

Fundamentos da Programação

lista de exercícios 03

1. Aproximando $\sqrt{2}$

Na aula, nós aproximamos a raiz quadrada de X como o primeiro número inteiro Y tal que $Y^2 > X$.

Mas, para números pequenos como $X = 2$, essa aproximação não é muito boa.

Nesse caso, nós podemos utilizar uma ideia diferente.

Quer dizer, nós sabemos que $\sqrt{2}$ está em algum lugar dentro do intervalo $[0, 2]$.

Daí que, nós podemos tomar o ponto médio $(2 + 0)/2 = 1$ como a nossa primeira aproximação.

Para melhorar essa aproximação, nós observamos que $1^2 < 2$.

E isso significa que $\sqrt{2}$ está em algum lugar dentro do intervalo $[1, 2]$.

Daí que, nós podemos tomar o ponto médio $(2 + 1)/2 = 3/2$ como a nossa segunda aproximação.

Continuando dessa maneira, nós obtemos uma aproximação cada vez melhor para $\sqrt{2}$.

Faça um programa que implementa essa ideia.

2. Aproximando π

Por uma dessas coincidências da vida (ou da matemática), calhou de acontecer que

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

E agora, nós podemos tirar proveito desse fato para escrever um programa que calcula uma aproximação para o número π .

A ideia é

- Escrever um programa que calcula, digamos, a soma dos primeiros 20 termos da série acima.
- E depois utilizar a ideia do exercício anterior para obter uma aproximação para π .

3. Números perfeitos

Um *número perfeito* é um número inteiro que é exatamente igual à soma dos seus divisores próprios (i.e., sem incluir ele mesmo).

Por exemplo,

$$6 = 1 + 2 + 3 \quad \text{é um número perfeito}$$

$$12 \neq 1 + 2 + 3 + 4 + 6 \quad \text{não é um número perfeito}$$

Faça um programa que imprime todos os números perfeitos entre 1 e 100.

4. Primos e quadrados perfeitos

Abaixo nós temos mais uma coincidência matemática

- Todo primo ímpar p que deixa resto 1 quando dividido por 4 pode ser decomposto como a soma de 2 quadrados perfeitos
- a) Faça um programa que encontra essa decomposição para um número primo p que satisfaz as condições do enunciado acima.
- b) Verifique qual é o maior número primo para o qual você consegue encontrar essa decomposição no seu computador.