Relatório de Avaliação

# RB tree

CAIO DE LANNA CALIXTO

july 3, 2024

## Objetivo

O relatório terá como objetivo explicar as particularidades da árvore rubro-negra, bem como sua implementação, utilidade e eficiência comparada a outros modelos de estrutura de dados. Para isso uma série de testes serão realizados com o algoritmo e dados como a eficiência do tempo de inserção, remoção e busca de nós será medido.

## Node struct.

Diferindo do que foi visto em árvores binária de busca, as RB tree ( ou Árvore Rubro Negra) tem uma diferente estrutura de nó, pois essa conta com dois parâmetros a mais do que a Árvore binária convencional. Uma variável ‘Color’, que por sua vez pode assumir o valor de duas constantes nomeadas (enum), que pode ser ‘BLACK’ ou ‘RED’. Além de que a estrutura também conta com um ponteiro a mais que a Árvore binária que vimos anteriormente, este que deve apontar para o nó ‘pai’ do nó em questão.

```
enum Color {RED, BLACK};

//Criando a estrutura para a árvore rubro-negra.
typedef struct Node
{
    int iPayload;
    Node* ptrLeft;
    Node* ptrRight;
    Node* ptrParent;

    Color color;
} Node;
```

Assim fica a estrutura.

## Criação do nó

Agora que já definimos a ‘struct’ podemos elaborar uma função para a criação de um nó.

```
//Criando um novo nó
Node* createNode(int iValue)
{
    //usando malloc para alocar memória
    Node* tmp = (Node*) malloc(sizeof(Node));

    //codigo de erro caso nao consigo alocar memória.
    if (tmp == nullptr)
    {
        cerr << "Erro em createNode: malloc" << endl;
        exit(1);
    }

    tmp->iPayload = iValue;
    tmp->ptrLeft = nullptr;
    tmp->ptrRight = nullptr;
    tmp->ptrParent=nullptr;

    tmp->color = RED; // sempre começa em RED.

    return tmp;
}
    Color color;
} Node;
```

usando a função malloc(); “pedimos” ao sistema para reservar a quantidade de memória suficiente para alocar nossa estrutura (o nó criado). Quando conseguimos criar esse nó, o fazemos com seus ponteiros nulos e um iPayload que definimos, além de que a cor do nó que criamos é sempre vermelha de início, e assim que o integramos na estrutura esse nó passa a ter a cor ideal para sua posição na árvore. A função é do tipo (Node*) então ao terminar de criar o nó o retornamos.

A partir desse momento precisamos discutir como um nó criado é inserido em uma RBtree , e como isso se difere da árvore binária de busca.

## Regras da RBtree

Para discutir como será a inserção do nó precisamos saber antes as regras da Árvore Rubro Negra, dessa forma entenderemos  o código de inserção.

➡ A cada nó é atribuída a cor **RED** ou **BLACK**.

➡ O nó raiz é sempre **BLACK**.

➡ Os nós **RED** só podem ter filhos **BLACK**.

➡ As folhas das árvores são sempre **BLACK**

➡ Todos os caminhos de um nó até suas folhas descendentes tem sempre o mesmo número de nós **BLACK**.

Bem, todas essas características têm importância direta na eficiência do algoritmo, pois montar uma árvore nesses moldes faz com que ela esteja sempre balanceada, ou seja, sua subárvore à esquerda nunca tem um tamanho muito maior do que a subárvore à direita. Uma árvore balanceada tem vantagens na hora de fazermos uma busca, pois se a altura de cada subárvore de mesmo nível é parecida, então nosso algoritmo tem um tempo de busca O(log2N), sendo N o número de nós da árvore.

