

Lista 2

MI406/ME861 - 1s2025

Considere o modelo de Regressão Linear Simples

$$Y_i = 5 + 2x_i + \epsilon_i, \text{ para } i = 1, \dots, n,$$

com $\epsilon_i \sim N(0, 1)$ e $\epsilon_i \perp \epsilon_j$ para $i \neq j$ e sejam $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ os estimadores de Mínimos Quadrados de β_0 e β_1 , bem como \hat{Y}_i o valor predito da reta de regressão no ponto x_i .

-
1. Considere os pontos $x_1 = 1, x_2 = 2, \dots, x_{10} = 10$. Gere 10.000 (dez mil) simulações das variáveis respostas Y_i para o modelo descrito acima. Para cada simulação gerada, registre os seguintes valores:
 - Estimativas de Mínimos Quadrados $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$.
 - Intervalo de confiança de 95% para β_0 e β_1 .
 - Estatística do teste para as hipóteses $\beta_0 = 5$ vs $\beta_0 \neq 5$.
 - Estatística do teste para as hipóteses $\beta_1 = 2$ vs $\beta_1 \neq 2$.
 - Estatística do teste para as hipóteses $\beta_1 = 1.8$ vs $\beta_1 \neq 1.8$.
 2. Gere um gráfico para visualizar a distribuição de $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ ao longo das simulações e apresente a média e variância dessas estatísticas. Que valores de média e variância você esperaria obter?
 3. Em quantas simulações o valor verdadeiro esteve dentro do intervalo de confiança para β_0 e β_1 , isoladamente? Em quantas simulações ambos os intervalos continham o valor verdadeiro? Que quantidades você esperaria em cada um dos casos?
 4. Considerando um nível de significância $\alpha = 0.05$, em quantas simulações a hipótese $\beta_0 = 5$ seria rejeitada? Que número você esperaria?
 5. Considerando um nível de significância $\alpha = 0.05$, em quantas simulações a hipótese $\beta_1 = 2$ seria rejeitada? Que número você esperaria?
 6. Considerando um nível de significância $\alpha = 0.05$, em quantas simulações a hipótese $\beta_1 = 1.8$ seria rejeitada? Que número você esperaria?
 7. Considerando um nível de significância $\alpha = 0.05$, em quantas simulações pelo menos uma das hipóteses $\beta_0 = 5$ ou $\beta_1 = 2$ seria rejeitada? Que número você esperaria? O que você pode concluir a partir disso?