

# ELEKTRIČNI FILTRI

Električni filtri su uređaji koji omogućavaju propuštanje ili nepropuštanje električnih signala određene frekvencije. Dakle, ako se između izvora električne energije i nekog potrošača priključi električni filter, tada će on imati zadatak da propusti bez slabljenja (u praktičnim slučajevima sa minimalnim slabljenjem), odnosno ne dozvoli prolazak strujama definisane frekvencije. To znači da ako izvor električne energije generiše signale različitih frekvencija, potrošaču će biti dostupni signali samo određenih frekvencija.

U osnovi električni filtri mogu se svrstati u sljedeće grupe:

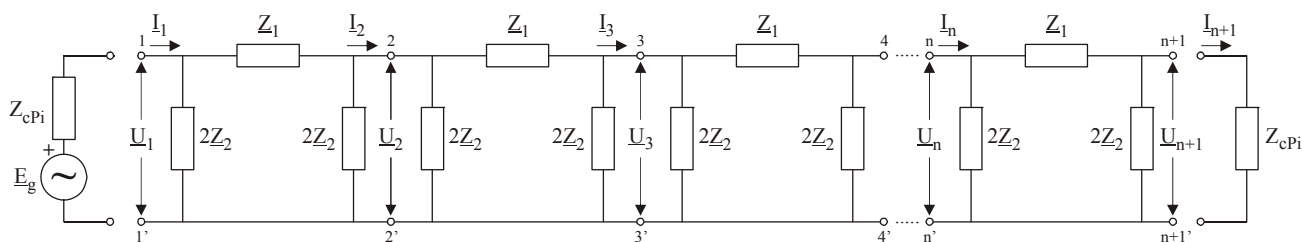
- filtri niskih frekvencija;
- filtri visokih frekvencija;
- filtri propusnici opsega frekvencija;
- filtri nepropusnici opsega frekvencija.

U skladu sa ovom podjelom, ukupan frekventni opseg  $[0, \infty]$  se dijeli na dio koji predstavlja opseg propuštanja i drugi dio koji je nepropusan.

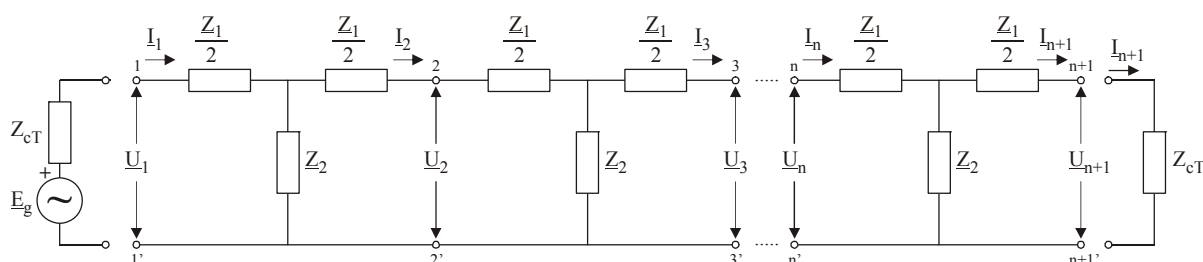
U odnosu na karakter elemenata od kojih su realizovani, električni filtri se dijele na aktivne i pasivne. Pasivni, za razliku od aktivni električnih filtera, ne posjeduju u svom sastavu izvore električne energije i sastavljeni su samo od pasivnih elemenata i predmet su ovog poglavlja.

## 1. OSNOVNE VELIČINE ELEKTRIČNIH FILTERA

Električni filtri predstavljaju električne mreže koje su dobijene međusobnim spajanjem više simetričnih električnih mreža sa dva pristupa, odnosno simetričnih  $\Pi$  ili  $T$  električnih mreža. Međusobno spajanje ostvaruje se odgovarajućom kaskadnom vezom, što rezultira lancem, pa se pojedine mreže nazivaju ćelijama (slika 1 i 2).



slika 1. Električna šema filtra sastavljenog od lanca  $\Pi$  ćelija



slika 1. Električna šema filtra sastavljenog od lanca  $T$  ćelija

Kako se vidi sa slike 1 i 2, radi se o  $n$  identičnih ćelija. Impedanse od kojih je sačinjen filter imaju takve vrijednosti da je impedansa mjerena sa bilo koje strane, na mjestima međusobnog spajanja ćelija, jednaka karakterističnoj impedansi jedne ćelije. U tom svjetlu nameće se potreba da su i ulazni i izlazni pristup zatvoreni istom vrijednošću impedanse, odnosno karakterističnom impedansom jedne ćelije.

Iz prethodnog slijedi da su odnosi ulazne i izlazne vrijednosti struje, odnosno napona isti za bilo koju ćeliju jer se radi o identičnim ćelijama, a svaka ćelija je zatvorena svojom karakterističnom impedansom. Znači, moguće je napisati sljedeće relacije:

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3} = \frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_4} = \dots = \frac{\underline{I}_{n-1}}{\underline{I}_n} = \frac{\underline{I}_n}{\underline{I}_{n+1}} \quad (1)$$

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_3} = \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_4} = \dots = \frac{\underline{U}_{n-1}}{\underline{U}_n} = \frac{\underline{U}_n}{\underline{U}_{n+1}}$$

Ako se razmatra električni filter od  $n$  ćelija, tada se može predstaviti odnos ulazne i izlazne struje filtra preko proizvoda odgovarajućih odnosa struja pojedinih ćelija:

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_{n+1}} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_3} \frac{\underline{I}_3}{\underline{I}_4} \dots \frac{\underline{I}_{n-1}}{\underline{I}_n} \frac{\underline{I}_n}{\underline{I}_{n+1}} \quad (2)$$

s tim što identična relacija vrijedi i za napone. Uz uslov da se radi o istim ćelijama, moguće je ovaj odnos izraziti preko odnosa jedne ćelije:

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_{n+1}} = \left[ \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right]^n \quad (3)$$

U skladu sa definisanom karakterističnom prenosnom funkcijom električnih mreža sa dva pristupa, moguće je izraziti karakterističnu prenosnu funkciju struja električnog filtra u obliku:

$$\underline{\gamma}_f = \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_{n+1}} = \ln \left[ \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right]^n = n \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = n \underline{\gamma}_{if} \quad (4)$$

gdje je:

$$\underline{\gamma}_{if} = \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}$$

prenosna funkcija struja jedne ćelije filtra.

Takođe, mogu se napisati i odgovarajuće relacije za karakterističnu prenosnu funkciju napona.

Iz relacije (4) slijedi da je karakteristična prenosna funkcija električnog filtra jednaka proizvodu broja ćelija filtra i karakteristične prenosne funkcije jedne ćelije. Dakle, koeficijent slabljenja  $\alpha$ , kao i koeficijent faznog zakretanja  $\beta$  karakteristične prenosne funkcije,  $n$  puta je veći od odgovarajućih koeficijenata jedne ćelije:

$$\alpha_f = n \alpha_{if} \quad \beta_f = n \beta_{if} \quad (5)$$

gdje je  $n$  broj ćelija filtra.

Ako se, naprimjer, posmatra prenosna funkcija struja nekog filtra, tada se može definisati propusni opseg filtra. To je onaj opseg frekvencija u kojem neće doći do slabljenja signala, odnosno slabljenje izlazne struje u odnosu na ulaznu struju je jednako nuli, a to znači da je koeficijent slabljenja  $\alpha_f = 0$ .

Kod simetričnih električnih mreža sa dva pristupa vrijednost karakteristične impedanse, kao sekundarnog parametra, može se izraziti preko  $a$  parametara:

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{B}{C}} \quad (6)$$

Na osnovu kaskadne veze slijede međusobne relacije između  $a$  parametara ćelije i  $\alpha_f$  parametara filtra:

$$[\alpha_f] = [a_1][a_2] \dots [a_n] = [a]^n \quad (7)$$

Na primjeru gdje je  $n = 2$ , slijedi:

$$\begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & A_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & A_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$A_f = A_1 A_1 + B_1 C_1$$

$$B_f = A_1 B_1 + A_1 B_1 \quad (9)$$

$$C_f = A_1 C_1 + A_1 C_1$$

Karakteristična impedansa filtra je:

$$\underline{Z}_{cf} = \sqrt{\frac{B_f}{C_f}} = \sqrt{\frac{A_1 B_1 + A_1 B_1}{A_1 C_1 + A_1 C_1}} = \sqrt{\frac{B_1}{C_1}} = \underline{Z}_c \quad (10)$$

što znači da karakteristična impedansa filtra odgovara karakterističnoj impedansi jedne ćelije.

Uz ovu činjenicu, kao i vezu karakterističnih prenosnih funkcija filtra i njegove ćelije, može se zaključiti da se analiza filtra može provesti kroz analizu njegove ćelije.

