上海大学 2017 ~ 2018 学年冬季学期试卷(A 卷)

成绩	

课程名 概率论与数理统计 B 课程号 01014017 学分 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号 ____________ 应试人所在院系 ____________

题号	一	二	三	四	五
得分					

得分	评卷人

一. 填空题: (每空格 3 分, 5 空格共 15 分)

1. 设事件 A，B 和 C 独立，且 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，$P(C)=0.4$，那么事件 $(A\cup B)-C$ 的概率为________________.

2. 甲乙两人独立抛掷一枚均匀硬币各两次，则甲抛出的正面次数少于乙的概率为________________.

3. 如果随机变量 $X\sim N(-1,3)$，c,d 是常数，在 $c\neq 0$ 时，随机变量 $Y=cX+d$ 服从的分布为________________.

4. 设随机变量 $X\sim B(m,p)$，$Y\sim B(n,p)$(二项分布)，且相互独立，则 $Z=X+Y$ 服从的分布为________________，$E(XY)=$________________.

得分	评卷人

二. 是非题: (每小题 2 分，5 题共 10 分；正确的填“对”，错误的填“错”)

5. 对任意两个事件 A 与 B，一定有 $(A\cup B)-B\subset A$.（　　）

6. 若随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)$，则 $P\{X=x\}=f(x)$.（　　）

7. 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，则统计量 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 和 $\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 不独立.（　　）

8. 如果总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，要提高参数 μ 估计的置信度，同时又不降低估计的精度,就一定要加大样本容量.（　　）

9. 如果统计量 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的最大似然估计，则 $\hat{\theta}^2$ 也是 θ^2 的最大似然估计.（　　）

草　稿　纸

得分	评卷人

三. 选择题: (每小题 2 分, 5 题共 10 分)

10. 对任意两个独立且发生概率均大于零的事件 A 和 B，不正确的是(　　　).

A. $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 一定独立　　B. A 与 B 一定互不相容

C. A 与 $\overline{B}$ 一定独立　　D. $\overline{A}$ 与 B 一定独立

11. 函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\in[a,b],\\ 0, & x\notin[a,b]\end{cases}$ 是随机变量 X 的概率密度，则 $[a,b]$ 必须是(　　　).

A. $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$　　B. $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$　　C. $[0,\pi]$　　D. $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$

12. 随机变量 $X\sim F(n,m)$，即服从 F 分布. 对 $0<\alpha<1$，不一定成立的是(　　　).

A. $\frac{1}{X}\sim F(m,n)$　　B. $F_{0.5}(m,m)=F_{0.5}(n,n)$

C. $F_{\alpha}(m,n)+F_{1-\alpha}(n,m)=1$　　D. $F_{\alpha}(m,n)=\frac{1}{F_{1-\alpha}(n,m)}$

13. 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，但不一定独立. 那么结论一定正确的是(　　　).

A. $X+Y$ 服从正态分布　　B. X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

C. X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　　D. $\frac{X^2}{Y^2}$ 服从 F 分布

14. 设离散型随机变量 X 与 Y 独立，且都服从相同的分布律. 则一定成立的是(　　　).

A. $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$　　B. $P\{X=Y\}=1$

C. $P\{X>Y\}=P\{X<Y\}=\frac{1}{2}$　　D. $P\{X>Y\}=P\{X<Y\}$

得分	评卷人

四. 计算题(5 题, 共 58 分)

15. (本题 10 分)两个盒子中各放了十只球，球的颜色都是一只红球九只黑球. 现在从第一个盒中随机取出两球放入第二个盒中，然后再从第二个盒中随机抽取两球.

(1) (5 分)第二次抽出的球是一红一黑的概率是多少?

(2) (5 分)如果第二次抽出的球是一红一黑，则第一次抽取的球也是一红一黑的概率是多大?

草　稿　纸

16. (本题 12 分)设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ A(x+1)^2, & -1<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

(1)(2 分)确定常数 A 的值;

(2)(6 分)写出 X 的分布函数;

(3)(4 分)计算概率 $P\left\{X>\frac{1}{2}\right\}$.

17. (本题 10 分)设某种元器件的寿命 $X\sim N(\mu,100^2)$. 现在随机抽取 25 件元器件, 测得其平均寿命为 950 小时. 该种元器件的寿命超过 1000 小时才认为是合格的. 由这些数据, 对元器件的质量可作何种判断? (显著性水平取为 $\alpha=0.05$)

(附注: $u_{0.05}=1.65$, $u_{0.025}=1.96$, $t_{0.05}(25)=1.7081$, $t_{0.05}(24)=1.7109$, $t_{0.025}(25)=2.0595$, $t_{0.025}(24)=2.0639$)

草 稿 纸

18. (本题 16 分)设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} cxy, & 0\le x\le y\le 1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) (3 分)确定常数c的值;

(2) (5 分)计算X的边际密度函数和数学期望;

(3) (4 分)计算$f_{Y|X}(y|x)$;

(4) (4 分)计算$P\{X+Y<1\}$的概率.

19. (本题 10 分)设总体X的分布律为$p_x(\theta)=\dfrac{\theta^x}{x!}\mathrm{e}^{-\theta}$, $x=0,1,2,\cdots$，其中θ为未知参数，且$\theta>0$.

(1) (5 分)求参数θ的矩估计$\hat{\theta}_1$;

(2) (5 分)求参数θ的最大似然估计$\hat{\theta}_2$.

草　稿　纸

得分	评卷人

五. 证明题: (1 题, 共 7 分)

20. (本题 7 分)如果 X 和 Y 是独立同分布的连续型随机变量，证明：$P\{X \le Y\} = \frac{1}{2}$. 并举例说明，对离散型随机变量，结论不正确.

草 稿 纸