INTRODUCCIÓN A LOS MODELOS OCULTOS DE MARKOV

Luis Miguel Bergasa Pascual
Departamento de Electrónica. Universidad de Alcalá.
Email:bergasa@depeca.uah.es

CONTENIDOS

- Introducción
- Revisión de conceptos
- Procesos de Markov
- Modelos ocultos de Markov
- Ejemplos de aplicación

Fenómenos Naturales

- Emiten señales o tienen propiedades observables con características estadísticas que pueden variar con el tiempo.

- Clasificación de las señales:
  - Discretas (p.e. el alfabeto) o continuas (p.e. la voz)
  - Estacionarias o estocásticas
  - Puras o distorsionadas por el ruido

Problema: modelar dichos fenómenos

- Establecer una representación matemática del fenómeno que permita explicarlo.

- Deben permitir analizar el fenómeno sin necesidad de ser observado directamente

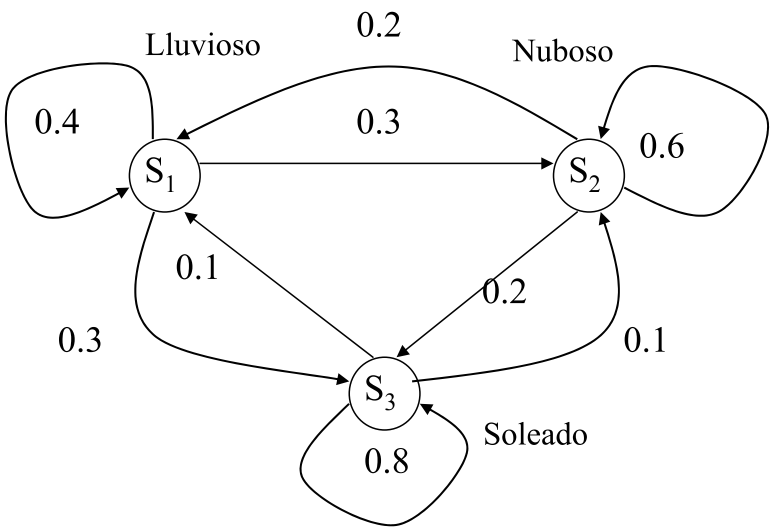
- Deben tener una representación adecuada:
  - Buena capacidad de reconocimiento
  - Predicción
- Tipos:
  - Deterministas: exploran características conocidas de la señal
  - Estadísticos: caracterizan la señal con valores estadísticos

Modelos Estadísticos de Señales

- Cadenas de Markov (Markov,1906)
  - Señales observables representadas como un proceso aleatorio paramétrico
  - Los parámetros pueden determinarse con precisión

- Modelos Ocultos de Markov (HMM) (Baum et al, 1966-72)
  - Extensión de las cadenas de Markov cuando las señales no son observables

Ejemplo: estado del tiempo

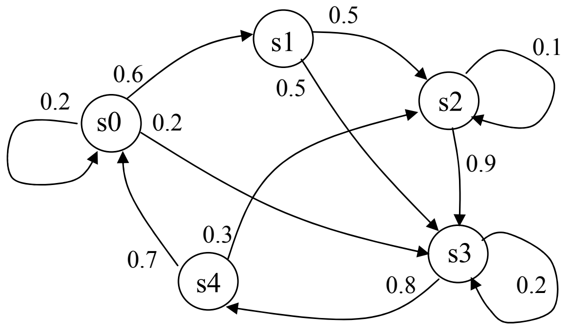


Dado que hoy esta *soleado*, ¿cuál es la probabilidad de la secuencia *soleado*, *nuboso*, *lluvioso*?

Tipos de Modelos de Markov
Características generales

Elementos básicos de todo modelo de Markov:

- El sistema tiene varios **estados** $s \in S$
- El sistema evoluciona de unos estados a otros con **transiciones probabilísticas** $p(s'|s)$



MODELO DE TRANSICIÓN p(s'|s)

s \ s'	s0	s1	s2	s3	s4
s0	0.2	0.6	0	0.2	0
s1	0	0	0.5	0.5	0
s2	0	0	0.1	0.9	0
s3	0	0	0	0.2	0.8
s4	0.7	0	0.3	0	0

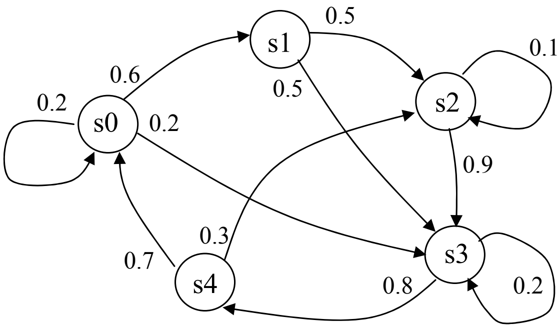
PROPIEDAD DE MARKOV: El estado en t+1 sólo depende del estado en t, y no de la evolución anterior del sistema.

Tipos de Modelos de Markov
Clasificación

	Estado observable	**Estado oculto** (observaciones)
No hay acciones (sólo transiciones estocásticas)	Cadenas de Markov (Markov Chains)	Modelos Ocultos de Markov (HMMs)
Hay acciones (que producen transiciones estocásticas)	Procesos de Decisión de Markov (MDPs)	Procesos de Decisión de Markov Parcialmente Observables (POMDPs)

Tipos de Modelos de Markov
1. Cadenas de Markov (Markov Chains)

En una **Cadena de Markov** el **ESTADO** es **COMPLETAMENTE OBSERVABLE** (conocido en todo momento), y **NO EXISTEN ACCIONES** (no hay toma de decisiones -> equivale a una sóla acción)