Kod simetričnih električnih mreža sa dva pristupa, a što je identično i u slučaju filtera, postoji ranije utvrđena relacija između parametra  $A$  i karakteristične prenosne funkcije  $\underline{\gamma}_f$ :

$$A = \cosh \underline{\gamma} = \cosh(\alpha + j\beta) = \cosh \alpha \cos \beta + j \sinh \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{Re}\{A\} = \cosh \alpha \cos \beta \quad (11)$$

$$\operatorname{Im}\{A\} = \sinh \alpha \sin \beta$$

Obzirom da se filtri sastoje od lanca ćelija koje su izvedene u obliku  $\Pi$  ili  $T$  šema, s ciljem da se izbjegnu aktivni gubici, ćelije se mogu realizovati preko zavojnica i kondenzatora, dakle, samo preko reaktivnih elemenata. Ovakvi filtri nazivaju se reaktivni filtri. U realnim sistemima pojaviti će se aktivne otpornosti i zavojnica i kondenzatora. Međutim, pošto se radi o malim vrijednostima tih otpornosti, režim realnog filtra neće odstupati u odnosu na analizu električnog filtra sastavljenog od idealizovanih elemenata  $L$  i  $C$  uvedenih u teorije električnih kola.

U slučaju kada se radi samo o reaktivnim elementima (reaktansama), tada je parametar  $A$  realan broj.

Na osnovu relacije (11) slijedi da je  $\operatorname{Im}\{A\} = 0$  u sljedećim slučajevima:

$$\text{a) } \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos \beta = \operatorname{Re}\{A\} = A \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos A \quad (12)$$

Funkcija  $\arccos A$  definisana je za vrijednosti  $A$  koje se nalaze u intervalu:

$$-1 \leq A \leq 1 \quad (13)$$

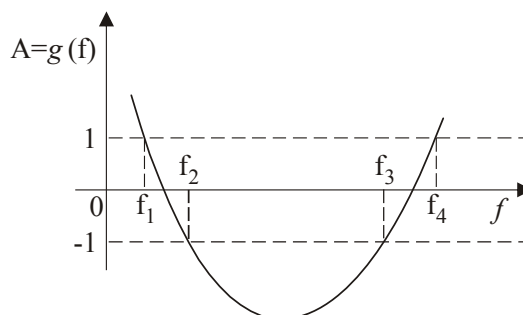
što bi odgovaralo uslovu za propusni opseg filtra.

$$b) \beta = 0 \Rightarrow \cosh \alpha = \operatorname{Re}\{A\} = A \Rightarrow \alpha = \operatorname{Arccosh} A \quad (14)$$

Funkcija  $\operatorname{Arccosh} A$  definisana je za vrijednosti  $A > 1$  i pri tome nije ispunjen uslov da je  $\alpha = 0$ .

Na osnovu prethodnog zaključuje se da je propusnost filtra definisana sa  $\alpha = 0$ , odnosno sa  $-1 \leq A \leq 1$ .

Ako se parametar  $A$  iskaže kao funkcija frekvencije, tada se može grafički predstaviti propusnost filtra. Propusni opseg filtra definisan je u intervalima  $(f_2 - f_1)$  i  $(f_4 - f_3)$ , a nepropusni opseg u intervalima  $(f_1 - 0)$ ,  $(f_3 - f_2)$  i  $(\infty - f_4)$ .



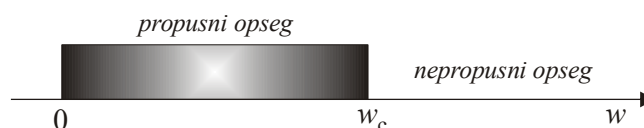
slika 3. Grafički prikaz propusnosti filtra

## 2. VRSTE ELEKTRIČNIH FILTERA

U odnosu na propusni opseg, a kako je naprijed navedeno, filteri mogu biti filteri niskih i visokih frekvencija, te propusnici odnosno nepropusnici opsega frekvencija. U filtre niskih frekvencija ubrajaju se filteri čije je slabljenje u opsegu  $[0, \omega_c]$  jednako nuli. Dakle, u intervalu:

$$0 \leq \omega \leq \omega_c \quad (15)$$

dolazi do propuštanja signala bez slabljenja, dok za frekvencije iznad kritične frekvencije  $\omega_c$ , slabljenje više nije jednako nuli i naziva se nepropusni opseg. U nepropusnom opsegu frekvencija efektivna vrijednost izlaznog signala je manja od odgovarajuće ulazne vrijednosti.



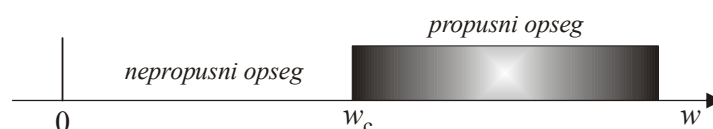
slika 4. Prikaz propusnog i nepropusnog opsega filtra niskih frekvencija

Za filtre visokih frekvencija propusni opseg, u kojem je slabljenje jednako nuli, nalazi se u intervalu:

$$\omega_c \leq \omega \leq \infty \quad (16)$$

dok je nepropusni opseg u intervalu:

$$0 < \omega < \omega_c \quad (17)$$



slika 5. Prikaz propusnog i nepropusnog opsega filtra visokih frekvencija

Filteri koji propuštaju signale bez slabljenja samo u određenom opsegu frekvencija, nazivaju se propusnici opsega frekvencija. Propusni opseg kod ovih filtera definisan je sa dvije karakteristične frekvencije  $\omega_{c1}$  i  $\omega_{c2}$ , tako da je propusni opseg definisan u intervalu:

$$\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \quad (18)$$

dok se nepropusni opseg definiše sa dva intervala:

$$0 < \omega < \omega_{c1} \quad \omega_{c2} < \omega < \infty \quad (19)$$



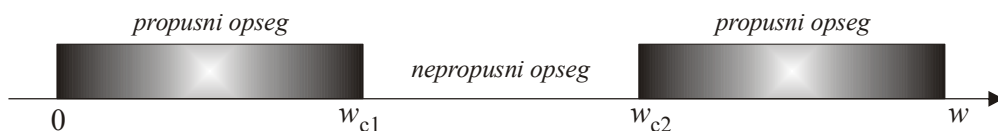
slika 6. Prikaz propusnog i nepropusnog opsega filtra propusnika opsega frekvencija

I konačno, filtri nepropusnici opsega frekvencija dovode do slabljenja signala samo za dati opseg frekvencija između dvije karakteristične frekvencije. Propusni opseg kod ovakvih filtera nalazi se u intervalima frekvencija:

$$0 \leq \omega \leq \omega_{c1} \quad \omega_{c2} \leq \omega < \infty \quad (20)$$

dok se nepropusni opseg definiše na intervalu:

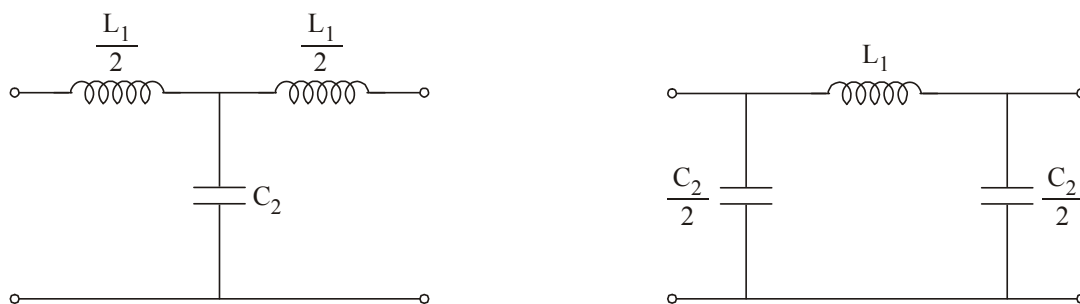
$$\omega_{c1} < \omega < \omega_{c2} \quad (21)$$



slika 7. Prikaz propusnog i nepropusnog opsega filtra nepropusnika opsega frekvencija

