

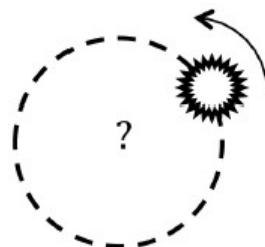
Els planetes i satèl·lits.

1.

Un dels candidats a forat negre més pròxims a la Terra és A0620-00, que està situat a uns 3 500 anys llum. Es calcula que la massa d'aquest forat negre és de $2,2 \times 10^{31}$ kg. Encara que A0620-00 no és visible, s'ha detectat una estrella que descriu cercles amb un període orbital de 0,33 dies al voltant d'un lloc on no es detecta cap altre astre.

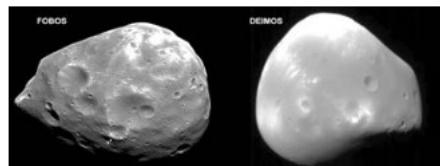
- Deduïu la fórmula per a obtenir el radi d'una òrbita circular a partir de les magnituds proporcionades. Utilitzeu aquesta fórmula per a calcular el radi de l'òrbita de l'estrella que es mou al voltant d'A0620-00.
- Calculeu la velocitat lineal i l'acceleració centrípeta de l'estrella i representeu els dos vectors v i a_c sobre una figura similar a la d'aquest problema.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



2.

El 1877, l'astrònom Asaph Hall va descobrir els satèl·lits del planeta Mart: Fobos i Deimos. El dia 6 d'agost de 2012, el robot Curiosity va arribar al planeta Mart i des de llavors envia informació a la Terra sobre les característiques d'aquest planeta. A partir de les dades subministrades, calculeu:



- La massa del planeta Mart.
- El radi de l'òrbita de Deimos i la velocitat d'escapament del robot Curiosity des de la superfície del planeta.

DADES: Radi de Mart, $R_{\text{Mart}} = 3\,390 \text{ km}$

Acceleració de la gravetat en la superfície de Mart, $g_{\text{Mart}} = 3,71 \text{ m s}^{-2}$

Període orbital de Deimos, $T_{\text{Deimos}} = 30,35 \text{ h}$

Massa de Deimos, $m_{\text{Deimos}} = 2 \times 10^{15} \text{ kg}$

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

3.

Calculeu la velocitat mínima a la qual s'ha de llançar verticalment cap amunt un satèl·lit des de la superfície terrestre perquè assoleixi una altura igual que el radi de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{T}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{T}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

4.

A partir de les dades de la taula següent, calculeu el radi de l'òrbita del planeta Júpiter.

Planeta	Radi de l'òrbita (km)	Període de revolució (anys)
Terra	$148 \cdot 10^6$	1,0
Júpiter		11,9

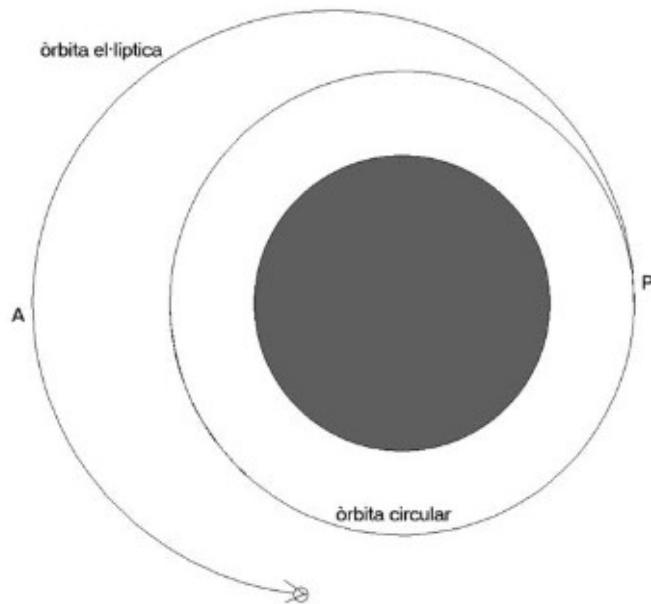
5.

Un satèl·lit de 2 000 kg de massa gira en una òrbita circular a una altura de 3 630 km sobre la superfície de la Terra.

a) Calculeu el període d'aquesta òrbita circular i la velocitat del satèl·lit.

En passar pel punt P, el satèl·lit augmenta la velocitat fins a $7,00 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ i passa a descriure una òrbita el·líptica amb una altura màxima (apogeu) en el punt A de 9 530 km.

b) Calculeu l'energia cinètica, l'energia potencial gravitatorià i l'energia mecànica total en els punts P i A en la nova òrbita el·líptica.



DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$

6.

L'Estació Espacial Internacional es mou en una òrbita pràcticament circular al voltant de la Terra a 385 km d'altura sobre la superfície terrestre. Des de la superfície terrestre som capaços de veure l'estació orbital.



- Quina és la velocitat lineal orbital de l'estació i quin és el temps que s'ha d'esperar entre dues visualitzacions consecutives?
- Des de l'estació espacial es vol llançar un coet que escapi de l'atracció terrestre. Considerant negligible la massa de l'estació, quina velocitat addicional hem de donar al coet en el moment del llançament?

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$$

NOTA: Considereu negligible el moviment de rotació de la Terra.

7.

Galatea és el quart satèl·lit de Neptú més allunyat del planeta. Va ser descobert per la sonda espacial *Voyager 2* l'any 1989. Suposem que l'òrbita que descriu és circular.



- Calculeu la velocitat lineal orbital de Galatea en el sistema de referència centrat en Neptú i calculeu la massa de Neptú.
- Calculeu el valor de la intensitat de camp gravitatori que Neptú crea a la seva pròpia superfície.

imatge de Galatea vista per la sonda *Voyager 2*

DADES: Període de l'òrbita de Galatea, $T_{\text{Galatea}} = 0,428$ dies

$$\text{Radi de l'òrbita de Galatea, } R_{\text{Galatea}} = 6,20 \times 10^4 \text{ km}$$

$$\text{Radi de Neptú, } R_{\text{Neptú}} = 2,46 \times 10^4 \text{ km}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

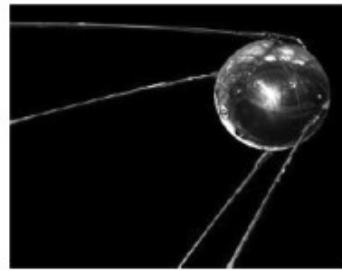
8.