## Árvore Binária não balanceada.

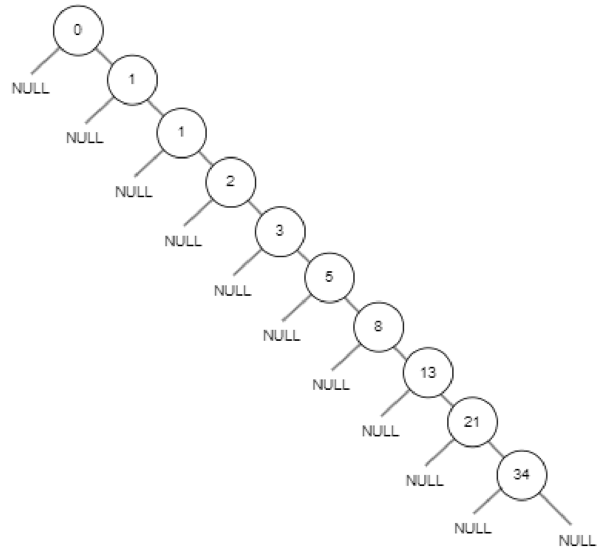
Pensando em uma árvore binária não balanceada, simplesmente incluímos os nós apenas ‘caminhando’ pela árvore e verificando se o nó atual é maior ou menor que o nó que vamos inserir, e assim que encontramos o seu lugar exato o inserimos no mesmo. É o caso da função abaixo.

```cpp
Node* insertNode(Node* startingNode, int iData)
{
    if(startingNode == nullptr)
    {
        return createNode(iData);
    }

    if(iData < startingNode->iPayload)
    {
        startingNode->ptrLeft = insertNode(startingNode->ptrLeft, iData);
    }
    else
    {
        startingNode->ptrRight = insertNode(startingNode->ptrRight, iData);
    }

    return startingNode;
}
```

Fazer a inserção dessa maneira pode levar ao desbalanceamento da árvore, por exemplo se fizermos uma inserção crescente como a sequência de Fibonacci por exemplo.

```cpp
int main()
{
    Node* root = nullptr;

    root = insertNode(root, 0);
    root = insertNode(root, 1);
    root = insertNode(root, 1);
    root = insertNode(root, 2);
    root = insertNode(root, 3);
    root = insertNode(root, 5);
    root = insertNode(root, 8);
    root = insertNode(root, 13);
    root = insertNode(root, 21);
    root = insertNode(root, 34);
    return 0;
}
```

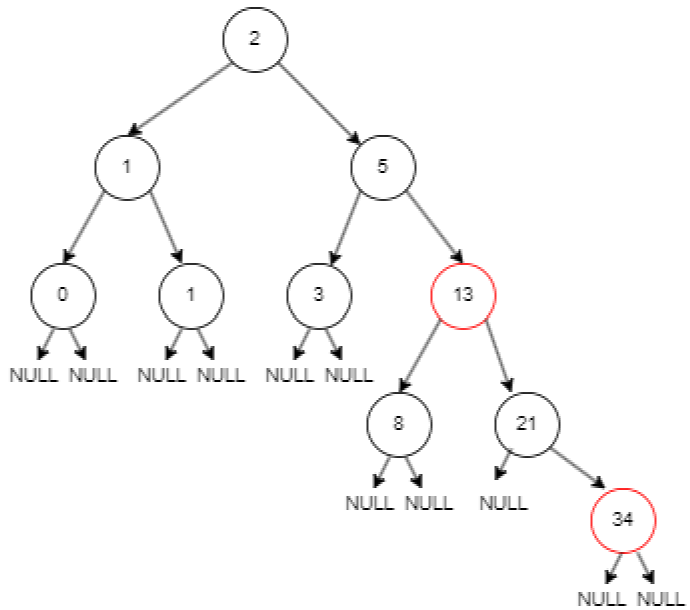
Dessa forma teremos uma árvore que se comporta mais parecido com uma lista encadeada do que com uma árvore, e isso é péssimo pois seu tempo de busca e inserção passa a ser O(N) o que para um N muito grande passa a ser muito maior que O(Log2N). A imagem abaixo representa a árvore gerada.




Ou seja, temos uma árvore binária em que o tempo de busca é tão longo quanto de uma lista. Isso se deve pelo fato de que a cada inserção de nó a 'altura' da árvore aumenta. Se continuarmos inserindo termos da sequência de fibonacci nessa árvore ela continuará aumentando e sua altura será igual a N.

## RBtree

Agora, como a RBtree tem sistema de balanceamento, a mesma inserção dos termos de fibonacci daria um resultado bem diferente que a anterior. Dessa forma fazer buscas na árvore levaria um tempo O(Log2N) pois agora a altura é aproximadamente Log2N. Segue abaixo a imagem da nova árvore.




