1. Repaso Lógica Proposicional

Ejercicio 1: Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones cuando el valor de verdad de a, b y c es verdadero y el de x e y es falso.

a)	$(\neg x \vee b)$	$True$	e)	$(\neg(c \vee y)) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y)$	$True$
b)	$((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$	$True$	f)	$((c \vee y) \wedge (a \vee b))$	$True$
c)	$\neg(c \vee y))$	$False$	g)	$((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b)$	$True$
d)	$\neg(y \vee c)$	$False$	h)	$(\neg c \wedge \neg y)$	$False$

Ejercicio 2: Considere la siguiente oración: "Si es mi cumpleaños o hay torta, entonces hay torta".

- Escribir usando lógica proposicional y realizar la tabla de verdad
- Asumiendo que la oración es verdadera y hay una torta, qué se puede concluir?
- Asumiendo que la oración es verdadera y no hay una torta, qué se puede concluir?
- Suponiendo que la oración es mentira (es falsa), se puede concluir algo?

`p: Es mi cumpleaños q: Hay torta`
$p \vee q \implies q$

p	q	$p \vee q \implies q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

```
Si asumimos que la oración es verdadera y hay torta puede o no ser su cumpleaños.
Si asumimos que la oración es falsa y no hay una torta, llegamos a un absurdo y por lo tanto la oración
es verdadera.
La oración siempre es verdadera por lo tanto no se puede concluir nada.
(No estoy del todo seguro de eso ultimo.
```

Ejercicio 3: * Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

a $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ y $\neg p \implies (q \wedge r)$
Distributiva $\rightarrow p \vee (q \wedge r)$ y $\neg p \implies (q \wedge r)$
Implicacion $\rightarrow p \vee (q \wedge r)$ y $\neg(\neg p) \vee (q \wedge r)$
Simplificando $\rightarrow p \vee (q \wedge r)$ y $p \vee (q \wedge r)$
$\therefore$ ambas expreciones son equivalentes.

b $\neg(\neg p) \implies (\neg(\neg p \wedge \neg q))$ y q
Negacion de una negacion y D'Morgan $\rightarrow p \implies (p \vee q)$
Implicacion $\rightarrow \neg p \vee (p \vee q)$
Asociando y complementando $\rightarrow True \vee q$
Dominacion $\rightarrow True$
$\therefore q \not\equiv True$

c $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \implies \neg(\neg p \vee q)$ y $p \wedge \neg q$
Implicacion y simplificando $\rightarrow \neg((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Simplificando $\rightarrow (\neg(True \wedge p) \vee \neg(\neg p \vee False)) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Simplificando $\rightarrow ((False \vee \neg p) \vee (p \wedge True)) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Complejizando $\rightarrow ((((False \vee \neg p) \vee p) \wedge ((False \vee \neg p) \vee True))) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Asociando y complementando $\rightarrow ((((False \vee True) \wedge ((False \vee \neg p) \vee True))) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Dominacion $\rightarrow ((((True) \wedge ((True))) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Dominacion $\rightarrow (True) \vee (p \wedge \neg q)$ y $p \wedge \neg q$
Dominacion $\rightarrow True$ y $p \wedge \neg q$
$\therefore True \not\equiv p \wedge \neg q$
Hay un paso mal (me olvide de que $True \wedge p \equiv p$) y bueno cosas, termina siendo False pero sigue siendo $\not\equiv$.

d $(p \lor (\neg p \land q))$ y $\neg p \implies q$
Distribuyendo $\rightarrow (p \lor \neg p) \land (p \lor q)$ y $\neg p \implies q$
Complemento $\rightarrow (True) \land (p \lor q)$ y $\neg(\neg p) \lor q$
Identidad y doble negacion $\rightarrow p \lor q$ y $p \lor q$
$\therefore (p \lor (\neg p \land q)) \equiv (\neg p \implies q)$

e $p \implies (q \land \neg(q \implies r))$ y $(\neg p \lor q) \land (\neg p \lor (q \land \neg r))$
Implicacion $\rightarrow p \implies (q \land \neg(\neg q \lor r))$ y $\neg p \lor (q \land (q \land \neg r)$
Idempotencia y negacion $\rightarrow p \implies (q \land \neg r)$ y $\neg p \lor (q \land \neg r)$
Implicacion $\rightarrow p \implies (q \land \neg r)$ y $p \implies (q \land \neg r)$
$\therefore (p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \implies q$

