

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

Sveučilišni studij

PARAMETRI ELEKTRIČKIH FILTARA

Završni rad

Luka Kruljac

Osijek, 2018.

Sadržaj

1. Uvod	1
1.1 Zadatak završnog rada	2
2. Teorija o filtrima	3
2.1 Općenito o filtrima	3
2.2 Parametri filtara	4
1.1.1 Prijenosna funkcija $H(j\omega)$	5
2.2.2 Amplitudno - frekvencijska karakteristika	8
2.2.3 Fazni pomak	9
2.2.4 Fazno – frekvencijska karakteristika	10
2.2.5 Granična frekvencija	11
2.2.6 Širina pojasa	17
2.2.7 Maksimalno pojačanje	18
2.3 Podjele filtara	19
2.4 Primjena filtara	20
3. Filtar u automobilske industriji, modeliranje i izrada	21
4. Simulacija, mjerenje i analiza parametara	22
5. Zaključak	23
Literatura	24
Sažetak	25
Ključne riječi	25
Abstract	25
Key words	25
Životopis	26
Prilozi	27

1. Uvod

Gotovo je nemoguće pronaći imalo složenije sklopvolje unutar kojeg se ne pojavljuje neki oblik električkog filtra. Ovaj rad će pokušati objasniti što su to filtri i koji su njegovi parametri. Iako postoje razne izvedbe filatra, u ovom radu naglasak je na jednostavnim pasivnim filtrima s isključivo lineranim komponentama. Osim raznih izvedbi, filtri se nalaze i u raznim primjenama. Ovaj rad će primjenu filtra prikazati unutar automobilske industrije, konkretno u filtriranju izlaznog signala sa strujnih senzora.

Drugo poglavlje „Općenito o filtrima“ donosi teorijsku podlogu o najjednostavnijim tipovima filtara. Objašnjava pojedine parametre, podjele, a detaljnije objašnjava filtre prema propusnosti te za svaki tip donosi matematičku analizu i simulacijama. Također, navodi primjere u kojima se koriste filtri, a u posljednjem potpoglavlju navodi jednu primjenu odnosno konkretan problem kojim će se baviti poglavlje broj 3.

U poglavlju broj 3 predstavljaju se zahtjevi za filter s točno određenom svhom. Također, opisuje se izrada modela i konkretnog filtra

Posljednje poglavlje, poglavlje 4 donosi rezultate simulacije i mjerenja filtra iz poglavlja 3 te analizira koliko izrađeni/modelirani filter svojim parametrima zadovoljava zahtjeve.

1.1 Zadatak završnog rada

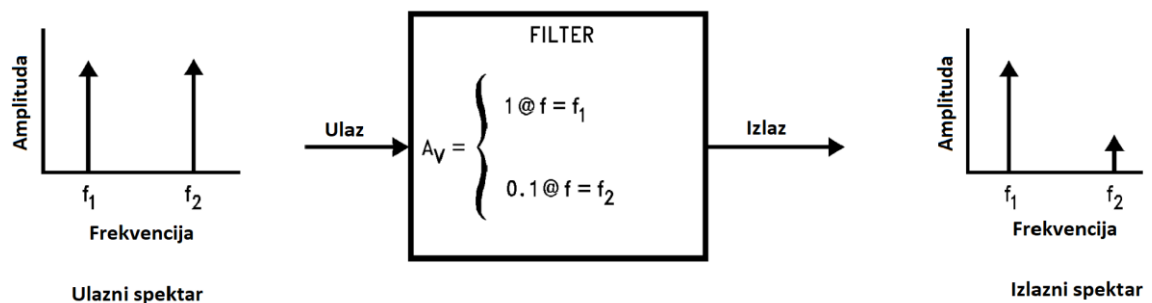
Zadatak ovog završnog rada je opisati osnovne vrste električkih filtara s obzirom na njihovu propusnost te izvesti izraze za njihove parametre u ovisnosti o vrijednostima komponenti odnosno modela od kojih su sastavljeni. Osim teorijskog opisa u sklopu završnog rada provest će se:

- Modeliranje filtra za unaprijed određenu svrhu
- Simulacija modela pomoću MATLAB Simulink alata
- Izrada stvarnih filtara
- Elektirčka mjerenja na izrađenim filtrima
- Usporedba rezultata mjerenja i simulacije
- Analiza rezultata odnosno dobivenog rješenja

2. Teorija o filtrima

2.1 Općenito o filtrima

Filtar je sustav odnosno sklop koji signal doveden na ulazne stezaljke obrađuje tako da određene frekvencije dovedenog signala pojačava ili stišava te tako obrađeni, odnosno filtriran signal emitira na izlaznim stezaljkama. Jednostavnije, filter je pojačalo čije pojačanje ovisi o frekvenciji. Ako se govori o električkim filtrima onda se pod pojmom signala misli na struju ili napon.



Slika 2.1¹ *Filtar kao sustava koj dijeluje na spektar ulaznog signala*



Slika 2.2 *Filtar u konkretnoj izvedbi*

¹ <http://www.ti.com/lit/an/snoa224a/snoa224a.pdf>

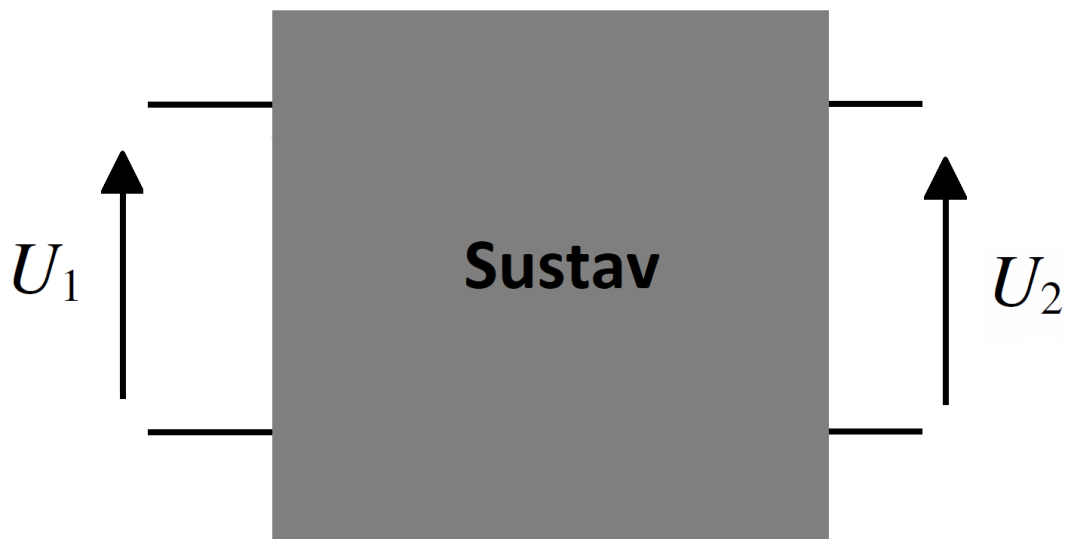
2.2 Parametri filtera

Postoji više parametara električkih filtera te često proizlaze jedni iz drugih. Mogu se opisati matematičkim izrazima ili crtežima u obliku grafova. Najčešće korišteni parametri su:

- Prijenosna funkcija - *Transfer function*
- Amplitudno - frekvencijska karakteristika – *Amplitude - frequency graph*
- Fazno – frekvencijska karakteristika – *Phase - frequency graph*
- Granična frekvencija - *Cutoff frequency*
- Širina pojasa - *Bandwidth*
- Maksimalno pojačanje – *Maximum gain*
- Fazni pomak - *Phase shift*

1.1.1 Prijenosna funkcija $H(j\omega)$

Prijenosna funkcija se definira kao omjer fazora izlaznog i fazora ulaznog napona. Fazori ulaznog i izlaznog napona su funkcije ovisne o frekvenciji pa je i sama prijenosna funkcija ovisna o frekvenciji stoga se i označava s $H(j\omega)$. Budući je definirana putem fazora, treba uočiti da se može primjenjivati samo nad monoharmonijskim funkcijama, odnosno za primjenu nad višeharmonijskim funkcijama nužno je proračunavati svaki harmonik zasebno. Ukoliko su poznate sve konstante prijenosne funkcije, funkcija se može promatrati i kao kompleksni broj koji će množenjem s funkcijom pobude dati funkciju odziva. Općenito se koristi za opis nekog sustava pa se tako može primjeniti i za opis filtra.