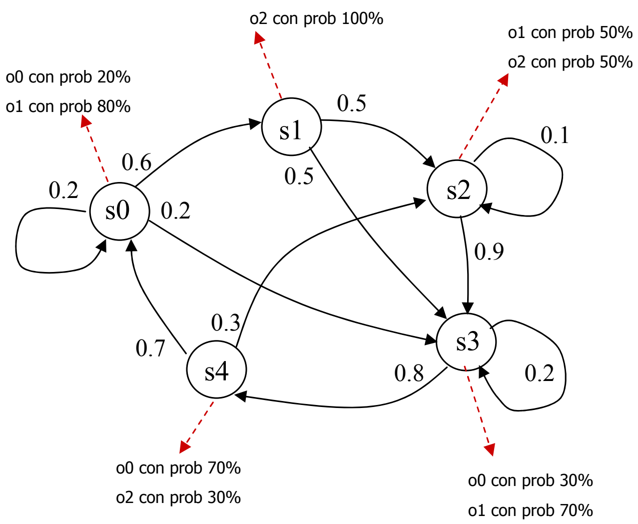


MODELO DE TRANSICIÓN p(s'|s)

s \ s'	s0	s1	s2	s3	s4
s0	0.2	0.6	0	0.2	0
s1	0	0	0.5	0.5	0
s2	0	0	0.1	0.9	0
s3	0	0	0	0.2	0.8
s4	0.7	0	0.3	0	0

Tipos de Modelos de Markov
2. Modelos Ocultos de Markov (HMMs)

En un **Modelo Oculto de Markov** el **ESTADO** es **PARCIALMENTE OBSERVABLE** (no se conoce, pero existen observaciones $o \in \mathbf{O}$), y **NO EXISTEN ACCIONES** (no hay toma de decisiones -> equivale a una sóla acción)



MODELO DE TRANSICIÓN p(s'|s)

Y

MODELO DE OBSERVACIÓN p(o|s)

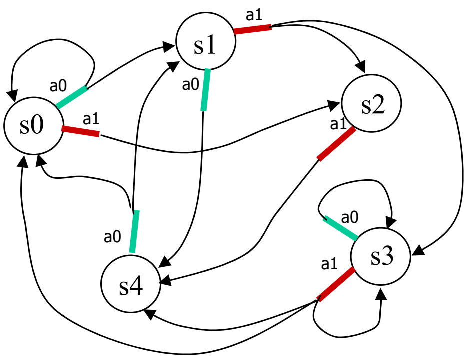
(ejemplo con 3 posibles observaciones)

s \ o	o0	o1	o2
s0	0.2	0.8	0
s1	0	0	1
s2	0	0.5	0.5
s3	0.3	0.7	0
s4	0.7	0	0.3

Aquí el problema es *estimar* el estado (variable oculta)

Tipos de Modelos de Markov
3. Procesos de Decisión de Markov (MDPs)

En un **Proceso de Decisión de Markov** el **ESTADO** es **COMPLETAMENTE OBSERVABLE** (conocido en todo momento), y **EXISTEN DIFERENTES ACCIONES** (un modelo de transición para cada acción -> p(s'|s,a))



MODELO DE TRANSICIÓN p(s'|s,a)

(en este caso, al haber 2 acciones, son dos matrices: p(s'|s,a0) y p(s'|s,a1))

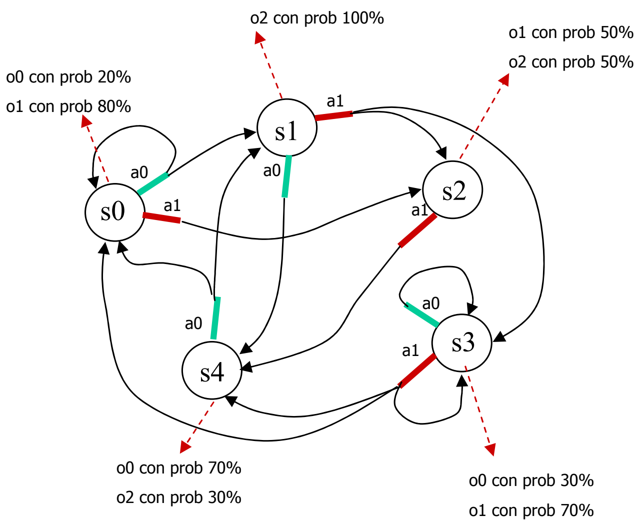
Aquí el problema es la *toma de decisiones* (seleccionar las acciones para maximizar una recompensa futura). Para ello se define el:

MODELO DE RECOMPENSA r(s|a)

(POLÍTICA: asocia una acción óptima a cada estado, que maximiza la recompensa futura. Varios algoritmos)

Tipos de Modelos de Markov
4. Procesos de Decisión de Markov Parcialmente Observables (POMDPs)

En un **Proceso de Decisión de Markov Parcialmente Observable** el **ESTADO** es **PARCIALMENTE OBSERVABLE** (no se conoce, pero se dispone de observaciones), y **EXISTEN DIFERENTES ACCIONES** (un modelo de transición para cada acción -> p(s'|s,a))



MODELO DE TRANSICIÓN p(s'|s,a)

MODELO DE OBSERVACIÓN p(o|s)

MODELO DE RECOMPENSA r(s,a)

Aquí hay dos problemas:

- la *estimación del estado* (como en HMM)
- la *toma de decisiones* (como en MDP)

Tipos de Modelos de Markov
Algoritmos probabilísticos útiles

FILTROS BAYESIANOS
Para *estimar* el estado cuando es oculto
CREENCIA Bel(S)

	Estado observable	**Estado oculto** (observaciones)
No hay acciones (sólo transiciones estocásticas)	Cadenas de Markov (Markov Chains)	Modelos Ocultos de Markov (HMMs)
Hay acciones (que producen transiciones estocásticas)	Procesos de Decisión de Markov (MDPs)	Procesos de Decisión de Markov Parcialmente Observables (POMDPs)

HMMs: $Bel(s') = \eta \cdot p(o \mid s') \int p(s' \mid s) \cdot Bel(s) \cdot ds$

POMDPs: $Bel(s') = \eta \cdot p(o \mid s') \int p(s' \mid s, a) \cdot Bel(s) \cdot ds$

