

## Precondicion mas debil en smalllang

**Ejercicio 1:** Calcular las siguientes expresiones, donde a,b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| a) $\text{def}(a + 1)$      | d) $\text{def}(A[i] + 1)$                               |
| b) $\text{def}(a/b)$        | e) $\text{def}(A[i + 2])$                               |
| c) $\text{def}(\sqrt{a/b})$ | f) $\text{def}(0 \leq i \leq  A  \wedge_L A[i] \geq 0)$ |
- a) **true**  
b)  $b \neq 0$   
c)  $b \neq 0 \wedge_L \frac{a}{b} \geq 0$   
d)  $0 \leq i < |A|$   
e)  $-2 \leq i < |A| - 2$   
f)  $0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \geq 0$

**Ejercicio 2:** Calcular las siguientes precondiciones mas debiles, donde a,b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales

- $\text{wp}(a := a + 1; b := a/2, b \geq 0)$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := a + 1, \text{wp}(b := a/2, b \geq 0)) \\ & \text{wp}(b := a/2, b \geq 0) \equiv \text{def}(a/2) \wedge a/2 \geq 0 \\ & \text{true} \wedge a \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := a + 1, a \geq 0) \equiv \text{def}(a + 1) \wedge a + 1 \geq 0 \\ & \text{true} \wedge a \geq -1 \end{aligned}$$

- $\text{wp}(a := A[i] + 1; b := a * a, b \neq 2) \equiv \text{wp}(a := A[i] + 1, \text{wp}(b := a * a, b \neq 2))$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := A[i] + 1, \text{wp}(b := a * a, b \neq 2)) \\ & \text{wp}(b := a * a, b \neq 2) \equiv \text{def}(a * a) \wedge a * a \neq 2 \\ & \text{true} \wedge a * a \neq 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := A[i] + 1, a * a \neq 2) \\ & \text{def}(A[i] + 1) \wedge A[i] + 1 * A[i] + 1 \neq 2 \\ & 0 \leq i < |A| \wedge_L A[i] + 1 * A[i] + 1 \neq 2 \\ & 0 \leq i < |A| \wedge_L |A[i] + 1| \neq \sqrt{2} \\ & 0 \leq i < |A| \wedge_L A[i] + 1 \neq \sqrt{2} \wedge -(A[i] + 1) \neq \sqrt{2} \\ & 0 \leq i < |A| \wedge_L A[i] \neq \sqrt{2} - 1 \wedge A[i] \neq -(\sqrt{2} + 1) \end{aligned}$$

- $\text{wp}(a := A[i] + 1; a := b * b, a \geq 0)$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := A[i] + 1; \text{wp}(a := b * b, a \geq 0)) \\ & \text{def}(b * b) \wedge b * b \geq 0 \\ & \text{true} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := A[i] + 1, \text{true}) \equiv \text{def}(A[i] + 1) \wedge \text{true} \\ & 0 \leq i < |A| \end{aligned}$$

- $\text{wp}(a := a - b; b := a + b, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$

$$\begin{aligned} & \text{wp}(a := a - b, \text{wp}(b := a + b, a \geq 0 \wedge b \geq 0)) \\ & \text{wp}(b := a + b, a \geq 0 \wedge b \geq 0) \equiv \text{def}(a + b) \wedge a \geq 0 \wedge a + b \geq 0 \\ & a \geq 0 \wedge a + b \geq 0 \\ & \text{wp}(a := a - b, a \geq 0 \wedge a + b \geq 0) \equiv \text{def}(a - b) \wedge a - b \geq 0 \wedge a - b + b \geq 0 \\ & a - b \geq 0 \wedge a \geq 0 \\ & a \geq b \wedge a \geq 0 \end{aligned}$$

**Ejercicio 3** Sea  $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |A| \longrightarrow_L A[j] \geq 0)$ . Calcular las siguientes precondiciones mas debiles, donde  $i$  es una variable entera y  $A$  es una secuencia de enteros.

- $wp(A[i] := 0, Q)$

$$\begin{aligned} & wp(A[i] := 0, (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |A| \longrightarrow_L A[j] \geq 0)) \\ & \equiv def(setAt(A, i, 0)) \wedge_L Q_{setAt(A, i, 0)}^A \\ & \equiv 0 \leq i < |A| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |setAt(A, i, 0)| \longrightarrow_L setAt(A, i, 0)[j] \geq 0) \end{aligned}$$

$\forall j \in \mathbb{Z}, 0 \leq j < |A| \wedge_L A[j] \neq A[i] \wedge_L A[j] \geq 0$  ?  
es practicamente lo mismo, deberia dejarlo como queda?

