上海大学 2013～2014 学年冬季学期试卷（A 卷）

成绩	

课程名： 概率论与数理统计 课程号： 23014030 学分： 5

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号______________应试人所在院系_____________

题号	一	二	三	四	五
得分	10	15	10	60	5

得分	评卷人

一、是非题：（每小题 2 分，5 题共 10 分）

1、对事件 A 与 B，一定成立等式 $(A-B)\cup B=A$。

2、设 $0<P(B)<1$，若 $P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，则事件 A、B 一定相互独立。 (

3、若事件 A 可以发生，则必有 $P(A)>0$。 (

4、若随机变量 X 与 Y 独立且同分布，那么必有 $P(X\le Y)=P(Y\le X)=\frac{1}{2}$。 ( )

5、设 $\hat{\theta}$ 为参数 θ 的无偏估计，且 $D(\hat{\theta})>0$。则 $\hat{\theta}^2$ 不是参数 θ^2 的无偏估计。 ( )

得分	评卷人

二、填空题：（每格 3 分，共 15 分）

6、已知随机事件 A 和 B 的概率分别为 $P(A)=0.7$ 和 $P(B)=0.5$，且 $P(A-B)=0.4$，那么，$P(A|B)=$。

7、设随机变量 X 服从区间 $[-1,1]$ 上的均匀分布，随机变量 $Y=X^2$，则它们的相关系数 $\rho_{XY}=$。

8、口袋中有 a 个白球，b 个黑球和 n 个红球，现从中一个一个不放回地取球，则白球比黑球出现得早的概率为。

9、设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim N(1,1)$，$Y\sim N(-2,5)$。若 $a(X+bY)^2$ 服从 χ^2 分布，那么 $a=$，$b=$。

草 稿 纸

得分	评卷人

三、选择题：（每小题 2 分，5 题共 10 分）

10、设事件 A，B 互不相容，且 $P(A)>P(B)>0$，则一定正确的是_______。

(A) $P(A)+P(B)=1$；　　**(B)** $P(A\cup B)=1$；

(C) $P(AB)=P(A)P(B)$；　　**(D)** $P(\overline{AB})=1$。

11、设随机变量 X 的密度函数 $f_X(x)$。令 $Y=-2X$，则 Y 的密度函数 $f_Y(y)$ 为_____。

(A) $2f_X(-2y)$；　　**(B)** $2f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$；

(C) $\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$；　　**(D)** $-\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$。

12、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，而 μ 为未知参数。$X_1,\ldots,X_n$ 是来自于总体 X 简单样本，样本均值为 $\bar{X}$，样本方差为 S^2。则不是统计量的是________。

(A) $2\bar{X}$；　　**(B)** $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$；　　**(C)** $\frac{S^2}{\sigma^2}$；　　**(D)** $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$。

13、设某人罚篮命中率为 90%，独立罚篮 100 次，那么罚篮命中总次数用中心极限定理估计的近似分布为______。（这里，$\phi(x)$ 是标准正态分布的分布函数）

(A) $\phi(x)$；　　**(B)** $\phi(x-90)$；　　**(C)**； $\phi\left(\frac{x-90}{3}\right)$　　**(D)** $\phi\left(\frac{x-90}{9}\right)$。

14、设连续型随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$，则对 $x>0$，分布函数 $F(x)$ 一定有_____。

(A) $F(-x)=1-F(x)$；　　**(B)** $F(-x)=1-\int_0^x f(u)du$；

(C) $F(x)=F(-x)$；　　**(D)** $F(-x)=2F(x)-1$。

得分	评卷人

四、计算题：（5 题共 60 分）

15、（本题共 10 分）假设有两箱同种零件：第一箱内装 8 件，其中 4 件一等品；第二箱内装 10 件，其中 6 件一等品。现从两箱中随意挑出一箱，然后从该箱中先后随机取出两个零件（取出的零件均不放回）。试求：

(1) 先取出的零件是一等品的概率；

(2) 在先取出的零件是一等品的条件下，第二次取出的零件仍然是一等品的概率。

草　稿　纸

16、（本题共 15 分）设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} Ax^2y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}。$$

（1）（5 分）求系数 A 的值；

（2）（4 分）求 X,Y 的边缘概率密度函数；

（3）（2 分）判断 X,Y 是否相互独立；

（4）（4 分）求概率 $P\{X>Y\}$。

17、（本题 10 分）设某种元器件的寿命 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ，σ^2 均未知。现在随机抽取 25 件元器件，测得其平均寿命为 960 小时，标准差为 $s=100$。该种元器件的寿命超过 1000 小时才认为是合格的。由这些数据，对元器件的质量可作何种判断？（显著性水平取为 $\alpha=0.05$）

（附注：$u_{0.05}=1.65$，$u_{0.025}=1.96$，

$t_{0.05}(25)=1.7081$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.025}(24)=2.0639$）

草　稿　纸

18、（本题 15 分）设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	-1	1	2
-1	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$
2	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

1）（5 分）计算 $Z_1 = X + Y$ **的分布律；2）（3 分）计算** $Z_2 = \max\{X,Y\}$ **的分布律；**
3）（4 分）计算协方差 $\text{cov}(X,Y)$ **；4）（3 分）计算相关系数** ρ_{XY} **。**

19、（本题 10 分）设总体 X **的概率密度函数为**

$$f(x) = \begin{cases} ax^{a-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $a > 0$ **为未知参数。**

（1）（4 分）求参数 a **的矩估计** $\hat{a}_1$**；**

（2）（6 分）求参数 a **的最大似然估计** $\hat{a}_2$**。**

草 稿 纸

得分	评卷人

五、证明题：（1 题共 5 分）

20、（本题 5 分）设 $X \sim N(0,1)$，$Y \sim N(0,1)$，且 $X+Y$，$X-Y$ 均服从正态分布。证明：若 $X+Y \sim N(0,1)$，则 $X-Y \sim N(0,3)$。

草　　稿　　纸