

# CONTROLE E SERVOMECANISMOS

## Engenharia da Computação

### Aula 17 - “Lugar das Raízes II: Projeto”

Prof. Dr. Victor Leonardo Yoshimura

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Faculdade de Computação

21 de junho de 2017



1 Introdução

2 Avanço e Atraso de Fase

## 1 Introdução

## 2 Avanço e Atraso de Fase

# O Projeto via Lugar das Raízes

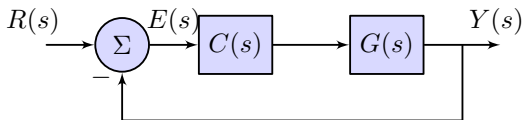
- O projeto de sistemas de controle deve atender a certas especificações:
  - Precisão (erro);
  - Estabilidade relativa;
  - Velocidade de resposta.
- Em muitos casos, um compensador P é suficiente;
- Em outros, o traçado do LR deve ser alterado;
- A planta é considerada dada. Esta alteração é responsabilidade do **compensador**!

## Observação

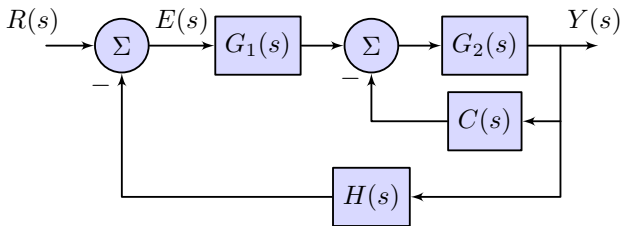
*O conhecimento do traçado do LR facilita o projeto do compensador!*

# Estruturas Compensadoras

Compensação série:



Compensação paralela:

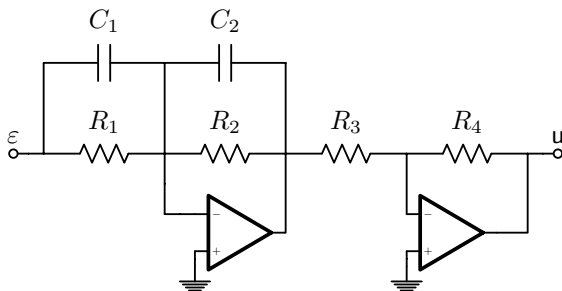


1 Introdução

2 Avanço e Atraso de Fase

# Avanço e Atraso de Fase

- O compensador pode assumir qualquer estrutura: P, PI, PD, etc.
- Outra estrutura compensadora: avanço (atraso) de fase.



$$C(s) = k_c \frac{s - z}{s - p} \quad (17.1)$$

- Se  $p < z$ , compensação avanço. Do contrário, atraso.

# Considerações Gerais

- O compensador avanço aproxima o PD;
- Encontro das assíntotas: vai para a esquerda (sistema “mais estável”);
- $C(0) < k_c$ , os erros estáticos tendem a aumentar (vide aula 14);
- O compensador atraso aproxima o PI;
- Faz o contrário das características do PD;

## Observação

*O projeto de sistemas de controle via LR é interessante para especificações no **domínio do tempo**: taxa de amortecimento, frequência natural não-amortecida, overshoot, tempos de subida e de acomodação.*



# Compensação em Avanço de Fase

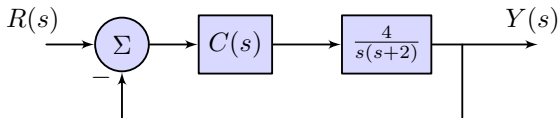
Reescreva (17.1) na forma avanço ( $0 < \alpha < 1$ ):

$$C(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (17.2)$$

Procedimento para projeto:

- 1 Estabeleça a localização das raízes dominantes;
- 2 Verifique se é possível obter as raízes por ajuste de ganho no LR;
- 3 Obtenha  $\alpha$  e  $T$  a partir da necessidade angular (16.4b);
- 4 Obtenha  $k_c$  a partir da condição de magnitude (16.4a).

# Exemplo de Projeto



- Especificações:  $\varepsilon_p(\infty) = 0$ ,  $t_s \leq 2s$  ( $\varepsilon \leq 2\%$ ) e  $M_p \leq 16\%$ ;
- A especificação de erro já foi atendida pela planta;
- Não é possível obter as raízes para as especificações dadas com compensador P (Por quê?);
- Escolha das raízes desejadas:

$$t_s \leq 2s \ (\varepsilon \leq 2\%) \stackrel{(8.19)}{\implies} \sigma \geq 2$$

$$M_p = 16\% \stackrel{(8.18)}{\implies} \zeta = 0,5 \implies \beta = 60^\circ$$

$$s_d = -2 \pm j2 \operatorname{tg} 60^\circ = -2 \pm j2\sqrt{3}$$

# Exemplo de Projeto

Critério angular (16.4b):

$$\arg \left( \frac{4}{s(s+2)} \right) \Big|_{s=s_d} = -\arg(s_d) - \arg(s_d+2) = -210^\circ$$