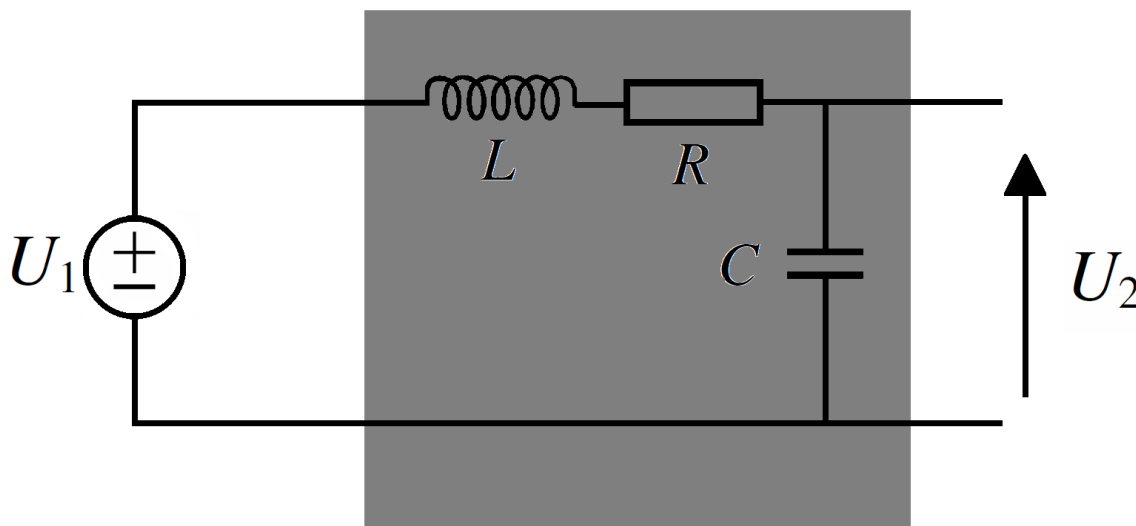


Slika 2.2.1.1 *Blokovski prikaz dvoprilaznog sustava*

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$$

Određivanjem fazora izlaznog napona te dovođenjem u omjer s ulaznim dobije se prijenosna funkcija.

Za primjer uzeti sustav kao sa slike 2.2.1.2. Ukoliko su R , L i C konstante, a U_1 vremenska funkcija napna $U_1(t)$, lako se može dobiti izraz za U_2 , odnosno $U_2(t)$. Budući se svaka funkcija može rastaviti u sumu sinusnih funkcija, a svaka se sinusna funkcija može prikazati pomoću fazora, za određivanje prijenosne funkcije koristit će se fazorski račun.



Slika 2.2.1.2 *Primjer jednostavnog sustava*

Budući je \bar{U}_1 zadan, prema definiciji prijenosne funkcije potrebno je još odrediti samo izlazni napon \bar{U}_2 . Promatrajući sustav, izlazni napon \bar{U}_2 jednak je naponu na kapacitetu C , odnosno naponu \bar{U}_C .

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_C$$

Zatim promatrajući jednostavnu petlju, budući su svi elementi spojeni u seriju (stezaljke izlaznog napona su u prekidu) kroz elemente L , R i C teče ista struja \bar{I} . Ako se reaktancije induktiviteta L i kapaciteta C predstavljaju s X_L i X_C te se primjeni Ohmov zakon dobije se idući izraz za struju.

$$X_L = j\omega L$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\bar{I} = \frac{\dot{U}_1}{Z} = \frac{\dot{U}_1}{X_L + R + X_C} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Ponovnom primjenom Ohmovog zakona na kapacitetu dobijemo izraz za napon na tom elementu, odnosno izraz za izlazni napon.