Ejercicio 4:

$$\begin{gathered}(p \lor \neg p)\\ \text{true}\\ \text{Tautologia}\end{gathered} \tag{1}$$

$$\begin{gathered}(p \land \neg p)\\ \text{false}\\ \text{Contradiccion}\end{gathered} \tag{2}$$

$$\begin{gathered}((\neg p \lor q) \iff (p \implies q))\\ ((\neg p \lor q) \iff (\neg p \lor q))\\ \text{Contingencia}\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered}((p \land q) \implies p)\\ \neg(p \land q) \lor p\\ \neg p \lor \neg q \lor p\\ q\\ \text{Contingencia}\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}((\neg p \lor q) \iff (p \implies q))\\ ((\neg p \lor q) \iff (\neg p \lor q))\\ \text{Tautologia}\end{gathered} \tag{5}$$

$$\begin{gathered}((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))\\ (\neg p \lor \neg q \lor r) \rightarrow ((\neg p \lor q) \rightarrow (\neg p \lor r))\\ \neg(p \land q \land \neg r) \lor (p \land \neg q) \lor (\neg p \lor r)\\ (\neg p \lor \neg q \lor r) \lor ((p \lor \neg p) \land (\neg p \lor \neg q) \lor r)\\ (\neg p \lor \neg q \lor r) \lor ((\text{true}) \land (\neg p \lor \neg q) \lor r)\\ (\neg p \lor \neg q \lor r) \lor ((\neg p \lor \neg q) \lor r)\\ (\neg p \lor \neg q \lor r)\\ q \land p \implies r\\ \text{Contingencia}\\ \text{(creo)}\end{gathered} \tag{6}$$

Ejercicio 7: Sean p, q y r tres variables de las que se sabe que
- p y q nunca estan indefinidas,
- r sii q es verdadera
Proponer una fórmula que nunca se indefina, utilizando siempre las tres variables y que sea verdadera si y solo si se cumple que:

```
a) Al menos una es verdadera.
b) Ninguna es verdadera.
c) Exactamente una de las tres es verdadera.
d) Sólo p y q son verdaderas
e) No todas al mismo tiempo son verdaderas.
f) r es verdadera.
```

$$a \longrightarrow p \lor_L q \lor_L r$$

$$b \longrightarrow p \land_L q \land_L r$$

$$c \longrightarrow p \lor_L q \lor_L r$$

$$d \longrightarrow (p \land_L q) \lor_L r$$

$$e \longrightarrow p \lor_L q \lor_L r$$

$$f \longrightarrow r \lor_L q \lor_L p$$

Ejercicio 8 *Determinar, para cada aparición de variables, si dicha aparición se encuentra libre o ligada. En caso de estar ligada, aclarar a qué cuantificador lo está. En los casos en que sea posible, proponer valores para las variables libres de modo tal que las expresiones sean verdaderas.

$$(\forall x : \mathbb{Z})\ (0 \leq x < n \implies x + y = z)$$

`x es una variable ligada y tambien libre, n,y,z son todas libres`

$$(\forall x, y : \mathbb{Z})\ (0 \leq x < n \wedge 0 \leq y < m \implies x + y = z)$$

`x,y son variables ligadas y tambien libres, n,m,z son todas libres`

$$(\forall j : \mathbb{Z})\ (0 \leq j < 10 \implies j < 0)$$

`j es una variable ligada y libre`

$$(\forall j : \mathbb{Z})\ ((0 \leq j \implies P(j)) \wedge P(j))$$

`j es una variable ligada y tambien libre`

Ejercicio 9: * Sea P (x : $\mathbb{Z}$) y Q(x : $\mathbb{Z}$) dos predicados cualquiera. Explicar cuál es el error de traducción a fórmulas de los siguientes enunciados. Dar un ejemplo en el cuál sucede el problema y luego corregirlo.

- "Todos los naturales menos a 10 cumplen p"

  $$(\forall i : \mathbb{N})\ (0 \leq i < 10 \wedge P(i))$$

  `El cero no es un natural por lo que la traduccion deberia ser` $0 < i < 10$

- ".Algun natural menor a 10 cumple p"

  $$(\exists i : \mathbb{Z})\ (0 \leq i < 10 \implies P(i))$$

  `Al igual que el anterior i deberia ser un` $\mathbb{N}$ `pero es` $\mathbb{Z}$ `y da lugar a que se indefina la proposion`

- "Todos los naturales menores a 10 que cumplen p, cumplen q"

  $$(\forall x : \mathbb{Z})\ (0 \leq x < 10 \implies P(x) \wedge Q(x))$$