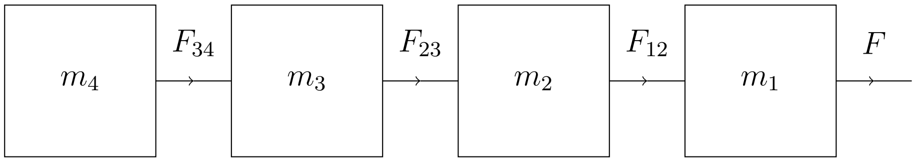
1. (a) No cal representar els parells acció reacció a les unions entre vagons.



Apliquem la segona llei de Newton al conjunt

$$F = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)a$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = \frac{10^3}{100 + 200 + 300 + 400} = 1\,m/s^2$$

(b) Apliquem la segona llei de Newton recursivament, començant per la massa més allunyada de la força F

$$F_{34} = m_4 a = 400 \cdot 1 = 400\,N$$

$$F_{23} = (m_3 + m_4)a = (300 + 400) \cdot 1 = 700\,N$$

$$F_{12} = (m_2 + m_3 + m_4)a = (200 + 300 + 400) \cdot 1 = 900\,N$$

2. (a) Fem servir una equació de cinemàtica per trobar l'acceleració

$$x = \cancel{v_0} + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 100}{15^2} = 0,89\,m/s^2$$

(b)

$$F = ma = 25 \cdot 0,89 = 22,22\,N$$

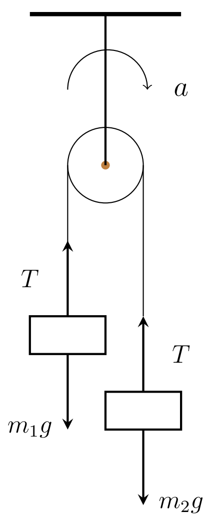
3. De la definició de força de fregament

$$F_f = \mu\,N$$

$$\mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F_f}{mg} = \frac{1000}{100 \cdot 9,8} = 1,02$$

el resultat inusual es deu a que les dades del problema no estan ben triades.

4. Representem el diagrama i posem nom a les forces que hi apareixen



pel cos de la dreta tenim

$$m_2g - T = m_2a$$

i per el de l'esquerra

$$T - m_1g = m_1a$$

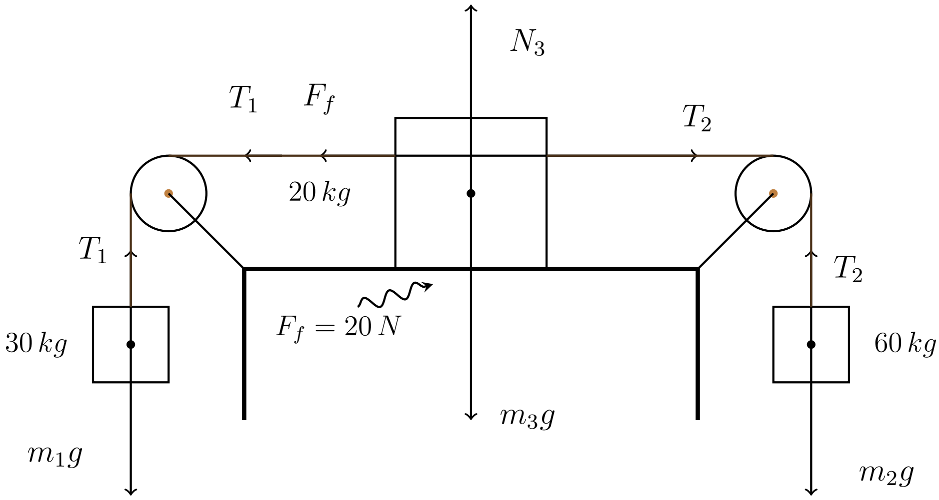
Sumant les equacions

$$m_2g - m_1g = (m_1 + m_2)a$$

d'on

$$a = \frac{m_2g - m_1g}{m_1 + m_2} = g\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = 9,8 \cdot \frac{40 - 20}{40 + 20} = 3,27\, m/s^2$$