Calculeu el valor de l'energia mecànica de la Lluna. Considereu únicament el sistema format per la Terra i la Lluna.

DADES: Constant de la gravitació universal $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; massa de la Terra $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; massa de la Lluna $M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; distància de la Terra a la Lluna $D_{\text{T-L}} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$.

9.

L'*Sputnik 1* va ser el primer satèl·lit artificial de la història. Consistia en una esfera d'alumini de 58 cm de diàmetre, que allotjava dins seu l'instrumental científic i de transmissions i amb quatre antenes longitudinals adossades a la part exterior. Tenia una massa de 83,6 kg i el seu període orbital era de 96,2 minuts. Actualment, hi ha rèpliques del satèl·lit en diversos museus del món, com la que es mostra en la fotografia.



- a) Expliqueu raonadament si l'*Sputnik 1* pot ser considerat un satèl·lit geostacionari. Suposant que l'òrbita hagués estat circular, calculeu-ne l'altura sobre la superfície de la Terra.
- b) L'*Sputnik 1* va ser llançat a prop de Baikonur, ciutat del Kazakhstan que es troba a uns $45,5^\circ$ de latitud nord. A aquesta latitud, els objectes en repòs sobre la superfície de la Terra van a una velocitat d'uns 325 m/s a causa de la rotació del planeta. Calculeu l'energia que va caldre subministrar a l'*Sputnik 1* per a situar-lo en la seva òrbita circular.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$$

10.

- a) Demostreu, a partir del principi de conservació de l'energia mecànica, que la velocitat d'escapament des d'un punt pròxim a la superfície d'un astre esfèric de massa M

$$\text{i radi } R \text{ és } v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

- b) Un objecte es llança verticalment des de la superfície de la Lluna amb una velocitat igual a la meitat de la velocitat d'escapament de la Lluna. Calculeu a quina altura màxima arribarà abans de tornar a caure.

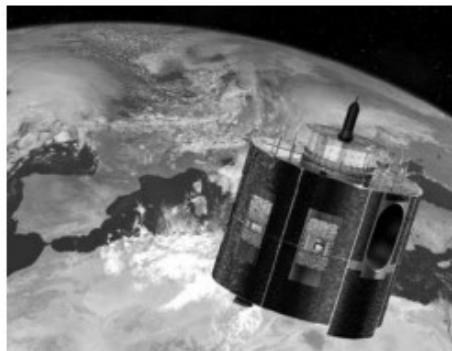
DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Lluna}} = 1\,737 \text{ km}$$

11.

El *Meteosat* és un satèl·lit meteorològic llançat per l'Agència Espacial Europea (ESA) que proporciona informació meteorològica d'Àfrica i Europa. Com que l'objectiu del *Meteosat* és oferir imatges d'una mateixa zona del planeta, el satèl·lit segueix una òrbita geostacionària: gira en el pla equatorial a la mateixa velocitat angular que la Terra.



- A quina distància de la superfície terrestre es troba el *Meteosat*?
- Quina és l'energia cinètica del *Meteosat*? Quina energia mínima caldria proporcionar-li perquè s'allunyés indefinidament de la Terra?

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$$

$$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$m_{\text{Meteosat}} = 2,00 \times 10^3 \text{ kg}$$

12.

Un meteorit, de 400 kg de massa, cau sobre la Lluna amb una trajectòria perpendicular a la superfície d'aquest satèl·lit. Quan es troba a 10 000 km de la superfície lunar, la velocitat del meteorit és de 15 000 km/h.

- Determineu el valor de la velocitat amb què el meteorit arriba a la superfície de la Lluna.
- Calculeu l'energia mecànica que té el meteorit a 10 000 km de la Lluna i la que té un cos de la mateixa massa situat en una òrbita a aquesta mateixa altura sobre la superfície de la Lluna. Indiqueu quina de les dues energies mecàniques és més gran.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

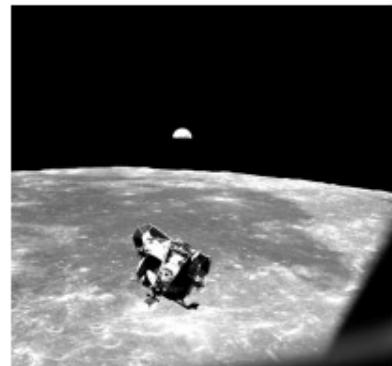
$$M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$$

13.

L'any 1969, el mòdul de comandament *Columbia*, de la missió Apollo 11, tripulada per l'astronauta Michael Collins, orbitava a 100 km d'altura sobre la superfície de la Lluna amb un període de 118 minuts. Mentrestant, Neil Armstrong i Edwin Aldrin, els altres dos tripulants, caminaven sobre la Lluna. Calculeu:

- La massa de la Lluna i la intensitat del camp gravitatori a la superfície lunar.
- La velocitat d'escapament des de la superfície lunar.



DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$$

14.

Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té un període orbital al voltant del Sol de 4,60 anys, amb una massa de $9,43 \times 10^{20}$ kg i un radi de 477 km. Calculeu:

- Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície? Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitòria del planeta?
- La distància mitjana entre Ceres i el Sol, tenint en compte que la distància mitjana entre la Terra i el Sol mesura $1,50 \times 10^{11}$ m i que el període orbital de la Terra al voltant del Sol és d'un any.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$



15.

El satèl·lit *Terra* de la NASA està dissenyat per a recollir dades sobre la superfície de la Terra, els oceans i l'atmosfera, amb l'objectiu d'estudiar la interrelació entre aquests medis i els sistemes biològics existents. El satèl·lit segueix una òrbita circumpolar (circular en el pla que passa pels dos pols) a 760 km de la superfície de la Terra i té una massa de $4,86 \times 10^3$ kg.

- Quin és el període del moviment del satèl·lit en la seva òrbita?
- Calculeu l'energia necessària que hem de subministrar al satèl·lit per a enviar-lo a la seva òrbita, si és llançat des de la superfície de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$;

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$$

16.

El febrer del 2009 es va descobrir CoRoT-7b, un dels planetes extrasolars més petits trobats fins ara. El planeta CoRoT-7b gira al voltant de l'estel CoRoT-7, en una òrbita pràcticament circular de $2,58 \times 10^9$ m de radi, i fa una volta a aquest estel cada 20,5 h. La massa del planeta és $2,90 \times 10^{25}$ kg i té un radi de $1,07 \times 10^7$ m. Calculeu:

- La massa de l'estel CoRoT-7.
- L'acceleració de la gravetat en la superfície del planeta CoRoT-7b i la velocitat d'escapament en aquest planeta.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

17.

