Lista 02 - Linguagens Formais e Autômatos

Caio Nery, Gustavo de Oliveira, Linsmar Vital, Luca Argolo e Thiago Vieira

Questão 01

Sendo palavra, uma sequência finita sobre um alfabeto , onde tal sequência é uma concatenação de símbolos (palavras com tamanho unitário) e linguagem um conjunto dessas palavras contido no conjunto de palavras do alfabeto. Considerando uma linguagem com infinitas palavras sobre um alfabeto é inviável representá-la completamente e verificar se cada uma dessas palavras pertence ao conjunto de palavras do alfabeto, para esse tipo de situação podemos utilizar de formalismos para fazer tal verificação.

Um desses são os formalismos reconhecedores, que são estruturas ou representações utilizadas para reconhecer se um determinado elemento pertence a uma linguagem ou não, sendo as Máquinas de Estados o principal formalismo presente neste grupo. Uma palavra é reconhecida ou aceita por uma máquina, se começando de um estado inicial e através de processamentos, essa palavra resulta no objetivo. Assim podemos afirmar que uma máquina representa uma linguagem, se essa são todas as palavras aceitas/reconhecidas por essa máquina.

Outro desses são os formalismos geracionais, que geram exemplos que tem uma determinada propriedade ou que pertencem a uma determinada linguagem, sendo as Gramáticas o principal formalismo presente neste grupo. Onde a partir de um símbolo inicial, um conjunto finito de símbolos não-terminais e um conjunto finito e não-vazio de símbolos terminais, através da derivação, que é um processamento dado pelas regras de reescrita na gramática, obtemos uma nova palavra derivada dessa gramática.

Questão 02

Seja a gramática $G = \langle \{A, B\}, \{0, 1\}, A, P \rangle$ com P contendo as regras informadas no enunciado, temos as seguintes derivações possíveis para as palavras:

(a) Seja a palavra final "λ", temos as seguintes derivações possíveis:

(i) $Inicio : A$
$(A \rightarrow BB) : BB$
$(B \rightarrow \lambda) : \lambda B$
$(B \rightarrow \lambda) : \lambda\lambda \Rightarrow \lambda$

(ii) $Inicio : A$
$(A \rightarrow BB) : BB$
$(B \rightarrow \lambda) : B\lambda$
$(B \rightarrow \lambda) : \lambda\lambda \Rightarrow \lambda$

(b) Seja a palavra final "01", temos as seguintes derivações possíveis:

(i) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow \lambda):\ \lambda B$
$(B \rightarrow 0B1):\ \lambda 0\lambda 1 \Rightarrow "01"$

(ii) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow \lambda):\ B\lambda$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0\lambda 1\lambda \Rightarrow "01"$

(iii) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B1B$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 1\lambda \Rightarrow "01"$

(iv) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ B0B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ \lambda 0\lambda 1 \Rightarrow "01"$

(c) Seja a palavra final “0101”, temos as seguintes derivações possíveis:

(i) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B1B$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 10\lambda 1 \Rightarrow 0101$

(ii) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B1B$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0B10\lambda 1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 10\lambda 1 \Rightarrow 0101$

(iii) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ B0B1$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0\lambda 10\lambda 1 \Rightarrow 0101$

(iv) $Inicio:\ A$
$(A \rightarrow BB):\ BB$
$(B \rightarrow 0B1):\ B0B1$
$(B \rightarrow 0B1):\ 0B10B1$
$(B \rightarrow \lambda):\ 0B10\lambda 1$

$(B \to \lambda):\ 0\lambda 10\lambda 1\ \Rightarrow 0101$

(d) Seja a palavra final “0011”, temos as seguintes derivações possíveis:

(i) $Inicio:\ A$
$(A \to BB):\ BB$
$(B \to 0B1):\ 0B1B$
$(B \to 0B1): 00B11B$
$(B \to \lambda): 00\lambda 11B$
$(B \to \lambda): 00\lambda 11\lambda \Rightarrow "0011"$

(ii) $Inicio:\ A$
$(A \to BB):\ BB$
$(B \to 0B1):\ 0B1B$
$(B \to 0B1): 00B11B$
$(B \to \lambda): 00B11\lambda$
$(B \to \lambda): 00\lambda 11\lambda \Rightarrow "0011"$

(iii) $Inicio:\ A$
$(A \to BB):\ BB$
$(B \to 0B1):\ B0B1$
$(B \to 0B1): B00B11$
$(B \to \lambda): \lambda 00B11$
$(B \to \lambda): \lambda 00\lambda 11 \Rightarrow "0011"$

(iv) $Inicio:\ A$
$(A \to BB):\ BB$
$(B \to 0B1):\ B0B1$
$(B \to 0B1): B00B11$
$(B \to \lambda): B00\lambda 11$
$(B \to \lambda): \lambda 00\lambda 11 \Rightarrow "0011"$

Questão 03

Sabendo que uma linguagem gerada por uma gramática é o conjunto
$L(G) = \{w \in \{a, b\}^* | A \Rightarrow^*_G w\}$
E que as regras de derivação são
$1:\ A \to aA$
$2:\ A \to B$
$3:\ B \to bB$
$4:\ B \to \lambda$
A partir de tais regras podemos notar que o conjunto linguagem gerado por G é
$L(G) = \{\lambda,\ a,\ b,\ aa,\ ab,\ bb,\ aaa,\ aab,\ abb,\ bbb,\ aaaa,\ aaab,\ aabb,\ abbb,\ bbbb,\ ...\}$
Podemos então constatar que toda palavra da forma $a^n b^m$, para $n, m \geq 0$ podem ser geradas:
$A\ \Rightarrow^n\ a^n A$ (regra 1 n vezes, $n \geq 0$)
$\Rightarrow\ a^n B$ (regra 2)

$\Rightarrow^m a^n b^m B$ (regra 3 m vezes, $m \geq 0$)

$\Rightarrow$ $a^n b^m$ (regra 4)

Logo, pode-se derivar qualquer palavra para $n, m \geq 0$ em $n + m + 2$ passos. E como não é possível gerar outras palavras, conclui-se que

$L(G) = \{a^n b^m | n, m \geq 0\}$