Demostraciones 27fb

Cristhian Alarcón Florido

May 2023

1 Demostración $Kernel(\theta)$ e $img(\theta)$ son subgrupos

Un homomorfismo $f : G \to H$ es tal que:

$$f(g1)g(g2) = f(g1g2)$$

Propiedades de los homomorfismos: se preserva el neutro:

$$f(1G) = 1H$$

se preserva la inversa:

$$f(g^{-1}) = f(g)^{-1}$$

Imagen

Sea $f : G \to H$ un homomorfismo de grupos, demostrar que imagen(f) es subgrupo de H:

El elemento 1_H pertenece a imagen(f) porque:

$$f(1_G) = 1_H$$

$f(g1g2)$ pertenece al grupo sí $f(g1), f(g2)\varepsilon$ imagem(f)por:

$$f(g1)f(g2) = f(g1g2)$$

El inverso pertenece al grupo porque sí $f(g)\varepsilon$ imagen (f) : $f(g^{-1}) = f(g)^{-1}$

Kernel

Sea $f : G \to H$ un homomorfismo de grupos, demostrar que kernel(f) es subgrupo de G: El neutro pertenece al kernel(f) por:

$$f(1_G) = 1_H \to f(1_g)\varepsilon G$$

Por $f(g1)f(g2) = f(g1g2)$ podemos afirmar que:

$$g1, g2\varepsilon\ kernel(f) \to g1g2\ \varepsilon\ kernel(f)$$

Se puede decir que $g^{-1}\varepsilon\ kernel(f)$ porque:

$$f(g^{-1}) = f(g)^{-1} = (1_H)^{-1} = 1_H$$

2 Sea $X \subset G$, existe S tales que $X \subseteq S$

Siempre va a poder existir un conjunto $S = G$ donde $X \subseteq S$ por lo cual se a atener que $X \subset G$