

## 上海大学 2018 ~ 2019 学年冬季学期试卷 A 卷

成绩

课程名: 概率论与数理统计 A 课程号: 01014016 学分: 5

应试人声明:

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人\_\_\_\_\_ 应试人学号\_\_\_\_\_ 应试人所在院系\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

得分	评卷人

## 一、填空题(每格2分, 共20分)

- 袋中有黑球3个, 白球2个. 现每次从袋中任取一个球, 有放回地取两次, 则抽到是黑白球各一个的概率等于\_\_\_\_\_; 若是无放回地取两次, 则抽到黑白球各一个的概率则是\_\_\_\_\_.
- 设  $X \sim b(n, p)$ ,  $F(x)$  是其分布函数. 则  $F(1) =$ \_\_\_\_\_;  $F(n) - F(n-1) =$ \_\_\_\_\_.
- 设  $(X, Y)$  的联合分布函数为  $F(x, y)$ , 则  $P\{Y > y\} =$ \_\_\_\_\_;  $P\{X > x, Y > y\} =$ \_\_\_\_\_.
- 二维正态随机向量  $(X, Y) \sim N(1, 2, 4, 9, -0.5)$ , 则  $E(2X - Y) =$ \_\_\_\_\_,  $D(2X - Y) =$ \_\_\_\_\_.
- 设总体的均值与方差分别为  $\mu, \sigma^2$ ,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为取自总体的一组简单随机样本, 并记  $\bar{X}$  为该样本均值. 则  $E(\bar{X}) =$ \_\_\_\_\_;  $E(\bar{X}^2) =$ \_\_\_\_\_.

得分	评卷人

## 二、判别题(请在括号中填入✓或✗. 每题2分, 5题共10分)

- 设  $A, B$  为两个事件, 且满足  $A\bar{B} = \bar{A}B$ , 则  $A = B$ . ( )
- 若随机变量  $X$  的分布函数  $F(x)$  在  $x = c$  处连续, 则  $P\{X = c\} = 0$ . ( )
- 设  $(X, Y)$  服从二维均匀分布, 那么  $X$  必服从一维均匀分布. ( )
- 如果随机变量  $X$  与  $Y$  互不相关, 则  $X$  与  $Y$  必相互独立. ( )
- 如果估计量  $\hat{\theta}$  是未知参数  $\theta$  的无偏估计量,  $g(x)$  是一连续函数, 那么  $g(\hat{\theta})$  将是  $g(\theta)$  的无偏估计量. ( )

得分	评卷人

## 三、选择题(每题2分, 5题共10分)

- $A, B, C$  为三个事件, 那么事件  $\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$  表示这三个事件 ( ).  
(A) 三个都不发生 (B) 不多于两个发生  
(C) 不多于一个发生 (D) 恰有一个不发生
- 设  $X$  的分布函数为  $\Phi(x)$ , 那么  $2X + 1 \sim$  ( ).  
(A)  $N(1, 2)$  (B)  $N(1, 3)$  (C)  $N(1, 4)$  (D)  $N(1, 5)$
- 若  $X$  和  $Y$  具有相同的方差. 则  $X + Y$  与  $X - Y$  的相关系数等于 ( ).  
(A)  $-1$  (B)  $1$  (C)  $1/2$  (D)  $0$
- 设  $X_1, X_2, \dots, X_{12}$  独立同分布于  $U(0, 1)$ , 则与  $\sum_{i=1}^{12} X_i - 6$  的分布最相似的分布是 ( ).  
(A)  $N(0, 1)$  (B)  $b(12, \frac{1}{2})$  (C)  $\pi(6)$  (D)  $U(-6, 6)$
- 对于假设检验问题:  $H_0: \theta \in \Theta_0, H_1: \theta \in \Theta_1$ , 则一个检验犯“第一类错误”是指 ( ).  
(A)  $H_0$  为假时, 接受  $H_0$  (B)  $H_0$  为真时, 拒绝  $H_0$   
(C)  $H_1$  为真时, 拒绝  $H_1$  (D)  $H_1$  为真时, 接受  $H_1$

得分	评卷人

四、(10分). 某种仪器由两部分组成. 假设这两个部分的质量

互不影响, 且它们的优质品率分别为0.7和0.9. 如果两个部分都是优质品, 则组成的仪器一定合格; 如果两个部分中仅有一个是优质品, 则组成的仪器不合格率为0.2; 如果两个部分均不是优质品, 则组成的仪器不合格率降至0.5.

1. (6分) 求该种仪器的不合格率;
2. (4分) 如果发现一台仪器不合格, 问它有几个部分不是优质品的概率最大.

得分	评卷人

五、(15分). 已知随机变量 $X$ 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求:

1. (5分) 常数 $C$ 的值;
2. (5分)  $X$ 的分布函数 $F(x)$ ;
3. (5分)  $P\{\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2}\}$ .

得分	评卷人

六、(15分). 设 $(X, Y)$ 的联合概率密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1. (5分) 求 $P\{X + Y \geq 1\}$ ;
2. (10分) 计算边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$ , 并判断 $X$ 与 $Y$ 是否相互独立.

得分	评卷人

七、(10分). 设样本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 取自概率密度函数为:

$$f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}, x \in (0, 1)$$

的总体. 求:

1. (5分)  $\theta$ 的矩估计量;
2. (5分)  $\theta$ 的最大似然估计量.

得分	评卷人

八、(10分). 由于工艺水平的限制, 食品添加剂含量在每包食

品中并不是完全相同的(假设服从正态分布), 但根据规定整批食品中添加剂含量的均值不得超过1mg/kg. 现对该批食品进行检测, 从送样中随机抽取25袋, 测得添加剂的平均含量为1.05mg/kg, 样本标准差0.23mg/kg.

1. (5分) 在 $\alpha = 0.05$ 显著性水平下, 能否认为这批食品添加剂含量的均值超标?
2. (5分) 求该批食品添加剂含量标准差的90%的区间估计.

$\chi^2$ -分布和 $t$ -分布分位点表

$\alpha$	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025
$\chi^2_{\alpha}(24)$	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641
$\chi^2_{\alpha}(25)$	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465
$\chi^2_{\alpha}(26)$	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232
$t_{\alpha}(24)$	-2.0639	-1.7109	-1.3178	1.3178	1.7109	2.0639
$t_{\alpha}(25)$	-2.0595	-1.7081	-1.3163	1.3163	1.7081	2.0595
$t_{\alpha}(26)$	-2.0555	-1.7056	-1.3150	1.3150	1.7056	2.0555