Notas de Aula - Capítulo 3

Probabilidade

Caio Gomes Alves

14/04/2025

1 Esperança

1.1 Definição

Definition 1.1. Se X é uma variável aleatória com distribuição F, a esperança de X é definida por $E(X = \int_{-\infty}^{\infty} xdF(x)$, sempre que a integral estiver bem definida.

Convenção: Se $E(X) < \infty$, então X é integrável.

Nota: $\int_{-\infty}^{\infty} xdF(x)$ é bem definida se $\int_{0}^{\infty} xdF(x)$ ou $\int_{-\infty}^{0} xdF(x)$ for finita, já que $\int_{-\infty}^{\infty} xdF(x) = \underbrace{\int_{-\infty}^{0} xdF(x)}_{\mathbf{I} \leq 0} + \underbrace{\int_{0}^{\infty} xdF(x)}_{\mathbf{II} \geq 0}$. Assim, podemos separar em quatro casos:

1. Se **I** e **II** são finitos, então X é integrável;
2. Se **I** é finito e $\mathbf{II} = +\infty$, então $E(X) = +\infty$;
3. Se **II** é finito e $\mathbf{I} = -\infty$, então $E(X) = -\infty$;
4. Se $\mathbf{I} = -\infty$ e $\mathbf{II} = +\infty$, então $E(X)$ é indefinida.