Política $a=\pi(s)$ Política $a=\pi(Bel(S))$

TEORÍA DE DECISIONES
Para *seleccionar la acción* a ejecutar

Cadenas de Markov (MC)

- Dado un proceso representado por N estados, S_i, $i=1,...,N$, cambia de estado según cierta probabilidad asociada a cada estado, en puntos discretos en el tiempo $t=1,...,T$. Se dice que en el tiempo t el sistema está en el estado q_t.
- La descripción probabilística del proceso es

$$P[q_t = S_j \mid q_{t-1} = S_i, q_{t-2} = S_k, ...] = P[q_t = S_j \mid q_{t-1} = S_i], \quad \text{(primer orden).}$$

- Considerándolo independiente del tiempo, se tienen las probabilidades de transición entre estados,

$$a_{ij} = P[q_t = S_j \mid q_{t-1} = S_i], \quad i,j = 1,...,N,$$

donde $a_{ij} \geq 0$ y $\Sigma\, a_{ij} = 1$.

- Probabilidades del estado inicial,

$$\pi_i = P[q_1 = S_i], \qquad i = 1,...,N.$$

Ejemplo de MC: estado del tiempo

- Modelo de Markov observable: cada estado es un evento físico observable.
- Matriz de probabilidad de transición de estados:

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}$$

- Dado que hoy esta *soleado*, ¿cuál es la probabilidad la secuencia *soleado*, *nuboso*, *lluvioso*, $O = \{S_3 S_2 S_1\}$?

$$P(O/Modelo) = P[S_3].P[S_2|S_3].\ P[S_1|S_2]$$
$$= \pi_3 \cdot a_{32} \cdot a_{21} = 1 \cdot 0.1 \cdot 0.2 = 0.02$$

Extensión a HMM

- En las cadenas de Markov el estado es observable, el parámetro es la probabilidad de transición.
- En HMM la observación es una función probabilística del estado.
- El modelo tiene dos procesos estocásticos embebidos, uno no es observable (estados ocultos), pero puede ser observado mediante el otro proceso (secuencia de observaciones).

Ejemplo HMM: lanzamiento de monedas

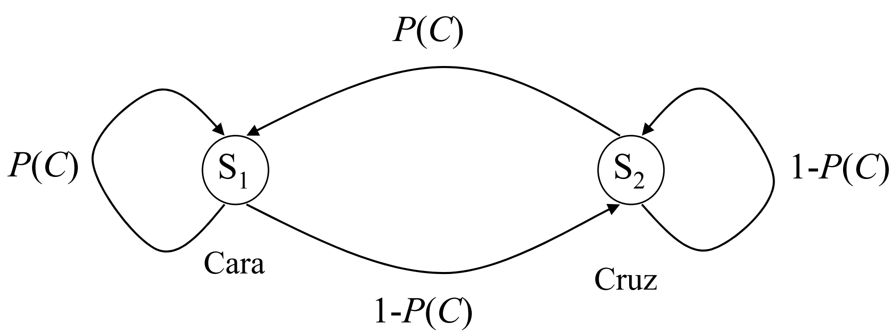
- Del experimento solo se sabe los resultados del lanzamiento de las monedas (las monedas están ocultas).
- Se observan los símbolos *cara* (C) y cruz (X):

$$O = CXXCCXCXX \ldots$$

- ¿Cómo construir un modelo que explique la secuencia de monedas?
- ¿A qué corresponden los estados?

Ejemplo HMM: 1. Asumiendo una moneda

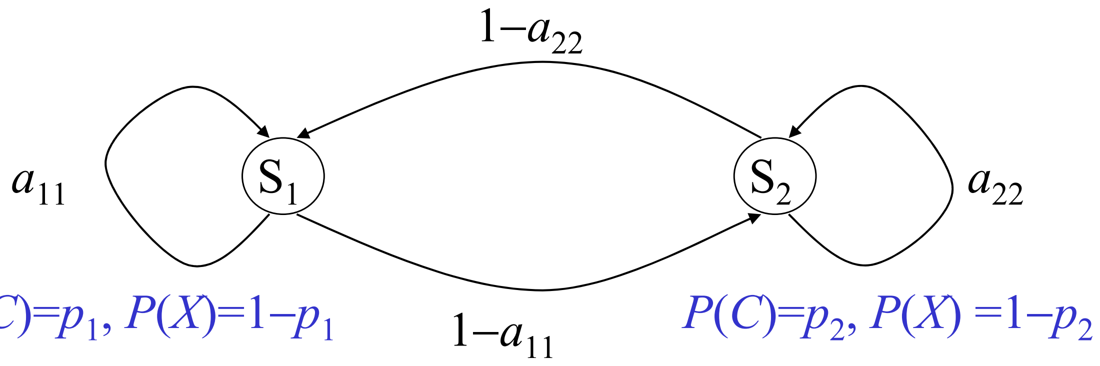
- Cada estado podría representar el resultado del lanzamiento