- $wp(A[i+2] := -1, Q)$

$$\begin{aligned} & wp(A[i+2] := -1, Q) \\ & \equiv def(setAt(A, i+2, -1)) \wedge_L Q_{setAt(A, i+2, -1)}^A \\ & \equiv 0 \leq i+2 < |A| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |setAt(A, i+2, -1)| \longrightarrow_L setAt(A, i+2, -1)[j] \geq 0) \\ & \equiv -2 \leq i < |A| - 2 \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |setAt(A, i+2, -1)| \longrightarrow_L setAt(A, i+2, -1)[j] \geq 0) \\ & \text{¿Queda asi? raro. } j=i+2 \text{ no es una falso eterno? contradiccion?} \end{aligned}$$

- $wp(A[i] := A[i-1], Q)$

$$\begin{aligned} & wp(A := setAt(A, i, A[i-1]), Q) \\ & \equiv def(setAt(A, i, A[i-1])) \wedge_L Q_{setAt(A, i, A[i-1])}^A \\ & \equiv (def(A) \wedge def(i) \wedge_L (0 \leq i < |A|)) \wedge_L def(A[i-1]) \wedge_L Q_{setAt(A, i, A[i-1])}^A \\ & \equiv ((0 \leq i < |A|) \wedge_L (0 \leq i-1 < |A|)) \wedge_L Q_{setAt(A, i, A[i-1])}^A \\ & \equiv ((0 \leq i < |A|) \wedge_L (1 \leq i < |A| + 1)) \wedge_L Q_{setAt(A, i, A[i-1])}^A \\ & \equiv (1 \leq i < |A| + 1) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |setAt(A, i, A[i-1])| \longrightarrow_L setAt(A, i, A[i-1])[j] \geq 0) \\ & \equiv (1 \leq i < |A| + 1) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |A| \longrightarrow_L ((i = j \wedge |A| - 1 \geq 0) \vee (i \neq j \wedge A[j] \geq 0))) \\ & \equiv (1 \leq i < |A| + 1) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |A| \wedge i \neq j \longrightarrow_L (A[j] \geq 0)) \end{aligned}$$

Creo que este si esta bien. (al final termine borrando la mitad y intentando descifrar el resuelto de cl

**Ejercicio 4:** Para los siguientes pares de programas S y precondiciones Q

- Escribir la precondicion mas debil  $P=wp(S, Q)$
- Mostrar formalmente que la P elegida es correcta

$S \equiv$

```

if  $a < 0$  then
  |  $b := a$ 
else
  |  $b := -a$ 
end
```

$$Q \equiv (b = -|a|)$$

$$\begin{aligned} wp(S, Q) & \equiv (a < 0 \wedge a = -|a|) \vee (a \geq 0 \wedge -a = -|a|) \\ & \equiv (a < 0 \vee a \geq 0) \equiv true \end{aligned}$$

Entonces mi  $P=wp(S, Q)=true$   
no se como demostrar formalmente que es correcta :p

**Ejercicio Ejercicio 5.** Para las siguientes especificaciones

- Poner nombre al problema que resuelven

- Escribir un programa S sencillo en SmallLang, sin ciclos, que lo resuelva
- Dar la precondition mas debil del programa escrito con respecto a la postcondicion de su especificacion **y mi codigo supongo**

**proc sumaElSiguiente** (in s: seq(Z), inout a: Z)

**requiere**  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$

**asegura**  $\{a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$

$a := A_0 + s[i];$

$wp(S, Q), S \equiv a := A_0 + s[i], Q \equiv a = \sum_{j=0}^i s[j]$

$def(A_0 + s[i]) \wedge A_0 + s[i] = \sum_{j=0}^i s[j]$

$def(A_0) + s[i] \wedge A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$

$true \wedge 0 \leq i < |s| \wedge_L A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$

$0 \leq i < |s| \wedge_L A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$

**proc todosPositivosHasta** (in s: seq(Z), in i: Z) : Bool

**requiere**  $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$

**asegura**  $\{res = true \leftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$

$s[i] := 1$

$wp(s := setAt(s, i, 1), res = true \leftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0))$

$def(setAt(s, i, 1)) \wedge_L res = true \leftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L res = true \leftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$

**demostrando el  $\Rightarrow$**

$0 \leq i < |s| \wedge_L res = true \rightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L res = false \vee (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$

**demostrando el  $\Leftarrow$**

$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0 \rightarrow res = true)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L \neg((\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0) \vee res = true)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z}) (\neg(0 \leq j \leq i \rightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)) \vee res = true)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z}) (\neg(\neg(0 \leq j \leq i) \vee setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)) \vee res = true)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z}) ((0 \leq j \leq i) \wedge setAt(s, i, 1)[j] < 0) \vee res = true)$

$0 \leq i < |s| \wedge_L \dots el \text{ valor de verdad de esta afirmacion no me aporta nada(creo)} \dots \vee res = true$

**estoy muy confundido :(**

**porque me quedo un res=true en un requiere??**

**proc iesimoFibonacci** (inout s: seq(Z), in i: Z)

**requiere**  $\{(0 \leq i < |s|) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$

**asegura**  $\{(\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$

$s[i] := s[i-1] + s[i-2]$

$wp(s[i] := s[i-1] + s[i-2], (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow s[j] = fibonacci(j)))$

$wp(s := setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2]), (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow s[j] = fibonacci(j)))$

$0 \leq i < |s| \wedge_L def(s[i-1] + s[i-2]) \wedge (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2])[j] = fibonacci(j))$

$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j \leq i \rightarrow setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2])[j] = fibonacci(j))$

**no me sale aa**

el seis lo hice en papel y capaz algun dia lo paso pero por ahora solo voy a poner las respuestas:

a- no es correcto pues no tiene en cuenta que los i no multiplos de 3

b- no es correcto pues no encuentra los i multiplos de 3

c- no se puede dar un contra ejemplo porque tiene una condicion demasiado restrictiva

e- obviando los posibles problemas de rango con un  $|s|/2$ , la precondition no contempla los i divisibles

por dos que pueden cumplir la poscondicion. Por ejemplo i=2