1. Quina de les expressions següents dóna l'energia amb què cal llançar un cos des de la superfície terrestre perquè escapi del camp gravitatori?
 - a) $mg_0 R_T$
 - b) $mg_0 R_T^2$
 - c) mg_0 / R_T
2. Si la intensitat gravitòria en un punt exterior a la Terra val $g_0/16$, es pot assegurar que aquest punt es troba a una distància de
 - a) $4R_T$ de la superfície terrestre.
 - b) $16R_T$ del centre de la Terra.
 - c) Cap de les respuestes anteriors no és correcta.

NOTA: g_0 representa l'acceleració de la gravetat a la superfície terrestre, i R_T representa el radi de la Terra.

18.

Al voltant de l'estrella WASP-18, que té una massa de $2,66 \times 10^{30}$ kg, s'ha descobert un planeta que gira en una òrbita aproximadament circular amb un període orbital excepcionalment curt: només 22,6 hores. La massa del planeta és deu vegades més gran que la massa de Júpiter.

- a) Calculeu el radi de l'òrbita d'aquest planeta.
- b) Calculeu l'energia cinètica del planeta en el seu moviment orbital i l'energia mecànica del sistema format per l'estrella i el planeta.

DADES: $M_{\text{júpiter}} = 1,90 \times 10^{27}$ kg;
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

19.

- a) A la superfície d'un planeta, l'acceleració de la gravetat és $\mathbf{g}_s = 9 \text{ m/s}^2$, i a una altura $h = 100 \text{ km}$, és $\mathbf{g}_h = 8,7 \text{ m/s}^2$. Determineu el radi d'aquest planeta.
- b) És possible que un satèl·lit artificial orbiti al voltant de la Terra a una velocitat de 10 km/s? Calculeu l'hipotètic radi d'aquesta òrbita i compareu-lo amb el radi de la Terra per justificar la resposta.

DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_{\text{Terra}} = 6371 \text{ km}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

20.

Disposem de les dades següents del Sistema Solar:

DADES: $1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$; $R_{\text{Terra}} = 6,378 \times 10^6 \text{ m}$;
 $M_{\text{Terra}} = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$; $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Planetes	Distància mitjana al Sol (UA)	Període orbital (anys)	Radi mitjà/R _{Terra}	Massa/M _{Terra}
Mercuri	0,387	0,2408	0,386	0,055
Venus	0,723	0,6152	0,949	0,815
Terra	1	1,000	1	1
Mart	1,52	1,881	0,532	0,107
Júpiter	5,20	11,86	11,2	318
Saturn	9,54	29,45	9,45	95
Urà	19,2	84,02	4,01	14
Neptú	30,1	164,8	3,88	17

- a) Calculeu el valor de la constant de la tercera llei de Kepler per a Venus, Júpiter i Saturn. Expresseu-la amb les xifres significatives adequades i amb les unitats que figuren en la taula. Amb els valors calculats, determineu el valor més correcte de la constant per al Sistema Solar.
- b) Calculeu la massa del Sol i l'acceleració de la gravetat a la superfície de Mart.

21.

L'òrbita de la Terra al voltant del Sol es pot considerar circular, amb un període d'un any i un radi d' $1,50 \cdot 10^8 \text{ km}$. Considerant únicament el sistema format pel Sol i la Terra:

- a) Calculeu la massa del Sol.
- b) Determineu l'energia mecànica total (cinètica i potencial) de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

22.

El 4 d'octubre de 1957 es va llançar a l'espai el primer satèl·lit artificial, l'*Sputnik 1*, que va descriure una òrbita a 586 km d'altura sobre la superfície de la Terra. Suposant que aquesta òrbita era circular i sabent que la massa de l'*Sputnik 1* era 83,6 kg, calculeu:

- a) El període de rotació del satèl·lit en l'òrbita que descrigué al voltant de la Terra.
- b) La velocitat a què anava l'*Sputnik 1* en girar i la intensitat del camp gravitatori en la seva òrbita.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Terra}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

23.

L'Estació Espacial Internacional (ISS, *International Space Station*) és fruit de la col·laboració internacional per a construir i mantenir una plataforma d'investigació amb presència humana de llarga durada a l'espai. Suposeu que la ISS té una massa de $3,7 \cdot 10^5$ kg i que descriu una òrbita circular al voltant de la Terra a una distància de $3,59 \cdot 10^5$ m des de la superfície. Calculeu:

- La velocitat de l'Estació Espacial Internacional i el temps que triga a fer una volta a la Terra.
- L'energia mecànica de la ISS. Justifiqueu el signe del valor trobat.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$;

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg};$$

$$R_{\text{Terra}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}.$$

24.

El 15 d'octubre de 2003, la Xina va posar en òrbita la seva primera nau espacial tripulada, de manera que esdevingué el tercer país del món a assolir aquesta fita. La nau tenia una massa de 7 790 kg i un període orbital de 91,2 minuts. Calculeu:

- L'altura de l'òrbita sobre la superfície de la Terra, si suposem que és circular.
- L'increment d'energia cinètica que caldria comunicar a la nau quan es troba en òrbita, perquè s'allunyi indefinidament de l'atracció terrestre.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Terra}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

25.

Els cometes descriuen òrbites el·líptiques molt allargades al voltant del Sol, de manera que la distància del cometa al Sol varia molt. En quina posició respecte al Sol el cometa va a una velocitat més gran? I en quina va a una velocitat més petita? Justifiqueu les respostes utilitzant arguments basats en l'energia.

26.

Els satèl·lits GPS (*global positioning system*, 'sistema de posicionament global') descriuen òrbites circulars al voltant de la Terra. El conjunt dels satèl·lits permet que en qualsevol punt de la Terra una persona amb un receptor GPS pugui determinar la posició on es troba amb una precisió de pocs metres. Tots els satèl·lits GPS estan a la mateixa altura i fan dues voltes a la Terra cada 24 hores. Calculeu:

- La velocitat angular dels satèl·lits i l'altura de la seva òrbita, mesurada sobre la superfície de la Terra.
- L'energia mecànica i la velocitat lineal que té un d'aquests satèl·lits GPS en la seva òrbita.
- La nova velocitat i el temps que trigaria a fer una volta a la Terra, si féssim orbitar un d'aquests satèl·lits a una altura doble.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{TERRA}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{TERRA}} = 6\,380 \text{ km}$;
 $M_{\text{SAT}} = 150 \text{ kg}$.

27.

