

**Lista de Exercícios IV – Álgebra Matricial**

---

**Exercício 1.**

(ET) Considere  $M = LU$  onde  $M$  é uma matriz real 3 por 3 e  $L$  e  $U$  correspondem à decomposição  $LU$  da matriz  $M$ . Verdadeiro ou Falso:  $\det(M) = \det(L) \cdot \det(U)$ . Em caso verdadeiro, demonstre o resultado. Em caso falso, dê um contra exemplo.

**Exercício 2.**

(ET) Seja  $M$  uma matriz quadrada real de ordem 2. Prove que  $M$  admite uma decomposição  $LU$ .

**Exercício 3.**

(ET/EC) Seja  $M$  uma matriz quadrada real de ordem 2. Prove que  $M$  admite uma decomposição  $LU$ . Dê um exemplo considerando a matriz a matriz  $M = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ .

**Exercício 4.**

(EC) Considere as matrizes reais quadradas de ordem 3 definidas por  $M = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 0 & 7 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $N = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

e  $O = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) Encontre a inversa das matrizes  $M$ ,  $N$  e  $O$
- b) Compute  $M \cdot M^T + (N \cdot O)^T$
- c) Encontre os autovalores de  $M \cdot N$ .
- d) Encontre a inversa de

$$M \cdot O + O \cdot N + N \cdot M + M^2 - 3 \cdot N^4$$

.

**Exercício 5.**

(EC) Considere a matriz  $Z$  real quadrada de ordem 5 definida por  $a_{mn} = 2m + n^{-1} + 2/3 + 4 \cdot n^2 - m \cdot n$ .

- a) Encontre a matriz  $Z$ .
- b) Calcule a inversa da matriz  $Z$ .
- c) Determine a decomposição  $LU$  da matriz  $Z^3$ .
- d) Calcule os autovalores da matriz  $L$  e da matriz  $U$ . Há alguma relação entre eles e os autovalores da matriz  $Z$  original? Justifique.