Precondicion mas debil en smalllang

Ejercicio 1: Calcular las siguientes expresiones, donde a,b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

a) def($a+1$)
b) def(a/b)
c) def($\sqrt{a/b}$)
d) def($A[i]+1$)
e) def($A[i+2]$)
f) def($0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \geq 0$)

a) true
b) $b \neq 0$
c) $b \neq 0 \wedge_L \frac{a}{b} \geq 0$
d) $0 \leq i < |A|$
e) $-2 \leq i < |A| - 2$
f) $0 \leq i \leq |A| \wedge_L A[i] \geq 0$

Ejercicio 2: Calcular las siguientes precondiciones mas debiles, donde a,b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales

- wp($a := a+1; b := a/2, b \geq 0$)

$$wp(a := a+1, wp(b := a/2, b \geq 0))$$
$$wp(b := a/2, b \geq 0) \equiv def(a/2) \wedge a/2 \geq 0$$
$$true \wedge a \geq 0$$

$$wp(a := a+1, a \geq 0) \equiv def(a+1) \wedge a+1 \geq 0$$
$$true \wedge a \geq -1$$

- $wp(a := A[i]+1; b := a*a, b \neq 2) \equiv wp(a := A[i]+1, wp(b := a*a, b \neq 2))$

$$wp(a := A[i]+1, wp(b := a*a, b \neq 2))$$
$$wp(b := a*a, b \neq 2) \equiv def(a*a) \wedge a*a \neq 2$$
$$true \wedge a*a \neq 2$$
$$wp(a := A[i]+1, a*a \neq 2)$$
$$def(A[i]+1) \wedge A[i]+1*A[i]+1 \neq 2$$
$$0 \leq i < |A| \wedge_L A[i]+1*A[i]+1 \neq 2$$
$$0 \leq i < |A| \wedge_L |A[i]+1| \neq \sqrt{2}$$
$$0 \leq i < |A| \wedge_L A[i]+1 \neq \sqrt{2} \wedge -(A[i]+1) \neq \sqrt{2}$$
$$0 \leq i < |A| \wedge_L A[i] \neq \sqrt{2}-1 \wedge A[i] \neq -(\sqrt{2}+1)$$

- $wp(a := A[i]+1; a := b*b, a \geq 0)$

$$wp(a := A[i]+1; wp(a := b*b, a \geq 0))$$
$$def(b*b) \wedge b*b \geq 0$$
$$true$$

$$wp(a := A[i]+1, true) \equiv def(A[i]+1) \wedge true$$
$$0 \leq i < |A|$$

- $wp(a := a-b; b := a+b, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$

$$wp(a := a-b, wp(b := a+b, a \geq 0 \wedge b \geq 0))$$
$$wp(b := a+b, a \geq 0 \wedge b \geq 0) \equiv def(a+b) \wedge a \geq 0 \wedge a+b \geq 0$$
$$a \geq 0 \wedge a+b \geq 0$$
$$wp(a := a-b, a \geq 0 \wedge a+b \geq 0) \equiv def(a-b) \wedge a-b \geq 0 \wedge a-b+b \geq 0$$
$$a-b \geq 0 \wedge a \geq 0$$
$$a \geq b \wedge a \geq 0$$

Ejercicio 3 Sea $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |A| \longrightarrow_L A[j] \geq 0)$. Calcular las siguientes precondiciones mas debiles, donde i es una variable entera y A es una secuencia de enteros.

- $wp(A[i] := 0, Q)$

$$wp(A[i] := 0, (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |A| \longrightarrow_L A[j] \geq 0))$$
$$\equiv def(setAt(A, i, 0)) \land_L Q^A_{setAt(A,i,0)}$$
$$\equiv 0 \leq i < |A| \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |setAt(A, i, 0)| \longrightarrow_L setAt(A, i, 0)[j] \geq 0)$$

$$\forall j \in \mathbb{Z}, 0 \leq j < |A| \land_L A[j] \neq A[i] \land_L A[j] \geq 0\ ?$$

es practicamente lo mismo, deberia dejarlo como queda?

- $wp(A[i + 2] := -1, Q)$

$$wp(A[i + 2] := -1, Q)$$
$$\equiv def(setAt(A, i + 2, -1)) \land_L Q^A_{setAt(A,i+2,-1)}$$
$$\equiv 0 \leq i + 2 < |A| \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |setAt(A, i + 2, -1| \longrightarrow_L setAt(A, i + 2, -1)[j] \geq 0)$$
$$\equiv -2 \leq i < |A| - 2 \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |setAt(A, i + 2, -1| \longrightarrow_L setAt(A, i + 2, -1)[j] \geq 0)$$

¿Queda asi? raro. j=i+2 no es una falso eterno? contradiccion?

