

## Tema A : Sistema de Rossler

---

O sistema de Rossler<sup>1</sup> é um conjunto de três equações diferenciais ordinárias definido por

$$R = \begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases}$$

em que  $a, b, c$  são parâmetros reais. Escolhendo apropriadamente valores para estes parâmetros é possível que o sistema  $R$  apresente comportamento periódico ou comportamento caótico (caos é um conceito matemático bem definido mas que está além do conteúdo deste curso).

(a) Pesquise a parte histórica envolvida. Quem foi Otto Rossler? Em que contexto ele propôs este sistema? Tragam elementos que considerarem relevantes.

(b) Apresente um estudo computacional-numérico deste sistema. Algumas sugestões minhas para nortear esta parte (o grupo pode trazer outras tantas que achar pertinente):

- Simule numericamente o sistema  $R$  considerando os parâmetros  $a, b$  e  $c$  apresentados por Rossler no trabalho original. Plote o resultado em 3D e também plote as variáveis  $x, y$  e  $z$  como variáveis em 1D.
- Fixe  $a = b = 0,1$  e considere os valores  $c = 4, 6, 8, 5, 12$  e  $18$ . Simule numericamente o comportamento do atrator (figura 3D gerada com as soluções  $x, y$  e  $z$ ) e as variáveis  $x, y$  e  $z$  como variáveis 1D. Quais valores de  $c$  indicam graficamente comportamento periódico?
- Escreva o sistema  $R$  na forma matricial  $X' = AX$ . Calcule simbolicamente o jacobiano da matriz  $A$ . Quais são os autovalores da matriz jacobiana?
- Encontre, simbolicamente, o divergente do sistema de Rossler. Interprete esse resultado.
- Considere os parâmetros  $a = 0,1, b = 0,1$  e  $c = 18$ . Integre numericamente o sistema de Rossler considerando duas condições iniciais  **muito**  próximas:  $(0, 2, 0, 7, 1, 2)$  e  $(0, 22, 0, 67, 1, 21)$  para  $t = [0, 800]$ . Plote, num mesmo gráfico, a variável  $x$  obtida em cada uma das integrações realizadas. O que se observa à medida que  $t$  aumenta?

(c) Não se limite a estas sugestões de estudo numérico-computacional. Traga mais sugestões e análises numéricas utilizando o Python para isso.

### Sugestões de Materiais Adicionais:

1 - STROGATZ, Steven H. **Nonlinear dynamics and chaos with student solutions manual: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering**. CRC press, 2018.

2 - Outros livros do Strogatz podem (e vão) ajudar.

3 - Faça buscas no Google Acadêmico pelo Sistema de Lorenz.

---

<sup>1</sup>Este sistema apresenta comportamento caótico e foi publicado em um artigo de 1976. Veja o trabalho completo Rossler, O. **An Equation for continuous chaos** (1976). Disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0375960176901018>. Acesso em jan/2024.