UNESP Campus Rio Claro - IGCE - Departamento de Matemática Mestrado Profissional em Matemática - PGMAT

Tópicos Especiais: Computação Científica Aplicada à Matemática (Verão 2024) Prof. Dr. Luciano Magrini

rof. Dr. Luciano Magrin magrini@ifsp.edu.br

Lista de Exercícios IV - Álgebra Matricial

Exercício 1.

(ET) Considere M=LU onde M é uma matriz real 3 por 3 e L e U correspondem à decomposição LU da matriz M. Verdadeiro ou Falso: $det(M)=det(L)\cdot det(U)$. Em caso verdadeiro, demonstre o resultado. Em caso falso, dê um contra exemplo.

Exercício 2.

(ET) Seja M uma matriz quadrada real de ordem 2. Prove que M admite uma decomposição LU.

Exercício 3.

(ET/EC) Seja M uma matriz quadrada real de ordem 2. Prove que M admite uma decomposição LU. Dê um exemplo considerando a matriz a matriz $M=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

Exercício 4.

(EC) Considere as matrizes reais quadradas de ordem 3 $\begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

definidas por
$$M = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 0 & 7 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$e O = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Encontre a inversa das matrizes M, N e O
- b) Compute $M \cdot M^T + (N \cdot O)^T$
- c) Encontre os autovalores de $M \cdot N$.
- d) Encontre a inversa de

$$M \cdot O + O \cdot N + N \cdot M + M^2 - 3 \cdot N^4$$

Exercício 5.

(EC) Considere a matriz Z real quadrada de ordem 5 definida por $a_{mn} = 2m + n^{-1} + 2/3 + 4 \cdot n^2 - m \cdot n$.

- a) Encontre a matriz Z.
- b) Calcule a inversa da matriz Z.
- c) Determine a decomposição LU da matriz Z^3 .
- d) Calcule os autovalores da matriz L e da matriz U. Há alguma relação entre eles e os autovalores da matriz Z original? Justifique.