## Inserção.

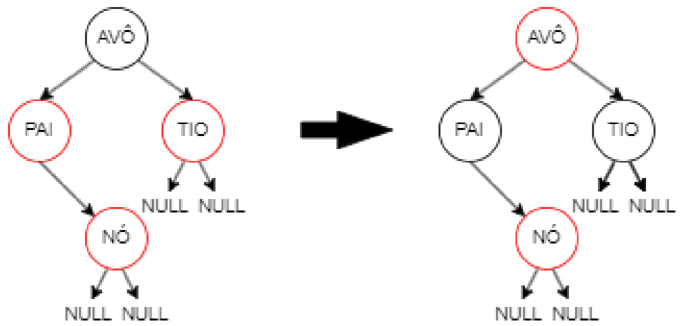
A estratégia utilizada para inserção vai ser primeiro alocar o nó como em uma árvore de busca normal. Porém, após a inserção é possível que uma das regras da árvore rubro-negra citadas no capítulo ‘Regras da RBtree’  sejam quebradas, se esse for o caso só então que corrigimos a isenção. Em nosso código essa função é a  void corrigeInsert(Node* root, Node* newNode); Essa função de tipo ‘void’ recebe como argumento a raiz da árvore e o nó que deve ser verificado, no caso é o nó que acabou de ser inserido. Porém para entender de fato como “consertar” a árvore é necessário entender o conceito de rotações do nós.

```cpp
Node* insertNode(Node* root, int iData)
{
    Node* newNode = createNode(iData); //cria o no que vai ser inserido.
    if (root == nullptr)
    {
        newNode->color = BLACK; //A raiz é sempre Preta.
        return newNode;
    }

    Node* ParentTemp = nullptr;
    Node* temp = root;

    while(temp != nullptr)
    {
        //dessa forma sempre salvamos o ponteiro anterior a temp como ParentTemp.
        ParentTemp = temp;
        if (iData < temp->iPayload)
        {
            temp = temp->ptrLeft;
        } else {temp = temp->ptrRight;}

    }

    //Agora apontamos pro ponteiro anterior
    newNode->ptrParent = ParentTemp;

    if (iData < ParentTemp->iPayload)
        ParentTemp->ptrLeft = newNode;
    else
        ParentTemp->ptrRight = newNode;


    corrigeInsert(root, newNode);  // FUNÇÃO QUE CORRIGE A INSERÇÃO PARA NAO QUEBRAR AS REGRAS DA
RBtree.
    return root;

}
```

## corrrigeInser();

➔ PRIMEIRO CASO

Se o pai e o tio do nó inserido forem **RED**, mudamos sua cor para **BLACK**, e então mudamos a cor do avô do no para **RED**. e então verificamos para o avô do nó se as regras da RBtree foram quebradas, isso impede que exista o caso em que um nó vermelho tem um filho vermelho.