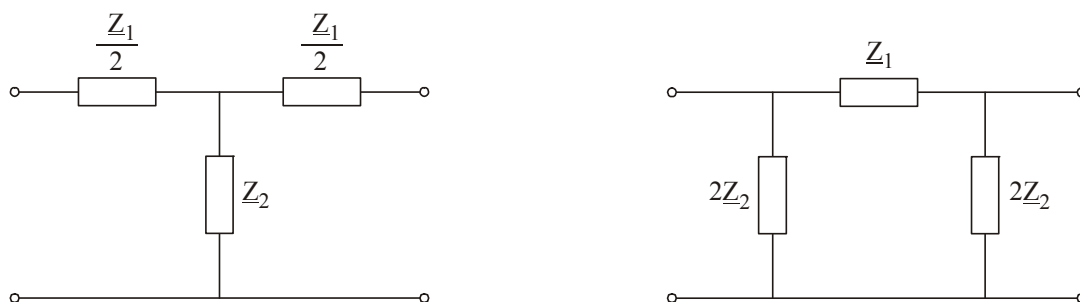
### 3. FILTRI NISKIH FREKVENCIJA

Filtri niskih frekvencija, kao i ostali filtri, mogu se realizovati od reaktivnih elemenata u obliku  $T$  ili  $\Pi$  šeme kao na slici 8. U serijskoj grani nalazi se zavojnica koja sa povećanjem frekvencije pruža sve veći otpor, dok se u paralelnoj grani nalazi kondenzator čija otpornost opada sa povećanjem frekvencija.



slika 8. Filtri niskih frekvencija

Uporedimo ćelije filtra sa slike 8 sa četveropolima u formi  $T$ , odnosno  $\Pi$  šeme sa sljedeće slike.



slika 9.  $T$  i  $\Pi$  šema četveropola

Poređenjem  $T$  šema sa slike 8 i 9, slijedi da je:

$$\underline{Z}_1 = j\omega L_1, \quad \underline{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C_2} \quad (22)$$

Proizvod impedansi serijske i paralelne grane:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = j\omega L_1 \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2} = \text{const} \quad (23)$$

predstavlja realan broj i ne ovisi od frekvencije, pa ovi filtri spadaju u grupu K-filtera.

Kod simetričnog četveropola definisana je relacija između parametra  $A$  i impedanse ekvivalentne  $T$  šeme u obliku:

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = 1 + \frac{j\omega L_1}{2 \frac{1}{j\omega C_2}} = 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} \quad (24)$$

Propusni opseg filtra je definisan za  $-1 \leq A \leq 1$ , iz čega slijedi uslov:

$$-1 \leq 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} \leq 1 \quad (25)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} &\geq -1 \\ 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} &\leq 1 \end{aligned} \quad (26)$$

Iz prvog uslova može se pisati:

$$\begin{aligned} 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} &\geq -1 \\ 2 - \omega^2 L_1 C_2 &\geq -2 \\ \omega &\leq \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} \end{aligned} \quad (27)$$

Iz drugog uslova slijedi:

$$\begin{aligned} 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} &\leq 1 \\ -\omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} &\leq 0 \\ \omega &\geq 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Dakle, propusni opseg filtra nalazi se u intervalu:

$$0 \leq \omega \leq \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} \quad (29)$$

dok se nepropusni opseg filtra nalazi u intervalu:

$$\frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}} < \omega < \infty \quad (30)$$

Da bi se definisala konstanta slabljenja i konstanta faznog zakretanja, iskoristit će se relacija (11):

$$\operatorname{Re}\{A\} = \cosh \alpha \cos \beta = 1 - \omega^2 \frac{L_1 C_2}{2} = 1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \quad (31)$$

$$\operatorname{Im}\{A\} = \sinh \alpha \sin \beta = 0$$

gdje je:

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

Jedno rješenje sistema (31) je:

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \beta = \arccos \left[ 1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right] \quad (32)$$

i što odgovara propusnom opsegu filtra.

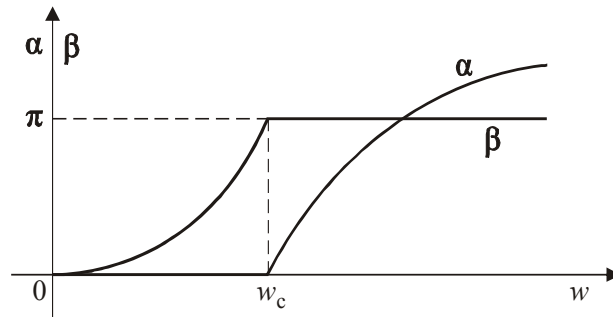
Drugo rješenje sistema (31) je:

$$\beta = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \operatorname{Arccosh} \left[ 1 - 2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right] \quad (33)$$

Uslov  $\beta = 0$  se ne može prihvatiti obzirom da to znači da  $\alpha$  ima neku vrijednost i da se nalazi u nepropusnom opsegu što bi odgovaralo funkciji  $\operatorname{Arccosh}(\text{negativno})$ , a što nije moguće. Moguće je uzeti rješenje  $\beta = \pi$ , čemu onda odgovara:

$$\alpha = \operatorname{Arccosh} \left[ 2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1 \right] \quad (34)$$

Na slici 10 dat je grafički prikaz funkcionalne ovisnosti konstanti  $\alpha$  i  $\beta$  od frekvencije  $\omega$ .



slika 10. Ovisnost promjene konstanti  $\alpha$  i  $\beta$  u propusnom i nepropusnom opsegu filtra

Vrijednosti karakterističnih impedansi, na osnovu relacija za simetrične četveropole, mogu se napisati za slučaj:

$$T \text{ šeme: } \underline{Z}_{cT} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left[ 1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2} \right]} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2} \left[ 1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} \right]} \quad (35)$$

$$\Pi \text{ šeme: } \underline{Z}_{c\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2}}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} \quad (36)$$

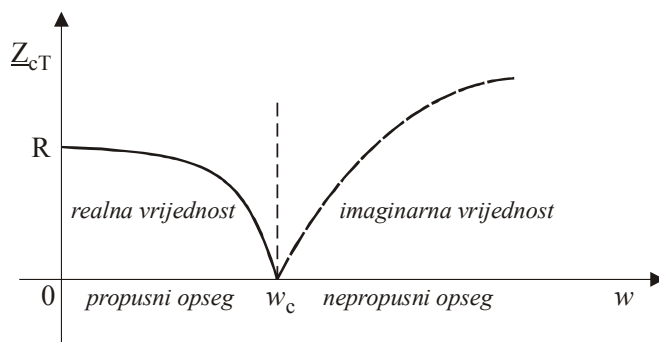
u propusnom opsegu, odnosno za slučaj:

$$T \text{ šeme: } \underline{Z}_{cT} = j\sqrt{\frac{L_1}{C_2} \left[ \frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1 \right]} \quad (37)$$

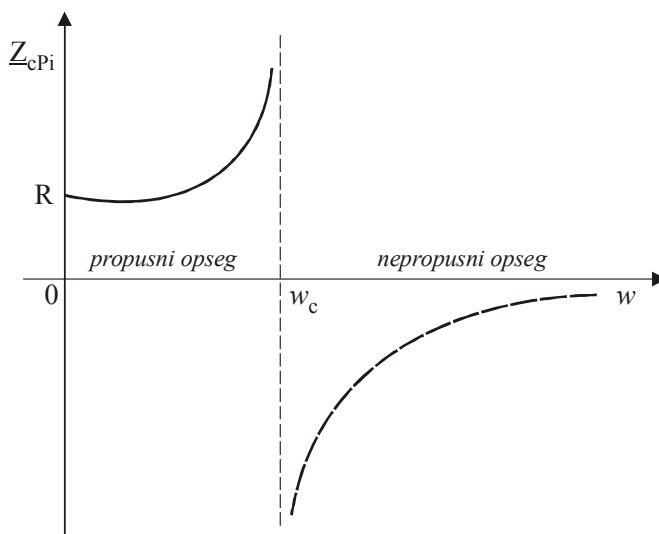
$$\Pi \text{ šeme: } \underline{Z}_{c\Pi} = -j\sqrt{\frac{L_1}{C_2} \frac{1}{\frac{\omega^2}{\omega_c^2} - 1}} \quad (38)$$

u nepropusnom opsegu.

Na sljedećim slikama dat je grafički prikaz karakterističnih impedansi za slučaj  $T$ , odnosno  $\Pi$  ćelije za propusni i nepropusni opseg frekvencija.



slika 11. Prikaz karakteristične impedanse za slučaj  $T$  ćelije



slika 12. Prikaz karakteristične impedanse za slučaj  $\Pi$  ćelije

Prethodna analiza je provedena za jednu ćeliju filtra niskih učestanosti  $T$ , odnosno  $\Pi$  oblika. Ako se želi odrediti karakteristična prenosna funkcija filtra, onda se ona dobija množenjem karakteristične prenosne funkcije ćelije sa brojem ćelija lanca koji čine filter. Karakteristična impedansa filtra ima istu vrijednost kao i karakteristična impedansa njegove ćelije.

