Notas Osv Cálculo I

Função

$(A, B, a \mapsto b)$.

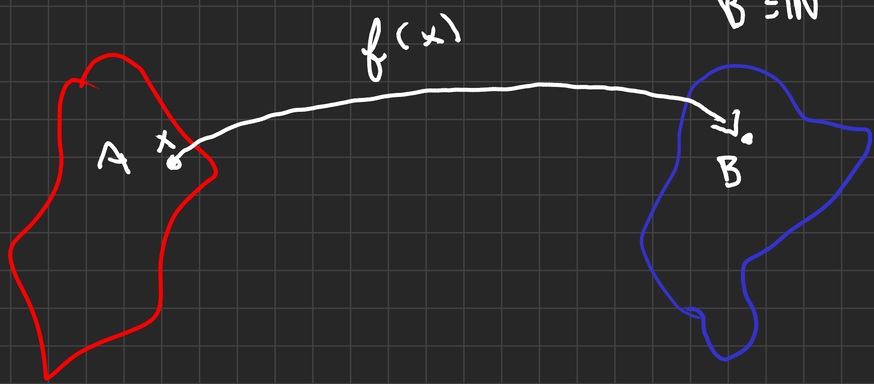
pares ordenados $(x, f(x))$.

Dizemos que $f(a)$ é o valor de "f" que assume em "a"

• Função é toda transição entre conjuntos

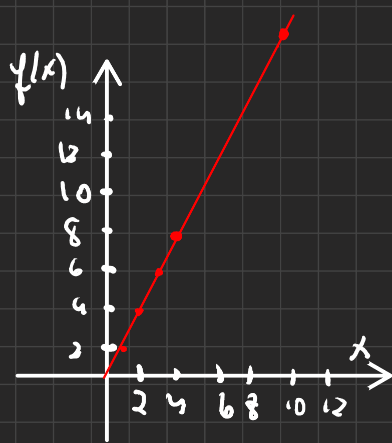
$A = \mathbb{N}$

$B = \mathbb{N}$



$\left[f(x) = 2x \, , \; x \in A \right] \rightarrow$

x	$f(x)$
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8
10	20



$f(4) = 2.(4) = 8$

$f(38) = 2.(38) = 76$

Obs: $D_f = \{ x \in \mathbb{N} \mid \underline{2x \neq 2n+1 \therefore n \in \mathbb{N}} \}$

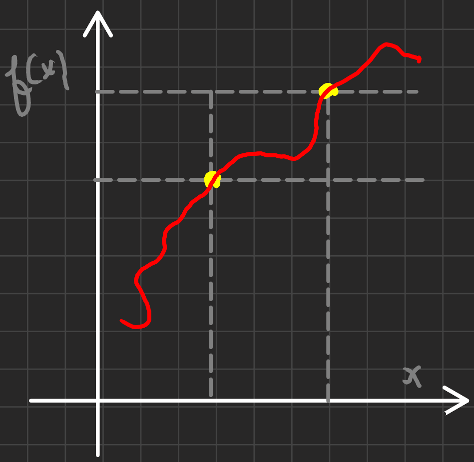
trivial

Em cálculo $\{x \in A, B \mid x \in \mathbb{R}\}$, isso é, trabalhando com conjuntos reais.

Uso de "f" é totalmente conveniência.

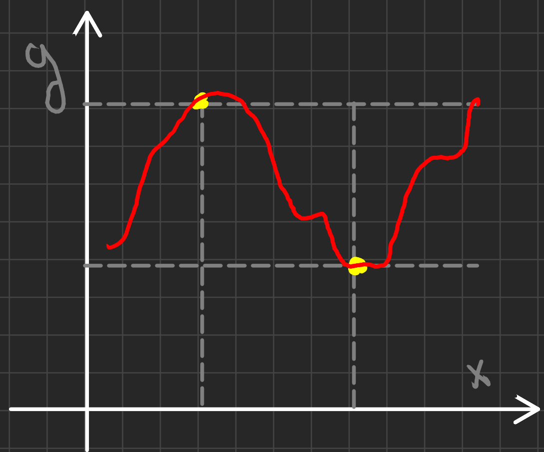
Evidentemente superior

$$\left[g(x),\ f(x),\ w(f), \ldots,\ g(f(x)),\ y \right] \quad (y = f(a))$$



$f(x)$

$(a,b]$, (c,d)



(x,y)