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_C = \bar{I} * X_C = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}} * X_C = \frac{\bar{U}_1 * \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}$$

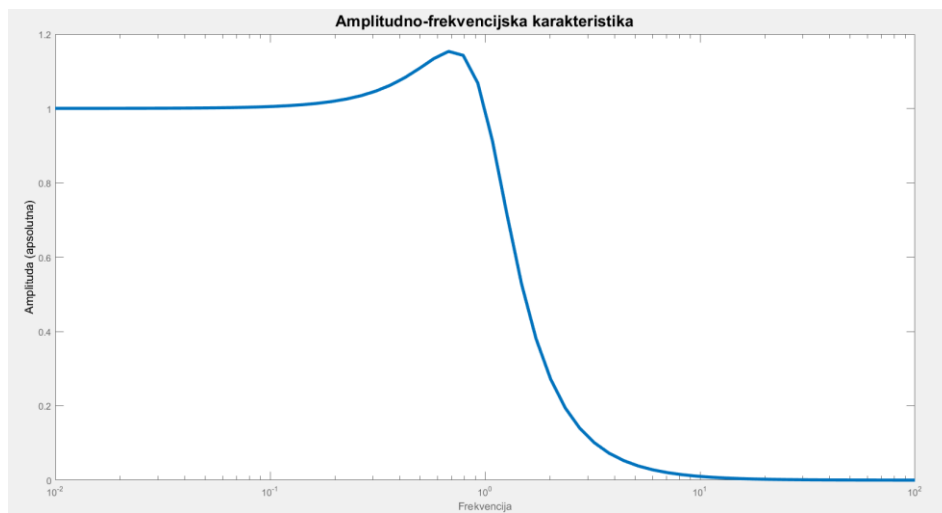
Sada kad postoji izraz za izlazni napon \dot{U}_2 može se odrediti prijenosna funkcija.

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{\dot{U}_1 * \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}}{\bar{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Ovako dobiveni izraz je prijenosna funkcija sustava sa slike 2.2.1.2. Iz ovog izraza kasnije se mogu odrediti još neki parametri kao što su amplitudno-frekvencijska karakteristika, fazno-frekvencijska karakteristika, maksimalno pojačanje, granična frekvencija, širina pojasa, fazni pomak(određene frekvencije).

2.2.2 Amplitudno - frekvencijska karakteristika

Amplitudno-frekvencijska karakteristika dobiva se iz prijenosne funkcije $H(j\omega)$ i ona je ništa drugo nego grafički prikaz apsolutne vrijednosti, odnosno modula prijenosne funkcije $|H(j\omega)|$ ovisno o frekvenciji ω . Pogodna je za grafičko određivanje graničnih frekvencija, širine pojasa, maksimalnog pojačanja. Pogledom na karakteristiku jasno se uočava tip propusnosti filtra. Najčešće se prikazuje na Bode-ovom dijagramu zajedno s fazno-frekvencijskom karakteristikom.



Slika 2.2.2.1 Amplitudno-frekvencijska karatkreristika s apsolutnom osi sustava sa slike

