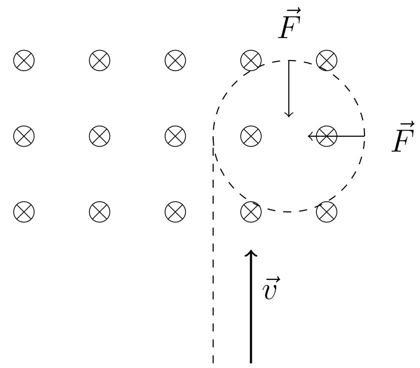
1. (a) A partir de $\theta = \omega t$, podem calcular

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 7}{1,29 \cdot 10^{-3}} = 3,41 \cdot 10^4 \, rad/s$$



Del mòdul de la llei de Lorentz i la segona llei de Newton

$$F = ma \longrightarrow qvB = ma$$

d'on

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

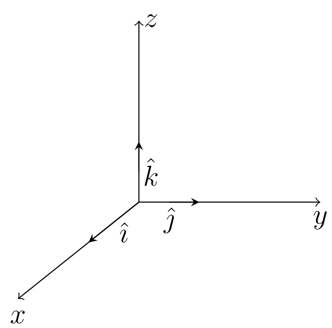
i

$$m = \frac{RqB}{v} = \frac{\cancel{R}qB}{\omega \cancel{R}} = \frac{qB}{\omega} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 45 \cdot 10^{-3}}{3,41 \cdot 10^4} = 2,11 \cdot 10^{-25} \, kg$$

(b) A partir de l'expressió del mòdul de la llei de Lorentz

$$F = qvB \to B = \frac{F}{qv} = \frac{8 \cdot 10^{-14}}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^5} = 1 \, T$$

Si adaptem la informació que proporciona l'enunciat al triedre



tenim

$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B} \rightarrow F(-\hat{\jmath}) = q\,(v\hat{k})\times\vec{B} \Rightarrow \vec{B} = B\,(-\hat{\imath})$$

és a dir, el camp magnètic ha de ser perpendicular al paper amb sentit entrant.

---

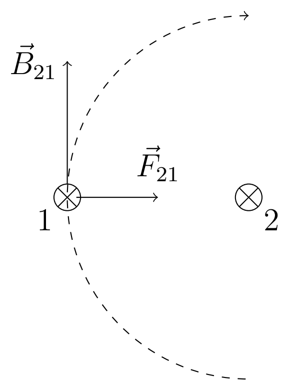
2. (a) Calculem el 5% del valor del camp

$$5\%B = \frac{5}{100}\cdot 5,00\cdot 10^{-5} = 2,50\cdot 10^{-6}$$

Ara, a partir de l'expressió que permet calcular el mòdul del camp magnètic que crea un fil de corrent infinit a una distància r d'ell,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{4\cancel{\pi}\cdot 10^{-7}\cdot 100}{2\cancel{\pi}\cdot 2,50\cdot 10^{-6}} = 8\,m$$

(b) El camp magnètic que crea el fil conductor 2 sobre el 1 té circulació horària d'acord amb la regla de la mà dreta, el vector $\vec{B}$ és tangent i en el punt on es troba el fil conductor 1 té la direcció i sentit representats



En quant a la força que fa el fil 1 sobre el 2,

$$\vec{F} = I\,\vec{l}\times\vec{B}$$

de forma que considerant el mateix triedre que a l'exercici anterior i fent les assignacions

$$\vec{l} = l\,(-\hat{\imath}) \qquad \vec{B} = B\,\hat{k}$$

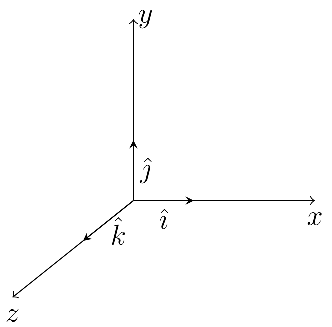
tenim

$$\vec{F} = I\,l\,(-\hat{\imath}) \times B\,\hat{k} = IlB\,\hat{\jmath}$$

és a dir que els fils s'atrauen, tal com vam veure a la teoria.

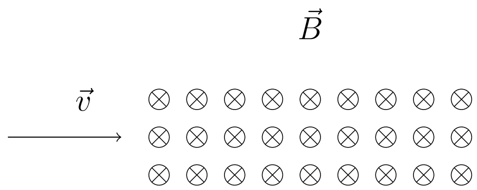
---

3. (a) Tenint en compte el triedre



i les relacions de commutació entre els vectors de la base canònica a $\mathbb{R}^3$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -|q|\,(v\,\hat{\imath}) \times (-B\,\hat{k}) = |q|\,vB(\hat{\imath} \times \hat{k}) = |q|vB(-\hat{\jmath})$$



Veiem doncs que la força que fa el camp sobre la partícula va cap a baix. Ara, a partir de

$$R = \frac{mv}{qB}$$

podem calcular la velocitat com

$$v = \frac{RqB}{m} = \frac{0,30 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,50}{1,70 \cdot 10^{-27}} = 1,41 \cdot 10^{7}\,m/s$$

(b) Ara podem calcular el període T i la velocitat angular ω

$$2\pi R = vT \to T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,30}{1,41 \cdot 10^7} = 1,34 \cdot 10^{-7}\, s$$

$$v = \omega R \to \omega = \frac{v}{R} = \frac{1,41 \cdot 10^7}{0,30} = 4,70 \cdot 10^7\, rad/s$$

En quant a l'energia cinètica

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,70 \cdot 10^{-27} \cdot (1,41 \cdot 10^7)^2 = 1,69 \cdot 10^{13}\, J$$

Com sabem, una característica fonamental del camp magnètic és que no fa treball, ja que per construcció, la força magnètica és perpendicular a la velocitat tangencial,

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

és a dir a la direcció del moviment i per la definició de treball

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

aquest producte escalar és zero quan força i direcció del moviment són perpendiculars. Dit d'una altra manera, l'energia cinètica no pot canviar per l'efecte del camp magnètic.

---

4. (a) El sentit positiu de l'eix x correspon al vector $\hat{\imath}$, llavors, de la llei de Lorentz

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$= 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot (1,00 \cdot 10^5\, \hat{\imath}) \times (1,00 \cdot 10^{-2} \hat{k})$$

$$= 1,60 \cdot 10^{-16}\, (-\hat{\jmath})\, N$$

(b) Si la trajectòria ha de ser la mateixa, $R_e = R_p$. Del mòdul de la llei de Lorentz i la segona llei de Newton

$$F = ma \longrightarrow qvb = ma$$

d'on

$$qvb = m\frac{v^2}{R}$$

i

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Llavors, la condició $R_e = R_p$ s'escriu

$$\frac{m_p v}{q_p B_p} = \frac{m_e v}{q_e B_e} \rightarrow B_e = \frac{\cancel{q_p}\cancel{v} m_e}{\cancel{q_e}\cancel{v} m_p} B_p = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{1,67 \cdot 10^{-27}} \cdot 1,00 \cdot 10^{-2} = 5,45 \cdot 10^{-6}\, T$$

A més, hem de tenir en compte que així com abans era

$$\vec{B}_p = B_p\,\hat{k}$$

ara haurà de ser

$$\vec{B}_e = B_e(-\hat{k})$$

ja que l'electró té signe contrari al protó, i volem que a banda del radi, també sigui igual el sentit de gir.