上海大学 2013～2014 学年冬季学期试卷（A 卷）

成绩	

课程名：概率论与数理统计（B）课程号： 01014017 学分： 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号 ______________ 应试人所在院系 ______________

题号	一	二	三	四	五
得分					

得分	评卷人

二、 是非题：（每题 2 分，5 题共 10 分，正确填“对”，错误填“错”）

1、对任意两个事件 A 和 B，都有结论 $(A\cup B)-B=A$。 （ ）

2、对任意两个事件 A 和 B，一定有 $P(A|B)+P(A|\overline{B})=1$。 （ ）

3、若二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布，且 $E(XY)=EXEY$，则 X 与 Y 独立。 （ ）

4、若总体 X 服从 $[0,b]$ 上的均匀分布，其中 b 是未知参数，$X_1,\ldots,X_n$ 为其简单样本，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-EX$ 是一个统计量。 （ ）

5、样本容量给定，则假设检验时不能同时减小犯第一类和第二类错误的概率。 （ ）

得分	评卷人

一、 填空题：(每题 3 分，10 题共 30 分)

6、设 $P(A)=0.1$，$P(A\cup B)=0.3$，且 A 与 B 互不相容，则 $P(B)=$__________。

7、甲乙两人同时向目标独立射击，各自的命中率分别为 0.7 和 0.8，则两人至少有一人击中目标的概率为__________。

8、连续掷均匀骰子 6 次，则至少出现两次“6”点的概率为__________。

9、一袋中装有编号为 1 到 5 的 5 只球，一次随机抽取三球，记 X 为所取球的最大编号，则 $EX=$__________。

10、罐中有红球 6 只，黑球 4 只，从中不放回抽取两球。则第二次抽到红球的概率为：__________。

11、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}a\cos x, & x\in(0,\frac{\pi}{2})\\ 0, & x\notin(0,\frac{\pi}{2})\end{cases}$，则 $a=$__________。

12、设随机变量 $X\sim B(3,0.4)$，$Y\sim B(2,0.4)$，且独立，则 $P(X+Y=2)=$__________。

13、设随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\frac{c}{k!}$，$k=0,1,2,\cdots$，则 $EX=$__________。

14、如果总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 都是未知参数，总体的样本均值和样本方差分别为 $\overline{X}$ 和 S^2，样本容量为 n，则参数 μ 的双侧置信区间为__________________，设置信度为 $1-\alpha$。

15、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 都是未知参数，总体的样本均值和样本方差分别为 $\overline{X}$ 和 S^2，样本容量为 n，则假设检验问题

原假设 H_0：$\sigma^2\ge\sigma_0^2$；备选假设 H_1：$\sigma^2<\sigma_0^2$

的显著性水平为 α 的拒绝域为__________________。

得分	评卷人

四、 选择题：（每题 2 分，5 题共 10 分）

16、设事件 A 与 B 互不相容，那么________一定成立。

（A） $P(\overline{AB})=0$；　　（B） $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$；

（C） $P(A)+P(B)=1$；　　（D） $P(AB)=P(A)P(B)$。

17、设随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，且 X 与 Y 互不相关，那么条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x\,|\,y)$ 为________。

（A） $f_X(x)$；　　（B） $f_Y(y)$；

（C） $f_X(x)f_Y(y)$；　　（D） $\dfrac{f_X(x)}{f_Y(y)}$。

18、设 $X_1,\ldots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单样本，其中 μ 已知，而 σ^2 未知，则下面不是统计量的是________。

（A） $\max\{X_1,\ldots,X_n\}$；　　（B） $\dfrac{1}{\sigma}\sum_{k=1}^{n}X_k$；

（C） $\min\{X_1,\ldots,X_n\}$；　　（D） $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu$。

19、如果两个独立的随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，那么 $X=\min\{X_1,X_2\}$ 的分布函数是_______。

（A） $F_1(x)F_2(x)$；　　（B） $(1-F_1(x))(1-F_1(x))$；

（C） $1-F_1(x)F_2(x)$；　　（D） $1-(1-F_1(x))(1-F_2(x))$。

20、在假设检验时，样本容量给定，显著性水平为 α。如果犯第二类错误的概率为 β，则一定有_______。

（A） $\alpha+\beta=1$；　　（B） $\alpha+\beta>1$；

（C） $\alpha+\beta<1$；　　（D） 以上结论都不一定成立。

得分	评卷人

三、 计算题：（4 题共 42 分）

21、（10 分）有三只盒子，第一个盒子中有 2 个黑球和 4 个白球，第二个盒子中有 4 个黑球和 2 个白球，第三个盒子中有黑球和白球各 3 个。现在随机任选一个盒子，并从中任取一球。

（1）（7 分）计算取到白球的概率；

（2）（3 分）如果已知取到的是白球，计算该球是从第一个盒子中取出的概率。

22、（10 分）已知随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=ae^{-|x|},\quad -\infty<x<+\infty,$$

（1）（2 分）确定常数 a；

（2）（4 分）计算分布函数 $F(x)$；

（3）（4 分）计算数学期望 EX 和方差 DX。

23、（12 分）设二维随机变量(X,Y)的分布律为

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	a	$\frac{1}{9}$

（1）（2 分）确定常数a；

（2）（6 分）计算边际分布律，并判断这两个随机变量是否独立；

（3）（4 分）计算$Z=X+Y$的分布律。

24、（10 分）从某校一个班级的体检记录中随机抽取 **25** 名男生的身高数据，测得平均身高为 **170** 厘米，标准差为 **12** 厘米。如果假设该班级男生的身高X服从正态分布$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中，μ和σ^2均为未知参数。试求总体均值和标准差的置信度为 **0.95** 的置信区间。

（附分位数：$u_{0.025}=1.96$，$u_{0.05}=1.65$；

$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.05}(25)=1.7081$，

$\chi^2_{0.025}(24)=39.364$，$\chi^2_{0.025}(25)=40.646$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.415$，$\chi^2_{0.05}(25)=37.652$，

$\chi^2_{0.975}(24)=12.401$，$\chi^2_{0.975}(25)=13.120$，$\chi^2_{0.95}(24)=13.848$，$\chi^2_{0.95}(25)=14.611$）

得分	评卷人

五、 证明题（8 分）

25、设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)}, & x>1\\ 0, & x\le 1\end{cases},$$

其中 $0<\theta<1$ 是未知参数。如果 $X_1,\ldots,X_n$ 是一个简单样本，

（1）（3 分）证明：参数 θ 的矩估计为 $\dfrac{\bar{X}}{\bar{X}-1}$；

（2）（5 分）证明：参数 θ 的最大似然估计为 $\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}$。