2.2.1.2

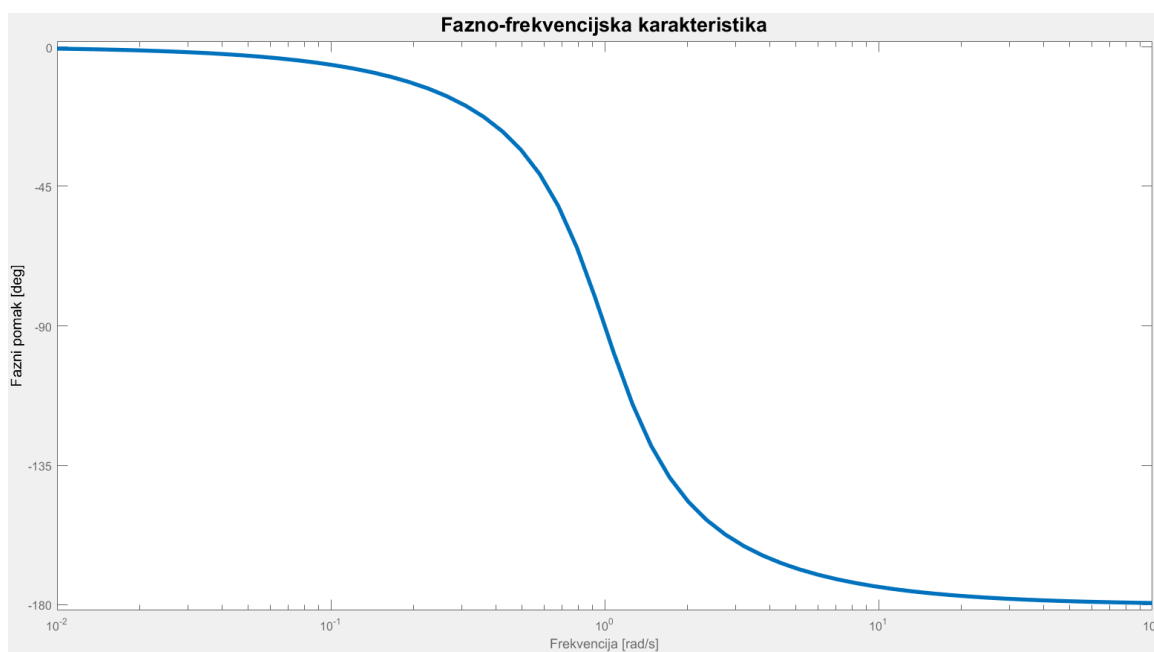


Slika 2.2.2.1 Amplitudno-frekvencijska karatkreristika s logaritamskom osi sustava sa slike 2.2.1.2

2.2.3 Fazni pomak

2.2.4 Fazno – frekvencijska karakteristika

Grafički prikaz svih faznih pomaka može se vidjeti unutar fazno-frekvencijske karakteristike.



Slika 2.2.3.1 Fazno-frekvencijska karakteristika sustava sa slike 2.2.1.2

2.2.5 Granična frekvencija

Kako bi se definirala propusnost električkog filtra uveden je pojam granične frekvencije. To je frekvencija na kojoj se nalazi granica između propusnog i nepropusnog dijela spektra. Neki filter može imati i više graničnih frekvencija, ovisno koje je propusnosti i koliko pojasa propusnosti ima.

Da bi se mogla odrediti granična frekvencija, a kasnije i širina pojasa bitno je razlikovati propusni i nepropusni dio spektra. Izlazna snaga pri propusnoj frekvenciji mora biti barem 50% ulazne snage da bi tu frekvenciju smatrali propusnom, odnosno pojačanje na toj frekvenciji ne smije biti manje od 0.5. Iz toga slijedi da je propusni dio spektra skup frekvencija za koje vrijedi izraz $P_2 \geq 50\% * P_1$, odnosno $A \geq 0.5$, gdje je P_1 ulazna snaga, P_2 izlazna snaga, a A pojačanje.

Ako pojačanje snage ne smije biti manje od 0.5 slijedi da izlazni napon ili struja ne smiju biti manji od $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.70711 \approx 70.711\%$ ulaznog napona ili struje, što dokazuje idući postupak.

$$P = U * I = I^2 * R = \frac{U^2}{R}$$

$$P_2 \geq 50\% * P_1$$

$$\left. \begin{aligned} I_2^2 * R &\geq \frac{50}{100} * I_1^2 * R \\ I_2^2 &\geq \frac{1}{2} * I_1^2 \\ I_2 &\geq \frac{1}{\sqrt{2}} * I_1 \end{aligned} \right| \begin{aligned} \frac{U_1^2}{R} &\geq \frac{50}{100} * \frac{U_1^2}{R} \\ U_2^2 &\geq \frac{1}{2} * U_1^2 \\ U_2 &\geq \frac{1}{\sqrt{2}} * U_1 \end{aligned}$$

Budući da se pojačanja A često opisuju u decibelima[dB] što je 10 logaritama baze 10 od omjera snaga, slijedi da pojačanje izraženo u decibelima za propusni pojas ne smije biti manje od -3dB.

