

概率论与数理统计 A 期末试卷 2

一、单选题（共 25 题，50 分）

1、设 (X, Y) 服从二维正态分布，且边际分布都是标准正态分布： $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(0, 1)$ 。若 $X + Y \sim N(0, 1)$ ，则 $X - Y$ 服从的分布为（ ）

- A、 $N(0, 2)$
- B、 $N(0, 1)$
- C、 $N(0, 3)$
- D、 $N(0, 5)$

正确答案： C

解析：

2、设 X_1, \dots, X_{12} 独立同分布，分布为区间 $(0, 1)$ 上的均匀分布，则用中心极限定理， $\sum_{i=1}^{12} X_i - 6$ 的分布近似为（ ）

- A、 $N(0, 1)$
- B、 $b(12, \frac{1}{2})$
- C、 $\pi(6)$
- D、 $U(-6, 6)$

正确答案： A

解析：

3、设 X_1, X_2, \dots, X_{100} 为来自总体 $X \sim N(1, 4)$ 的简单样本， \bar{X} 为样本均值。若 $Y = a\bar{X} - b \sim N(0, 1)$ ， $a > 0$ 则 a 和 b 为（ ）

- A、 $a = -5, b = 5$
- B、 $a = 5, b = 5$
- C、 $a = \frac{1}{5}, b = \frac{-1}{5}$
- D、 $a = \frac{-1}{5}, b = \frac{1}{5}$

正确答案： B

解析：

4、设随机变量 $X \sim F(9, 12)$ 。若 X 相应于 0.05 的上侧分位点 $F_{0.05}(9, 12) = 2.80$ ，则随机变量 $Y = X^{-1}$ 相应于 0.95 的上侧分位点为 ()

A、 2.8

B、 $\frac{1}{2.8}$

C、 0.2

D、 -1.8

正确答案： B

解析：

5、对假设检验问题： $H_0: \theta = \theta_0; H_1: \theta \neq \theta_0$ ，第二类错误为 ()

A、 在 H_0 为真时，拒绝 H_0

B、 在 H_0 为假时，接受 H_0

C、 在 H_1 为真时，拒绝 H_0

D、 在 H_1 为假时，接受 H_0

正确答案： B

解析：

6、设 A, B 是两个是非零概率事件，且 $P(A|B) = P(B|A)$ ，则是否一定有 $P(A) = P(B)$ ？ ()

A、 是

B、 不一定

正确答案： B

解析：

7、设函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}$ 是随机变量 X 的概率密度，则 $[a, b]$ 必须是 ()

A、 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$

- B、 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$
 C、 $[0, \pi]$
 D、 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$

正确答案： B

解析：

8、设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)$ 。令 $Y = -2X$ ，则 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$ 为 ()

- A、 $2f_X(-2y)$
 B、 $2f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$
 C、 $\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$
 D、 $-\frac{1}{2}f_X\left(-\frac{y}{2}\right)$

正确答案： C

解析：

9、设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布，且 X 与 Y 互不相关，那么条件概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$ 为 ()

- A、 $f_X(x)$
 B、 $f_Y(y)$
 C、 $f_X(x)f_Y(y)$
 D、 $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$

正确答案： A

解析：

10、设相互独立的随机变量 X 和 Y 服从二项分布： $X \sim b(m, p)$ ， $Y \sim b(n, p)$ ，则 $E(XY)$ 的值为 ()

- A、 mnp

- B、 $(m+n)p$
 C、 mnp^2
 D、 $(m+n)p(1-p)$

正确答案： C

解析：

11、一袋中装有编号为 1 到 5 的 5 只球，一次随机抽取三球，记 X 为所取球的最大编号，则 $E(X)$ 为 ()

- A、 3.5
 B、 4
 C、 3.8
 D、 4.5

正确答案： D

解析：

12、设 N_n 是 n 次独立重复试验中事件 A 出现的次数， P 是事件 A 在每次试验中

发生的概率，则对于任意 $\varepsilon > 0$ ， $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{N_n}{n} - P\right| > \varepsilon\right\}$ 的值为 ()