$f(x) = \sqrt{x}$

x	$f(x)$
0	0
1	1
2	$\sqrt{2}$
3	$\sqrt{3}$
4	2

$f(16) = \sqrt{16} = 4$

$f(t^2) = \sqrt{t^2} = |t|$

Obs: $(x = t^2)$

$f(x+4) = \sqrt{x+4}$,

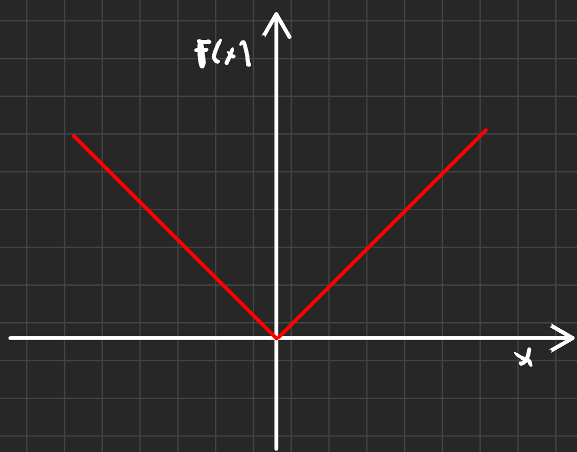
$x \geq -4$.

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

$D_F = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$.

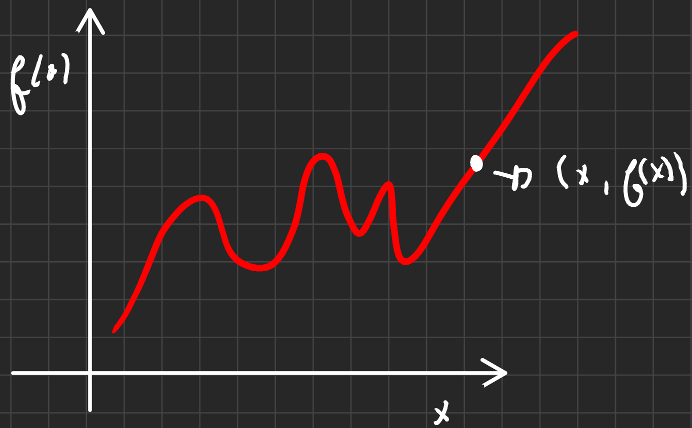
$f(x) = |x|$

x	$f(x)$
1	1
2	2
-4	4
5	5
$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

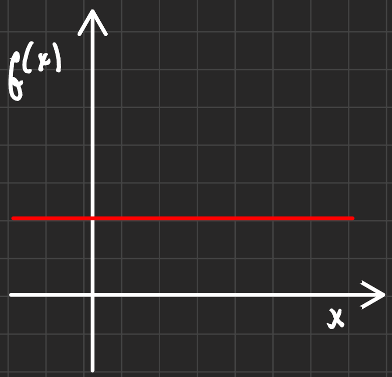


$$f(x) = \frac{4x^4 + 3x + \sqrt{x} + 1}{x}$$

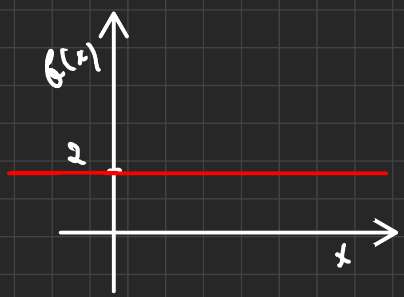
x	$f(x)$
1	9
2	$\frac{71+\sqrt{2}}{2}$
...	...



Função Constante



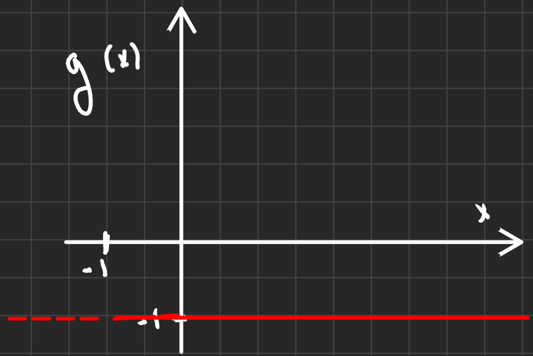
(A função $y = f(x)$, $x \in A$, dada por $f(x) = K$, sendo K constante)



$f(x) = 2$, você pode mudar o x, mas f(x) não muda, portanto:

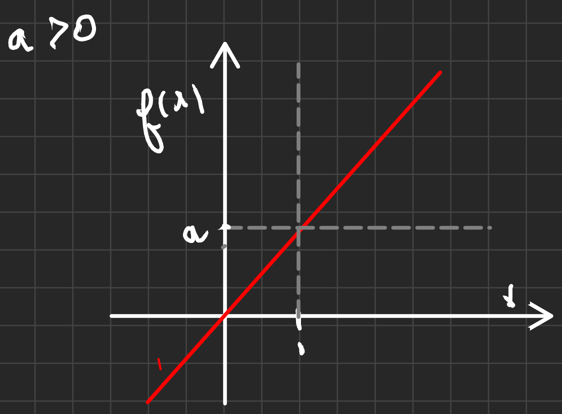
$$\left[D_F = \{(x, f(x)) \mid x \in \mathbb{R}\} = \{(x, \underline{2}) \mid x \in \mathbb{R}\} \right]$$