- Modelo observable
- Especificado con solo determinar: $P(C)$
- Parámetros: 1

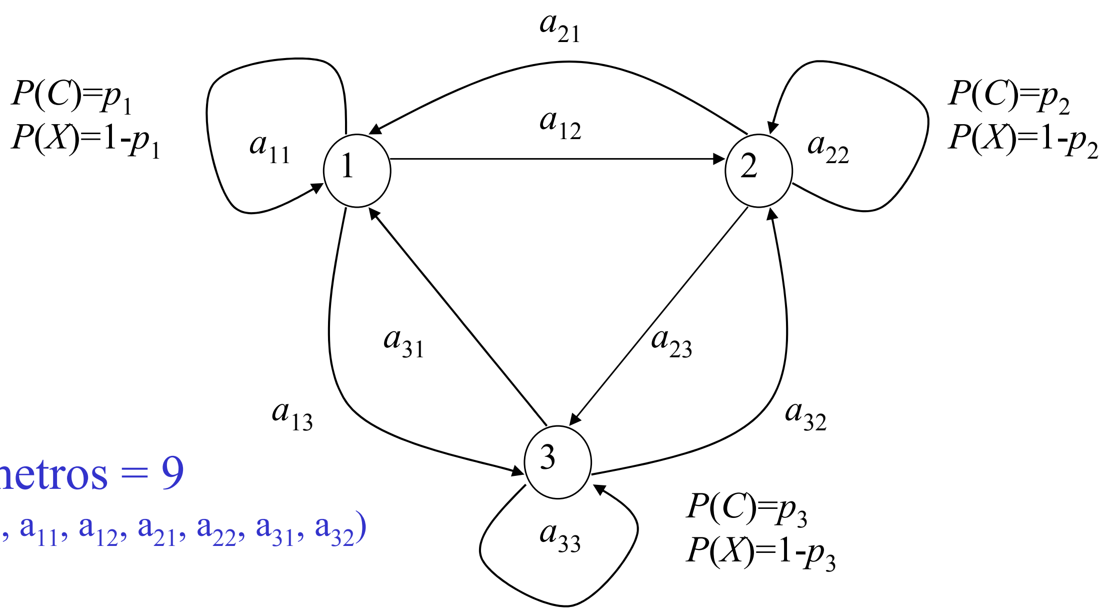
Ejemplo HMM: 2. Asumiendo dos monedas

- Cada estado podría representar una moneda



- Cada estado tiene una función de distribución de prob.
- Especificado con 4 parámetros: (p_1, p_2, a_{11}, a_{22}) .

Ejemplo HMM: 3. Asumiendo tres monedas



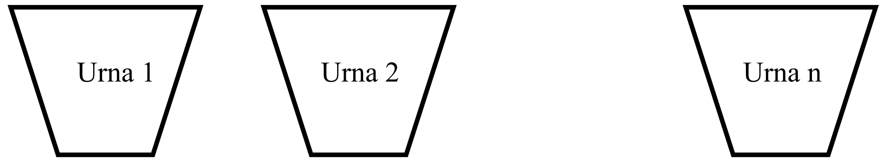
- Parámetros = 9

(p_1, p_2, p_3, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{31}, a_{32})

¿Cuál es el mejor modelo?

- Correspondencia con el fenómeno físico
- Cantidad de parámetros: flexibilidad vs. esfuerzo cálculo

Ejemplo HMM: modelo de urnas y bolas



Urna 1	Urna 2	Urna n
P(Rojo)=b1(1)	P(Rojo)=b2(1)	P(Rojo)=bn(1)
P(Azul)=b1(2)	P(Azul)=b2(2)	P(Azul)=bn(2)
.	.	.
.	.	.
P(Verde)=b1(M)	P(Verde)=b2(M)	P(Verde)=bn(M)

O={Rojo, Azul, Azul, Verde, Verde, …,Verde}

- Observaciones: color de las bolas
- Estados: urnas de donde se extraen las bolas (ocultos)
- Parámetros: n·(n-1)+n·(m-1), n=nº de urnas, m= nº de colores

Formalización de HMM

- N: cantidad de estados (ocultos, pero con significado).
- M: cantidad de símbolos observales por estado, $V = \{v_1,\ldots,v_M\}$.
- Distribución de probabilidad de la transición entre estados,

  $A = \{a_{ij}\}$, $\quad a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j \mid q_t = S_i]$, $\quad i,j = 1,\ldots,N$.
- Distribución de prob. de observación de símbolo en cada estado,

  $B = \{b_j(k)\}$, $\quad b_j(k) = P[v_k \mid q_t = S_j]$, $\quad j=1,\ldots,N,\ k=1,\ldots,M$.
- Distribución de probabilidad del estado inicial,

  $\pi = \{\pi_i\}$, $\quad \pi_i = P[q_i = S_i]$, $\quad i=1,\ldots,N$.
- Notación
  - Observación: $O = O_1 O_2 \ldots O_T$ (de tamaño T)
  - Modelo: $\lambda=(A, B, \pi)$

Obtención de los parámetros del modelo

1. Elegir un estado inicial $q_1=S_i$ según la distribución inicial de estados π.
2. Poner t=1.
3. Elegir $O_t=V_k$ según la probabilidad de distribución de símbolo en el estado S_i, p.e. $b_i(k)$.
4. Pasar a un nuevo estado $q_{t+1}=S_j$, según la distribución de probabilidad de transición para el estado S_i, p.e. a_{ij}.
5. Poner t=t+1, vuelta al paso 3) si $t<T$, en caso contrario terminar el proceso.

Problemas fundamentales

- **Evaluación**: Dado el modelo $\lambda=(A, B, \pi)$ y la secuencia de observaciones $O = O_1O_2...O_T$, calcular $P(O|\lambda)$ (algoritmo forward-backward).

- Dado el modelo $\lambda=(A, B,\pi)$ y la secuencia de observaciones $O = O_1O_2...O_T$, encontrar la **secuencia de estados** correspondientes $Q = q_1q_2...q_T$ que mejor explique las observaciones (algoritmo de Viterbi).

- **Entrenamiento**: dada la secuencia de observaciones $O = O_1O_2...O_T$, encontrar los parámetros del modelo $\lambda=(A, B, \pi)$ que maximicen $P(O|\lambda)$ (algoritmo de Baum-Welch)

Solución al problema de *Evaluación*

- Dados $O = O_1O_2...O_T$ y λ, calcular $P(O|\lambda)$.
- Para ello se enumeran las secuencias de estados de tamaño T.