- A、 0
 B、 1
 C、 >0
 D、 不存在

正确答案： A

解析：

13、设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X \sim N(1, 1)$ ， $Y \sim N(-2, 5)$ 。若 $a(X+bY)^2$ 服从 $\chi^2(1)$ 分布，那么 a 和 b 的值为 ()

- A、 $a = \frac{4}{9}, b = \frac{1}{2}$
 B、 $a = \frac{2}{9}, b = \frac{1}{3}$
 C、 $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{2}$
 D、 $a = \frac{4}{5}, b = \frac{1}{4}$

正确答案： A

解析：

14、设总体 X 的概率密度函数为 $f(x; \theta)$ ，其中 θ 是未知参数。如果 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为取自该总体的样本观测值，那么 θ 的似然函数 $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$ 为 ()

- A、 $\prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$
- B、 $\sum_{i=1}^n f(x_i; \theta)$
- C、 $\prod_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$
- D、 $\sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{x_i} f(x; \theta) dx$

正确答案： A

解析：

15、下列关于区间估计的说法正确的是 ()

- A、 在对参数 θ 区间估计时，增大样本容量就可能同时提高置信度和估计精度
- B、 置信度 $1-\alpha$ 确定以后，参数的置信区间是唯一的
- C、

设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本， \bar{X} 为样本均值，若 σ^2 已知，则 μ 的一个置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为

$$(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha}, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{\alpha})$$

D、 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本， S^2 为样本方差，则 σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的单侧置信上限为 $\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha}^2(n-1)}$

正确答案： A

解析：

16、设 A, B 是两随机事件，若 $P(A)+P(B)>1$ ，那么 A 与 B 一定是 ()

- A、 相容的
- B、 互不相容的

正确答案： A

解析：

17、随机变量 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$ ，则一定有（ ）

- A、 $0 \leq f(x) \leq 1$
- B、 $0 \leq F(x) \leq 1$
- C、 $P(X=x) = f(x)$
- D、 $P(X=x) = F(x)$

正确答案： B

解析：

18、设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = ce^{-x^2}$ ， $-\infty < x < +\infty$ ，则 c 的值为（ ）

- A、 1
- B、 2
- C、 $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$
- D、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

正确答案： C

解析：

19、设随机变量 X 和 Y 独立，且服从二项分布： $X \sim b(3, 0.4)$ ， $Y \sim b(2, 0.4)$ ，则 $P(X+Y=2)$ 的值为（ ）

- A、 0.5784
- B、 0.2654
- C、 0.3456
- D、 0.4562

正确答案： C

解析：

20、如果随机变量 X, Y 满足条件 $D(X+Y) = D(X-Y)$ ，则一定成立的结论是（ ）

- A、 X 与 Y 独立
- B、 X 与 Y 不相关
- C、 $DY=0$
- D、 $DX=0$

正确答案： B

解析：

21、若随机变量 X 与 Y 具有相同方差，则 $X+Y$ 与 $X-Y$ 的相关系数为（ ）

- A、 -1
- B、 1
- C、 $\frac{1}{2}$
- D、 0

正确答案： D

解析：

22、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本，其中 μ, σ^2 未知，则不是统计量的是（ ）

- A、 X_i
- B、 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
- C、 $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
- D、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$

正确答案： D

解析：

23、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本，其中 μ 已知，而 σ^2 未知，则下面不是统计量的是（ ）

- A、 $\max\{X_1, \dots, X_n\}$
- B、 $\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^n X_k$
- C、 $\min\{X_1, \dots, X_n\}$

D、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu$

正确答案： B

解析：

24、如果总体 X 的方差 σ^2 为未知参数，则该参数的矩估计为（ ）

A、 $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

B、 $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

C、 $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

D、 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

正确答案： D

解析：

25、设一袋中装有黑球和白球共 5 个，可能是 2 黑 3 白，也可能是 4 黑 1 白。为检验假设：

H_0 ：袋中有 2 个黑球； H_1 ：袋中有 4 个黑球

从该袋中随机抽取两球。检验规则为：当取到的两个都是黑球时，就拒绝 H_0 ，否则接受 H_0 。则该检验方法犯第一类和第二类错误的概率分别为（ ）

A、 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$

B、 $\frac{1}{10}, \frac{2}{5}$

C、 $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$

D、 $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}$

正确答案： B

解析：