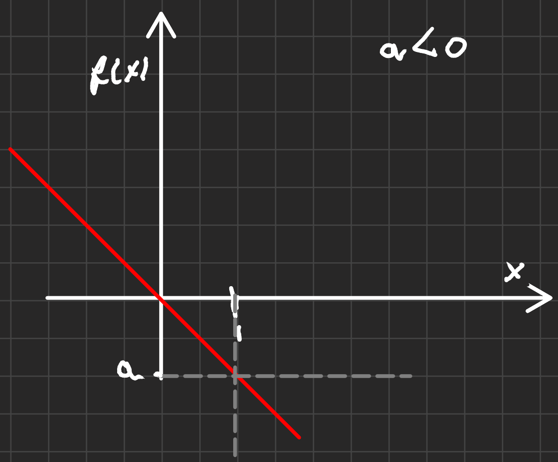
$g: [-1, \infty) \to \mathbb{R}$, sendo $g(x) = -1$ tem o gráfico



Função Linear

(Função $y = f(x)$, $x \in A$, dado $f(x) = ax$, "a" constante).

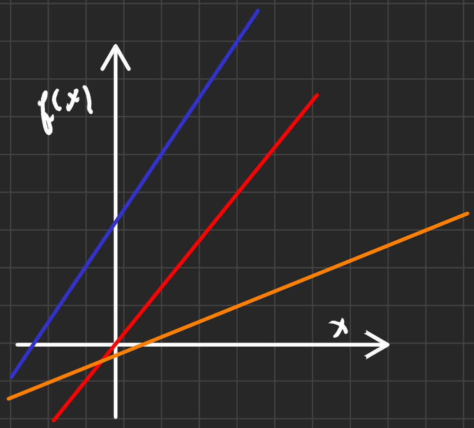




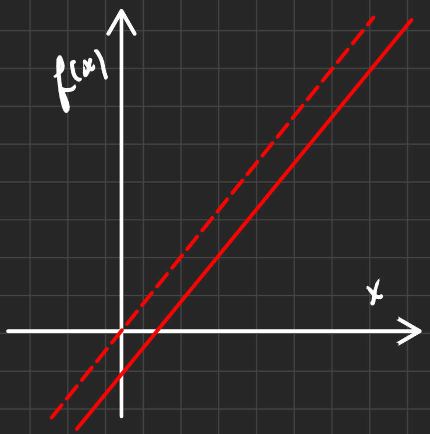
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = ?$$, sendo $f(x) = 5x$

função linear (versão afim)

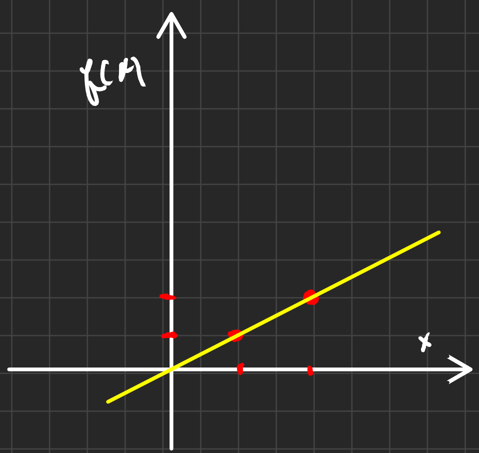
$y=f(x), x \in A$ tal que $f(x)=ax+b$, sendo a e b constantes.



Função afim será uma reta paralela a função linear.

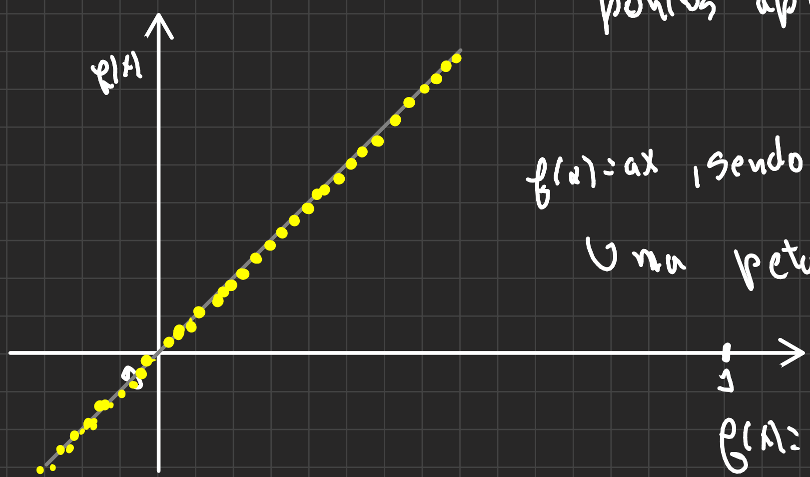


$f(x)=ax+b$



Com dois pontos de uma função linear você consegue desenhar em todo eixo x, só criando uma reta entre os pontos.

