];
      y0  = [tan(val(1)), val(2), tan(val(3))];
      newfunphi = funphi(y0) * (sec(val(1)) * sec(val(3)))^2;
      if ~isnan(newfunphi)
         if newfunphi > 0
            n = n + 1;
         end
         k = k + 1;
      end
   end
   kapa    = n/N;
   disp(kapa);
   ev(i)   = 1 - kapa;
end
disp(ev);
```

4.1 Resultados

A tabela a seguir apresenta as valores de evidencia e de θ^*, ou seja, α, β e γ para dez valores de ρ distintos com t_i's e t_j's pré-definidos.

ρ	ev	α	β	γ
0.05	0.9756	0.1116	3.0000	2.5004
0.01	0.9603	0.0215	3.0000	2.4103
0.2	0.9955	0.5112	3.0000	2.8624
0.3	1	0.8427	3.0000	3.1458
0.4	1	1.2781	3.3022	3.5621
0.5	1	1.8780	3.8175	4.1547
0.6	0.9986	2.6107	4.0000	4.8005
0.7	0.9960	3.5135	4.0000	5.5376
0.8	0.9911	4.6888	4.0000	6.4662
0.9	0.9813	6.2326	4.0000	7.6402