Assim,  $\arg C(s_d) = 30^\circ$  para que  $s_d$  entre no LR. Posicionemos o zero em  $-2,5$  e determinemos o polo:

$$\arg \left( k_c \frac{s+2,5}{s-p} \right) \Big|_{s=s_d} = 30^\circ \Rightarrow p = -4,7$$

Para que a raiz seja escolhida, deve-se ajustar o ganho com (16.4a):

$$K = 4k_c = \frac{|s_d+4,7|}{|s_d+2,5|} |s_d| |s_d+2| = 17,4$$

# Compensação em Atraso de Fase

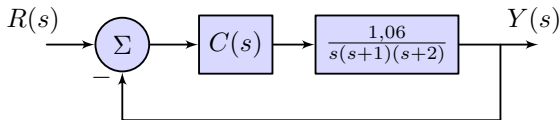
Reescreva (17.1) na forma avanço ( $\alpha > 1$ , constantes de tempo):

$$C(s) = \alpha k_c \frac{T_s + 1}{\alpha T_s + 1} \quad (17.3)$$

Procedimento para projeto:

- 1 Estabeleça a localização das raízes dominantes;
- 2 Determine o valor a ser adicionado à constante de erro;
- 3 Estabeleça o polo e o zero para esta adição, mas próximos entre si e da origem (assim, não alterarão o LR);
- 4 Desenhe o novo LR;
- 5 Determine  $k_c$ , com (16.4a), para as raízes desejadas.

# Exemplo de Projeto



- Especificações:  $\varepsilon_v(\infty) \leq 20\%$ ,  $t_s \leq 12s$  ( $\varepsilon \leq 2\%$ ) e  $M_p \leq 16\%$ ;
- Não é possível adicionar um integrador puro;
- Erro atual:

$$\varepsilon_v(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)} = 1,9$$

- A constante de erro de velocidade deve aumentar em 10 vezes!

# Exemplo de Projeto

- As raízes dominantes atuais,  $s_d = -0,3307 \pm j0,5864$ , já atendem as exigências de acomodação e overshoot.
- A forma (17.3) é útil neste caso, pois já se tem  $\alpha k_c = 10$ ;
- Escolhe-se  $\frac{1}{T} = 0,05$  e  $\frac{1}{\alpha T} = 0,005$
- Para o ajuste de ganho, usa-se (13.4a):

$$K = \frac{1}{1,06} \left| \frac{s(s + 0,005)(s + 1)(s + 2)}{s + 0,05} \right|_{s=s_d} = 0,9656$$

## Observação

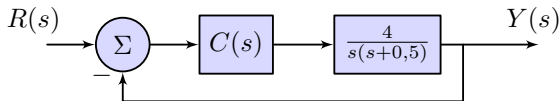
*Qual o preço pago pela melhoria do erro estático de velocidade?*

# Compensação em Avanço e Atraso de Fase

Procedimento para projeto:

- ① Estabeleça a localização das raízes dominantes;
- ② Determine a deficiência angular a ser provida pela parcela avanço;
- ③ Projete a parcela avanço, prevendo que o ganho da parcela atraso será próximo à unidade;
- ④ Corrija o erro estático com a parcela atraso, mantendo:
  - Magnitude próxima à unidade;
  - Decremento inferior a  $5^\circ$  na fase.

# Exemplo de Projeto



- Especificações:  $\zeta \geq 0,5$ ,  $\sigma \leq -2$  e  $K_v \geq 80$ ;
- As raízes atuais,  $-0,25 \pm j1,98$ , não atendem;
- A constante de erro de velocidade, tampouco.

## Importante!

*Para atender às especificações, pode ser interessante posicionar as raízes desejadas “mais para dentro” da região  $\Omega$ . Aqui, faremos  $s_d = -3 \pm j4$ .*



# Exemplo de Projeto

- Etapa avanço:

Posicionando o zero do compensador em  $-1$ , note que a deficiência angular é de  $48^\circ$ . Logo:

$$\arg(s_d - p) = 48^\circ \Rightarrow p = -6,6$$

Do critério de magnitude (16.4a):

$$\left| k_c \frac{s+1}{s+6,6} \frac{4}{s(s+0,5)} \right| = 1 \Rightarrow k_c = 7,1$$

- Etapa atraso:

Note que  $K_v = 8,6$  com a inserção do avanço. Usando (17.3) (sem  $k_c$ ), devemos fazer  $\alpha \approx 9,3$ . Usando a recomendação de que o polo e o zero devem ser próximos entre si e da origem, escolhe-se  $T = 10$ .