CONTROLE E SERVOMECANISMOS
Engenharia da Computação
Aula 14 - “Ações Básicas de Controle IV”

Prof. Dr. Victor Leonardo Yoshimura

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Faculdade de Computação

05 de junho de 2017

FACOM-UFMS

1 Avanço e Atraso na Resposta Senoidal

2 Erros em Regime em Realimentação Unitária e FTMA

1 Avanço e Atraso na Resposta Senoidal

2 Erros em Regime em Realimentação Unitária e FTMA

Avanço e Atraso na Resposta Senoidal I

Considere um SLIT-C-SISO estável, submetido a uma excitação da forma:

$$u(t) = U_{\mathsf{max}} \operatorname{sen} \omega t \tag{14.1}$$

A FT do sistema pode ser escrita como:

$$G(s) = \frac{N(s)}{\prod_{i=1}^{n} s - s_i} \tag{14.2}$$

Logo, a saída fica:

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{N(s)}{\prod_{i=1}^{n} s - s_i} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} U_{\mathsf{max}} \tag{14.3}$$

Avanço e Atraso na Resposta Senoidal II

Aplicando a TIL a (14.3):

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a}{s+j\omega} + \frac{\overline{a}}{s-j\omega} + \sum_{i=1}^{n}\frac{b_i}{s-s_i}\right]$$
$$= ae^{-j\omega t} + \overline{a}e^{j\omega t} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} b_i e^{s_i t}}_{\text{vai a 0 para } t\to 0} \tag{14.4}$$

Observação

Em (14.4), por simplicidade, foi desconsiderada a possibilidade da existência de polos múltiplos. Se existirem, então teremos termos da forma $t^h e^{s_i t}$ para o i-ésimo resíduo.

Avanço e Atraso na Resposta Senoidal III

Calculemos os resíduos a e $\overline{a}$.

$$a = U_{\mathsf{max}} G(s) \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}(s + j\omega)\Big|_{s=-j\omega} = -\frac{U_{\mathsf{max}}}{j2} G(-j\omega) \tag{14.5}$$

Como $\overline{a}$ é o conjugado de a:

$$\overline{a} = \frac{U_{\mathsf{max}}}{j2} G(j\omega) \tag{14.6}$$

Defina-se

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi} \tag{14.7a}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(G(j\omega))}{\operatorname{Re}(G(j\omega))} \tag{14.7b}$$

Avanço e Atraso na Resposta Senoidal IV

Aplicando (14.5), (14.6) e (14.7) a (14.4), com $t \gg \max_{i=1:n}\{-\mathrm{Re}(s_i)^{-1}\}$:

$$\begin{aligned} y(t) &= \frac{U_{\mathsf{max}}}{j2}|G(j\omega)|e^{j\varphi}e^{j\omega t} - \frac{U_{\mathsf{max}}}{j2}|G(j\omega)|e^{-j\varphi}e^{-j\omega t} \\ &= U_{\mathsf{max}}|G(j\omega)|\frac{e^{j(\omega t+\varphi)} - e^{-j(\omega t+\varphi)}}{j2} \\ &= U_{\mathsf{max}}|G(j\omega)|\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi) \end{aligned} \tag{14.8}$$

Importante!

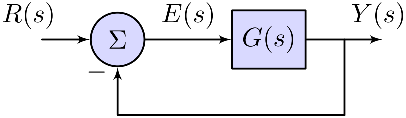
Um SLIT-C excitado por uma entrada senoidal responde de forma senoidal, na mesma frequência da entrada.

1 Avanço e Atraso na Resposta Senoidal

2 Erros em Regime em Realimentação Unitária e FTMA

Erros em Regime em Realimentação Unitária e FTMA

Considere o sistema de controle em realimentação unitária:



Determinemos a relação entre o erro e a FTMA. A FT da entrada para o erro é, usando (3.9):

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)} \tag{14.9}$$

Considere a FTMA sob a forma fatorada (N é o tipo do sistema):

$$G(s) = K\frac{\prod_{j=1}^{m}(\tau_j s+1)}{s^N \prod_{i=1}^{n-N}(T_i s+1)} \tag{14.10}$$

Erros em Regime em Realimentação Unitária e FTMA

Este é um caso mais simples de (12.3), originando:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s) \tag{14.11}$$

Para três sinais de entrada, determinaremos o erro estático:

- Entrada degrau: origina o erro estático de posição;
- Entrada rampa: origina o erro estático de velocidade;
- Entrada quadrática: origina o erro estático de aceleração.

Erro Estático de Posição

Sendo a referência um degrau, tem-se:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1 + G(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + G(0)} \tag{14.12}$$

Define-se a constante de erro estático de posição e, referindo-se a (14.10):

$$K_p = G(0) = \begin{cases} K & \text{se } N = 0 \\ \infty & \text{se } N > 0 \end{cases} \tag{14.13}$$

Importante!

Para anular o erro estático de posição, é necessário que o sistema seja, ao menos, de tipo 1.

Erro Estático de Velocidade

Sendo a referência uma rampa, tem-se:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{s}{1 + G(s)} \frac{1}{s^2} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{sG(s)} \qquad (14.14)$$

Define-se a constante de erro estático de velocidade e, referindo-se a (14.10):

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = \begin{cases} 0 & \text{se } N = 0 \\ K & \text{se } N = 1 \\ \infty & \text{se } N > 1 \end{cases} \qquad (14.15)$$

Importante!

Se o sistema for de tipo 0, o erro estático de velocidade torna-se infinito. Para anulá-lo, é necessário que o sistema seja, ao menos, de tipo 2.

Erro Estático de Aceleração

Sendo a referência $r(t) = t^2\tilde{1}(t)$, tem-se:

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} \frac{1}{s^3} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2 G(s)} \tag{14.16}$$

Define-se a constante de erro estático de aceleração e, referindo-se a (14.10):

$$K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s) = \begin{cases} 0 & \text{se } N \leq 1 \\ K & \text{se } N = 2 \\ \infty & \text{se } N > 2 \end{cases} \tag{14.17}$$

Importante!

Se o sistema for de tipo 0 ou 1, o erro estático de aceleração torna-se infinito. Para anulá-lo, é necessário que o sistema seja, ao menos, de tipo 3.