5. Representem les forces al diagrama,



Les equacions són

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$T_2 - T_1 - F_f = m_3 g$$

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$

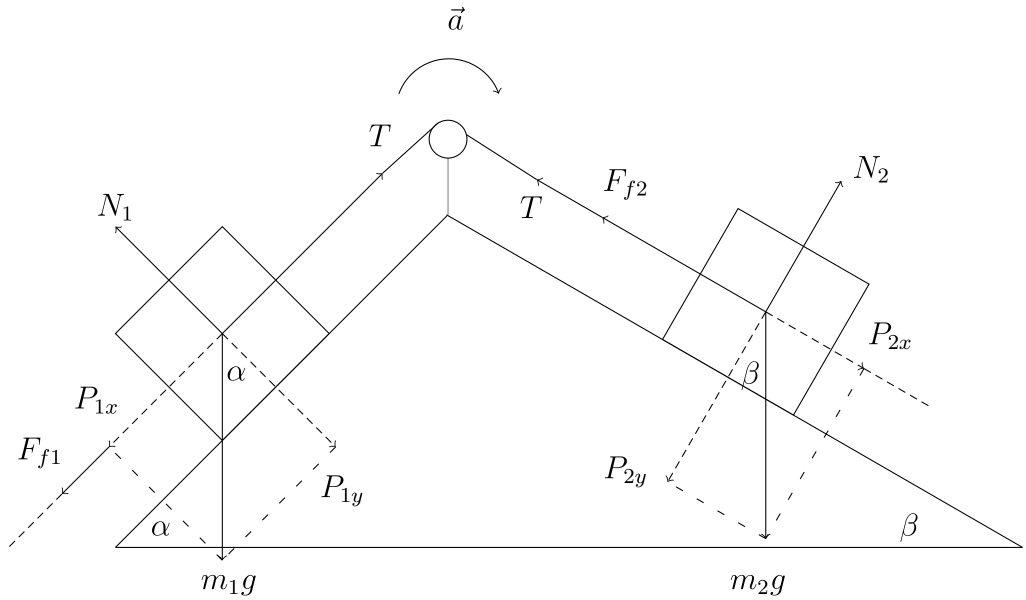
sumant-les obtenim

$$m_2 g - F_f - m_1 g = m_1 a + m_2 a + m_3 a$$

d'on

$$a = \frac{m_2 g - F_f - m_1 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{60 \cdot 9,8 - 20 - 30 \cdot 9,8}{30 + 20 + 60} = 2,49\,m/s^2$$

6. Representem les forces i localitzem els angles,



Pel cos 1 les equacions son,

$$\begin{cases} N_1 = P_{1y} \\ T - F_{f1} - P_{1x} = m_1 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\alpha \\ T - F_{f1} - m_1 g \sin\alpha = m_1 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_1 = m_1 g \cos\alpha \\ T - \mu N_1 - m_1 g \sin\alpha = m_1 a \end{cases} \rightarrow T - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = m_1 a$$

Pel cos 2 les equacions son,

$$\begin{cases} N_2 = P_{2y} \\ P_{2x} - T - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ m_2 g \sin\beta - T - F_{f2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} N_2 = m_2 g \cos\beta \\ m_2 g \sin\beta - T - \mu N_2 = m_2 a \end{cases} \rightarrow m_2 g \sin\beta - T - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a$$

Obtenim llavors el sistema

$$\begin{cases} T - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = m_1 a \\ m_2 g \sin\beta - T - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a \end{cases}$$

que es resol fàcilment per donar

$$m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta - \mu m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = m_1 a + m_2 a$$

d'on finalment

$$a = g \cdot \frac{m_2 \sin\beta - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

fent servir les dades del problema

$$a = 9,8 \cdot 10 \cdot \frac{\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ - 0,2 \cos 60^\circ - \sin 60^\circ}{10 + 10} = -3,13\, m/s^2$$

el sentit de gir l'hem triat sense cap argument en particular. Com l'acceleració surt negativa, això ens diu que els sistema **no** es mou en aquest sentit. Ara hi ha dues opcions; podríem tornar a resoldre el problema suposant que el sistema es mou en sentit contrari, o podem aprofitar la feina feta si ens adonem de quines forces canvien de sentit i quines no. Al demanar que el sistema es mogui en sentit contrari les úniques forces que canvien de sentit són les de fregament, per tant, a l'expressió

$$a = g \cdot \frac{m_2 \sin\beta - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

obtinguda abans, cal mantenir el signe de les forces de fregament, i canviar les altres dues (ja que l'acceleració ha canviat de sentit)

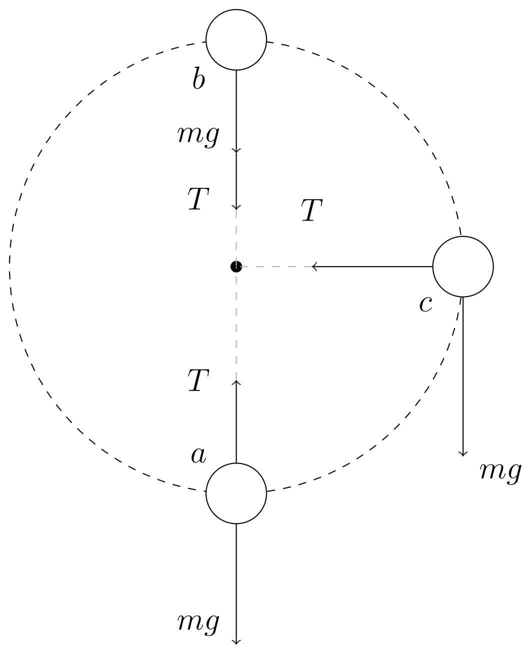
$$a = g \cdot \frac{m_1 \sin\alpha - \mu m_2 \cos\beta - \mu m_1 \cos\alpha - m_2 \sin\beta}{m_1 + m_2}$$

fent servir les dades

$$a = 9,8 \cdot 10 \cdot \frac{\sin 60^\circ - 0,2 \cos 30^\circ - 0,2 \cos 60^\circ - \sin 30^\circ}{10 + 10} = 0,45\, m/s^2$$

Noteu que el valor obtingut **no** és l'anterior canviat de signe, això només seria esperable si no hi hagués fregament.