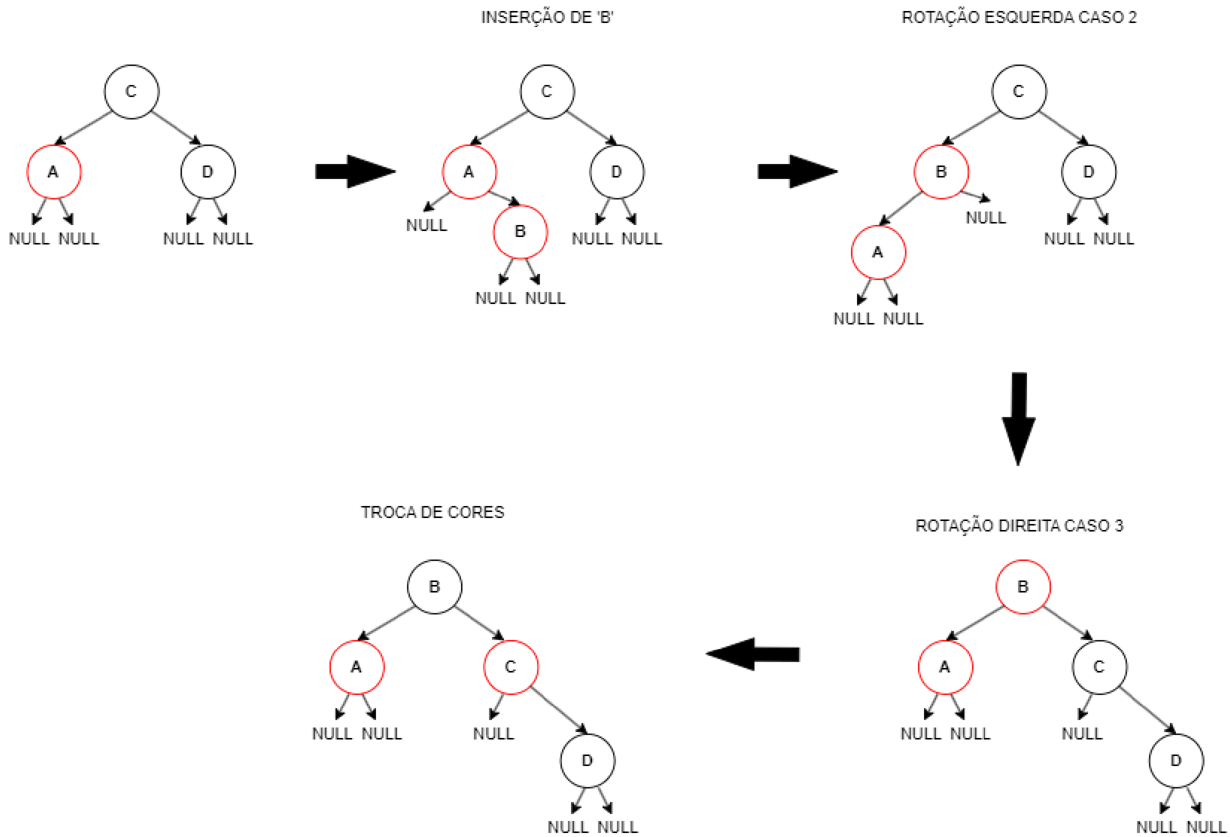

→ SEGUNDO CASO

Se o nó inserido é filho **ESQUERDO** de um pai **DIREITO**, ou filho **DIREITO** de um pai **ESQUERDO**, então deve haver uma rotação.

→ TERCEIRO CASO

Se o nó inserido é filho **ESQUERDO** de um pai **ESQUERDO**, ou filho **DIREITO** de um pai **DIREITO**, então deve haver uma rotação.

Abaixo segue imagem que mostra o algoritmo funcionando em uma árvore reduzida.


INSERÇÃO DE 'B'
ROTAÇÃO ESQUERDA CASO 2
ROTAÇÃO DIREITA CASO 3
TROCA DE CORES
C
A
D
B
NULL

## rotateLeft

```
void rotateLeft(Node*& root, Node*& modifiedNode)
{
    Node* modifiedNodeRight = modifiedNode->ptrRight; //Armazena o filho direito do nó
    modifiedNode->ptrRight = modifiedNodeRight->ptrLeft;

    if (modifiedNodeRight->ptrLeft != nullptr)
    {
        modifiedNodeRight->ptrLeft->ptrParent = modifiedNode;
    }

    modifiedNodeRight->ptrParent = modifiedNode->ptrParent;

    //ve se o nó que estamos modificando era a raiz, ou seja ptrParent == nullptr;
    if (modifiedNode->ptrParent == nullptr)
    {
        root = modifiedNodeRight;
    } else if (modifiedNode == modifiedNode->ptrParent->ptrLeft) //Vê se ele era o filho esquerdo do pai
    {
        modifiedNode->ptrParent->ptrLeft = modifiedNodeRight;
    } else
    {
        modifiedNode->ptrParent->ptrRight = modifiedNodeRight;
    }

    modifiedNodeRight->ptrLeft = modifiedNode;
    modifiedNode->ptrParent = modifiedNodeRight;
}
```