La distància mitjana del planeta Júpiter al Sol és 5,203 vegades la distància mitjana de la Terra al Sol. La massa de Júpiter és 317,8 vegades la massa de la Terra, i té un radi que és 10,52 vegades el radi terrestre. Suposem que les òrbites dels planetes que giren al voltant del Sol són circulars. Calculeu:

- a) La durada de l'«any» de Júpiter, és a dir, el temps que triga Júpiter a fer una volta entorn del Sol.
- b) La velocitat d'escapament a la superfície de Júpiter.

DADES: $R_{\text{Terra}} = 6367 \text{ km}$; $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

28.

Suposem que la distància entre la Terra i el Sol es reduís a la meitat.

1. La força d'atracció entre el Sol i la Terra seria
 - a) el doble.
 - b) la meitat.
 - c) quatre vegades més gran.
2. La durada de l'any terrestre
 - a) disminuiria.
 - b) augmentaria.
 - c) seria la mateixa.

29.

La primera missió europea dedicada a estudiar l'origen de l'Univers enviarà a l'espaï el satèl·lit *Planck*, que analitzarà la radiació de fons provinent del *Big Bang*. El satèl·lit *Planck* es llançarà l'any 2009, tindrà una massa de 1800 kg i se situarà en una òrbita al voltant de la Terra que es troba a 1,5 milions de kilòmetres del centre del planeta. Suposeu que el satèl·lit descriurà una òrbita circular.

Calculeu:

- a) La velocitat del satèl·lit i els dies que tardarà a fer una volta a la Terra.
- b) L'energia cinètica, l'energia potencial gravitatorià i l'energia mecànica del satèl·lit *Planck* quan estigui en aquesta òrbita.
- c) La velocitat a la qual arribaria a la superfície terrestre, si per alguna circumstància la velocitat del satèl·lit esdevingués nul·la. Considerem negligible el fregament amb l'aire quan entrés a l'atmosfera terrestre.

DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Terra}} = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

30.

A partir de les dades sobre Júpiter i la Terra del quadre següent, trobeu:

- L'acceleració de la gravetat a la superfície de Júpiter.
- La velocitat d'escapament de la superfície de Júpiter.
- Els anys que tarda Júpiter a fer una volta entorn del Sol.

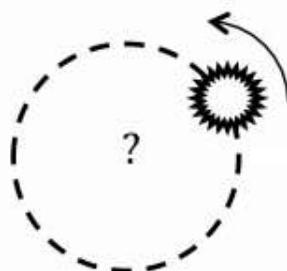
Dades bàsiques	Júpiter	Terra
Radi equatorial	71 492 km	6 378 km
Distància mitjana respecte al Sol	778 330 000 km	149 600 000 km
Període de revolució entorn del Sol		1 any
Massa	$318 M_{\text{Terra}}$	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Gravetat superficial a l'equador		$9,8 \text{ m/s}^2$

31.

Un dels candidats a forat negre més pròxims a la Terra és A0620-00, que està situat a uns 3 500 anys llum. Es calcula que la massa d'aquest forat negre és de $2,2 \times 10^{31} \text{ kg}$. Encara que A0620-00 no és visible, s'ha detectat una estrella que descriu cercles amb un període orbital de 0,33 dies al voltant d'un lloc on no es detecta cap altre astre.

- Deduïu la fórmula per a obtenir el radi d'una òrbita circular a partir de les magnituds proporcionades. Utilitzeu aquesta fórmula per a calcular el radi de l'òrbita de l'estrella que es mou al voltant d'A0620-00.
- Calculeu la velocitat lineal i l'acceleració centrípeta de l'estrella i representeu els dos vectors \mathbf{v} i \mathbf{a}_c sobre una figura similar a la d'aquest problema.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



32.

Un aventurer desitjós de batre definitivament el rècord del món de caiguda lliure planxa deixar-se caure, partint d'un estat de repòs, des d'una altura de 330,0 km i no obrir el paracaigudes fins als 50,0 km d'altura. Calculeu:

- L'acceleració de la gravetat quan comença el salt i quan obre el paracaigudes.
- La velocitat que portarà quan sigui a 80,0 km d'altura (considereu negligible la resistència de l'aire).

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

$$R_{\text{Terra}} = 6 370 \text{ km}.$$

33.

El 6 d'agost de 2012, el robot *Curiosity* va ser dipositat damunt la superfície de Mart per una càpsula d'entrada atmosfèrica ideada pel Mars Science Laboratory. Aquesta càpsula va iniciar l'entrada a l'atmosfera a 125 km de la superfície de Mart i a una velocitat de $5\,845\text{ m s}^{-1}$. Les tècniques usades en el descens van fer que el vehicle arribés a la superfície marciana a una velocitat de només $0,60\text{ m s}^{-1}$. Tenint en compte que la massa del *Curiosity* és de 899 kg, calculeu:

- L'increment de l'energia mecànica del vehicle en el descens.
- El mòdul de la intensitat de camp gravitatori que fa Mart en el punt inicial del descens del *Curiosity* i la força (mòdul, direcció i sentit) que el planeta fa sobre el robot en aquest punt.

DADES: Massa de Mart, $M_{\text{Mart}} = 6,42 \times 10^{23}\text{ kg}$.
Radi de Mart, $R_{\text{Mart}} = 3,39 \times 10^6\text{ m}$.
 $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ N m}^2\text{ kg}^{-2}$.



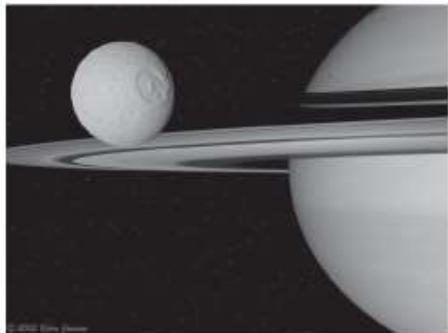
imatge del *Curiosity* al cràter Gale, a la superfície de Mart (31 d'octubre de 2012)

34.

La massa de Saturn crea un camp gravitatori al seu voltant. Un dels seus satèl·lits, Mimas, té una massa de $3,80 \times 10^{19}\text{ kg}$ i descriu una òrbita pràcticament circular al voltant del planeta.

- Si el període de Mimas al voltant de Saturn és de 22 h 37 min i 5 s, a quina altura per sobre de la superfície de Saturn orbita Mimas? A quina velocitat?
- Quina és l'energia mecànica de Mimas? Què significa el signe del resultat?