Obs: todo desenho de função são infinitos pontos aplicados de acordo com $f(x)$.



$f(x)=ax$, sendo $a=1$, logo $f(x)=x$ (reta 45°)

Uma reta representa o contínuo de pontos marcados, que no caso de $f(x)=x$, é testado $\forall x \in \mathbb{R}$

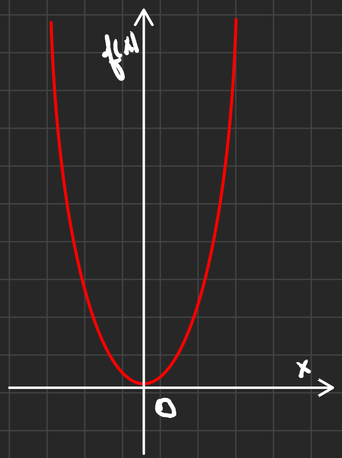
Função polinomial

Uma função Polinômial é descrita como:

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n+1} x + a_n$$, sendo $a_0 \neq 0$,

$a_1, a_2, \dots, a_n$ são reais fixos.

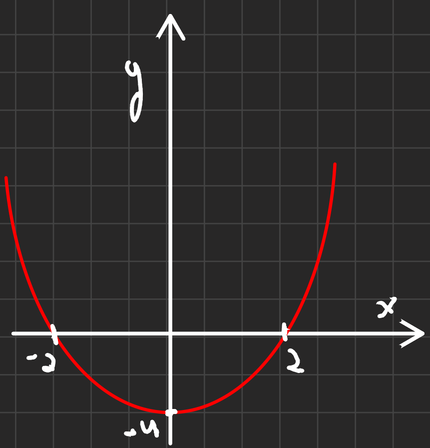
Nesse caso, denomina-se função polinomial de grau n ($n \in \mathbb{N}$)



$f(x) = x^2$

Uma função polinômial de grau 2 será uma parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo y, lembrando que $y = f(x)$.

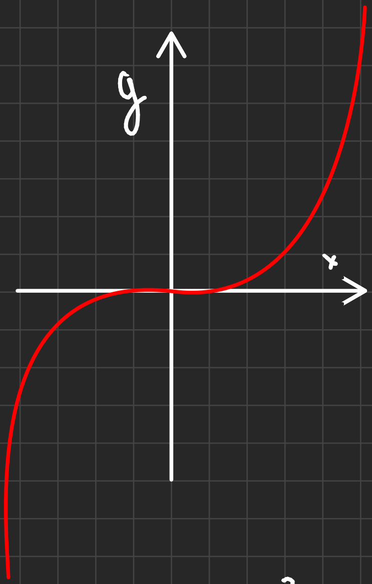
$f(x) = x^2 - 4$



testar para

$f(x) = 0$ e $x = 0$ sempre

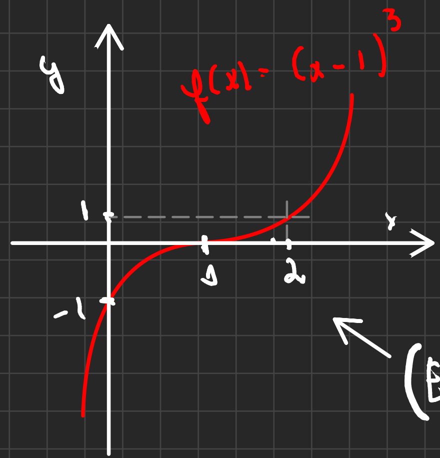
vai dizer as interseções dos eixos.



$f(x) = x^3$

tanto x^3 quanto x^2 passam na origem (0,0)
pois quando [$x=0 \Rightarrow f(x)=0$]