## rotateRight

```
void rotateRight(Node*& root, Node*& modifiedNode)
{
    Node* modifiedNodeLeft = modifiedNode->ptrLeft; // Armazena o filho esquerdo de modifiedNode.
    modifiedNode->ptrLeft = modifiedNodeLeft->ptrRight;

    if (modifiedNodeLeft->ptrRight != nullptr)
    {
        modifiedNodeLeft->ptrRight->ptrParent = modifiedNode;
    }

    modifiedNodeLeft->ptrParent = modifiedNode->ptrParent;

    //ve se o nó que estamos modificando era a raiz, ou seja ptrParent == nullptr;
    if (modifiedNode->ptrParent == nullptr)
    {
        root = modifiedNodeLeft;
    } else if (modifiedNode == modifiedNode->ptrParent->ptrLeft) //se modifiedNode era o filho esquerdo
atualiza o ponteiro esquerdo de seu pai.
    {
        modifiedNode->ptrParent->ptrLeft = modifiedNodeLeft;
    } else
    {
        modifiedNode->ptrParent->ptrRight = modifiedNodeLeft;
    }

    modifiedNodeLeft->ptrRight = modifiedNode;
    modifiedNode->ptrParent = modifiedNodeLeft;
}
```

Esses são os códigos responsáveis pelas rotações

## OUTRAS FUNÇÕES

As seguintes funções foram implementadas de forma recursiva, como vimos em sala de aula, elas também servem para árvores binárias não são RBtree. A forma como elas foram feitas permite que chamamos a função dentro dela mesma e então começa um looping onde um problema maior é subdividido em problemas menores com passos iguais.

### traverseInOrder

```
//travessia inorder com recursão.
void traverseInOrder(Node* ptrStartingNode)
{
    if (ptrStartingNode != nullptr)
    {
        traverseInOrder(ptrStartingNode->ptrLeft);
        cout << " " << ptrStartingNode->iPayload;
        traverseInOrder(ptrStartingNode->ptrRight);
    }
}
```

## lesserLeaf

```cpp
//Encontrar o nó mínimo.
Node* lesserLeaf(Node* startingNode)
{
    Node* ptrCurrent = startingNode;

    //Caminha na árvore indo pra esquerda
    while (ptrCurrent && ptrCurrent->ptrLeft != nullptr) ptrCurrent = ptrCurrent->ptrLeft;

    cout << "O menor nó é : " << ptrCurrent->iPayload << endl;
    return ptrCurrent;
}
```

## biggerLeaf

```cpp
//Encontrar o nó maximo.
Node* biggerLeaf(Node* startingNode)
{
    Node* ptrCurrent = startingNode;

    //Caminha na árvore indo pra direita.
    while (ptrCurrent && ptrCurrent->ptrRight != nullptr) ptrCurrent = ptrCurrent->ptrRight;

    cout << "O maior nó é : " << ptrCurrent->iPayload << endl;
    return ptrCurrent;
}
```

## treeHeight

```cpp
//Econtrar altura de forma recursiva.
int treeHeight(Node* startingNode)
{
    if (startingNode == nullptr) return 0;
    else
    {
        int iLeftHeight = treeHeight(startingNode->ptrLeft);
        int iRightHeight = treeHeight(startingNode->ptrRight);

        return max(iLeftHeight, iRightHeight) + 1;
    }
}
```

## searchNode

```cpp
//Encontrar um nó específico de forma recursiva
Node* searchNode(Node* startingNode, int iData)
{
    if(startingNode == nullptr) return nullptr;
    else if(iData == startingNode->iPayload) return startingNode;
    else if(iData < startingNode->iPayload) return searchNode(startingNode->ptrLeft, iData);
    else return searchNode(startingNode->ptrRight, iData);
}
```

## Testes.

Vamos fazer um teste usando novamente uma função não decrescente. Porém, dessa vez vamos cronometrar o tempo de inserção e busca de i-ésimo termos de da função para um 'i' relativamente grande. vamos também cronometrar o mesmo para uma árvore binária que não se preocupa com balanceamento.

