# CONTROLE E SERVOMECANISMOS
## Engenharia da Computação
### Aula 06 - "Modelagem de Sistemas Dinâmicos IV: Sistemas Elétricos"


Prof. Dr. Victor Leonardo Yoshimura

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Faculdade de Computação


3 de maio de 2017

1 Sistemas Elétricos

2 O Motor de Corrente Contínua

1 Sistemas Elétricos

2 O Motor de Corrente Contínua

# Sistemas Elétricos: Correntes e Tensões

Em Sistemas Elétricos, em geral, relaciona-se correntes e tensões;

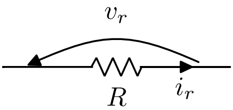
**Observação**

*Para evitar erro de modelagem em Sistemas Elétricos, use as leis de Kirchhoff!*

São três os elementos principais dos Sistemas Elétricos:

- Resistor;
- Indutor;
- Capacitor.

# Sistemas Elétricos: Resistor




A relação tensão/corrente é dada pela (chamada) lei de Ohm

$$v_r(t) = Ri_r(t) \tag{6.1}$$

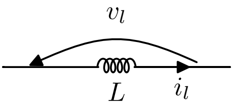
O resistor dissipa energia em Sistemas Elétricos. Esta energia é dada por

$$E_r = \int_{t_o}^{t_f} v_r(t) i_r(t) \, \mathrm{d}\, t \tag{6.2}$$

**Observação**

*Teve alguma ideia para calcular a energia no amortecedor?*

# Sistemas Elétricos: Indutor



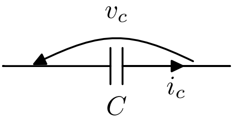

A relação tensão/corrente é dada por

$$v_l(t) = L\frac{\mathrm{d}\, i_l(t)}{\mathrm{d}\, t} \tag{6.3}$$

O indutor armazena energia em seu campo magnético, dada por

$$E_l = \frac{1}{2}Li_l^2 \tag{6.4}$$

# Sistemas Elétricos: Capacitor



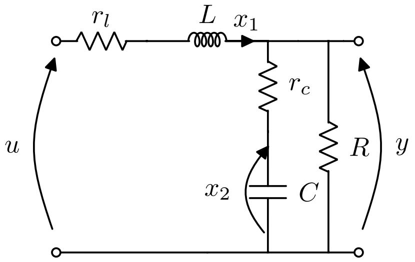

A relação tensão/corrente é dada por

$$i_c(t) = C\frac{\mathrm{d}\, v_c(t)}{\mathrm{d}\, t} \tag{6.5}$$

O capacitor armazena energia em seu campo elétrico, dada por

$$E_c = \frac{1}{2}Cv_c^2 \tag{6.6}$$

# Exemplo: Um Circuito Elétrico




No ramo do indutor:

$$u - y - r_l x_1 = L\dot{x}_1$$

No ramo do capacitor:

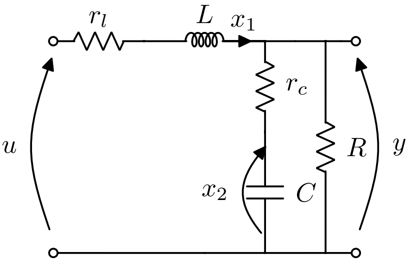
$$\frac{y - x_2}{r_c} = C\dot{x}_2$$

Evidentemente, com a LNK:

$$y = R\left(x_1 - \frac{y - x_2}{r_c}\right)$$

Neste caso, obter a equação de saída primeiro facilita a modelagem.

# Exemplo: Um Circuito Elétrico

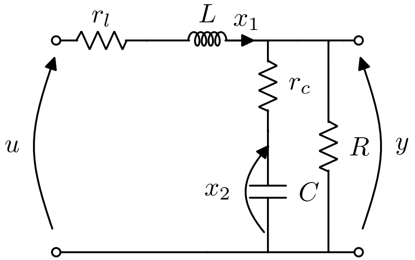



Isolando $y$ na terceira equação e substituindo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{r_cR + r_cr_l + r_lR}{L(R + r_c)} & \dfrac{R}{L(R + r_c)} \\ \dfrac{R}{(R + r_c)C} & -\dfrac{1}{(R + r_c)C} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \dfrac{Rr_c}{R + R_c} & \dfrac{R}{R + r_c} \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