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ N m}^2\text{ kg}^{-2}$.
 $R_{\text{Saturn}} = 5,73 \times 10^7\text{ m}$.
 $M_{\text{Saturn}} = 5,69 \times 10^{26}\text{ kg}$.



35.

El projecte ExoMars és una missió espacial amb la finalitat de buscar vida al planeta Mart. En una primera fase, el 2016, constava d'un satèl·lit, l'*ExoMars Trace Gas Orbiter*, en òrbita circular al voltant de Mart a 400 km d'altura, i d'un mòdul de descens, l'*Schiaparelli*, que havia d'aterrar a Mart.

Però quan el mòdul de descens estava a 3,7 km d'altura sobre Mart, pràcticament aturat, els sistemes automàtics van interpretar erròniament que ja havia arribat a la superfície. Van aturar els retrocoets i el mòdul es va desprendre del paracaigudes. Com a resultat, l'*Schiaparelli* es va precipitar en caiguda lliure.



- Calculeu el període de l'*ExoMars Trace Gas Orbiter*.
- Determineu el valor de l'acceleració de la gravetat a la superfície de Mart i la velocitat a la qual la nau va impactar a la superfície. (Considereu que la gravetat és constant durant la caiguda i la fricció amb l'atmosfera de Mart és negligible.)

DADES: Massa de Mart = $6,42 \times 10^{23}$ kg.

Radi de Mart = $3,38 \times 10^6$ m.

$G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻².

36.

A finals de l'any 1933, a la Universitat de Stanford (EUA), Fritz Zwicky i Walter Baade van proposar per primera vegada l'existència de les estrelles de neutrons. Aquestes estrelles, formades només per neutrons, es poden originar després de l'explosió d'una supernova. Els neutrons que les formen són el resultat de la fusió de protons i electrons, provocada per la compressió que exerceix el camp gravitatori d'aquestes estrelles. Per a una estrella de neutrons determinada que té una massa de $2,9 \times 10^{30}$ kg i un radi de 10 km, calculeu:



- El mòdul de la intensitat de camp gravitatori que l'estrella de neutrons crea a la seva pròpia superfície.
- La velocitat mínima que hem de donar a un coet en el moment del llançament des de la superfície de l'estrella perquè es pugui escapar de l'atracció d'aquesta (ignoreu els possibles efectes relativistes). Demostreu l'expressió utilitzada per a fer el càlcul i feu esment del principi de conservació en què us baseu.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻².

El camp elèctric

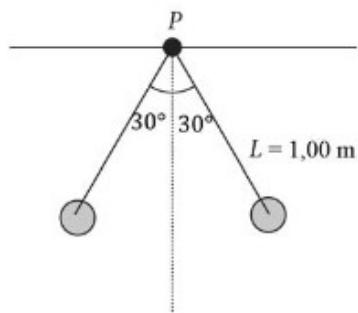
37.

Dues esferes metàl·liques massisses pengen cadascuna d'un fil no conductor, com mostra la figura. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega negativa de valor $-5,80 \mu\text{C}$ i es troben en equilibri formant un angle de 30° amb la vertical. La distància des del punt P fins al centre de cada esfera és d'1,00 m.

- Calculeu el valor de la massa de cadascuna de les esferes.
- Calculeu el camp elèctric total (mòdul, direcció i sentit) en el punt P .

DADES: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$



38.

Un canó elèctric que dispara electrons els accelera, mitjançant un camp elèctric uniforme generat per dues plaques metàl·liques (A i B), des del repòs fins a una velocitat de $2,00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$ (figura 1). Dins del canó, els electrons inicien el recorregut a la placa A i viatgen cap a la placa B, per on surten horitzontalment cap a la dreta per un petit orifici. Les dues plaques són paralles i estan separades per 4,00 cm.

- Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques i indiqueu quina placa té el potencial més alt i quina té el potencial més baix. Dibuixeu la figura 1 i representeu-hi les línies de camp elèctric entre les dues plaques.
- Més endavant, els electrons passen entre dues altres plaques, que generen un camp elèctric uniforme de 500 N C^{-1} vertical cap amunt (figura 2). Calculeu l'acceleració dels electrons quan estiguin sota l'acció d'aquest camp elèctric i les dues components de la velocitat en sortir del recinte on hi ha el camp elèctric.

DADES: $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.
 $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

NOTA: Considereu negligible el camp gravitatori.

FIGURA 1

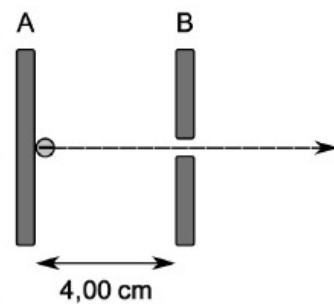
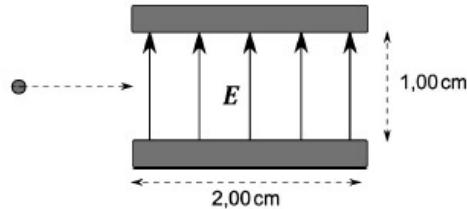


FIGURA 2



39.

Una partícula carregada crea, a una distància d d'on es troba, un potencial de $-6,00 \times 10^3 \text{ V}$ i un camp elèctric de mòdul 667 N C^{-1} .

- Calculeu el valor de la càrrega i el valor de la distància d .
- Expliqueu com són les línies de camp i les superfícies equipotencials del camp que crea la càrrega.

DADA: $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

40.

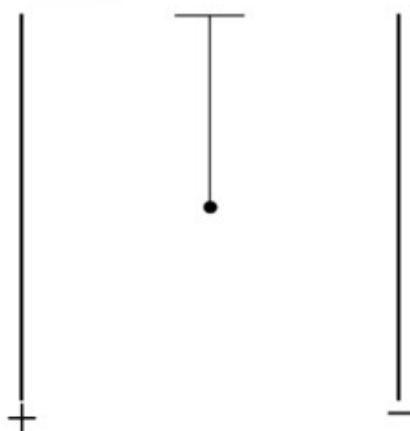
Dues càrregues elèctriques de $0,03 \mu\text{C}$ cadascuna, però de signe contrari, es troben separades $40,0 \text{ cm}$.

- Representeu i calculeu el vector del camp elèctric en el punt que forma un triangle equilàter amb la posició de les càrregues. Calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- Si modifiquem la distància entre les càrregues fins a duplicar-la, en quant varia l'energia potencial elèctrica de la distribució de càrregues? Expliqueu raonadament si augmenta o disminueix.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

41.