Pri projektovanju filtra niskih frekvencija definiše se karakteristična frekvencija  $\omega_c$  sa kojom je određen propusni opseg filtra. Da bi se odredili parametri reaktivnih elemenata  $L_1$  i  $C_2$ , potrebno je zadati još jedan podatak i on se većinom odnosi na vrijednost odnosa:



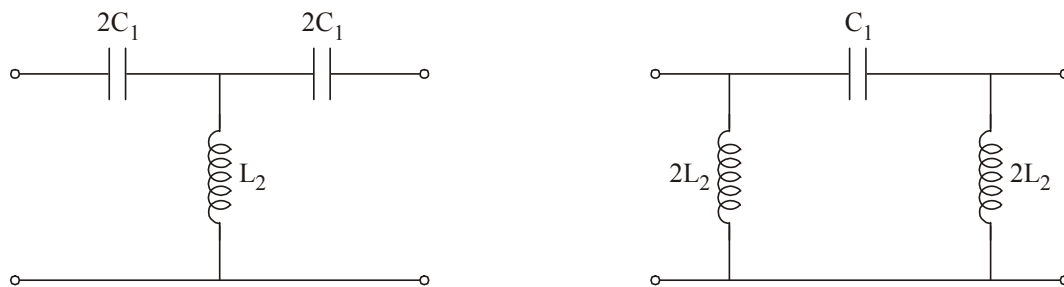
$$\frac{L_1}{C_2} = R^2 \quad (39)$$

tako da je onda moguće izračunati parametre filtra  $L_1$  i  $C_2$  kao:

$$L_1 = \frac{2R}{\omega_c} \quad C_2 = \frac{2}{R\omega_c} \quad (40)$$

#### 4. FILTRI VISOKIH FREKVENCIJA

Obzirom da kod ovih filtera treba da budu propuštene visoke frekvencije, a zadržane niske, to je logično da se serijska grana pravi od kondenzatora, a paralelna grana od zavojnice. Na sljedećoj slici prikazana je  $T$ , odnosno  $\Pi$  ćelija ovakvih filtera.



slika 13. Filtri visokih frekvencija

Poređenjem elemenata sa slike 13 sa odgovarajućim oznakama impedansi na slici 9, slijedi da je:

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{j\omega C_1}, \quad \underline{Z}_2 = j\omega L_2 \quad (41)$$

Kako je i ovdje proizvod impedansi serijske i paralelne grane realan broj i neovisan od frekvencije, to ovi filtri spadaju u grupu K-filtera:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \frac{1}{j\omega C_1} j\omega L_2 = \frac{L_2}{C_1} = const \quad (42)$$

Parametar  $A$  kod ovih filtera određen je u obliku:

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} \quad (43)$$

tako da se propusni opseg filtera može odrediti iz uslova  $-1 \leq A \leq 1$ , iz čega slijedi:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} &\geq -1 \\ 1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} &\leq 1 \end{aligned} \quad (44)$$

Iz prvog uslova može se pisati:

$$1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} \geq -1 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} \leq 2$$

odakle je:

$$\omega \geq \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}} \quad (45)$$

Iz drugog uslova može se pisati:

$$1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} \leq 1 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} \geq 0$$

odakle je:

$$\omega \geq 0 \quad (46)$$

Obzirom da je uslov (45) strožiji, moguće je definisati propusni opseg filtra visokih frekvencija kao:

$$\frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}} \leq \omega < \infty \quad (47)$$

dok za nepropusni opseg filtra vrijedi:

$$0 < \omega < \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}} \quad (48)$$

pri čemu je karakteristična frekvencija filtra:

$$\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}$$

Da bi se definisala konstanta slabljenja i konstanta faznog zakretanja filtra visokih frekvencija, iskoristit će se relacija (11):

$$\operatorname{Re}\{A\} = \cosh \alpha \cos \beta = 1 - \frac{1}{2\omega^2 L_2 C_1} = 1 - 2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \quad (49)$$

$$\operatorname{Im}\{A\} = \sinh \alpha \sin \beta = 0$$

Jedno rješenje sistema (49) je:

$$\alpha = 0 \quad \text{i} \quad \beta = \arccos \left[ 1 - 2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right] \quad (50)$$

što odgovara propusnom opsegu filtra.

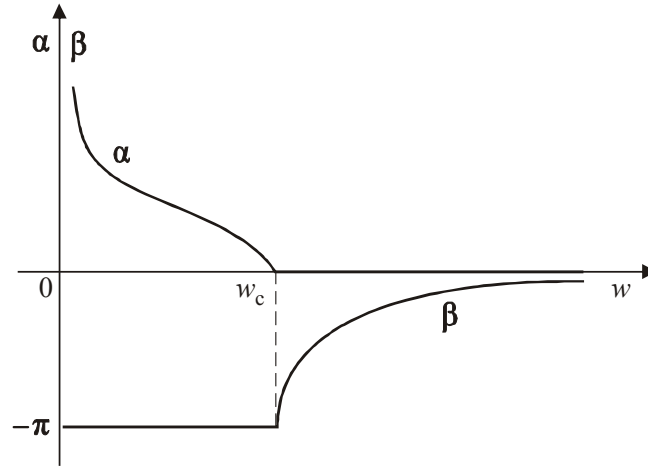
Drugo rješenje sistema (49) je:

$$\beta = 0 \quad \text{i} \quad \alpha = \operatorname{Arccosh} \left[ 1 - 2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right] \quad (51)$$

i pošto je ovo nepropusno područje, uslov  $\beta = 0$  se ne može prihvatiti jer funkcija  $\operatorname{Arccosh}$  nije definisana za negativne vrijednosti argumenta. Međutim, za  $\beta = -\pi$  slijedi da je:

$$\alpha = \operatorname{Arccosh} \left[ 2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right] \quad (52)$$

što je prihvatljivo rješenje u domenu nepropusnog opsega filtra. Grafički prikaz funkcionalne ovisnosti konstante slabljenja  $\alpha$  i konstante faznog zakretanja  $\beta$  od frekvencije  $\omega$ , ilustrovan je na slici 14.



slika 14. Ovisnost promjene konstanti  $\alpha$  i  $\beta$  u propusnom i nepropusnom opsegu filtra

Vrijednosti karakterističnih impedansi, na osnovu relacija za simetrične četveropole, mogu se napisati za slučaj:

$$T \text{ šeme: } \underline{Z}_{cT} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left[ 1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} \right]} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1} \left[ 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \right]} \quad (53)$$

$$\Pi \text{ šeme: } \underline{Z}_{c\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}} \quad (54)$$

u propusnom opsegu, odnosno za slučaj:

$$T \text{ šeme: } \underline{Z}_{cT} = -j \sqrt{\frac{L_2}{C_1} \left[ \frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1 \right]} \quad (55)$$

$$\Pi \text{ šeme: } \underline{Z}_{c\Pi} = j \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega_c^2}{\omega^2} - 1}} \quad (56)$$

u nepropusnom opsegu.

Grafička prezentacija karakteristične impedanse  $T$  ćelije data je na slici 15, a  $\Pi$  ćelije na slici 16, kako za propusni, tako i za nepropusni opseg frekvencija.

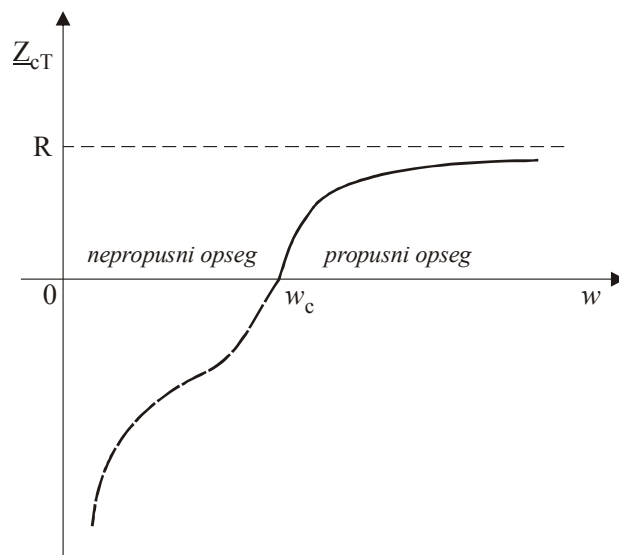
Treba naznačiti da su vrijednosti karakterističnih impedansi u propusnom dijelu realne, dok su u nepropusnom opsegu imaginarne.