$$A[dB] = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{\frac{1}{2} * P_1}{P_1} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{1}{2} \right) \approx -3dB$$

Prethodni izraz za pojačanje $A[dB]$ može se računati i pomoću izvedenog izraza u kojem se u omjer stavaljuju naponi ili struje, odnosno pojačanje se predstavlja kao funkcija napona ili struje.

$$A[dB] = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{I_2^2 * R}{I_1^2 * R} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{I_2^2}{I_1^2} \right) = 20 * \log_{10} \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

$$A[dB] = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{\frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \right) = 10 * \log_{10} \left(\frac{U_2^2}{U_1^2} \right) = 20 * \log_{10} \left(\frac{U_2}{U_1} \right)$$

Ako je propusni pojas skup frekvencija na kojima je pojačanje $A > 0.5$, odnosno $A[dB] > -3dB$, a nepropusni pojas skup frekvencija na kojima je pojačanje $A < 0.5$, odnosno $A[dB] < -3dB$ slijedi da je granična frekvencija ona frekvencija na kojoj je pojačanje $A = 0.5$, odnosno $A[dB] = -3dB$.

Graničnu frekvenciju možemo računati iz prijenosne funkcije ili amplitudno-frekvencijske karakteristike.

➤ Pomoću poznate prijenosne funkcije (Analitički)

Prijenosna funkcija $H(j\omega)$ je funkcija fazora izlaznog napona \dot{U}_2 i fazor ulaznog napona \dot{U}_1 , a pojačanje A je funkcija apsolutne vrijednosti izlaznog napona $|\dot{U}_2|$ i apsolutne vrijednosti ulaznog napona $|\dot{U}_1|$ iz toga slijedi da se pojačanje A može zapisati kao funkcija apsolutne vrijednosti prijenosne funkcije $|H(j\omega)|$.

Izvod izraza:

Fazore napona može se zapisati pomoću općih kompleksnih brojeva pa tako izlazni i ulazni naponi poprimaju iduće izraze:

$$\text{Izlazni: } \dot{U}_2 = A + jB \quad \text{Ulazni: } \dot{U}_1 = C + jD$$

Uvrštavanjem tako zapisanih izraza u definiciju prijenosne funkcije dobije se idući izraz:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{A + jB}{C + jD} = \frac{(AC + BD) - j(AD - BC)}{C^2 + D^2}$$

Iz čeg slijedi izraz za modul prijenosne funkcije:

$$\begin{aligned} |H(j\omega)| &= \frac{1}{C^2 + D^2} * \sqrt{A^2C^2 + 2ABCD + B^2D^2 + A^2D^2 - 2ABCD + B^2C^2} = \\ &= \frac{1}{C^2 + D^2} * \sqrt{(A^2 + B^2)(C^2 + D^2)} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\sqrt{C^2 + D^2}} = \frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|} \end{aligned}$$

Ukoliko fazore zapišemo pomoću polarnih koordinata, tada izraz za ulazni i napon izgleda ovako:

$$\text{Izlazni: } \dot{U}_2 = |\dot{U}_2|^{\angle\varphi_2} \quad \text{Ulazni: } \dot{U}_1 = |\dot{U}_1|^{\angle\varphi_1}$$

Uvrštavanjem tako zapisanih izraza u definiciju prijenosne funkcije dobije se idući izraz:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{|\dot{U}_2|^{\angle\varphi_2}}{|\dot{U}_1|^{\angle\varphi_1}} = \left(\frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|} \right)^{\angle\varphi_2 - \varphi_1}$$

Iz čeg slijedi izraz za modul prijenosne funkcije:

$$|H(j\omega)| = \frac{|\dot{U}_2|}{|\dot{U}_1|}$$

Oba ova izvoda pokazala su da je omjer modula fazora izlaznog i ulaznog napona jednak modulu prijenosne funkcije pa se izrazi za pojačanje A , odnosno za pojačanja na određenoj frekvenciji $A(\omega)$ mogu zapisati na idući način:

$$A(\omega) = |H(j\omega)|$$

$$A(\omega)[dB] = 20 * \log_{10}(|H(j\omega)|) [dB]$$

Primjer

Potrebno je odrediti granične frekvencije sustava sa slike 2.2.1.2., prijenosna funkcija sustava je poznata.