Entre les dues làmines de la figura, separades una distància $d = 3,0 \text{ m}$, tenim un camp elèctric uniforme de $1,5 \times 10^3 \text{ N C}^{-1}$.



En el centre de l'espai limitat per les dues làmines posem una llentia metàllica carregada, penjada d'un fil. Tenint en compte que la longitud del fil és de $1,5 \text{ m}$, que la càrrega de la llentia és de $Q = -5,0 \times 10^{-5} \text{ C}$ i que té una massa $m = 12 \text{ g}$:

- Representeu les forces que actuen sobre la llentia en el punt d'equilibri i calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical en l'equilibri.
- Calculeu la diferència de potencial entre la posició d'equilibri i la posició vertical.

42.

Tenim tres partícules carregades, $Q_1 = 3,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5,0 \mu\text{C}$ i $Q_3 = -8,0 \mu\text{C}$, situades, respectivament, en els punts $P_1 = (-1,0, 3,0)$, $P_2 = (3,0, 3,0)$ i $P_3 = (3,0, 0,0)$.

- Dibuixeu les forces que exerceixen Q_1 i Q_2 sobre Q_3 . Calculeu la força elèctrica total, expressada en coordenades cartesianes, que actua sobre Q_3 .
- Calculeu el treball que fa la força elèctrica sobre Q_3 quan aquesta càrrega es desplaça des del punt P_3 , que ocupa inicialment, fins al punt $P_4 = (-1,0, -3,0)$. Interpreteu el signe del resultat.

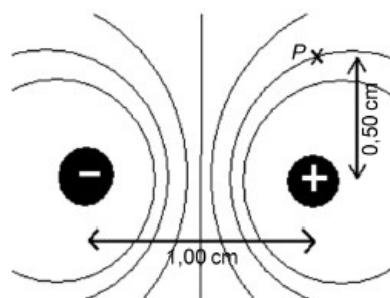
NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 9,0 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

43.

Un dipol està format per una càrrega positiva $+q$ i una càrrega negativa $-q$, del mateix valor, separades per 1,00 cm. En la figura s'han representat les superfícies equipotencials amb la mateixa separació de potencials entre cada parell de línies consecutives. Sabem que en el punt P el potencial és de +10 V.

- Reproduïu la figura i indiqueu els valors de potencial elèctric de cada una de les superfícies equipotencials que hi apareixen. Representeu-hi també, de manera aproximada, les línies de camp elèctric d'aquesta regió de l'espai.
- Calculeu el valor de les càrregues $+q$ i $-q$.



DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

44.

Dues càrregues elèctriques puntuals de $+3 \mu\text{C}$ i $-7 \mu\text{C}$ es troben situades, respectivament, en els punts $(0, 3)$ i $(0, -5)$ d'un pla. Calculeu:

- El camp elèctric que creen aquestes càrregues en el punt $P(4, 0)$.
- La diferència de potencial $V(O) - V(P)$, on O és el punt $(0, 0)$.
- El treball que cal fer per a traslladar una càrrega de $+5 \mu\text{C}$ des del punt $O(0, 0)$ fins al $P(4, 0)$. Interpreteu el signe del resultat.

NOTA: Les coordenades dels punts s'expressen en metres.

DADES: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

45.

En una zona de l'espai hi ha dues càrregues elèctriques puntuals de la mateixa magnitud però de signe contrari separades 20,0 cm.

- Calculeu l'energia potencial de la distribució de càrregues.
- Quin treball cal fer per a separar les càrregues des d'una distància inicial de 20,0 cm fins a una distància final de 50,0 cm?

DADES: Valor absolut de cada càrrega = 1,00 μC

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

46.

Tenim dues càrregues elèctriques de valors $q_1 = +10^{-3}$ C, $q_2 = -10^{-4}$ C, situades en els punts (0, 3) i (-3, 0), respectivament.

Determineu:

- Les components del camp elèctric en el punt (0, 0).
- L'energia potencial electrostàtica del sistema.
- El treball que cal fer per a traslladar una càrrega $Q = +10^{-4}$ C des de l'infinit fins al punt (0, -3). Interpreteu el signe del resultat obtingut.

NOTA: Les coordenades dels punts s'expressen en metres.

DADES: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

47.

Per a obtenir un camp elèctric vertical aproximadament uniforme de 5 000 N/C i dirigit cap amunt, disposem de dues plaques metàl·liques paralles separades 10,0 mm, a les quals apliquem una diferència de potencial.

- Feu un esquema del muntatge en què indiqueu el signe de la càrrega de cada placa i representeu-hi les línies del camp elèctric. Calculeu la diferència de potencial entre les plaques i justifiqueu el signe del resultat.
- Dues partícules de pols, de 0,50 μg de massa cadascuna, es troben entre les dues plaques. Una de les partícules (A) queda suspesa en equilibri i l'altra (B) es mou amb una acceleració de 14,7 m/s^2 cap avall. Determineu la càrrega elèctrica de cada partícula. Considerieu que entre les plaques no hi ha aire.

DADA: $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

48.

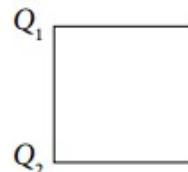
Una càrrega puntual $Q_1 = +1,00 \times 10^{-8}$ C està situada a l'origen de coordenades. Una altra càrrega puntual $Q_2 = -2,00 \times 10^{-8}$ C està situada en el semieix Y positiu, a 3,00 m de l'origen. Calculeu:

- El camp i el potencial electrostàtic en un punt A situat en el semieix X positiu, a 4,00 m de l'origen. Dibuixeu un esquema de tots els camps elèctrics que interveuen en el problema.
- El treball fet pel camp elèctric en traslladar una càrrega puntual d'1,00 C des del punt A a un punt B de coordenades (4,00, 3,00) m.

DADA: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

49.

En el quadrat de la figura, de 2,00 m de costat, hi ha dues càrregues $Q_1 = 9,00 \mu\text{C}$ i $Q_2 = -9,00 \mu\text{C}$ en els vèrtexs de l'esquerra.

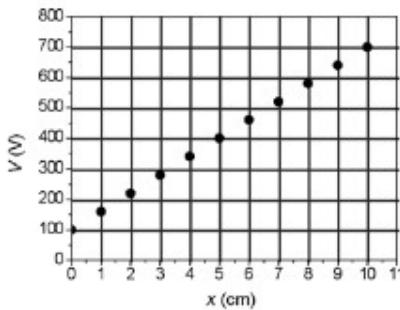


- Determineu la intensitat del camp elèctric en el centre del quadrat.
- En el centre del quadrat hi situem una tercera càrrega $Q_3 = 7,00 \mu\text{C}$. Calculeu el treball que farà la força elèctrica que actua sobre Q_3 quan la traslladem del centre del quadrat al vèrtex inferior dret.

