CONTROLE E SERVOMECANISMOS
Engenharia da Computação
Aula 08 - “Análise da Resposta Transitória I”

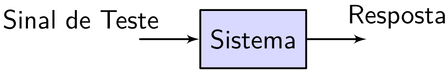
Prof. Dr. Victor Leonardo Yoshimura

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Faculdade de Computação

10 de maio de 2017

Introdução

- O projeto de controladores visa atender parâmetros de desempenho;
- Para tanto, usam-se sinais de teste;



- Sinais de teste mais comuns:
  - Impulso (delta de Dirac);
  - Degrau unitário;
  - Rampa unitária;
  - Senoide.

Introdução

- A resposta no tempo de SLIT-Cs é composta de:
  - Resposta transitória: para $t < \infty$;
  - Resposta em regime permanente: para $t \to \infty$.
- Entre outros critérios, deve-se verificar:
  - Estabilidade: Na perturbação, o sistema
    - Retorna ao ponto de operação?
    - Apresenta oscilações sustentadas?
    - Diverge do ponto de operação?
  - Erro em regime permanente
    - O sistema segue a referência dada?
    - Se sim, quanto tempo leva para o fazer (estabilidade relativa)?

Observação

Iremos estudar a resposta transitória de sistemas de 1ª e de 2ª ordens. E isto é suficiente, como será visto mais adiante!

Sistemas de 1ª Ordem

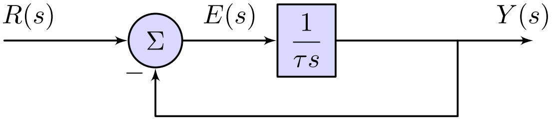
Descrição geral saída/referência de um sistema de controle de 1ª ordem:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \tag{8.1}$$

Escrevendo sob a forma de realimentação unitária (3.6)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{\tau s}}{1 + \frac{1}{\tau s}} \tag{8.2}$$

Sistemas de 1ª Ordem: Resposta ao Degrau



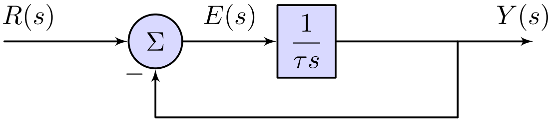
Ao fazer $r(t) = \tilde{1}(t)$, chega-se a:

$$Y(s) = \frac{1}{\tau s + 1}\frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{\tau}} \tag{8.3}$$

Observação

Verifique que $A = -B = 1$ *em* (8.3).

Sistemas de 1ª Ordem: Resposta ao Degrau



Aplicando a TIL a (8.3):

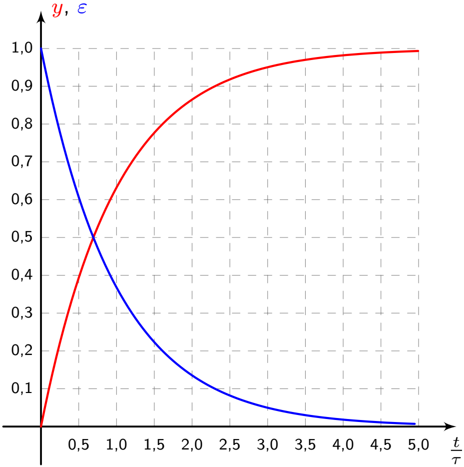
$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.4)$$

Com (8.4), escreve-se

$$\varepsilon(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.5)$$

t	$y(t)$	$\varepsilon(t)$
τ	0,63	0,37
2τ	0,86	0,14
3τ	0,95	0,05
4τ	0,98	0,02

Sistemas de 1ª Ordem: Resposta ao Degrau



Sistemas de 1ª Ordem: Resposta à Rampa

Retornando a (8.1) e aplicando $r(t) = t, t \geq 0$:

$$Y(s) = \frac{1}{\tau s + 1}\frac{1}{s^2} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{\tau s + 1} \tag{8.6}$$

Observação

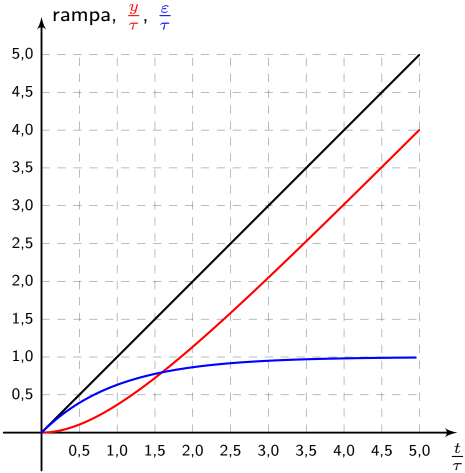
Verifique que $A = 1$, $B = -\tau$ *e* $C = \tau^2$.

Aplicando a TIL, obtém-se:

$$y(t) = t - \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{8.7}$$

$$\varepsilon(t) = \tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{8.8}$$

Sistemas de 1ª Ordem: Resposta à Rampa



Sistemas de 1ª Ordem: Resposta ao Impulso

Retornando a (8.1) e aplicando $r(t) = \delta(t)$:

$$Y(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \tag{8.9}$$

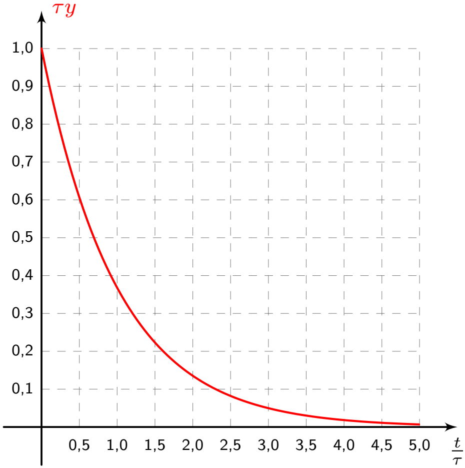
Aplicando a TIL, obtém-se:

$$y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{8.10}$$

Observação

Note que $\varepsilon = -y, \forall t > 0$.

Sistemas de 1ª Ordem: Resposta ao Impulso



Um Lema Importante!

Observando (8.4), (8.7) e (8.10), podemos enunciar o seguinte lema:

Lema

Seja u a entrada de um SLIT-C, que produz a resposta forçada y. Então, ao submeter o sistema a $\dot{u}$ em sua entrada, a resposta forçada será $\dot{y}$.

Demonstração.

Exercício! □