  Para la secuencia $Q = Q_1Q_2...Q_T$,

$$P(O/Q,\lambda) = \prod_{t=1}^{T} P(O_t / q_t, \lambda)$$

- Asumiendo independencia en las observaciones:

  $P(O|Q,\lambda) = b_{q1}(O_1)\, b_{q2}(O_2)\, ...\, b_{qT}(O_T)$.
- La probabilidad de la sec., $P(Q|\lambda) = \pi_{q1} a_{q1q2} a_{q2q3} ... a_{qT\text{-}1qT}$.
- La probabilidad conjunta de O y Q es, $P(O,Q|\lambda) = P(O|Q,\lambda)\, P(Q|\lambda)$
- Sumando para todas las posibles secuencias de estados,

$$P(O/\lambda) = \sum_{\forall Q} P(O/Q,\lambda) P(Q/\lambda) = \sum_{\forall q} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) ... a_{q_{T-1} q_T} b_{q_T}(Q_T)$$

Algoritmo forward-backward

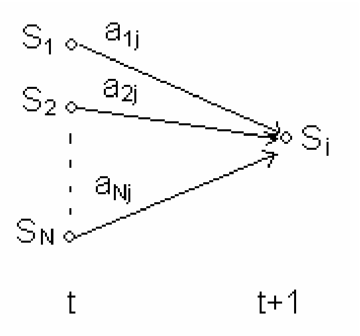
- El cálculo requiere de 2T·N·T operaciones → inviable
- Solución: algoritmo forward-backward
  - Cálculo de 2 variables intermedias:
    - **Forward**: $\alpha_t(i) = P(O_1O_2...O_t, q_t = S_i / \lambda)$

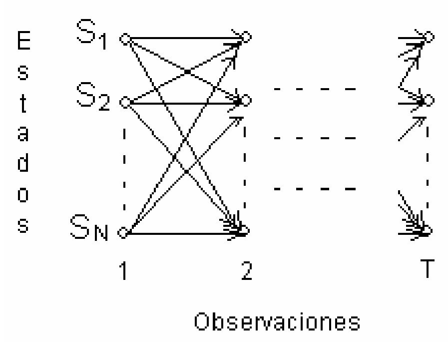
      probabilidad de la secuencia de observaciones parciales $O_1, O_2 .... O_t$ y el estado S_i en el instante t, para el modelo λ.
    - **Backward**: $\beta_t(i) = P(O_{t+1}O_{t+2}...O_T / q_t = S_i, \lambda)$

      probabilidad de la observación parcial de la secuencia desde t+1 hasta el final, dado un estado S_i, y un modelo λ

Cálculo de la variable $\alpha_t(i)$

- Inicialización: $\alpha_1(i) = \pi_i b_i(O_1) \qquad t=1, \quad 1 \le i \le N$
- Inducción: $\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^{N} \alpha_t(i) a_{ij}\right] b_j(O_{t+1}) \quad 1 \le j \le N \,,\ 1 \le t \le T-1$
- Conclusión: $P(O/\lambda) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_T(i)$

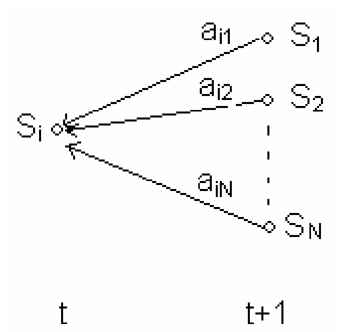




- Operaciones: $N^2 \cdot T$

Cálculo de la variable $\beta_t(i)$

- Inicialización: $\beta_T(i) = 1 \qquad t=1, \quad 1 \le i \le N$
- Inducción: $\beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j) \quad 1 \le j \le N \,,\ t = T-1, T-2, \ldots, 1$
- Conclusión: $P(O/\lambda) = \sum_{i=1}^{N} \beta_T(i)$



- Operaciones: $N^2 \cdot T$

Solución al problema de Sec. de estados

- No hay secuencia óptima única, existen muchos criterios.
- Una forma, basada en programación dinámica, es el algoritmo de Viterbi:
  - Dada $O = \mathrm{O}_1\mathrm{O}_2\ldots\mathrm{O}_T$, encontrar $Q = \mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2\ldots\mathrm{Q}_T$.
  - Se define:

    $\delta_t(i) = \max_{q1q2\ldots qt\text{-}1} P[q_1q_2\ldots q_t = i\ ,\ \mathrm{O}_1\mathrm{O}_2\ldots\mathrm{O}_T \mid \lambda]$

    la máx. probabilidad en el camino, en tiempo t y final en estado S_i.
  - Inductivamente:

    $\delta_{t+1}(j) = [\max_{i=1,\ldots,N} \delta_t(i)\, a_{ij}]\, b_j(\mathrm{O}_{t+1}),\quad j=1,\ldots,N,\ t=1,\ldots,T\text{-}1.$

Algoritmo de Viterbi

- Inicialización:

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1) \qquad \psi_1(i) = 0 \qquad t = 1,\quad 1 \le i \le N$$

- Recursividad:

$$\delta_t(j) = \left[\max_{1\le i\le N} \delta_{t-1}(i)a_{ij}\right] b_j(O_t) \qquad \psi_t(j) = \arg\max_{1\le i\le N}\left[\delta_{t-1}(i)a_{ij}\right]$$

$$1 \le j \le N\ ,\ \ 2 \le t \le T$$

- Terminación:

$$P^* = \max_{1\le i\le N}\left[\delta_T(i)\right] \qquad q_T^* = \arg\max_{1\le i\le N}\left[\delta_T(i)\right]$$

- Secuencia de estados óptima:

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*) \qquad t = T-1, T-2, \ldots, 1$$

Solución al problema de *Entrenamiento*

- No se conoce resolución analítica de los parámetros del modelo, que maximice la probabilidad de la secuencia de observaciones.

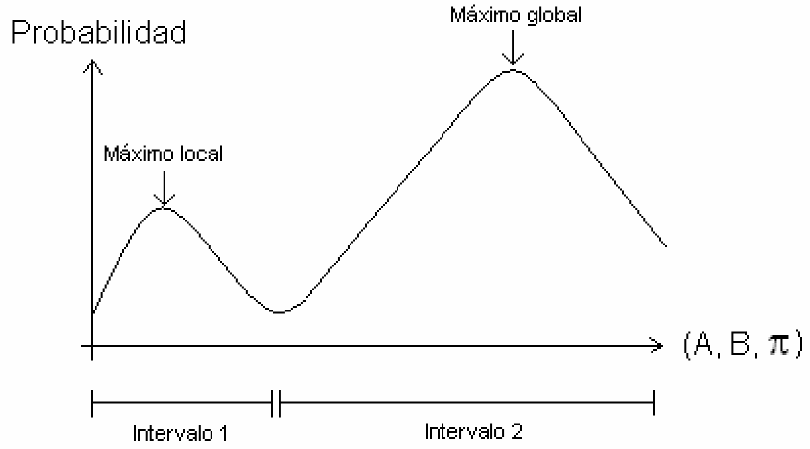
- No hay forma óptima de estimar los parámetros.