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}} * \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{1}{-\omega^2 LC + j\omega RC + 1} = \\ &= \frac{(1 - \omega^2 LC) - j\omega RC}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} = \\ &= \frac{1}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} * ((1 - \omega^2 LC) - j\omega RC) \end{aligned}$$

Izračun modula

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} * \sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}$$

Granična frekvencija je točno ona frekvencija na koju je pojačanje $A(\omega) = 0.5$, pa iz izraza $A(\omega) = |H(j\omega)|$ slijedi da tražimo sve frekvencije ω koje su rješenje iduće jednadžbe.

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = 0.5$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}} = 0.5$$

$$1 = \frac{1}{4} * ((1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2)$$

$$4 = (1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2$$

$$\omega^4(L^2 C^2) - \omega^2(2LC - R^2 C^2) - 3 = 0$$

Budući je jednadžba četvrtog stupnja, uvodimo supstituciju gdje je $t = \omega^2$, odnosno $\omega = \pm\sqrt{t}$.

$$t^2(L^2C^2) - t(2LC - R^2C^2) - 3 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{(2LC - R^2C^2)}{2} \pm \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} + 3}$$

Vraćanjem supstituiranih varijabli dobivamo izraze za 4 granične frekvencije sustava sa slike 2.2.1.2.

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)}{2} + \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} + 3}}$$

$$\omega_2 = -\sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)}{2} + \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} + 3}}$$

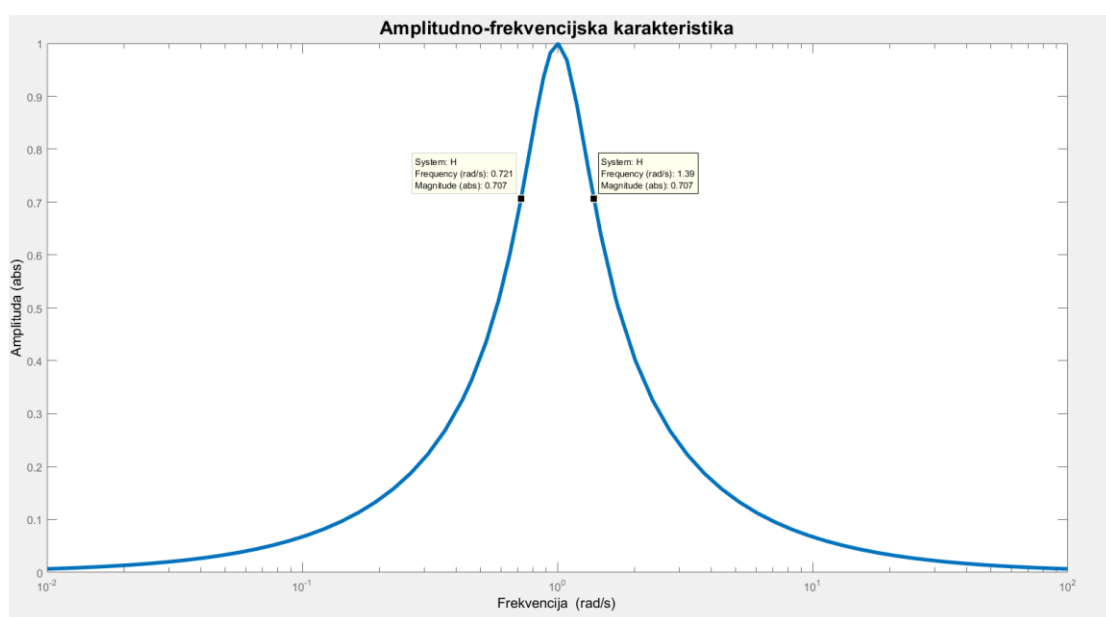
$$\omega_3 = \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)}{2} - \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} + 3}}$$

$$\omega_4 = -\sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)}{2} - \sqrt{\frac{(2LC - R^2C^2)^2}{4} + 3}}$$

Stupanj jednadžbe ne govori koliko graničnih frekvencija sustav ima budući da neka od rješenja jednadžbi nisu realna ili nisu pozitivna, a da bi se neko rješenje jednadžbe smatralo graničnom frekvencijom sustava ono mora biti realno i pozitivno jer je granična frekvencija uvijek realan i pozitivan broj.

