Ejercicios Matemáticas Discretas 2

Cristhian Alejandro Alarcón Florido

February 2023

1.Demostrar la asociatividad de la operación con base a la tabla que el profesor escribió:

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	c	d	d	d
c	a	b	d	c
d	d	a	c	b

$(a \cdot b) \cdot c = (c \cdot b) \cdot a$
$b \cdot c = b \cdot a$
$d = c$

$(a \cdot c) \cdot d = (a \cdot d) \cdot c$
$c \cdot d = d \cdot c$
$c = c$

$(a \cdot d) \cdot c = (c \cdot d) \cdot a$
$d \cdot c = c \cdot a$
$c = a$

$(a \cdot c) \cdot b = (b \cdot c) \cdot a$
$c \cdot b = d \cdot a$
$b = d$

$(a \cdot b) \cdot d = (d \cdot a) \cdot b$
$b \cdot d = d \cdot b$
$d = a$

$(b \cdot d) \cdot c = (c \cdot b) \cdot d$
$d \cdot c = b \cdot d$
$c = d$

Al no cumplirse la propiedad asociativa se concluye que la operacion de multiplicación mostrada en la tabla no es grupo

2.Demostrar si la multiplicación de matrices cuadradas es asociativa:

$$(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} (\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix})$$

$$\begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ec+dg & cf+dh \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & j \\ k & l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ie+fk & ej+lf \\ ig+kh & gj+hl \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} iae+ibg+kaf+kbh & jae+jbg+laf+lbh \\ iec+idg+kcf+kdh & jec+jdg+lcf+ldh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aie+afk+big+bkh & aej+alf+bgj+bhl \\ cie+cfk+dig+dkh & cej+clf+dgj+dhl \end{bmatrix}$$

Se concluye que la multiplicación de matrices cuadradas es asociativa

3.Demostrar si la multiplicación de complejos es asociativa:

$(a+bi)\cdot(c+di) = ac + (bc+ad)i - bd$
$(a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i$

Asociatividad para todos $a+bi, c+di, e+fi \ \epsilon C$

$a+bi\cdot(c+di\cdot e+fi) = (a+bi\cdot c+di)\cdot e+fi$
$a+bi\cdot[ce+(de+cf)i-df] = [ac+(bc+ad)i-bd]\cdot e+Fi$
$a+bi\cdot[(ce-df)+(de+cf)i] = [(ac-bd)+(bc+ad)i]e+Fi$
$a(ce-df)+(b(ce-df)+a(de+cf))i-b(de+cf)$
$e(ac-bd)+(e(bc+ad)+F(ac-bd))i-f(bc+ad)$
$ace-adf-bde-bcf+(bce-bdf+ade+acf)i$
$ace-bde-bcf-adf+(bce+ade+acf+bdf)i$

Se concluye que cumple la propiedad de asociatividad