Pri projektovanju filtra visokih frekvencija zadaje se karakteristična frekvencija  $\omega_c$ . Da bi se odredile vrijednosti reaktivnih elemenata  $L_2$  i  $C_1$ , neophodan je još jedan uslov i on se uobičajeno odnosi na vrijednost odnosa:

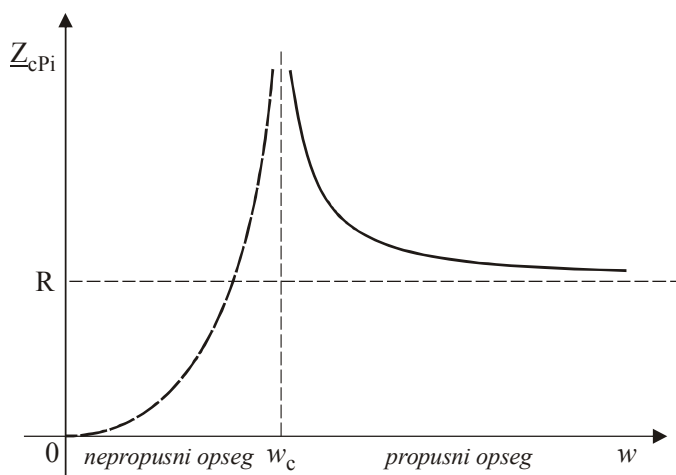
$$\frac{L_2}{C_1} = R^2 \quad (57)$$

tako da je moguće izračunati parametre ćelija filtra visokih frekvencija: induktivnost  $L_2$  i kapacitet  $C_2$ :

$$L_2 = \frac{R}{2\omega_c} \quad C_1 = \frac{1}{2R\omega_c} \quad (58)$$



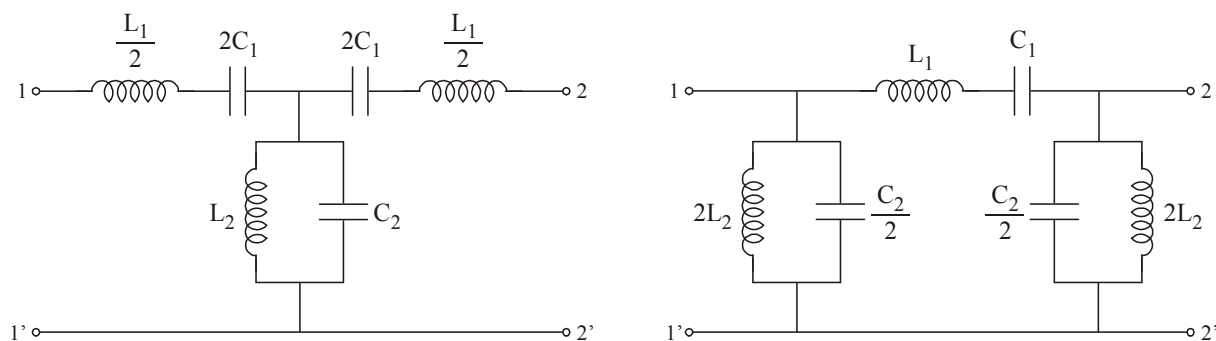
slika 15. Prikaz karakteristične impedanse za slučaj  $T$  ćelije



slika 16. Prikaz karakteristične impedanse za slučaj  $\Pi$  ćelije

## 5. FILTRI PROPUSNICI OPSEGA FREKVENCIJA

Kod ovih filtera serijska grana se izvodi od serijske kombinacije zavojnica i kondenzatora, a paralelna grana od njihove paralelne veze, kao što je ilustrovano na slici 17 za  $T$ , odnosno  $\Pi$  ćeliju ovakvih filtera.



slika 17. Ćelija filtra propusnika opsega frekvencija

Poređenjem elemenata sa slike 17 sa odgovarajućim oznakama impedansi na slici 9, slijedi da je:

$$\underline{Z}_1 = j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}) = j \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}, \quad \underline{Z}_2 = \frac{j\omega L_2 \frac{1}{j\omega C_2}}{j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} = -j \frac{\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1} \quad (59)$$

Ispunjenje osobine K-filtera zahtijeva potrebu za dodatnim uslovom predstavljenim u obliku:

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 \quad (60)$$

jer je:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1} \frac{\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1} = \frac{L_2}{C_1} \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}$$

pa uz uslov  $L_1 C_1 = L_2 C_2$  slijedi da je:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = const = R^2 \quad (61)$$

Ako se frekvencija  $\omega_0$  predstavi kao:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (62)$$

tada za sve frekvencije manje od  $\omega_0$  impedansa serijske grane je kapacitivnog karaktera, a impedansa paralelne grane je induktivnog karaktera. Za slučaj da je frekvencija veća od  $\omega_0$ , impedansa serijske grane poprima induktivni karakter, a impedansa paralelne grane kapacitivni karakter.

Propusni opseg biće definisan preko parametra  $A$  koji je kod ovih filtera određen u obliku:

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = 1 + \frac{j \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}}{-j2 \frac{\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}} = 1 - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)(\omega^2 L_2 C_2 - 1)}{2\omega^2 L_2 C_1}$$

pa uz uslov  $L_1 C_1 = L_2 C_2$ , slijedi da je:

$$A = 1 - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \quad (63)$$

Propusni opseg filtra može se odrediti iz uslova  $-1 \leq A \leq 1$ . Koristeći uslov koji slijedi sa desne strane:

$$1 - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \leq 1$$

dobija se:

$$\frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \geq 0 \quad (64)$$

Relacija (64) je zadovoljena za sve vrijednosti frekvencije  $\omega$ .

Na osnovu lijeve strane uslova za propusni opseg, dobija se:

$$1 - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \geq -1 \quad \rightarrow \quad \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \leq 2$$

odakle je:

$$(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 \leq 4\omega^2 L_2 C_1 \quad (65)$$

Grafične vrijednosti za frekvencije propusnog opsega dobit će se rješavanjem jednakosti:

$$(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 = 4\omega^2 L_2 C_1$$

$$\omega^2 L_1 C_1 - 1 = \pm 2\omega \sqrt{L_2 C_1}$$

odakle je:

$$\omega_{c_{1,2}} = \frac{\pm \sqrt{L_2 C_1} \pm \sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1}}{L_1 C_1} \quad (66)$$

Obzirom da se razmatraju samo pozitivne vrijednosti frekvencija i pošto je:

$$\sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1} > \sqrt{L_2 C_1}$$

u brojniku se uzima samo pozitivni predznak drugog člana u relaciji (66), te se mogu odrediti dvije karakteristične frekvencije propusnog opsega:

$$\begin{aligned} \omega_{c_1} &= \frac{-\sqrt{L_2 C_1} + \sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1}}{L_1 C_1} \\ \omega_{c_2} &= \frac{\sqrt{L_2 C_1} + \sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1}}{L_1 C_1} \end{aligned} \quad (67)$$

Dakle, propusni opseg ovog filtra nalazi se u intervalu:

$$\omega_{c_1} \leq \omega \leq \omega_{c_2} \quad (68)$$

dok je nepropusni opseg filtra određen sa dva intervala:

$$0 < \omega < \omega_{c_1}, \quad \omega_{c_2} < \omega < \infty \quad (69)$$

Ponovo koristeći relacije (11), mogu se odrediti koeficijent slabljenja i koeficijent faznog zakretanja prenosne konstante filtra:

$$\operatorname{Re}\{A\} = \cosh \alpha \cos \beta = 1 - \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{2\omega^2 L_2 C_1} \quad (70)$$

$$\operatorname{Im}\{A\} = \sinh \alpha \sin \beta = 0$$

Obzirom da je karakter serijske, odnosno paralelne impedanse filtra vezan za uvedenu frekvenciju  $\omega_0$ , to će isti biti uvaženi i pri određivanju vrijednosti koeficijenata  $\alpha$  i  $\beta$ , kao i za uvedeni karakteristični broj  $N$  predstavljen u obliku:

$$N = -\frac{Z_1}{4Z_2} = \frac{(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2}{4\omega^2 L_2 C_1} = \frac{L_1}{4L_2} \left[ \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right]^2 \quad (71)$$

Vrijednosti koeficijenata slabljenja i faznog zakretanja prenosne konstante filtra u propusnom opsegu, određeni su kao:

$$\alpha = 0$$

$$\beta = -\arccos(1 - 2N) \quad \text{za} \quad \omega_{c_1} \leq \omega \leq \omega_0 \quad (72)$$

$$\beta = \arccos(1 - 2N) \quad \text{za} \quad \omega_0 \leq \omega \leq \omega_{c_2}$$