$f(x) = (x-1)^3 = (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$



se $x=2 \Rightarrow f(x)=1$

se $x=0 \Rightarrow f(x)=-1$

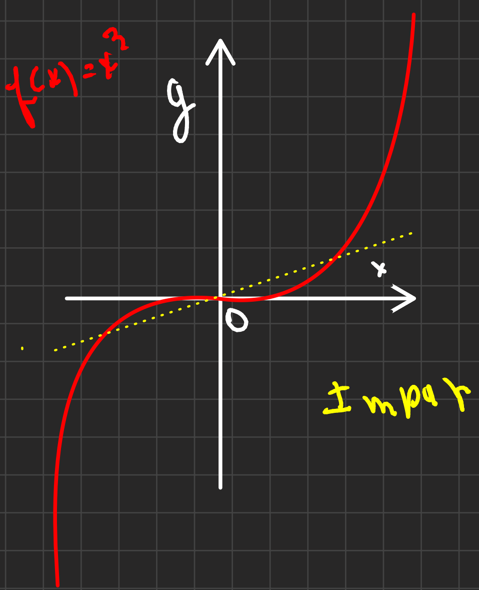
se $x=1 \Rightarrow f(x)=0$

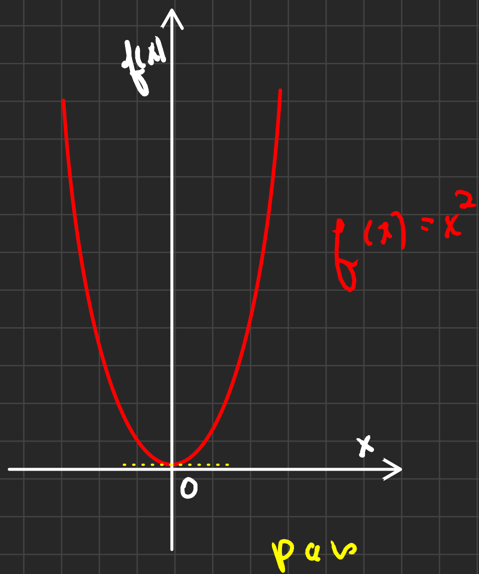
(Evidentemente fora de escala, xD)

Simetria

Impar: Rotaciona 180°.

Par: Espelho, simétrico.





A função será Par se $[f(-x) = f(x)]$.

A função será Ímpar se $[f(-x) = -f(x)]$

Par.

$f(x) = x^2 \to f(-x) = (-x)^2 = x^2 \therefore f(-x) = f(x)$.

Ímpar.

$f(x) = x^3 \to f(-x) = (-x)^3 = -x^3 \therefore f(-x) = -f(x)$

Obs: Uma função pode ter raízes. Em um polinômio, o número de raízes vai depender do grau "N" do polinômio. Ex: "$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$" pode ter 3 raízes, entretanto, observamos que ao simplificar $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = [x-1]^3 = (x-1)(x-1)(x-1)$.

$(x-1)(x-1)(x-1) = 0$ (conceito de raíz, $f(x) = 0$) $\to x = 1$, pois satisfaz cada um dos três parenteses.

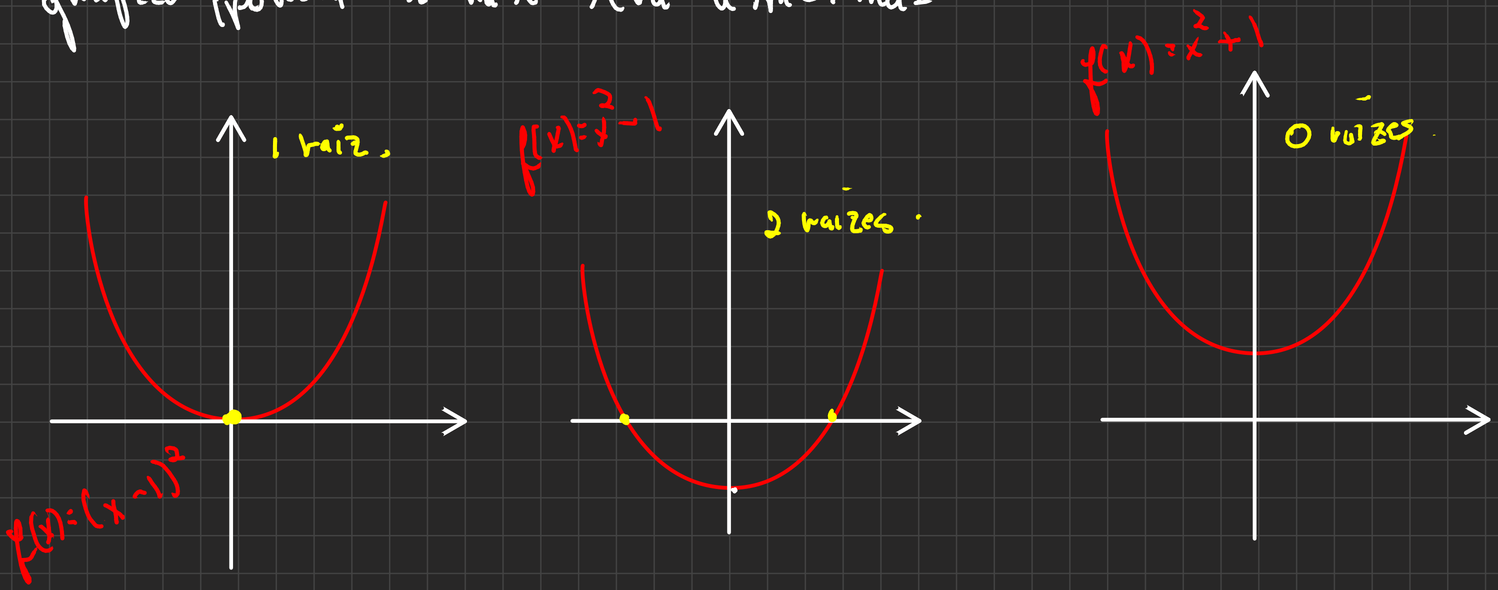
$[x^3 - 15x^2 - 15x + 105 = (x-5)(x+3)(x-7)]$ (Contribuir para confirmar)

