COQ791 – Modelagem e Simulação de Processos 2021

Terceira Lista de Exercícios

1) Resolva o sistema de duas equações diferenciais abaixo:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\
\frac{dx_2}{dt} &= -x_1 - \mu x_2
\end{aligned},
$$

para μ = -1, μ = 0, μ = 1. Quando o ponto de equilíbrio é estável, assintoticamente estável e instável?

2) Discuta a estabilidade dos pontos de equilíbrio do sistema dinâmica da **Questão 1** para todos os valores de μ.

3) Considere a equação de Van der Pol. Discuta a estabilidade dos pontos de equilíbrio à medida que o parâmetro μ é variado e plote os vários casos em seu programa preferido.

4) Considere o sistemas de EDOs:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 + x_1(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2}(1 - x_1^2 - x_2^2) \\
\frac{dx_2(t)}{dt} &= x_1 + x_2(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2}(1 - x_1^2 - x_2^2)
\end{aligned}.
$$

Use coordenadas polares ρ, ϑ:

$$x_1 = \rho\cos(\vartheta) \quad x_2 = \rho\sin(\vartheta),$$

para transformar o sistema acima em:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\rho}{dt} &= 1 - \rho^2 \\
\frac{d\vartheta}{dt} &= 1
\end{aligned}.
$$

Resolva o sistema transformado para mostrar que o círculo unitário em plano (x_1,x_2) é um ciclo limite estável. Represente a solução graficamente.

5) Considere o sistema de EDOs abaixo:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 + x_1(x_1^2 + x_2^2 - 1) \\
\frac{dx_2(t)}{dt} &= x_1 + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 1)
\end{aligned}.
$$

Mostre que a órbita periódica é instável analítica e graficamente.

6) Considere o exemplo do oscilador de Duffing. Integre a separatriz numericamente para $t \to -\infty$.