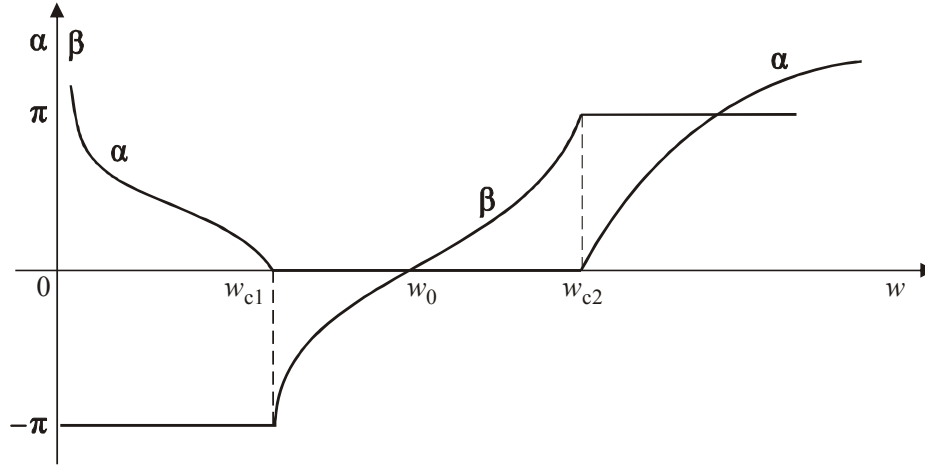
dok su ovi koeficijenti u nepropusnom opsegu filtra dati kao:

$$\alpha = \text{Arccosh}(2N - 1)$$

$$\beta = -\pi \quad \text{za} \quad 0 < \omega < \omega_{c1} \quad (73)$$

$$\beta = \pi \quad \text{za} \quad \omega_{c2} < \omega < \infty$$

Grafički prikaz funkcionalne ovisnosti konstante slabljenja  $\alpha$  i konstante faznog zakretanja  $\beta$  ćelija ovih filtra od frekvencije  $\omega$ , ilustrovan je na slici 18.



slika 18. Konstante slabljenja i faznog zakretanja ćelije filtra propusnika opsega frekvencija

Vrijednosti karakterističnih impedansi, na osnovu relacija za simetrične četveropole, mogu se napisati za slučaj:

$$T \text{ šeme: } \underline{Z}_{cT} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left[ 1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} \right]} = R\sqrt{1-N} = R \frac{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{c1}^2)(\omega_{c2}^2 - \omega^2)}}{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})} \quad (74)$$

$$\Pi \text{ šeme: } \underline{Z}_{c\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} = \frac{R}{\sqrt{1-N}} = R \frac{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{c1}^2)(\omega_{c2}^2 - \omega^2)}} \quad (75)$$

u propusnom opsegu, i kako se vidi predstavljaju realne vrijednosti, odnosno omske otpornosti.

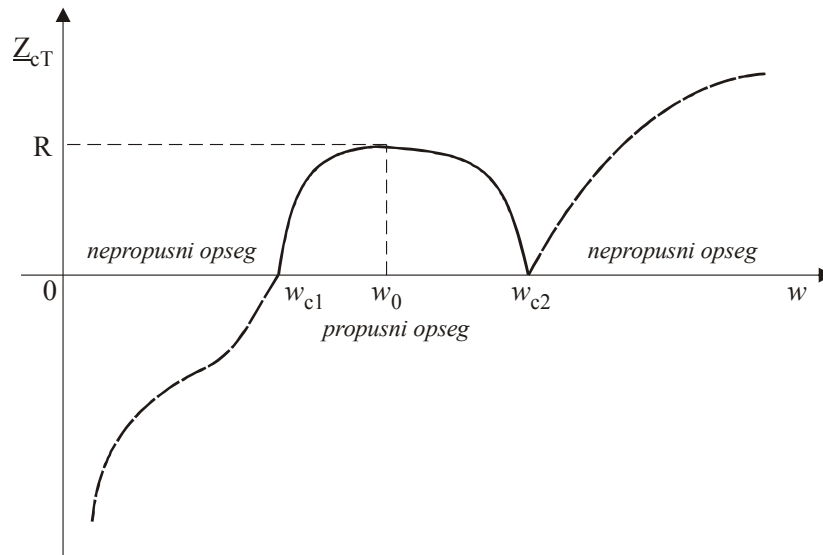
U nepropusnom opsegu filtra, karakteristične impedanse mogu se napisati za intervale:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{cT} &= -jR\sqrt{N-1} = -jR \frac{\sqrt{(\omega_{c1}^2 - \omega^2)(\omega_{c2}^2 - \omega^2)}}{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})} \\ 0 < \omega < \omega_{c1} : \\ \underline{Z}_{c\Pi} &= j \frac{R}{\sqrt{N-1}} = jR \frac{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\sqrt{(\omega_{c1}^2 - \omega^2)(\omega_{c2}^2 - \omega^2)}} \end{aligned} \quad (76)$$

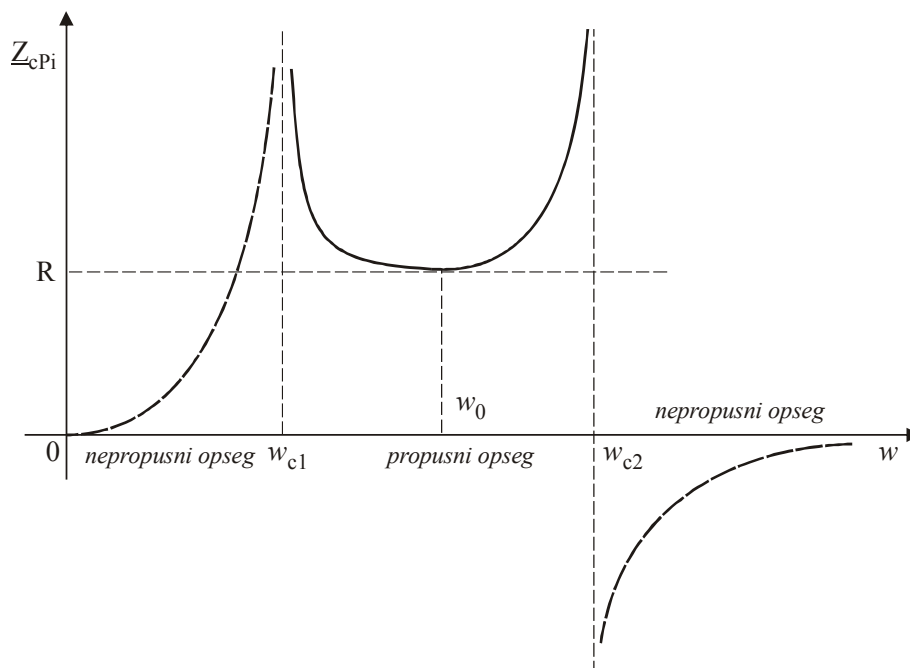
$$\begin{aligned} \underline{Z}_{cT} &= jR\sqrt{N-1} = jR \frac{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{c1}^2)(\omega^2 - \omega_{c2}^2)}}{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})} \\ \omega_{c2} < \omega < \infty : \\ \underline{Z}_{c\Pi} &= -j \frac{R}{\sqrt{N-1}} = -jR \frac{\omega(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{c1}^2)(\omega^2 - \omega_{c2}^2)}} \end{aligned} \quad (77)$$

U nepropusnom opsegu karakteristična impedansa ima imaginarnu vrijednost, što ukazuje na reaktivni karakter otpornosti.

Na slikama 19 i 20 data je grafička prezentacija karakteristične impedanse ćelija ovakvih filtera, kako za propusni, tako i za nepropusni opseg frekvencija.



slika 19. Karakteristična impedansa  $T$  ćelije filtra propusnika opsega frekvencija



slika 20. Karakteristična impedansa  $\Pi$  ćelije filtra propusnika opsega frekvencija

Prethodne relacije i zaključci provedeni su za jednu ćeliju filtra propusnika opsega frekvencija. Generalizacija za filter se izvodi na osnovu međusobnih ovisnosti između sekundarnih parametara jedne ćelije i kaskadne veze ćelija koje čine filter.