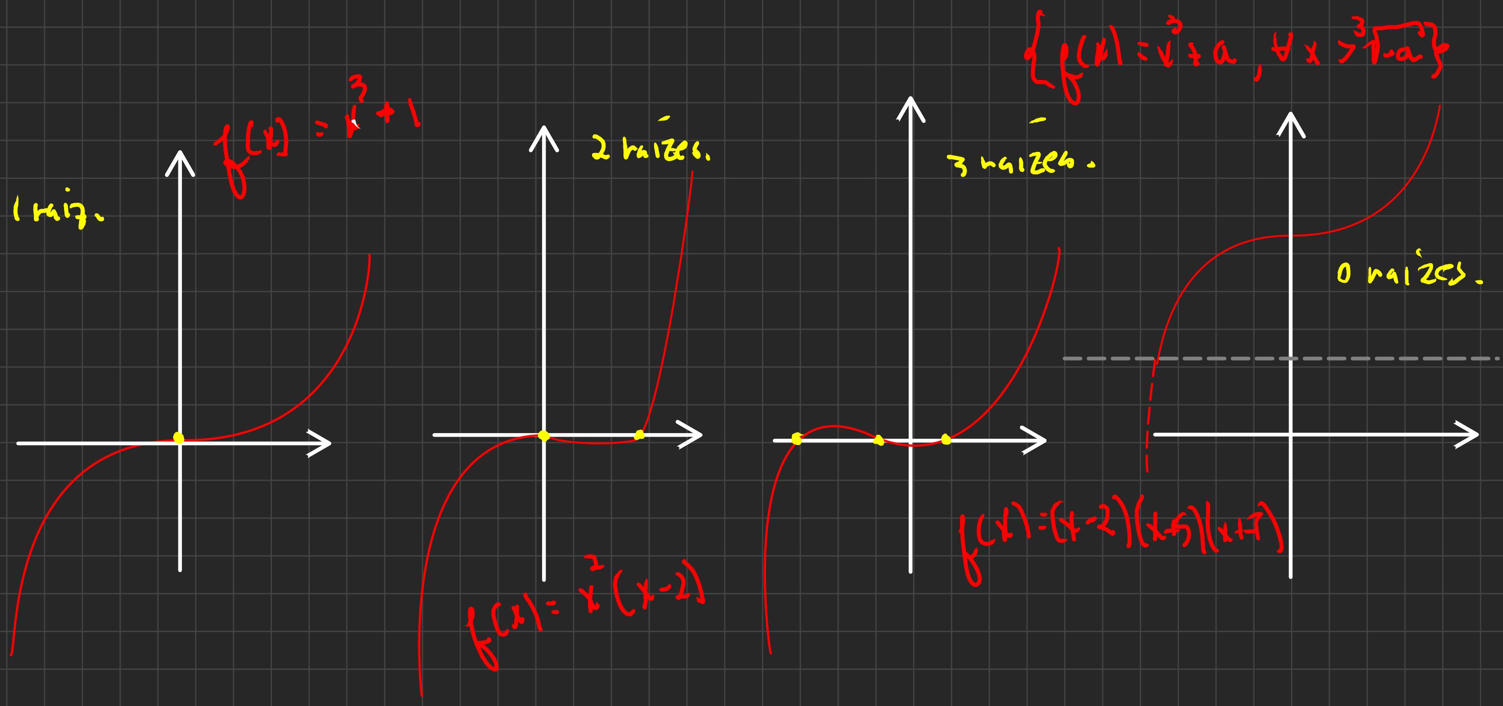
nesse caso, a $f(x) = 0$ quando $\begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \\ x = 7 \end{cases}$, porém, o número de raízes nunca será maior que o grau do polinômio, nesse caso grau 3.