- Se puede resolver, con métodos óptimos locales, mediante procedimientos iterativos:
  - Baum-Welch
  - Métodos de gradientes.

El algoritmo Baum-Welch

- Método de optimización local → problema de mínimos locales

- Requiere de parámetros (A, B, π) iniciales



- Realiza la estimación de (A, B, π) apoyándose en:

$$\overline{\pi_i} = (\text{número esperado de veces de estar en } S_i \text{ en } t = 1)$$

$$\overline{a_{ij}} = \frac{(\text{número esperado de transiciones realizadas desde } S_i \text{ hasta } S_j)}{(\text{número esperado de transiciones realizadas desde } S_i)}$$

$$\overline{b_j(k)} = \frac{(\text{número esperado de veces de estar en } S_j \text{ y observar el símbolo } V_k)}{(\text{número esperado de veces de estar en } S_j)}$$

- Calcula una variable intermedia:

$$\varepsilon_t(i,j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j / O, \lambda)$$

$$\varepsilon_t(i,j) = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{P(O/\lambda)} = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}$$

$$P(O/\lambda) \downarrow \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \varepsilon_t(i,j) = 1$$

- También es necesario calcular: $\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^{N} \varepsilon_t(i,j)$
- Número de transiciones desde el estado S_i: $\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)$
- Número de transiciones del estado S_i al estado S_j: $\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j)$
- Fórmulas de estimación de A, B, π:

$$\overline{\pi_i} = \gamma_1(i) \qquad 1 \le i \le N$$

$$\overline{a_{ij}} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \qquad 1 \le i, j \le N$$

$$\overline{b_j(k)} = \frac{\sum_{\substack{t=1 \\ Observando\ O_t = V_k}}^{T} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j)} \qquad 1 \le j \le N, 1 \le k \le M$$

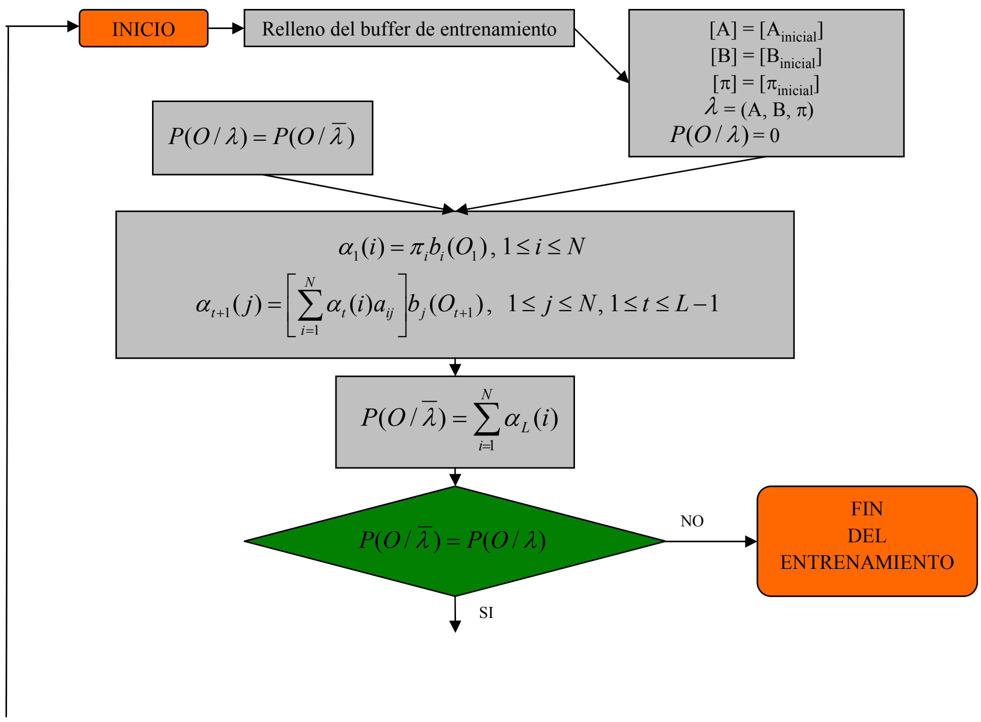
- Con estas fórmulas pasamos de un modelo $\lambda = (A, B, \pi)$ a otro modelo $\overline{\lambda} = (\overline{A}, \overline{B}, \overline{\pi})$
- Procedimiento iterativo siempre que: $P(O/\overline{\lambda}) > P(O/\lambda)$
- La iteración finaliza cuando $\overline{\lambda} = \lambda$ (máx. verosimilitud del HMM)
- En cada iteración se cumple:

$$\sum_{i=1}^{N} \overline{\pi_i} = 1$$

$$\sum_{j=1}^{N} \overline{a_{ij}} = 1, \qquad 1 \le i \le N$$

$$\sum_{k=1}^{M} \overline{b_j(k)} = 1, \quad 1 \le j \le N$$

El algoritmo Baum-Welch



El algoritmo Baum-Welch

SI

$$\beta_L(i) = 1, \quad 1 \le i \le N$$

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j), \quad 1 \le i \le N,\ t = L-1,\ldots,1$$

$$\varepsilon_t(i,j) = \frac{\alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \alpha_t(i) a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}, \quad 1 \le i, j \le N,\ t = L,\ldots,1$$

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^{N} \varepsilon_t(i,j),\ 1 \le i \le N,\ t = L,\ldots,1$$

$$\overline{\pi_i} = \gamma_1(i),\ 1 \le i \le N$$

$$\overline{a_{ij}} = \frac{\sum_{t=1}^{L-1} \varepsilon_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{L-1} \gamma_t(i)}, \quad 1 \le i, j \le N$$

$$\overline{b_j(k)} = \frac{\sum_{\substack{t=1 \\ \text{Observando } O_t = V_k}}^{L} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{L} \gamma_t(j)}, \quad 1 \le j \le N,\ 1 \le k \le M$$

Limitaciones

- Supone que las observaciones sucesivas son independientes.

