

## Arboles

- Estructura de datos, ramas
- Se puede definir recursivamente
- Puede ser un unico elemento, la nada, o una estructura de multiples nodos de los cuales salen multiples ramas

Vamos a usar arboles binarios, con solo dos ramas por nodo que pueden o no ser vacias, pero tienen que estar definidas. (un poco invent eso de que tiene que estar definidas).

En general los arboles se definen en relacion a la cantidad de subarboles que pueden soportar, por ejemplo un arbol unario es una lista, un arbol binario soporta hasta dos subarboles, y asi.

### Propiedades interesantes de los arboles

- Cantidad de nodos
- Cuanto crecen vertical y horizontalmente

En haskell: (osea matematica y recursivamente)

- $\text{altura}(\text{nil}) = 0$
- $\text{altura}(\langle n, i, d \rangle) = 1 + \max\{\text{altura } i, \text{altura } d\}$
- $\text{elementos}(\text{nil}) = []$
- $\text{elementos}(\langle n, i, d \rangle) = [n] ++ \text{elementos } i ++ \text{elementos } d$

Una implementacion del arbol binario se puede implementar de una forma similar a una lista doblemente enlazada de la forma `|puntero1|valor|puntero2|`

Viendo a los arboles como tads, que operaciones deberia tener?

```
TAD ArbolBinario {
  obs :

  proc vacio (Parametros) : Resultado
    requiere {true}
    asegura {true}

  proc altura (Parametros) : Resultado
    requiere {true}
    asegura {true}

  proc bin (Parametros) : Resultado
    requiere {true}
    asegura {true}
```

Como el tad de arbol binario no es muy util, directamente vamos a trabajar sobre la implementacion en nodos

```
}
```

**Tipo especial de arbol: Arbol Binario de Busqueda** Para todo nodo, los valores de su subarbol izquierdo son menores que el valor del nodo y los valores del subarbol derecho son mayores.

```
modulo ConjuntoConABB implementa ArbolBinario{
  var e: ArbolBinario
  pred InvRep (e){
    esABB(e)=true
  }
  pred Abs (e){
    c.elems={n:N | n in elementos(e.raiz)}
  }
}
```

↑ tomar con pinzas porque la slide tiene mas tipos que otra cosa

La idea importante es la del principio, a la izquierda todos menores, a la derecha todos mayores, para cualquier nodo que agarre.

## Algoritmos para Arbol de Busqueda Binario

- vacio
- Busqueda
- Insercion
- Eliminar

Nodo = Struct <dato: N, izq: Nodo, dar: Nodo> (opcionalmente un padre)

```
modulo AB implementa Conjunto{
  var raiz: Nodo
  pred InvRep (args){
    cuerpo
  }
  pred Abs (args){
    cuerpo
  }
  impl vacio():ABB{
    a= new ABB();
    a.raiz=null;
    return a;
  }
  impl Busqueda(a: ABB, k: N):{
    return busqueda(a.raiz, k)
  }
  impl busqueda(n,k):nodo{
    if n==null || k==n.dato then
      return n
    else
      skip
    end if
    if k<n.dato then
      busqueda(n.izq, k)
    else
      busqueda(n.der, k)
    end if
  }
  impl insercion mia(a: ABB, n: N):ABB{
    if a.dato==n then
      skip
    else
      if a.dato<n then
        insercion(a.izq, n)
      else
        insercion(a.der, n)
      end if
    end if
    a.dato=new Nodo(null,null,k) medio pelo quedo, esta mal
  }
}
```

```

impl insercion(inout a: ABB, k: N):{
  n=a.raiz
  padre= raiz;
  while a!= null do
    padre=n;
    if k<n.dato then
      n = n.izq
    else
      n = n.der
    end if
  end while  newnodo= new Nodo(k, nil,nil, padre)
  if padre==null then
    a.raiz=newnodo
  else
    if k<padre.dato then
      padre.izq=newnodo
    else
      padre.der=newnodo
    end if
  end if
}
}

```