$\to f(x) = x^3 - 15x^2 - 15x + 105$

$\to f(x) = (x-5)(x+3)(x-7)$

Sendo limitado pelo grau polinomial, uma função pode ter diversas raízes ou nenhuma, isso mudará o desenho dela no gráfico porém a base será a mesma.





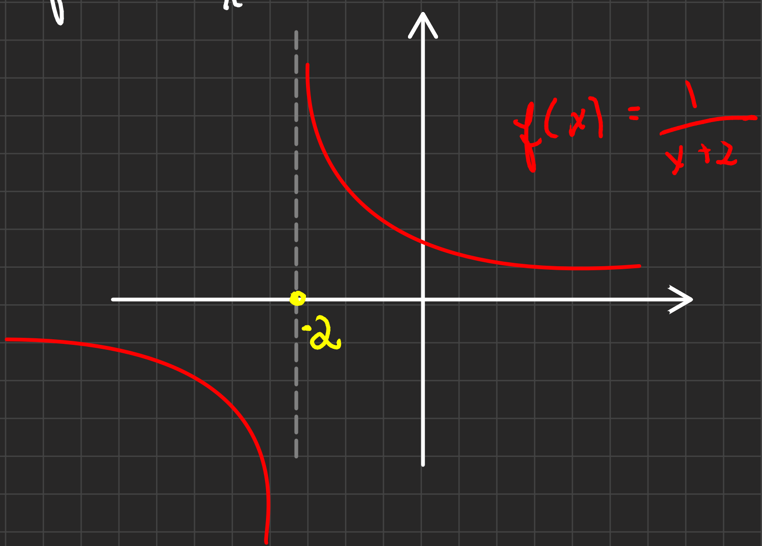
No caso de funções ímpares, a função só não vai ter raiz se ela for limitada.

Função Racional

Definido por $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, onde p e q são funções polinomiais.

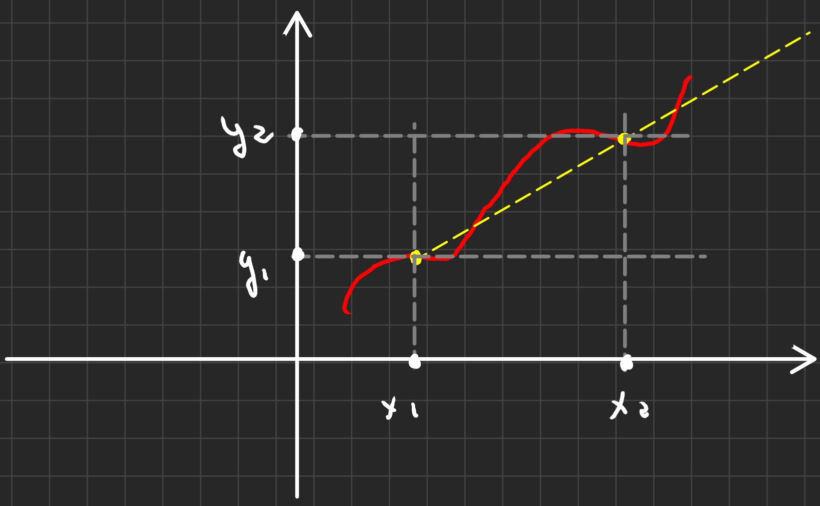
$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid q(x) \neq 0\}$

$f(x) = \frac{1}{x+2}$, $D_f \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -2\}$

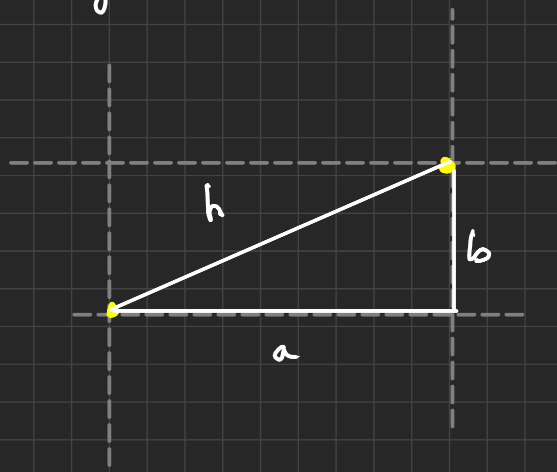


quando $x \to -2$, a função explode pro infinito.

Conceito de Distância.



Para achar a distância entre dois pontos de uma função é só usar Pitágoras.