→ Primeiro veremos o código para a inserção desbalanceada.

```cpp
Node* insertNodeDESBALANCEADO(Node* startingNode, int iData)
{
    if(startingNode == nullptr)
    {
        return createNode(iData);
    }

    if(iData < startingNode->iPayload)
    {
        startingNode->ptrLeft = insertNodeDESBALANCEADO(startingNode->ptrLeft, iData);
    }
    else
    {
        startingNode->ptrRight = insertNodeDESBALANCEADO(startingNode->ptrRight, iData);
    }

    return startingNode;
}
```

→ Agora usaremos essa função para adicionar um número elevado de nós e medir o tempo de inserção e busca. Além também de que vamos observar a altura da árvore o maior nó e o menor.

```cpp
//Exemplo 1, com insertNodeDESBALANCEADO
    Node* root = nullptr;

    //utilizanto a biblioteca chrono para medir tempo.
    auto start = std::chrono::high_resolution_clock::now();

    for (int i = 0; i < 100000; i++)
    {
        root = insertNodeDESBALANCEADO(root, i);
    }

    cout << "=================================================================" << endl;

    auto end = std::chrono::high_resolution_clock::now() - start;
    long long resultadoNano = std::chrono::duration_cast<std::chrono::nanoseconds>(end).count();
    cout << "tempo de inserção sem balanceamento: " << resultadoNano << endl;

    //utilizanto a biblioteca chrono para medir tempo.
    auto start_2 = std::chrono::high_resolution_clock::now();

    Node* Testing_searchNode = searchNode(root, 99999);
    cout << "endereço do nó procurado pela função: " << Testing_searchNode << endl;

    auto end_2 = std::chrono::high_resolution_clock::now() - start_2;
    long long resultadoNano_2 = std::chrono::duration_cast<std::chrono::nanoseconds>(end_2).count();
    cout << "tempo de busca sem balanceamento: " << resultadoNano_2 << endl;

    int AlturaArvore = treeHeight(root);
    cout << "A altura ad árvore é: " << AlturaArvore << endl;

    cout << "=================================================================" << endl;
```

```
=================================================================
tempo de inserção sem balanceamento: 55074819908
endereço do nó procurado pela função: 0x555ef14d3080
tempo de busca sem balanceamento: 1099104
A altura ad árvore é: 100000
=================================================================
```

É claro que dessa forma estamos evidenciando o pior dos casos da inserção, pois não há ganho de eficiência algum se comparado com uma linked-list por exemplo, porém esse caso nos mostra como é importante balancear a árvore para fazer buscas

→ Agora usaremos o código da inserção balanceada e veremos que tanto a altura da árvore ( e consequentemente o tempo de busca e inserção ) diminuem exponencialmente, passando a ser O(log2N) ao invés de O(N).

```
Node* root_2 = nullptr;

    //utilizanto a biblioteca chrono para medir tempo.
    auto start_3 = std::chrono::high_resolution_clock::now();

    for (int i = 0; i < 100000; i++)
    {
        root_2 = insertNode(root_2, i);
    }

    cout << "==================================================================" << endl;

    auto end_3 = std::chrono::high_resolution_clock::now() - start_3;
    long long resultadoNano_3 = std::chrono::duration_cast<std::chrono::nanoseconds>(end_3).count();
    cout << "tempo de inserção com balanceamento: " << resultadoNano_3 << endl;

    //utilizanto a biblioteca chrono para medir tempo.
    auto start_4 = std::chrono::high_resolution_clock::now();

    Node* Testing_searchNode_2 = searchNode(root_2, 99999);
    cout << "endereço do nó procurado pela função: " << Testing_searchNode_2 << endl;

    auto end_4 = std::chrono::high_resolution_clock::now() - start_4;
    long long resultadoNano_4 = std::chrono::duration_cast<std::chrono::nanoseconds>(end_4).count();
    cout << "tempo de busca com balanceamento: " << resultadoNano_4 << endl;

    int AlturaArvore_2 = treeHeight(root_2);
    cout << "A altura ad árvore é: " << AlturaArvore_2 << endl;

    cout << "==================================================================" << endl;
```

```
==================================================================
tempo de inserção com balanceamento: 29365681
endereço do nó procurado pela função: 0x55d4293dc080
tempo de busca com balanceamento: 5414
A altura ad árvore é: 22
==================================================================
```

Como podemos observar a altura da árvore é 22, então se formos adicionar um novo nó ou então buscar um nó, vamos precisar de no máximo 22 iterações para chegar até as folhas da árvore. Esse é o poder de uma árvore balanceada se comparada a uma sem balanceamento.