上海大学 2012～2013 学年冬季学期试卷（A）

成绩	

课程名：概率论与数理统计 B 课程号：__________ 学分：5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号______________ 应试人所在院系______________

题号	一	二	三	四	五
得分	10	15	10	60	5

一、是非题（本题共 2 分×5=10 分）

1、对任意两个事件 A **与** B**，都有** $A \cup B - B = A$**。** （ ）

2、任意多个互不相容事件并的概率一定等于这些事件概率之和。 （ ）

3、如果 $X_1, \cdots, X_n$ **是来自于服从正态分布** $N(\mu, \sigma^2)$ **的总体** X **的简单样本，那么样本均值** $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ **和样本方差** $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ **是独立的。** （ ）

4、如果总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$**，在样本容量一定条件下，要提高参数** μ **估计的置信度，那么就一定会降低估计的精度，即置信区间长度会增大。** （ ）

5、如果总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$**，那么统计量** $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ **是参数** σ^2 **的无偏估计。** （ ）

二、填空题（每格 3 分，共计 15 分）

6、设事件 A**，** B **和** C **的概率为** $P((A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$**，而** $P(AC) = P(BC) = 0$**，** $P(AB) = \frac{1}{8}$**，那么三个事件都不发生的概率为。**

7、如果一个罐中有红球 4 个，黑球 6 个，从中任意选取两球。如果发现取到的两个球中有一个是红球，那么另一个也是红球的概率为。

8、如果随机变量 X **服从区间** $[-1,1]$ **上的均匀分布，那么在** $c \neq 0$ **时，随机变量** $Y = cX + d$ **的均值为，方差为。**

9、设随机变量 X **与** Y **相互独立，且都服从相同指数分布，密度函数为** $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$**，那么** $Z = X + Y$ **的密度函数为。**

草 稿 纸

三、选择题（本题共 2 分×5=10 分）

10、对任意两个独立且发生概率均大于零的事件 A 和 B，不正确的是______。

(A) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 一定独立； **(B)** $\overline{A}$ 与 B 一定独立；

(C) A 与 $\overline{B}$ 一定独立； **(D)** A 与 B 一定互不相容。

11、随机变量 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$，则一定有______。

(A) $0\le f(x)\le 1$； **(B)** $0\le F(x)\le 1$； **(C)** $P(X=x)=f(x)$； **(D)** $P(X=x)=F(x)$。

12、随机变量 $X\sim F(n,m)$，即服从 F 分布。对 $0<\alpha<1$，分位数一定成立关系______。

(A) $F_{\alpha}(m,n)=F_{1-\alpha}(n,m)$； **(B)** $F_{\alpha}(m,n)=1-F_{1-\alpha}(n,m)$；

(C) $F_{\alpha}(m,n)=\dfrac{1}{F_{1-\alpha}(n,m)}$； **(D)** $F_{\alpha}(m,n)=\dfrac{1}{F_{1-\alpha}(m,n)}$。

13、对任意事件 A 和 B，若 $P(B)>0$，则一定有____。

(A) $P(A|B)+P(\overline{A}|B)=1$； **(B)** $P(A|B)+P(A|\overline{B})=1$；

(C) $P(A|B)+P(\overline{A}|\overline{B})=1$； **(D)** 以上结论都不一定成立。

14、设随机变量 X 与 Y 独立，且都服从参数为 p 的 $0-1$ 分布。则一定成立的是_____。

(A) $P(X=Y)=p^2$； **(B)** $P(X=Y)=p^2+(1-p)^2$；

(C) $P(X=Y)=\dfrac{1}{2}$； **(D)** $P(X=Y)=1$。

四、计算题:（共 60 分）

15、（本题共 10 分）设有两罐，其中第一个罐中黑球 6 个，白球 4 个；第二个罐中白球和黑球各 5 个。现在随机选取一罐，并从该罐中随机抽取一球。计算，

1）抽到的球是黑球的概率；

2）如果发现抽到的是白球，该球是从第一个罐中抽取的概率是多大？

草　　稿　　纸

16、（本题共 15 分） 设随机变量(X,Y)的联合分布律为

X \ Y	-1	1	2
-1	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$
2	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

1） 计算$Z_1 = X + Y$的分布律；**2）** 计算$Z_2 = \max\{X,Y\}$的分布律；

3） 计算协方差$\mathrm{cov}(X,Y)$；**4）** 计算相关系数ρ_{XY}。

17、（本题 10 分） 为检验某种药物是否会改变人的血压，挑选了 **10** 名试验者，测量了他们服药前后的血压，得到下面的数据。

编号	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
服药前	**134**	**122**	**132**	**130**	**128**	**140**	**118**	**127**	**125**	**142**
服药后	**140**	**130**	**135**	**126**	**134**	**138**	**124**	**126**	**132**	**144**

假设服药前后的血压差服从正态分布。如果显著性水平取为0.05，从这些数据中是否能得出该药物会改变血压的结论？

（附注：$u_{0.05} = 1.65$，$u_{0.025} = 1.96$，

$t_{0.05}(10) = 1.81$，$t_{0.05}(9) = 1.83$，$t_{0.025}(10) = 2.23$，$t_{0.025}(9) = 2.26$）

草　稿　纸

18、（本题 15 分）设二维随机变量 (X,Y) **的联合概率密度函数为**

$$f(x,y)=\begin{cases} c, & 0\le x\le 2, \max(0,x-1)\le y\le \min(1,x) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}。$$

（1） 确定常数 c **的值；（2）计算两个随机变量的边际密度函数；并判断这两个随机变量是否独立；（3）计算它们的协方差。**

19、（本题 10 分）设总体 X **服从的概率密度函数为**

$$f(x;\theta)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x\ge\theta \\ 0, & x<\theta \end{cases}。$$

分别给出参数 θ **的矩估计和最大似然估计。**

草　稿　纸

五、证明题（共 5 分）

20、（本题 **5** 分）由总体 X 的样本 $X_1,\ldots,X_n$ 可定义验分布：

$$F_n(x)=\begin{cases}0, & x<X_{(1)}\\ \dfrac{k}{n}, & X_{(k)}\le x<X_{(k+1)}\\ 1, & x\ge X_{(n)}\end{cases}。$$

证明：对任意给定的 x 和 $\varepsilon>0$，

$$\lim_{n\to\infty}P\{|F_n(x)-F(x)|>\varepsilon\}=0，$$

这里 $F(x)$ 是总体的分布函数。

草　稿　纸