# Exemplo: Um Circuito Elétrico




Usando (4.2), podemos obter a FT

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$$

**Observação**

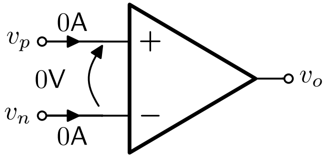
*Para matrizes 2×2*

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

# Modelagem de Circuitos Elétricos

- Procedimento prático para circuitos elétricos:
  i) Escolha como variáveis de estado: tensões de capacitores e correntes de indutores;
  ii) Escolha as correntes de malha e expresse-as como funções das variáveis de estado e suas derivadas;
  iii) Escreva as equações de tensão de malha e elimine as variáveis que não sejam de estado.
- Outro procedimento prático para circuitos elétricos:
  i) Escolha como variáveis de estado: tensões de capacitores e correntes de indutores;
  ii) Substitua cada capacitor (indutor) por uma fonte de tensão (corrente);
  iii) Obtenha a corrente (tensão) em cada capacitor (indutor) e iguale a $C\dot{v}_c$ $(L\dot{i}_l)$.

# O Amplificador Operacional



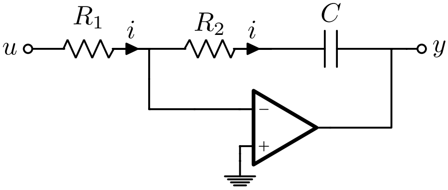

É o principal elemento para circuitos eletrônicos!

## Observação

*Lembre-se, para não errar na modelagem com Ampops:*

i) *Impedância de entrada infinita;*
ii) *Impedância de saída nula;*
iii) *Ganho infinito em malha aberta (no que isto implica?).*

# Exemplo: Compensador Proporcional mais Integral




Note que:

$$i = \frac{1}{R_1}u = C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t}[-R_2 i - y]$$

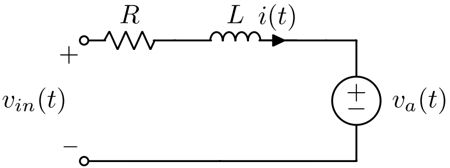
Assim:

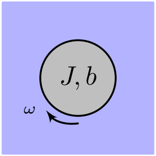
$$\dot{y} = -\frac{R_2}{R_1}\dot{u} - \frac{1}{R_1 C}u$$

1 Sistemas Elétricos

2 O Motor de Corrente Contínua

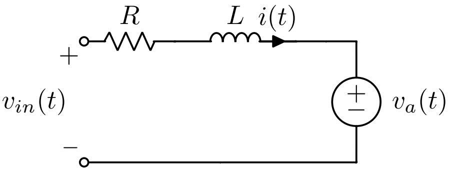
# O Motor de Corrente Contínua

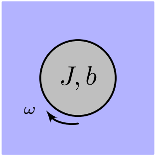



- A tensão aplicada nos terminais de entrada produz um torque proporcional à corrente de armadura;
- A tensão de armadura é proporcional à velocidade angular do eixo do motor;
- Em ambos os casos, a proporcionalidade é dada pela constante de armadura;
- Não há coeficiente elástico torcional e não é possível controlar a posição;
- Como projetar um controle que mantenha a velocidade do motor, mesmo com parâmetros imprecisos?

# O Motor de Corrente Contínua



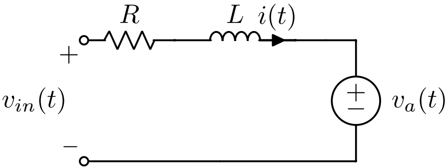

Para o circuito elétrico:

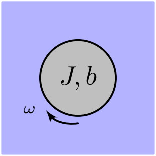
$$v_{in}(t) - Ri(t) - L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t} - \underbrace{K\omega(t)}_{v_a(t)} = 0$$

Para a parte mecânica:

$$J\frac{\mathrm{d}\, \omega(t)}{\mathrm{d}\, t} + b\omega(t) = \underbrace{Ki(t)}_{T(t)}$$

# O Motor de Corrente Contínua




Fazendo $x_1 = i$, $x_2 = \omega$ e $u = v_{in}$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K}{L} \\ \frac{K}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Note que, para regime permanente, $\dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{0}$. Logo:

$$y = -\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K}{L} \\ \frac{K}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u$$