- $wp(A[i] := A[i - 1], Q)$

$$wp(A := setAt(A, i, A[i - 1]), Q)$$
$$\equiv def(setAt(A, i, A[i - 1])) \land_L Q^A_{setAt(A,i,A[i-1])}$$
$$\equiv (def(A) \land def(i) \land_L (0 \leq i < |A|)) \land_L def(A[i - 1]) \land_L Q^A_{setAt(A,i,A[i-1])}$$
$$\equiv ((0 \leq i < |A|) \land_L (0 \leq i - 1 < |A|)) \land_L Q^A_{setAt(A,i,A[i-1])}$$
$$\equiv ((0 \leq i < |A|) \land_L (1 \leq i < |A| + 1)) \land_L Q^A_{setAt(A,i,A[i-1])}$$
$$\equiv (1 \leq i < |A| + 1) \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |setAt(A, i, A[i - 1])| \longrightarrow_L setAt(A, i, A[i - 1])[j] \geq 0)$$
$$\equiv (1 \leq i < |A| + 1) \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |A|) \longrightarrow_L ((i = j \land |A - 1| \geq 0) \lor (i \neq j \land A[j] \geq 0)))$$
$$\equiv (1 \leq i < |A| + 1) \land_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < |A| \land i \neq j) \longrightarrow_L (A[j] \geq 0))$$

Creo que este si esta bien. (al final termine borrando la mitad y intentando descifrar el resuelto de clase)

Ejercicio 4: Para los siguientes pares de programas S y precondiciones Q

- Escribir la precondicion mas debil P=wp(S,Q)
- Mostrar formalmente que la P elegida es correcta

$S \equiv$
```
if a < 0 then
  | b:=a
else
  | b:=-a
end
```

$$Q \equiv (b = -|a|)$$

$$wp(S, Q) \equiv (a < 0 \land a = -|a|) \lor (a \geq 0 \land -a = -|a|)$$
$$\equiv (a < 0 \lor a \geq 0) \equiv true$$

Entonces mi P=wp(S,Q)=true

no se como demostrar formalmente que es correcta :p

Ejercicio 5 Para las siguientes especificaciones

- Poner nombre al problema que resuelven

- Escribir un programa S sencillo en SmallLang, sin ciclos, que lo resuelva
- Dar la precondicion mas debil del programa escrito con respecto a la postcondicion de su especificacion y mi codigo supongo

`proc` sumaElSiguiente (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$,inout a: $\mathbb{Z}$)
  `requiere` $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j_0}^{i-1} s[j]\}$
  `asegura` $\{a = \sum_{j=0}^{i} s[j]\}$

$a := A_0 + s[i];$

$wp(S, Q), S \equiv a := A_0 + s[i], Q \equiv a = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
$def(A_0 + s[i]) \wedge A_0 + s[i] = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
$def(A_0) + s[i]) \wedge A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$
$true \wedge 0 \leq i < |s| \wedge_L A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$
$0 \leq i < |s| \wedge_L A_0 = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$

`proc` todosPositivosHasta (in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: $\mathbb{Z}$) : Bool
  `requiere` $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < i \longrightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
  `asegura` $\{res = true \longleftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L s[j] \geq 0)\}$

$s[i] := 1$

$wp(s := setAt(s, i, 1), res = true \longleftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L s[j] \geq 0))$
$def(setAt(s, i, 1)) \wedge_L res = true \longleftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L res = true \longleftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$
demostrando el $\implies$
$0 \leq i < |s| \wedge_L res = true \longrightarrow (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L res = false \vee (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)$
demostrando el $\impliedby$
$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0 \longrightarrow res = true)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L \neg((\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0) \vee res = true)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z})\ (\neg(0 \leq j \leq i \longrightarrow_L setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)) \vee res = true)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z})\ (\neg(\neg(0 \leq j \leq i) \vee setAt(s, i, 1)[j] \geq 0)) \vee res = true)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L ((\exists j : \mathbb{Z})\ ((0 \leq j \leq i) \wedge setAt(s, i, 1)[j] < 0) \vee res = true)$
$0 \leq i < |s| \wedge_L \cdots$ el valor de verdad de esta afirmacion no me aporta nada(creo) $\cdots \vee res = true$
$0 \leq i < |s| \wedge_L res = true$
estoy muy confundido :(
porque me quedo un res=true en un requiere??

`proc` iesimoFibonacci (inout s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, in i: $\mathbb{Z}$)
  `requiere` $\{(0 \leq i < |s|) \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < i \longrightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$
  `asegura` $\{(\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$

$s[i] := s[i-1] + s[i-2]$

$wp(s[i] := s[i-1] + s[i-2], (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow s[j] = fibonacci(j)))$
$wp(s := setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2]), (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow s[j] = fibonacci(j)))$
$0 \leq i < |s| \wedge_L def(s[i-1] + s[i-2]) \wedge (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2])[j] = fibonacci(j))$
$0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j \leq i \longrightarrow setAt(s, i, s[i-1] + s[i-2])[j] = fibonacci(j))$
no me sale aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa

el seis lo hice en papel y capaz algun dia lo paso pero por ahora solo voy a poner las respuestas:
a- no es correcto pues no tiene en cuenta que los i no multiplos de 3
b- no es correcto pues no tiene encuentra los i multiplos de 3
c- no se puede dar un contra ejemplo porque tiene una condicion demasiado restrictiva
e- obviando los posibles problemas de rango con un $|s|/2$, la precondicion no contempla los i divisibles por dos que pueden cumplir la poscondicion. Por ejemplo i=2