- Suposición Markoviana: la probabilidad de estar en un estado en determinado tiempo, sólo depende del estado en el tiempo anterior.

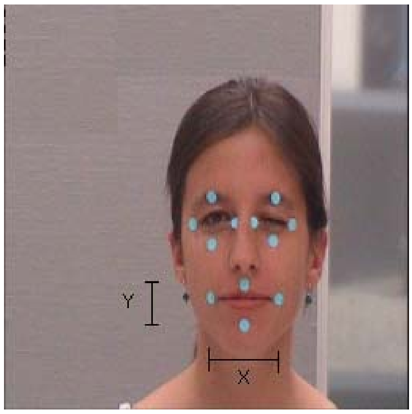
Ejemplos de aplicación

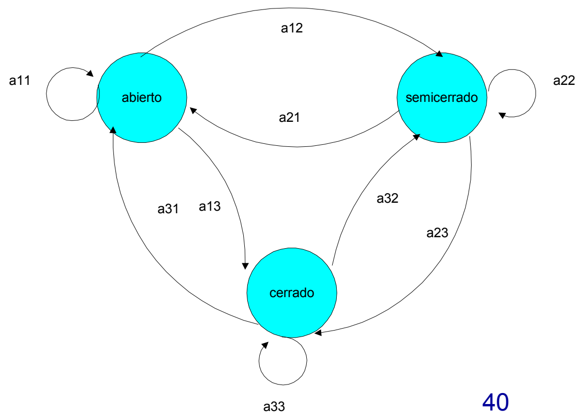
- Reconocimiento de gestos faciales mediante visión artificial usando HMMs.

- Identificación de blancos aéreos mediante radar usando HMMs

Reconocimiento de gestos

- Se han colocado unas pegatinas en la cara del usuario y se estudia su evolución en la realización de gestos mediante HMMs
- Las pegatinas se segmentan mediante un algoritmo de detección de color con funciones Gaussianas a priori
- Se han creado cuatro HMMs: dos modelan la apertura de los ojos, otro la apertura de la boca, y el último el estiramiento de la boca.





• Como observación para obtener el grado de apertura del ojo se usa la colinealidad presentada por su contorno

• Como observación para estimar la apertura de la boca se utiliza la diferencia entre los centros de gravedad de las pegatinas superior e inferior de la boca.

• Para el estiramiento se utiliza la diferencia de componentes x de las pegatinas izquierda y derecha.

• Definición de estados:

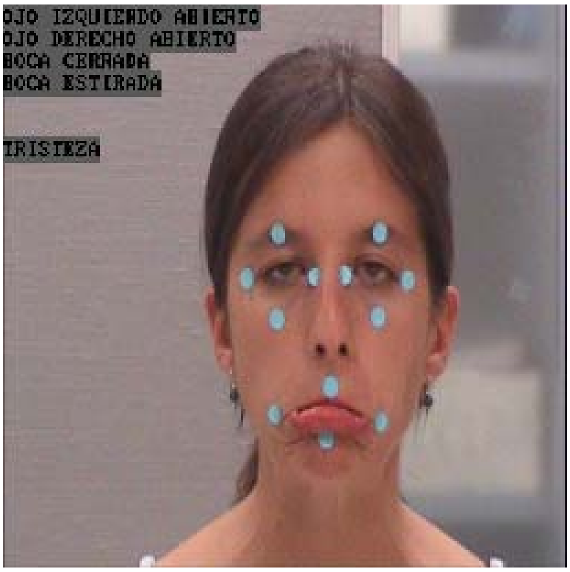
  • Para los ojos: cerrado, semicerrado y abierto.
  • Para la apertura de la boca: abierta, semiabierta y cerrada.
  • Para el estiramiento de la boca: estirada, semiestirada y encogida

Reconocimiento de gestos

- Se capturan observaciones de cada tipo (boca y ojos) y se efectúa el entrenamiento de los 4 HMM.
- El entrenamiento ajusta los valores de [A], [B] y [π]

Reconocimiento de gestos

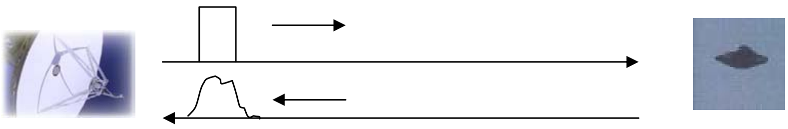
- A partir de la información anterior se pueden reconocer una serie de gestos:



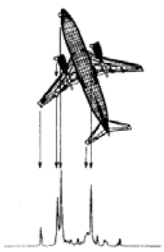
Reconocimiento de gestos

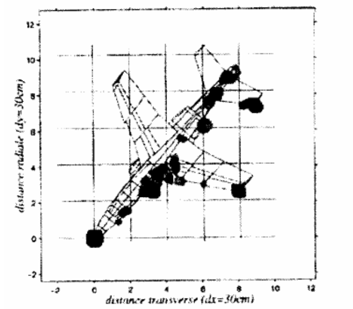
Identificación de blancos aéreos

- Objetivo: Obtener identificación positiva de un blanco aéreo sin la colaboración de éste.
- Se usa el método HRR (HIGH RESOLUTION RADAR)
  - Se basa en el estudio de las características del eco recibido



