1. (a) Passem la velocitat a l'SI

$$432\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000\,m}{1\,\cancel{km}}\cdot\frac{1\,\cancel{h}}{3600\,s}=120\,m/s$$

Ara, podem calcular l'acceleració amb

$$v=v_0+at\rightarrow a=\frac{v-v_0}{t}=\frac{120-0}{5}=24\,m/s^2$$

(b) L'espai recorregut val

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2=0\cdot 5+\frac{1}{2}\cdot 24\cdot 5^2=300\,m$$

2. (a) Per trobar el temps demanat podríem mirar de resoldre l'equació

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

que amb les dades que ens proporcionen queda

$$\frac{1}{2}\cdot 2t^2+20t-400=0\rightarrow t^2+20t-400=0$$

que es pot resoldre com

$$t=\frac{-20\pm\sqrt{20^2+4\cdot 400}}{2}$$

les solucions són $t_1=12,36\,s$, $t_2=-32,36\,s$.

Però potser més senzill calcular primer la velocitat final

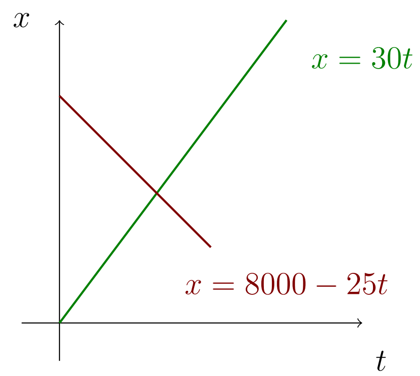
$$v^2=v_0^2+2ax\rightarrow v=\sqrt{v_0^2+2ax}=\sqrt{20^2+2\cdot 2\cdot 400}=44,72\,m/s$$

on hem pres la determinació positiva de l'arrel perquè es tracta d'un moviment horitzontal i només hi ha un mòbil. Ara podem calcular el temps demanat com

$$v=v_0+at\rightarrow t=\frac{v-v_0}{a}=\frac{44,72-20}{2}=12,36\,s$$

(b) Ja calculat a l'apartat anterior.

3. (a) Quan es mouen en sentit contrari no importa quin del dos posem a l'origen (on suposarem que es troba el punt A). Representem la situació i escrivim les equacions del moviment



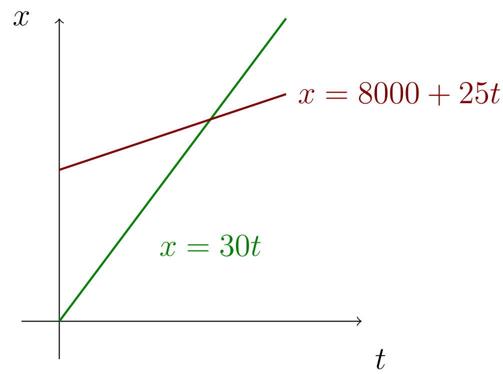
Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 30t \\ x = 8000 - 25t \end{cases}$$

igualant les equacions

$$30t = 8000 - 25t \rightarrow t = \frac{8000}{55} = 145,45\, s$$

(b) Si ara es mouen en el mateix sentit, hem de tenir en compte que el que posem darrera és el que ha d'anar més ràpid per tal que el problema tingui solució



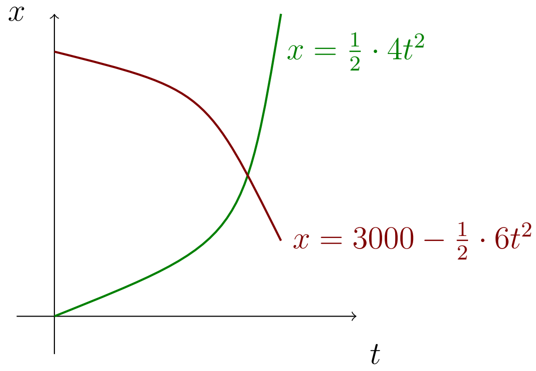
Igual que abans plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = 30t \\ x = 8000 + 25t \end{cases}$$

igualant les equacions

$$30t = 8000 + 25t \rightarrow t = \frac{8000}{5} = 1600\,s$$

4. Posem arbitràriament a l'origen de coordenades el que es mou amb acceleració $4\,m/s^2$



Plantegem un sistema d'equacions

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 4t^2 \\ x = 3000 - \frac{1}{2} \cdot 6t^2 \end{cases}$$

igualant les equacions

$$\frac{1}{2} \cdot 4t^2 = 3000 - \frac{1}{2} \cdot 6t^2 \rightarrow 5t^2 = 3000 \rightarrow t = \sqrt{\frac{3000}{5}} = 24,49\,s$$

5. (a) L'equació del moviment s'escriu com

$$y = 85 + 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

i la de la velocitat

$$v = 10 - gt$$

Per calcular el temps que tarda en arribar al terra demanem $y = 0$ en l'equació del moviment

$$0 = 85 + 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

d'on

$$gt^2 - 20t - 170 = 0$$

amb solucions

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 + 4 \cdot 170 \cdot g}}{2 \cdot g}$$

$$t_1 = 5,31\,s \qquad t_2 = -3,27\,s$$

Com que ens interessa l'evolució cap al futur de l'exercici ens quedem amb la solució positiva.

