

## 上海大学 2018 ~ 2019 学年冬季学期试卷 A 卷

成绩

课程名: 概率论与数理统计B 课程号: 01014017 学分: 5

应试人声明:

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人\_\_\_\_\_ 应试人学号\_\_\_\_\_ 应试人所在院系\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

得分	评卷人

## 一、填空题(每格2分, 共20分)

- 袋中有黑球和白球各2个. 现每次从袋中任取一个球, 有放回地取两次, 则抽到是黑白球各一个的概率等于\_\_\_\_\_; 若是无放回地取两次, 则抽到黑白球各一个的概率则是\_\_\_\_\_.
- 设 $X$ 服从泊松分布, 并已知 $P\{X=0\}=\frac{1}{2}$ . 则对于 $k=0, 1, 2, \dots$ ,  $P\{X=k\}=\underline{\hspace{2cm}}$ ;  $E(X)=\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 设 $(X, Y)$ 的联合分布函数为 $F(x, y)$ , 则 $X$ 的边缘分布函数为 $F_X(x)=\underline{\hspace{2cm}}$ ; 条件概率 $P\{Y \leq y | X \leq x\}=\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 二维正态随机向量 $(X, Y) \sim N(1, 2, 4, 9, -0.5)$ , 则 $D(1-2X)=\underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\text{Cov}(3X, -Y)=\underline{\hspace{2cm}}$ .
- $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为取自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一组样本,  $\bar{X}$ 和 $S^2$ 为样本均值和样本方差. 则 $E(S^2)=\underline{\hspace{2cm}}$ ;  $E(\bar{X}S^2)=\underline{\hspace{2cm}}$ .

得分	评卷人

## 二、判别题(请在括号中填入✓或✗. 每题2分, 5题共10分)

- 设 $A, B$ 为两个事件, 则有 $P(A-B)=P(A)-P(B)$ . ( )
- 记随机变量 $X$ 的分布函数为 $F(x)$ , 则 $P\{X=c\}=F(c)-F(c-0)$ . ( )
- $X$ 和 $Y$ 相互独立, 且均服从正态分布, 那么 $(X, Y)$ 将服从二维正态分布. ( )
- 如果 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ , 则 $X$ 与 $Y$ 互不相关. ( )
- 对于一个未知参数 $\theta$ , 其估计量的方差越小越有效. ( )

得分	评卷人

## 三、选择题(每题2分, 5题共10分)

- $A, B, C$ 为三个事件, 那么事件 $AB \cup AC \cup BC$ 表示这三个事件 ( )  
(A) 至少有一个不发生 (B) 至多有一个不发生  
(C) 三个都发生 (D) 恰好有两个发生
- 设 $X \sim b(100, 0.01)$ , 则与 $X$ 的分布最相似的分布是 ( )  
(A)  $\pi(1)$  (B)  $b(10, 0.1)$  (C)  $U(0, 100)$  (D)  $N(0, 1)$
- 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 独立同分布, 其分布函数均为 $1 - \exp\{-x\}, x > 0$ . 那么当 $x > 0$ 时,  $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$ 的分布函数为 ( )  
(A)  $(1 - \exp\{-x\})^n$  (B)  $(1 - \exp\{-x\})^{\frac{1}{n}}$   
(C)  $1 - \exp\{-nx\}$  (D)  $n \exp\{-nx\}$
- $X$ 与 $Y$ 互不相关, 且具有相同的方差. 则对于不全为零的常数 $a$ 和 $b$ ,  $aX + bY$ 与 $bX + aY$ 的相关系数等于 ( )  
(A)  $\frac{ab}{a^2+b^2}$  (B)  $\frac{a^2}{a^2+b^2}$  (C)  $\frac{b^2}{a^2+b^2}$  (D)  $\frac{2ab}{a^2+b^2}$
- 设 $X, Y$ 独立同分布于 $N(\mu, \sigma^2)$ , 下列随机变量中哪一个服从 $\chi^2(1)$  ( )  
(A)  $\frac{1}{\sigma^2}X^2$  (B)  $\frac{1}{2\sigma^2}(X-Y)^2$  (C)  $\frac{1}{2\sigma^2}(X+Y)^2$  (D)  $\frac{1}{\sigma^2}XY$

得分	评卷人

四、(10分). 有同样规格的产品六箱, 其中三箱是甲厂生产的,

次品率为 $\frac{1}{20}$ ; 两箱是乙厂生产的, 次品率为 $\frac{1}{15}$ ; 一箱是丙厂生产的, 次品率为 $\frac{1}{10}$ . 现从六箱中任选一箱, 并从中随机取一件产品,

1. (6分) 求取到的那件是次品的概率;
2. (4分) 如果取到的那件是次品, 问它由哪家厂生产的概率最大.

得分	评卷人

五、(15分). 已知连续型随机变量 $X$ 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a + \frac{1}{2}x, & -1 \leq x < 0 \\ b + cx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

求:

1. (5分) 常数 $a, b, c$ 的值;
2. (5分)  $X$ 的概率密度函数 $f(x)$ ;
3. (5分)  $P\{-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2}\}$ .

得分	评卷人

六、(15分). 设 $(X, Y)$ 的联合分布律为:

$X \backslash Y$			
	-1	0	1
-1	0	0.2	0.2
1	0.3	0.2	0.1

- (5分) 求 $X$ 与 $Y$ 中至少有一个大于0的概率;
- (5分) 求 $X = 1$ 时,  $Y$ 的条件分布律;
- (5分) 写出 $Z = X + Y$ 的分布律.

得分	评卷人

七、(10分). 设样本 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 取自 $[0, \theta]$ 上的均匀总体, 求:

- (5分)  $\theta$ 的矩估计量;
- (5分)  $\theta$ 的最大似然估计量.

得分	评卷人

八、(10分). 在每包食品中食品添加剂含量有一定的波动(假设

服从正态分布). 根据规定整批食品中添加剂含量的均值不得超过1mg/kg. 现从该批食品中随机抽取25袋, 测得添加剂的平均含量 $\bar{x} = 1.08\text{mg/kg}$ , 样本标准差 $s = 0.23\text{mg/kg}$ .

1. (5分) 在 $\alpha = 0.05$ 显著性水平下, 能否认为这批食品添加剂含量的均值超标?
2. (5分) 求该批食品添加剂含量方差的90%的区间估计.

$\chi^2$ -分布和 $t$ -分布分位点表

$\alpha$	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025
$\chi^2_{\alpha}(24)$	12.4012	13.8484	15.6587	33.1962	36.4150	39.3641
$\chi^2_{\alpha}(25)$	13.1197	14.6114	16.4734	34.3816	37.6525	40.6465
$\chi^2_{\alpha}(26)$	13.8439	15.3792	17.2919	35.5632	38.8851	41.9232
$t_{\alpha}(24)$	-2.0639	-1.7109	-1.3178	1.3178	1.7109	2.0639
$t_{\alpha}(25)$	-2.0595	-1.7081	-1.3163	1.3163	1.7081	2.0595
$t_{\alpha}(26)$	-2.0555	-1.7056	-1.3150	1.3150	1.7056	2.0555