Pri projektovanju filtra propusnika opsega frekvencija zadaju se karakteristične frekvencije  $\omega_{c1}$  i  $\omega_{c2}$ , te vrijednost za  $R$ . Na osnovu ovisnosti predstavljenih u relacijama (61) i (67), može se pisati:



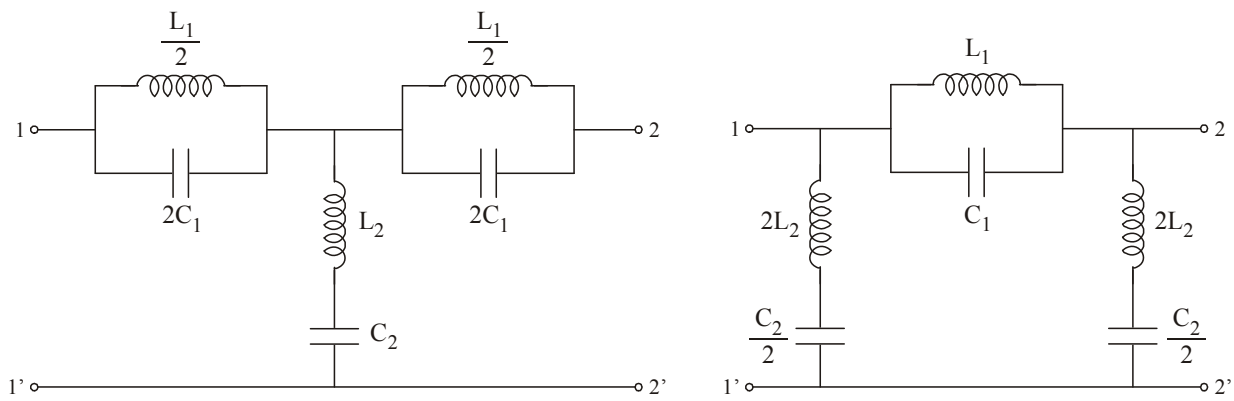
$$\omega_{c_1} \omega_{c_2} = \frac{1}{L_1 C_1}, \quad \omega_{c_2} - \omega_{c_1} = \frac{2\sqrt{L_2 C_1}}{L_1 C_1} \quad (78)$$

tako da je moguće odrediti parametre ćelija ovih filtera: induktivnosti  $L_1$  i  $L_2$ , odnosno kapacitete  $C_1$  i  $C_2$  kao:

$$L_1 = \frac{2R}{\omega_{c_2} - \omega_{c_1}} \quad L_2 = \frac{R(\omega_{c_2} - \omega_{c_1})}{2\omega_{c_1} \omega_{c_2}} \quad C_1 = \frac{\omega_{c_2} - \omega_{c_1}}{2R\omega_{c_1} \omega_{c_2}} \quad C_2 = \frac{2}{R(\omega_{c_2} - \omega_{c_1})} \quad (79)$$

## 6. FILTRI NEPROPUSNICI OPSEGA FREKVENCIJA

Filtri nepropusnici opsega frekvencija propuštaju bez slabljenja sve frekvencije osim određenog opsega. Realizuju se tako da su serijske grane izvedene od paralelne veze zavojnice i kondenzatora, a paralelne grana od njihove serijske veze. Ćelija  $T$ , odnosno  $\Pi$  oblika ovih filtera, prikazana je na slici 21.



slika 21.  $T$  odnosno  $\Pi$  ćelija filtra nepropusnika opsega frekvencija

Poređenjem elemenata sa slike 21 sa odgovarajućim oznakama impedansi na slici 9, slijedi da je:

$$\underline{Z}_1 = 2 \frac{j \frac{\omega L_1}{2} \frac{1}{j 2 \omega C_1}}{j \left( \frac{\omega L_1}{2} - \frac{1}{2 \omega C_1} \right)} = -j \frac{\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1}, \quad \underline{Z}_2 = j \left( \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) = j \frac{\omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega C_2} \quad (80)$$

Ispunjenje osobine K-filtera zahtijeva potrebu za dodatnim uslovom predstavljenim u obliku:

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 \quad (81)$$

pa je uz uslov (81) proizvod impedansi serijske i paralelne grane dat u obliku:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \frac{\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1} \frac{\omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega C_2} = \frac{L_2}{C_1} = \frac{L_1}{C_2} = \text{const} = R^2$$

odnosno:

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} = \text{const} = R^2 \quad (82)$$

Dakle, i ovi filtri spadaju u grupu K-filtera.

Ako se na osnovu relacije (81) uvede frekvencija  $\omega_0$  kao:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad (83)$$

tada se relacija (80) može predstaviti u formi:

$$\underline{Z}_1 = -j \frac{\omega L_1}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}, \quad \underline{Z}_2 = j \frac{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}{\omega C_2} \quad (84)$$

Na osnovu relacije (84) slijedi da će impedansa serijske grane biti induktivnog, a impedansa paralelne grane kapacitivnog karaktera za sve frekvencije manje od  $\omega_0$ . U tom slučaju filter izveden sa ovakvim ćelijama se ponaša kao filter niskih frekvencija. Za frekvencije veće od  $\omega_0$ , impedansa serijske grane poprima kapacitivni karakter, a impedansa paralelne grane induktivni karakter, pa se filter od ovakvih ćelija ponaša kao filter visokih frekvencija.

Propusni opseg biće definisan preko parametra  $A$  koji je kod ovih filtera određen u obliku:

$$A = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} = 1 + \frac{-j \frac{\omega L_1}{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}}{j \frac{\frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1}{\omega C_2}} = 1 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)(\omega^2 L_2 C_2 - 1)} = 1 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \quad (85)$$

Propusni opseg filtra može se odrediti iz uslova  $-1 \leq A \leq 1$ . Koristeći uslov koji slijedi sa desne strane:

$$1 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \leq 1$$

dobija se:

$$\frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \geq 0 \quad (86)$$

Relacija (86) je zadovoljena za sve vrijednosti frekvencije  $\omega$ .

Na osnovu lijeve strane uslova za propusni opseg, dobija se:

$$1 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \geq -1 \quad \rightarrow \quad 2 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{4(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 - \omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \geq 0 \quad (87)$$

Uslov (87) je ispunjen za slučaj:

$$4(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 - \omega^2 L_1 C_2 \geq 0 \quad (88)$$

Karakteristične frekvencije, odnosno granice između propusnog i nepropusnog opsega frekvencija, dobit će se rješavanjem jednakosti:

$$4(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 - \omega^2 L_1 C_2 = 0$$

$$2(\omega^2 L_1 C_1 - 1) = \pm \omega \sqrt{L_1 C_2}$$

$$2\omega^2 L_1 C_1 \mp \omega \sqrt{L_1 C_2} - 2 = 0$$

čija su rješenja:

$$\omega_{c_{1,2}} = \frac{\mp \sqrt{L_1 C_2} \pm \sqrt{L_1 C_2 + 16 L_1 C_1}}{4 L_1 C_1} \quad (89)$$

Obzirom da se razmatraju samo pozitivne vrijednosti frekvencija, to se odbacuju rješenja sa negativnim predznakom drugog člana u brojniku relacije (89), pa slijede rješenja za karakteristične frekvencije:

$$\begin{aligned}\omega_{c_1} &= \frac{-\sqrt{L_1 C_2} + \sqrt{L_1 C_2 + 16 L_1 C_1}}{4 L_1 C_1} \\ \omega_{c_2} &= \frac{\sqrt{L_1 C_2} + \sqrt{L_1 C_2 + 16 L_1 C_1}}{4 L_1 C_1}\end{aligned}\quad (90)$$

Dakle, propusni opseg ovog filtra nalazi se u intervalu:

$$0 \leq \omega \leq \omega_{c_1}, \quad \omega_{c_2} \leq \omega < \infty \quad (91)$$

dok se nepropusni opseg filtra nalazi u intervalu:

$$\omega_{c_1} < \omega < \omega_{c_2} \quad (92)$$

Ponovo koristeći relacije (11), mogu se odrediti koeficijent slabljenja i koeficijent faznog zakretanja prenosne konstante filtra:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\{A\} &= \cosh \alpha \cos \beta = 1 - \frac{\omega^2 L_1 C_2}{2(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} \\ \operatorname{Im}\{A\} &= \sinh \alpha \sin \beta = 0\end{aligned}\quad (93)$$

Koristeći uvedenu frekvenciju  $\omega_0$  datu relacijom (83) i karakteristični broj  $N$  za ove filtre:

$$N = -\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} = \frac{\omega^2 L_1 C_2}{4(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2} = \frac{C_2}{4C_1} \frac{1}{\left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right]^2} \quad (94)$$

definišu se koeficijenti slabljenja i faznog zakretanja prenosne konstante filtra u propusnom opsegu:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0 \\ \beta &= \arccos(1 - 2N) \quad \text{za} \quad 0 \leq \omega \leq \omega_{c_1} \\ \beta &= -\arccos(1 - 2N) \quad \text{za} \quad \omega_{c_2} \leq \omega < \infty\end{aligned}\quad (95)$$

dok su ovi koeficijenti u nepropusnom opsegu filtra dati kao:

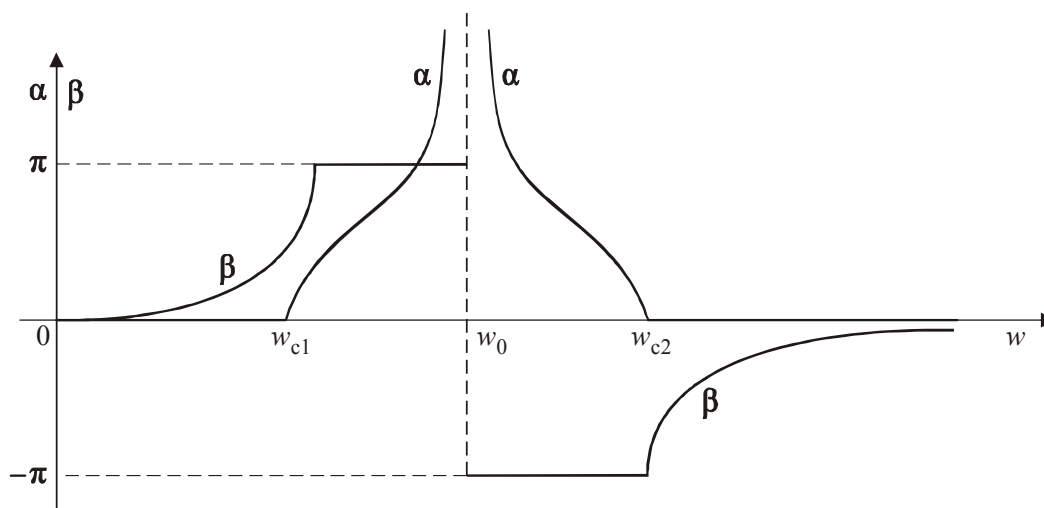
$$\begin{aligned}\alpha &= \operatorname{Arccosh}(2N - 1) \\ \beta &= \pi \quad \text{za} \quad \omega_{c_1} < \omega < \omega_0 \\ \beta &= -\pi \quad \text{za} \quad \omega_0 < \omega < \omega_{c_2}\end{aligned}\quad (96)$$

Grafički prikaz funkcionalne ovisnosti konstante slabljenja  $\alpha$  i konstante faznog zakretanja  $\beta$  ćelija ovih filtra od frekvencije  $\omega$ , ilustrovan je na slici 22.

Vrijednosti karakterističnih impedansi za slučaj  $T$ , odnosno  $\Pi$  šeme ćelije filtra nepropusnika opsega frekvencija za propusni opseg, imaju oblik:

$$\underline{Z}_{cT} = R\sqrt{1 - N}, \quad \underline{Z}_{c\Pi} = \frac{R}{\sqrt{1 - N}} \quad (97)$$

i kako se vidi predstavljaju realne vrijednosti, odnosno omske otpornosti.



slika 22. Konstante slabljenja i faznog zakretanja ćelije filtra nepropusnika opsega frekvencija

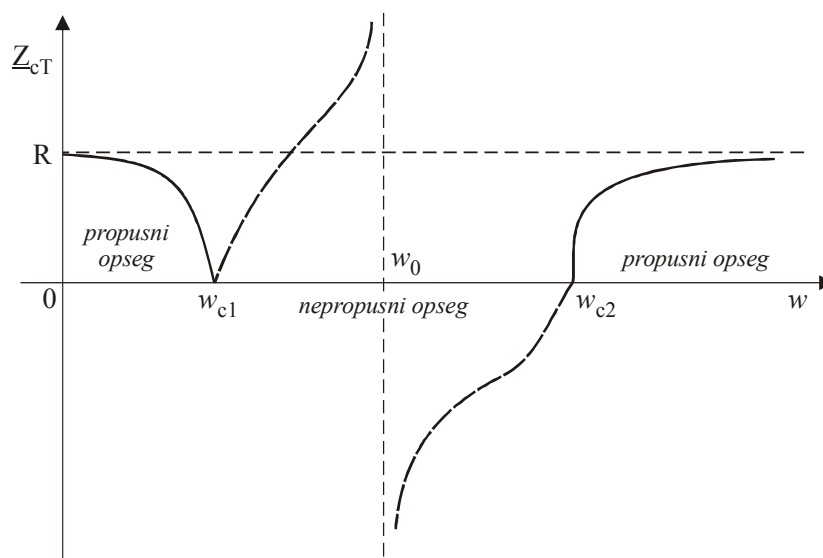
U nepropusnom opsegu filtra, karakteristične impedanse mogu se napisati za intervale:

$$\omega_{c1} < \omega < \omega_0: \quad \underline{Z}_{cT} = jR\sqrt{N-1}, \quad \underline{Z}_{c\Pi} = -j\frac{R}{\sqrt{N-1}} \quad (98)$$

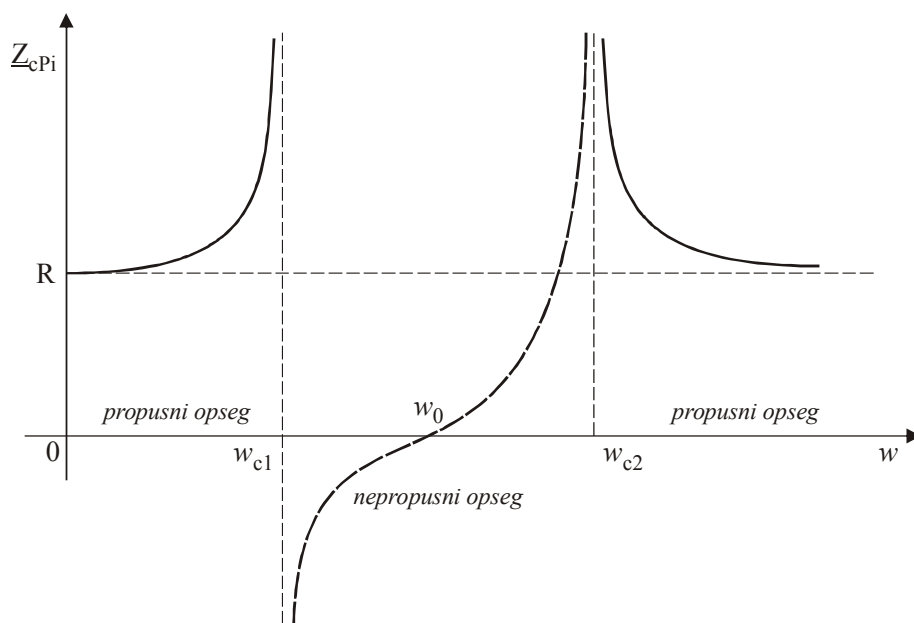
$$\omega_0 < \omega < \omega_{c2}: \quad \underline{Z}_{cT} = -jR\sqrt{N-1}, \quad \underline{Z}_{c\Pi} = j\frac{R}{\sqrt{N-1}} \quad (99)$$

U nepropusnom opsegu karakteristična impedansa ima imaginarnu vrijednost, što ukazuje na reaktivni karakter otpornosti.

Na slikama 23 i 24 data je grafička prezentacija karakteristične impedanse ćelija ovakvih filtera, kako za propusni, tako i za nepropusni opseg frekvencija.



slika 23. Karakteristična impedansa T ćelije filtra nepropusnika opsega frekvencija



slika 24. Karakteristična impedansa  $\Pi$  ćelije filtra nepropusnika opsega frekvencija

Prethodna razmatranja i izvedene relacije mogu se odnositi i za filter kao lanac analiziranih ćelija u skladu sa odnosom sekundarnih parametara jedne ćelije i odgovarajuće kaskadne veze koja čini filter.

Pri projektovanju filtera nepropusnika opsega frekvencija zadaju se karakteristične frekvencije  $\omega_{c1}$  i  $\omega_{c2}$ , te vrijednost za  $R$ . Koristeći izvedene odnose:

$$\omega_{c1} \omega_{c2} = \frac{1}{L_1 C_1}, \quad \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\sqrt{L_1 C_2}}{2L_1 C_1} \quad (100)$$

mogu se odrediti tražene induktivnosti zavojnica i kapaciteti kondenzatora kao:

$$L_1 = \frac{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_{c1} \omega_{c2}}, \quad L_2 = \frac{R}{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})}, \quad C_1 = \frac{1}{2R(\omega_{c2} - \omega_{c1})}, \quad C_2 = \frac{2(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{R\omega_{c1} \omega_{c2}} \quad (101)$$

## 7. NEDOSTACI K-FILTERA

Karakteristike K-filtera ukazuju na određene nedostatke, a što se odnosi na sljedeće činjenice:

1. Karakteristična impedansa je u funkciji frekvencije, što znači da se ona mijenja u propusnom opsegu i nema istu vrijednost za cijeli propusni opseg. Kako je naprijed navedeno, ulazi filtera se zatvaraju impedansom koja treba da odgovara upravo karakterističnoj impedansi, što bi značilo da ova impedansa treba biti promjenljiva i što je praktično neizvodljivo.
2. Granica između propusnog i nepropusnog opsega nije oštro izražena, dakle prijelaz je dosta blag, a to rezultira da je slabljenje signala veoma malo za frekvencije koje su bliske granici, a pripadaju nepropusnom opsegu.

Poželjno je otkloniti ove nedostatke. Jedan od načina kako se ti nedostaci mogu ublažiti, predstavlja izvedba filtera sa izvedenim ćelijama ( $m$  filtri).