➤ **Pomoću poznate amplitudno-frekvencijske karakteristike (Grafički)**

Jednostavniji način određivanja granične frekvencije je ukoliko postoji amplitudno-frekvencijska karakteristika. Potrebno je povući horizontalni pravac koji prolazi kroz apsolutno pojačanje od $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$ ukupnog pojačanja ukoliko je zadana apsolutna karakteristika, odnosno pravac koji prolazi kroz pojačanje od -3dB ukoliko je zadano logaritamsko pojačanje. Tako povučeni pravac sjeće karakteristiku u točkama koje se nalaze na graničnim frekvencijama.



Slika 2.2.5.1

2.2.6 Širina pojasa

Širina pojasa ili *Bandwith* je raspon frekvencija za koje je filter propustan odnosno udaljenost između dvije granične frekvencije.

2.2.7 Maksimalno pojačanje

2.3 Podjele filtara

Osim što filtre opsiuje više parametara, postoji i više podjela filtara, a one najučestalije su:

- Prema propusnosti
 - Visoko propusni
 - Nisko propusni
 - Pojasno propusni
 - Pojasne barijere (pojasno nepropusni)
 - All pass(phase shifting)
- Prema aktivnosti komponenti od kojih je sastavljen
 - Aktivni
 - Pasivni
- Prema kontinuiranosti
 - Diskretni
 - Kontinuirani
- Prema vrsti signala kojeg filtriraju
 - Digitalni
 - Analogni
- Prema linearnosti
 - Linearni
 - Nelinearni

2.4 Primjena filtara

3. Filtar u automobilskoj industriji, modeliranje i izrada

U ovom poglavlju realizira se filtar s primjenom u autoindustriji. Osnovna zadaća ovog filtra je „peglanje“ izlaznog napona sa strujnih senzora.

4. Simulacija, mjerenje i analiza parametara

S ciljem procjene zadovoljava li realizirani filter iz prethodnog poglavlja kriterije, potrebno je analizirati njegove parametre što možemo učiniti na 2 načina, mjerenjem na konkretnoj realizaciji filtra ili simuliranjem modela.

5. Zaključak

Literatura

- <https://www.slideshare.net/jebemte/elektricni-filtri-50362568>
- <http://www.ti.com/lit/an/snoa224a/snoa224a.pdf>
- <https://www.youtube.com/watch?v=7XIXOHnmOSo>
- <https://www.electronics-tutorials.ws/amplifier/frequency-response.html>

Sažetak

Ključne riječi

Abstract

Key words

Životopis

Luka Kruljac rođen je 25.3.1997. u Đakovu. Odrastao u Gašincima gdje je i pohađao Osnovnu školu J.A.Ćolnića od 1. do 4. razreda. Osnovnu školu od 5. do 8. razreda pohađa u istoimenoj školi u Satnici Đakovačkoj. Godine 2010. završava osnovnu školu te iste godine upisuje prirodoslovno-matematičku gimnaziju A.G.Matoš u Đakovu. Gimnaziju završava 2015. godine kada upisuje program vojnog kadeta, smjer Vojno inženjerstvo. Program kadeta napušta iz osobnih razloga te u listopadu iste godine upisuje sveučilišni preddiplomski studij elektrotehnike na Elektrotehničkom fakultet Osijek. Za vrijeme studiranja 2016. i 2017. odrađuje praksu u tvrtki Siemens Convergence Creators, Osijek.

U Osijeku 19.5.2018.

Luka Kruljac



Prilozi

Matlab model za iscrtavanje Bodeovog dijagrama bode.m