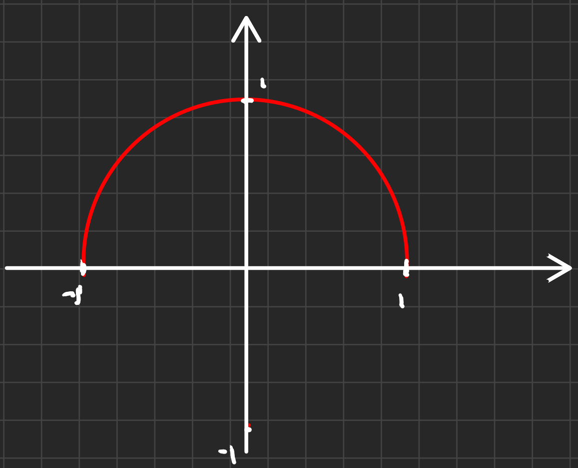


$a^2 + b^2 = h^2 \rightarrow a = x_2 - x_1 \; ; \; b = y_2 - y_1$

$h = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\text{Distância} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

A circunferência de centro (a, b), e raio r $(r \geq 0)$ tem a equação $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ devido a distância ser a mesma em todos os pontos.



$f(x) = x^2 + y^2 = 1 \quad (y \geq 0)$

$$\left[\, y = \sqrt{1 - x^2} \,\right]$$

Observe que se $y = 1 \Rightarrow x = 0$

$y = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

Observação:

Seja H um conjunto de pares e $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R} \text{ com } (x,y) \in H\}$

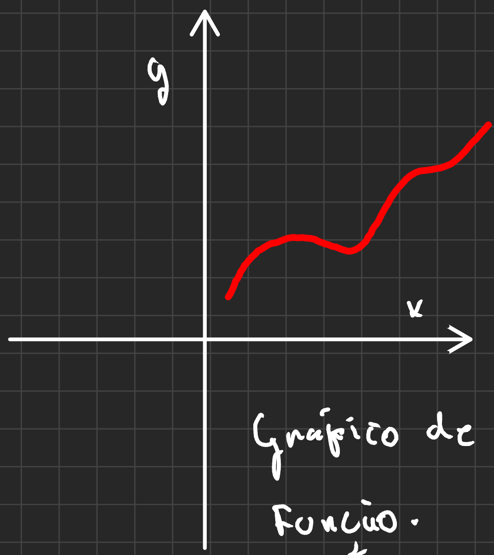
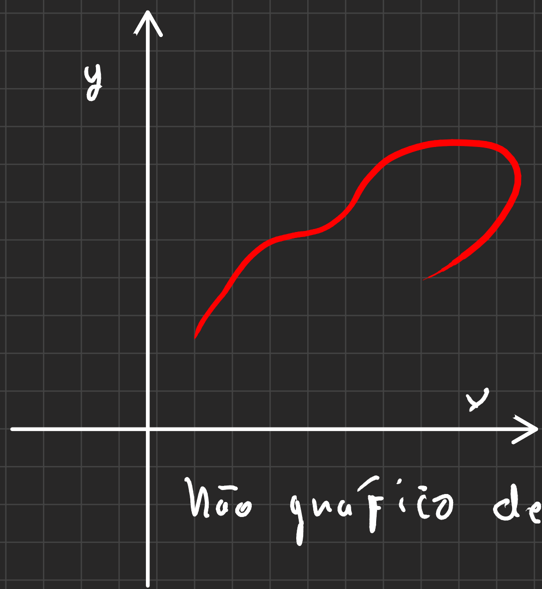
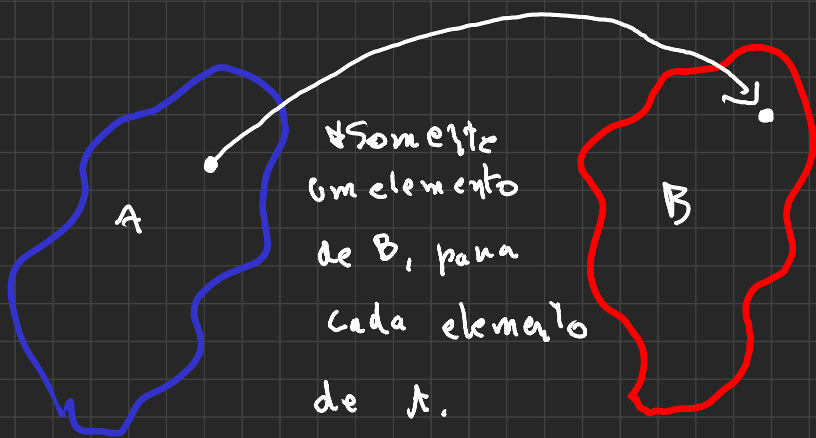


Gráfico de função.



Não gráfico de função.

Para cada x, existe um único y.



*Somente um elemento de B, para cada elemento de A.

Próx Aula:

* Funções Bijetoras, Injetoras e Sobrejetoras.
* Funções Crescentes e Decrescentes.
* Concavidades.