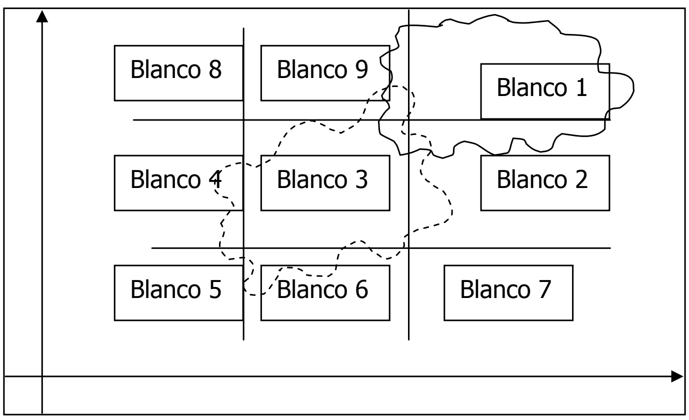
- Se produce una reflexión radar diferente en función de la forma del blanco
  - Depende de los centros de scatter

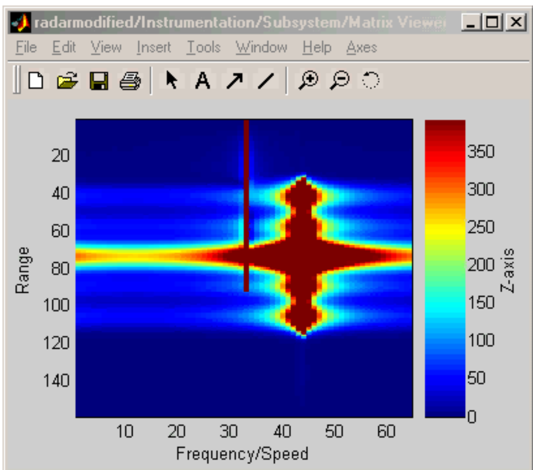




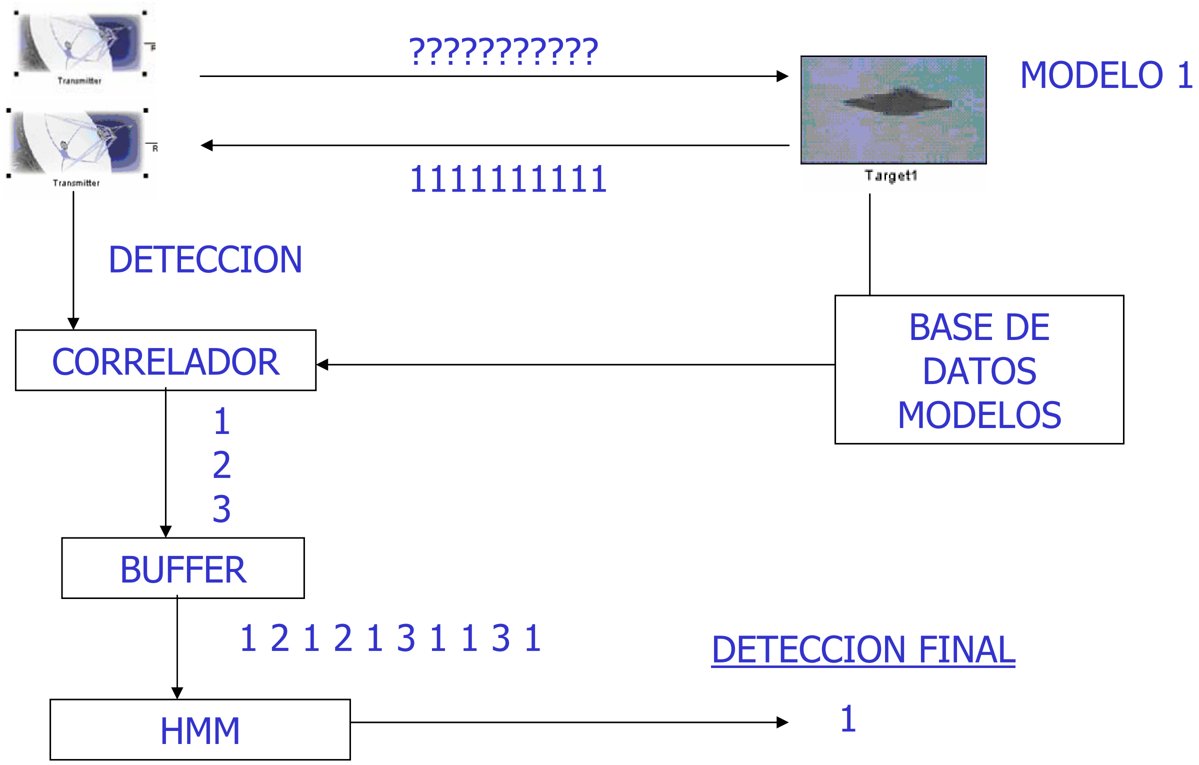
Identificación de blancos aéreos

- Las señales a clasificar son muy parecidas entre si
- Dependen del ángulo de observación
- Las regiones de decisión están muy solapadas
- La correlación equivoca a menudo la clasificación





Identificación de blancos aéreos



Identificación de blancos aéreos

- Resultados:
  - SE UTILIZAN SECUENCIAS DE ENTRENAMIENTO PARA CADA MODELO.
  - EXISTE UNA BASE DE DATOS DE OBSERVACIONES CON 800 ARRAYS DE 10 ELEMENTOS.

PORCENTAJE DE ERROR	MODELOS O. MARKOV	**CORRELACION**
Modelo 1	0 %	40 %
Modelo 2	0 %	50 %
Modelo 3	0 %	40 %
Modelo 4	0 %	40 %
Modelo 5	0 %	40 %
Modelo 6	0 %	40 %
Modelo 7	0 %	30 %
Modelo 8	0 %	40 %

Bibliografía

- Rabiner, L.R, 1989. *A tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition*. Proceedings of the IEEE, 77(2).
(http://www.ai.mit.edu/courses/6.867-f02/papers/rabiner.pdf)
- *GHMM Library* en Max Planck Institute for Molecular Genetics, http://www.ghmm.org
- Murphy, K. 1998. *HMM Toolbox for Matlab*
(http://www.ai.mit.edu/~murphyk/Software/HMM/hmm.html)