上海大学 2017 ~ 2018 学年冬季学期试卷(A 卷)

成绩	

课程名 概率论与数理统计 A 课程号 01014016 学分 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号 ____________ 应试人所在院系 ____________

题号	一	二	三	四	五
得分					

得分	评卷人

一. 是非题(每小题 2 分，5 题共 10 分，正确的填“对”，错误的填“错”)

1. 对事件 A 与 B，一定成立等式 $(A\cup B)-B=A$. (　　)

2. 对事件 A 和 B，若 $P(A)+P(B)>1$，则这两个事件一定不是互不相容的. (　　)

3. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，则统计量 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 和 $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 不独立. (　　)

4. 若事件 A 的概率 $P(A)=0$，则该事件一定不发生. (　　)

5. 设总体 X 的期望 $\mu=E(X)$ 存在，但未知，那么 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 为参数 μ 的相合估计量. (　　)

得分	评卷人

二. 填空题(每空格 3 分，5 空格共 15 分)

6. 已知事件 A 和 B 的概率分别为 $P(A)=0.7$ 和 $P(B)=0.5$，且 $P(B-A)=0.15$，那么，$P(B\mid A)=$ ____________.

7. 设随机变量 X 服从区间 $[-1,1]$ 上的均匀分布，随机变量 $Y=X^2$，则它们的协方差系数 $\operatorname{cov}(X,Y)=$ ____________；事件 $\left\{Y\le\frac{1}{2}\right\}$ 的概率 $P\left\{Y\le\frac{1}{2}\right\}=$ ____________.

8. 甲乙两人独立抛掷一枚均匀硬币各两次，则甲抛出的正面次数不少于乙的概率为 ____________.

9. 如果 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 $X\sim N(0,2^2)$ 的简单随机样本，若 $Y=c[(X_1+X_2)^2+(X_1-X_2)^2]\sim\chi^2(2)$，则常数 $c=$ ____________.

草　稿　纸

得分	评卷人

三. 选择题(每小题 2 分, 5 题共 10 分)

10. 函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\in[a,b],\\ 0, & x\notin[a,b]\end{cases}$ 是随机变量 X 的概率密度，则区间 $[a,b]$ 必须是(　　).

A. $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$　　C. $[0,\pi]$　　D. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$

11. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)$，令 $Y=3X$，则 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$ 为(　　).

A. $3f_X(y)$　　B. $\frac{1}{3}f_X(y)$　　C. $3f_X\left(\frac{y}{3}\right)$　　D. $\frac{1}{3}f_X\left(\frac{y}{3}\right)$

12. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots,X_n$ 是简单随机样本，记

$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S_1^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，$S_2^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，$S_3^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，

$S_4^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$. 那么服从 $t(n-1)$ 分布的是(　　).

A. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n}}$　　B. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n}}$　　C. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$　　D. $\frac{\bar{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

13. 设某人罚篮命中率为 70%，独立罚篮 100 次，那么罚篮命中总次数用中心极限定理估计的近似分布为(　　). (这里，$\Phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数)

A. $\Phi(x)$　　B. $\Phi(x-70)$　　C. $\Phi\left(\frac{x-70}{\sqrt{21}}\right)$　　D. $\Phi\left(\frac{x-70}{21}\right)$

14. 设连续型随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$，则对 $x>0$，分布函数 $F(x)$ 一定有(　　).

A. $F(-x)=\frac{1}{2}-\int_0^x f(u)\mathrm{d}u$　　B. $F(-x)=1-\int_0^x f(u)\mathrm{d}u$

C. $F(x)=F(-x)$　　D. $F(-x)=2F(x)-1$

得分	评卷人

四. 计算题(5 题, 共 58 分)

15. (本题 10 分)已知某地区某种疾病男性的发病率是 5%，而女性的发病率是 0.25%. 如果该地区男女的人数相同. 计算:

(1) (5 分)该地区这种疾病的发病率;

(2) (5 分)如果某人未患这种疾病，那么这个人是男性的概率为多大?

草　稿　纸

16. (本题 15 分)设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ax(1-y), & 0<x<1,\quad x<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(1) (3 分)求常数 A 的值;

(2) (5 分)求 (X,Y) 落在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|\frac{1}{2}<x<1,\frac{1}{2}<y<1\right\}$ 的概率;

(3) (7 分)计算边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$，并判断这两个随机变量是否独立.

17. (本题 12 分)设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ A(x+1)^2, & -1<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases},$$

(1) (2 分)确定常数 A 的值;

(2) (6 分)写出 X 的分布函数;

(3) (4 分)计算概率 $P\left\{X>\frac{1}{2}\right\}$.

草 稿 纸

18. (本题 12 分)机器包装食盐，包装的重量服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$．要求每袋的标准重量为 $1\,\mathrm{kg}$，且方差 $\sigma^2 \le 0.02^2$．每天设备正式运行时，要做抽样检验，抽取 9 个样本，得到的数据如下：样本均值 $\bar{x} = 0.998\,\mathrm{kg}$，样本标准差 $s = 0.032$．问:

(1) (6 分)在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，就平均重量而言，机器设备是否处于正常工作状态?

(2) (6 分)在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，就方差而言，机器设备是否处于正常工作状态?

(附注：$t_{0.025}(8) = 2.306$，$t_{0.025}(9) = 2.262$，$u_{0.025} = 1.960$，$u_{0.05} = 1.645$，

$\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$，$\chi^2_{0.025}(9) = 19.023$，$\chi^2_{0.975}(8) = 2.180$，$\chi^2_{0.975}(9) = 2.700$，

$\chi^2_{0.05}(8) = 15.057$，$\chi^2_{0.05}(9) = 16.919$，$\chi^2_{0.95}(8) = 2.733$，$\chi^2_{0.95}(9) = 3.325$)

19. (本题 9 分)设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ 其中 θ 为未知参数，且 $\theta > -1$，求 θ 的矩估计和最大似然估计.

草　稿　纸

得分	评卷人

五. 证明题(7 分)

20. (本题 7 分)如果 X 和 Y 是独立同分布的连续型随机变量，证明：$P\{X \le Y\} = \frac{1}{2}$. 并举例说明，对离散型随机变量，结论不正确.

草　稿　纸