DADA: $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

50.

En la gràfica següent es representa el potencial elèctric que hi ha a l'interior d'un condensador planoparal·lel, en què la x indica la distància a una de les armadures del condensador. La distància entre les armadures és de 10 cm.



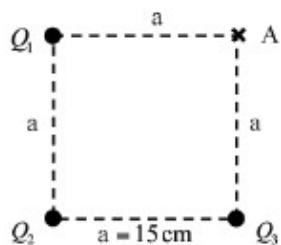
Determineu:

- La diferència de potencial entre les armadures.
- L'equació de la recta que ajusta els punts de la gràfica i la intensitat del camp elèctric a l'interior del condensador.

51.

En tres dels vèrtexs d'un quadrat de 15 cm de costat hi ha les càrregues $Q_1 = +1,0 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ i $Q_3 = +1,0 \mu\text{C}$, tal com indica la figura. Calculeu:

- El camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) creat per les tres càrregues en el quart vèrtex, punt A.
- El potencial elèctric total en el punt A. Calculeu el treball que cal fer per a traslladar una càrrega de $7,0 \mu\text{C}$ des de l'infinit fins al punt A. Digueu si el camp fa aquest treball o si el fa un agent extern.



52.

Un dipol elèctric és un sistema constituït per dues càrregues del mateix valor i de signe contrari, separades per una distància fixa. Sabem que la càrrega positiva d'un dipol està situada en el punt $(0, 0)$, que la negativa és en el punt $(3, 0)$ i que el valor absolut de cada una de les càrregues és 10^{-4} C . Calculeu:

- El potencial elèctric creat pel dipol en el punt $(0, 4)$.
- L'acceleració que experimenta un protó situat en el punt mitjà del segment que uneix les dues càrregues del dipol, si el deixem inicialment en repòs en aquest punt.
- L'energia necessària per a separar les càrregues del dipol fins a una distància doble de la inicial.

NOTA: Les coordenades s'expressen en metres.

DADES: $q_{\text{protó}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_{\text{protó}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

53.

Un dispositiu per a accelerar ions està constituït per un tub de 20 cm de llargària dins del qual hi ha un camp elèctric constant en la direcció axial. La diferència de potencial entre els extrems del tub és de 50 kV. Volem accelerar ions K^+ amb aquest dispositiu. Calculeu:

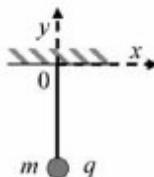
- La intensitat, la direcció i el sentit del camp elèctric dins de l'accelerador i el mòdul, la direcció i el sentit de la força que actua sobre un ió quan és dins del tub.
- L'energia cinètica que guanya l'ió quan travessa l'accelerador. La velocitat que tindrà l'ió a la sortida del tub accelerador, si inicialment estava parat. Indiqueu si, en aquest cas, cal considerar o no la variació relativista de la massa.

DADES: $m_{\text{ió K}^+} = 6,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$; $q_{\text{ió K}^+} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

54.

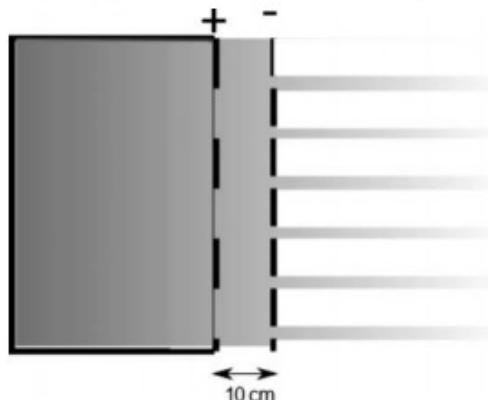
Una esfera petita de massa 250 g i càrrega q penja verticalment d'un fil. Apliquem un camp elèctric constant de 10^3 N/C dirigit al sentit negatiu de l'eix d'abscisses i observem que la càrrega es desvia cap a la dreta i que queda en repòs quan el fil forma un angle de 37° amb la vertical.

- Dibuixeu l'esquema corresponent a les forces que actuen sobre la càrrega q en aquesta posició d'equilibri. Quin signe té la càrrega q ?
- Calculeu la tensió del fil.
- Determineu el valor de la càrrega q .



55.

En algunes missions espacials s'han utilitzat motors iònics. En aquests motors es produeixen ions positius que s'envien a una cambra on un camp elèctric constant els impulsà. El motor expulsa ions positius a gran velocitat i la nau adquireix impuls en sentit contrari. Considereu un motor iònic en què ions Xe^+ , inicialment en un estat de repòs, s'acceleren entre dues plaques separades 10 cm fins a adquirir una velocitat de $3,0 \times 10^5 \text{ m/s}$.



- Calculeu l'acceleració dels ions i el camp elèctric (que podeu considerar constant) a la cambra d'acceleració.
- Calculeu la diferència de potencial entre les dues plaques amb les dades de la figura. Indiqueu també el valor que hauria de tenir aquesta diferència de potencial si les dues plaques estiguessin separades només 6 cm per a aconseguir la mateixa velocitat de sortida dels ions.

DADES: $Q(\text{ions } \text{Xe}^+) = +1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

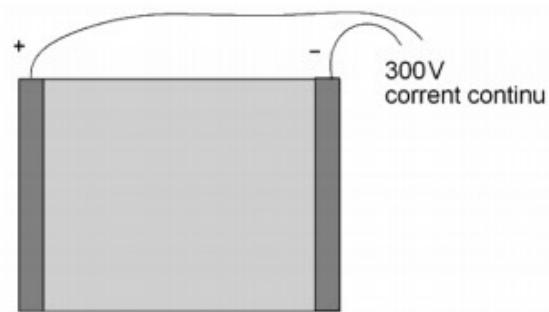
$$m(\text{ions } \text{Xe}^+) = 132 \text{ u}$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

56.

L'electroforesi és un mètode per a analitzar mescles. Disposem una mostra entre dos elèctrodes connectats a una diferència de potencial de 300 V. La distància entre els elèctrodes és de 20,0 cm.