7. Representem les forces en cada punt d'interès



(a) Al punt més baix a, tenim

$$T - mg = m\frac{v^2}{R} \to T = m\frac{v^2}{R} + mg = 3 \cdot \frac{10^2}{2} + 3 \cdot 9,8 = 179,4\, N$$

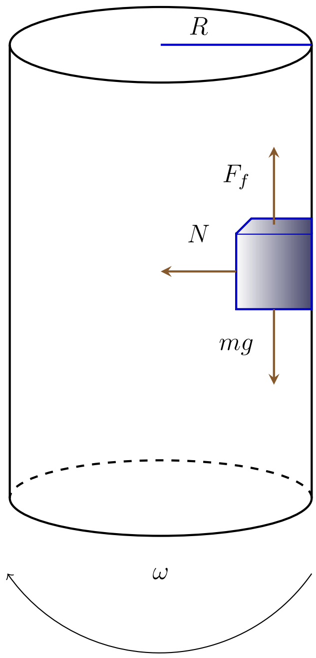
(b) Al punt més alt b, tenim

$$T + mg = m\frac{v^2}{R} \rightarrow T = m\frac{v^2}{R} - mg = 3 \cdot \frac{10^2}{2} - 3 \cdot 9,8 = 120,6\,N$$

(c) Al punt a mitja alçada c,

$$T = m\frac{v^2}{R} = 3 \cdot \frac{10^2}{2} = 150\,N$$

8. Representem la situació



Podem veure que al estar enganxat a la pared apareix una força de fregament cap a dalt en sentit contrari al pes, i la força N, que fa la paret sobre l'objecte, és la que proporciona l'acceleració centrípeta (recordeu que la centrífuga és una força fictícia).

Llavors, aplicant la segona llei de Newton als eixos horitzontal i vertical, tenim

$$N = m\omega^2 R; \quad F_f = mg$$

d'on

$$\mu N = mg \rightarrow \mu m\omega^2 R = mg \rightarrow \mu\omega^2 R = g \rightarrow R = \frac{g}{\mu\omega^2} = \frac{9,8}{0,2\cdot 5^2} = 1,96\,m$$

i veiem que no depèn de la massa de l'objecte que es troba dins el cilindre.

9. (a)

$$E_{pg} = mgh = 50\cdot 9,8\cdot 30 = 14700\,J$$

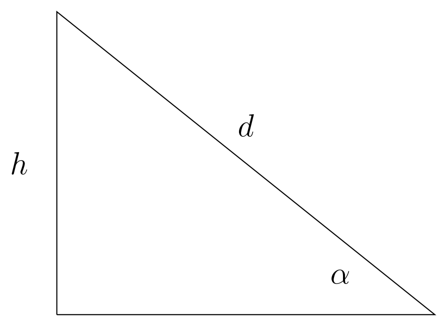
(b)

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = mgh = 14700\,J$$

(c)

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 14700}{50}} = 24,25\,m/s$$

10. Podem fer una representació mínínima per poder relacionar l'altura, angle i distància recorreguda sobre el pla



(a) Si no hi ha fregament podem escriure

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh \rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{15^2}{2\cdot 9,8} = 11,48\,m$$

i

$$h = d\sin\alpha \rightarrow d = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{11,48}{sin 30°} = 22,96\,m$$

(b) Amb fregament hem de tenir en compte el treball que es perd al llarg de la pujada

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh + \mu\cancel{m}g\cos\alpha\cdot d$$

d'on

$$\frac{1}{2}v^2 = gd\sin\alpha + \mu g\cos\alpha\cdot d$$

$$d = \frac{v^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{15^2}{2\cdot 9,8(\sin 30^\circ + 0,2\cos 30^\circ)} = 17,05\,m$$

11. (a) A partir de la conservació de la quantitat de moviment

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_1v_2'$$

podem escriure

$$2\cdot 10 + 10\cdot 0 = (2+10)\cdot v'$$

on no hem distingit les velocitats després del xoc ja que queden junts. Llavors

$$v' = \frac{20}{12} = 1,67\,m/s$$

(b) Plantegem un balanç d'energia

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{mv^2}{k}} = \sqrt{\frac{12\cdot 1,67^2}{100}} = 0,58\,m$$