(b) Ara podem calcular amb quina velocitat arriba al terra

$$v = 10 - g \cdot 5,31 = -42,04\,m/s$$

6. (a) Les equacions del moviment són

$$y = 32 + 4t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad y = 50t - \frac{1}{2}gt^2$$

Noteu que la referència de temps i altura és la mateixa per els dos. Llavors, sabem que quan es trobin ho faran a la mateixa altura

$$32 + 4t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2} = 50t - \cancel{\frac{1}{2}gt^2}$$

d'on

$$46t = 32 \rightarrow t = \frac{32}{46} = 0,69\,s$$

(b) Per calcular l'altura a la que es troben podem fer servir qualsevol de les equacions del moviment

$$y = 50t - \frac{1}{2}gt^2 = 50 \cdot 0,69 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 0,69^2 = 34,26\,m$$

(c) Amb les equacions de la velocitat

$$v = 4 - gt \qquad v = 50 - gt$$

mirem quin signe té la velocitat en el moment de trobar-se

$$v = 4 - 9,8 \cdot 0,69 = -2,76\,m/s \qquad v = 50 - 9,8 \cdot 0,69 = 43,24\,m/s$$

de forma que, quan es troben, el que es llança des de $32\,m$ d'altura es troba baixant i el que es llança des del terra es troba pujant.

7. (a) Les equacions del moviment i la velocitat són

$$\begin{cases} x = 20\cos 60°t \\ y = 20 + 20\sin 60°t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20\sin 60° - gt \end{cases}$$

que es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 20 \cdot \frac{1}{2}t = 10t \\ y = 20 + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}t - \frac{1}{2}gt^2 = 20 + 10\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - gt = 10\sqrt{3} - gt \end{cases}$$

(b) Calculem el temps de vol demanant $y = 0$

$$0 = 20 + 10\sqrt{3}t - \frac{1}{2}gt^2$$

reescrivint l'equació

$$gt^2 - 20\sqrt{3}t - 40 = 0$$

d'on

$$t = \frac{20\sqrt{3} \pm \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + 4 \cdot g \cdot 40}}{2g} =$$

amb solucions $t_+ = 4,45\,s$ $t_- = -0,92\,s$. Com ja sabem, la solució t_+ correspon al temps de vol.

(c) Tot seguit podem calcular l'abast màxim

$$x = 10 \cdot 4,45 = 44,5\,m$$

(d) Per calcular l'altura màxima, trobem el valor del temps pel qual es troba a la part més alta de la trajectòria

$$\frac{t_+ + t_-}{2} = \frac{4,45 + (-0,92)}{2} = 1,77\,s$$

llavors

$$y(1,77) = 20 + 10\sqrt{3} \cdot 1,77 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot (1,77)^2 = 35,31\,m$$

També podíem haver demanat $v_y = 0$

$$0 = 10\sqrt{3} - gt \rightarrow t = \frac{10\sqrt{3}}{g} = \frac{10\sqrt{3}}{9,8} = 1,77\,s$$

(e) La velocitat total per qualsevol valor de temps es pot calcular com

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 \sin\alpha - gt)^2} \\ &= \sqrt{\left(20 \cdot \frac{1}{2}\right)^2 + \left(20\frac{\sqrt{3}}{2} - gt\right)^2} = \sqrt{100 + \left(10\sqrt{3} - gt\right)^2} \end{aligned}$$

Quan falten 2 segons perquè arribi al terra han passat $t = 4,45 - 2 = 2,45\,s$ de forma que la velocitat total en aquest moment val

$$v(2,45) = \sqrt{100 + \left(10\sqrt{3} - g \cdot 2,45\right)^2} = 12,03\,m/s$$

8. (a) Trobem la velocitat angular en l'SI.

$$15000\,rpm = 15000\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,\cancel{rev}} \cdot \frac{1\,\cancel{min}}{60\,s} = 500\pi\,rad/s$$

Trobem l'acceleració angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{500\pi - 0}{2} = 250\pi\,rad/s^2$$

(b) Calculem l'espai angular en radians

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 250\pi \cdot 2^2 = 500\pi\,rad$$

llavors les voltes s'obtenen com

$$500\pi\,\cancel{rad} \cdot \frac{1\,rev}{2\pi\,\cancel{rad}} = 250\,rev$$

(c) Fem servir l'equació de la velocitat

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 250\pi \cdot 0,5 = 125\pi\,rad/s$$

llavors l'acceleració centrípeta val

$$a_c = \omega^2 R = (125\pi)^2 \cdot 0,05 = 7,71 \cdot 10^3\,m/s^2$$