- a) Dibuixeu les línies del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes i les diferents superfícies equipotencials. Indiqueu el potencial de cada una de les superfícies. Calculeu el valor del camp elèctric que hi ha entre els dos elèctrodes, i indiqueu la direcció i el sentit de les partícules positives i les negatives.
- b) En les condicions adequades, les molècules adquireixen càrrega elèctrica i es desplacen en l'apparell d'electroforesi amb un moviment rectilini lent i uniforme. Calculeu la força elèctrica i la força de fricció que actuen sobre una molècula de timina amb una càrrega de $-1,60 \times 10^{-19}$ C.



57.

Un electró es llança des del punt P i passa successivament per les regions A i B. A la regió A, un camp elèctric constant fa que l'electró es mogui amb un moviment rectilini i una acceleració uniforme cap a la dreta. A la regió B, el camp elèctric també és constant i està dirigit cap avall.



- a) Quina direcció i quin sentit té el camp elèctric a la regió A? Quin tipus de moviment realitza l'electró a la regió B?

Sabem que la regió A fa 5,00 cm de llarg i que el camp elèctric en aquesta regió és $E = 40,0 \times 10^3$ N C $^{-1}$.

- b) Calculeu la diferència de potencial entre l'inici i el final de la regió A i l'energia cinètica que guanyarà l'electró en travessar-la.

DADA: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19}$ C.

58.

Un electroscopi simplificat consta de dues esferes metàl·liques unides a un ganxo aïllant mitjançant dos fils conductors, tal com indica la figura. Les dues esferes tenen la mateixa massa i la mateixa càrrega elèctrica, i els fils formen un angle de $30,0^\circ$ i tenen una longitud de 3,00 cm cadascun.



- Dibuixeu el diagrama de forces per a una de les esferes i anomeneu-les. Calculeu també el valor de la tensió de cada fil, si la massa de cada esfera és 1,00 mg.
- Calculeu el valor de la càrrega elèctrica de cada esfera.

DADES: $k = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$; $g = 9,80 \text{ m s}^{-2}$.

59.

Les càrregues $Q_A = -2 \mu\text{C}$, $Q_B = -4 \mu\text{C}$ i $Q_C = -8 \mu\text{C}$ estan situades sobre una mateixa recta. La càrrega A és a una distància d'1 m de la càrrega B, i la càrrega C està situada entre totes dues.

- Si la força elèctrica total sobre Q_C deguda a les altres dues càrregues és zero, calculeu la distància entre Q_C i Q_A .
- Calculeu el treball que cal fer per a traslladar la càrrega C des del punt on es troba fins a un punt equidistant entre A i B. Interpreteu el signe del resultat.

DADA: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

60.

Tenim dues càrregues elèctriques, $Q_1 = 4 \mu\text{C}$, situada en el punt $(-2, 0)$, i $Q_2 = -3 \mu\text{C}$, situada en el punt $(2, 0)$.

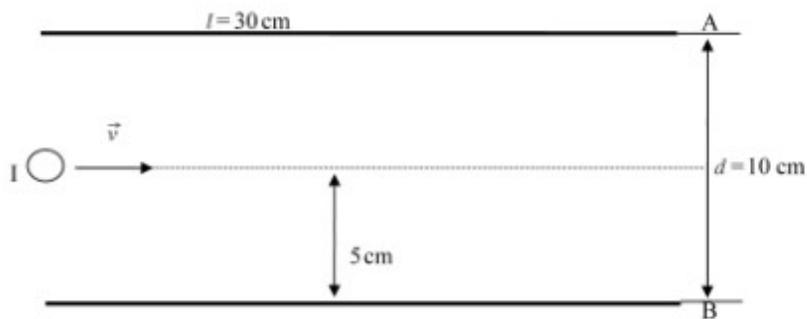
- Quina càrrega (valor i signe) hem de posar en el punt $(4, 0)$ perquè el camp elèctric creat per les tres càrregues en el punt $(0, 0)$ sigui nul?
- Quant val l'energia potencial electrostàtica d'aquesta tercera càrrega quan està situada en aquest punt $(4, 0)$?

NOTA: Les coordenades dels punts estan expressades en metres.

DADA: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

61.

Entre dues plaques metàl·liques conductores, de 30 cm de llargària, hi ha un camp elèctric uniforme vertical, d'intensitat $E = 10^4 \text{ V/m}$.

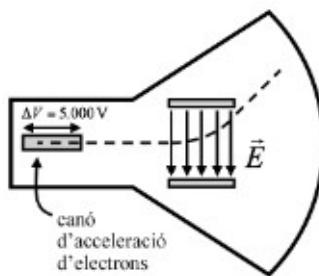


- A quina velocitat \vec{v} (horitzontal) s'ha de llançar un electró des de la posició I, a l'entrada del camp, perquè en surti fregant un dels extrems (A o B) de les plaques?
- Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu l'electró dins del camp. Calculeu el treball que fa la força elèctrica que actua sobre l'electró en el recorregut que descriu pel camp.

DADES: $m_{\text{electrò}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $Q_{\text{electrò}} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

62.

En una pantalla de raigs catòdics, els electrons s'acceleren en passar per un canó amb una diferència de potencial de $5,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ entre els extrems. Després arriben a una zona on hi ha un camp elèctric de mòdul $1,0 \cdot 10^4 \text{ N/C}$, constant i dirigit cap avall.

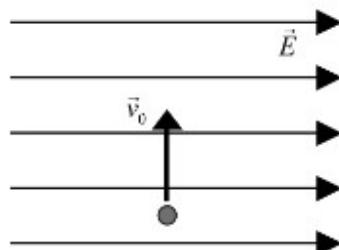


- Determineu l'energia cinètica i la velocitat dels electrons en sortir del canó d'acceleració.
- Calculeu la força elèctrica que actua sobre els electrons i l'acceleració que experimenten (indiqueu el mòdul, la direcció i el sentit per a les dues magnituds) mentre són a la zona on hi ha el camp elèctric vertical. Justifiqueu si s'ha de tenir en compte o no el pes dels electrons.

DADES: $m_{\text{electrò}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_{\text{electrò}} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

63.

Un electró penetra en un camp elèctric uniforme de mòdul $E = 4,00 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ a una velocitat de mòdul $v_0 = 10^6 \text{ m/s}$, perpendicular a la direcció del camp, tal com mostra la figura. Calculeu el mòdul de l'acceleració que experimenta l'electró i indiqueu-ne la direcció i el sentit. Feu un dibuix de la trajectòria aproximada que seguirà l'electró. Justifiqueu quina serà l'equació de la gràfica que representa aquesta trajectòria i calculeu-la.



DADES: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

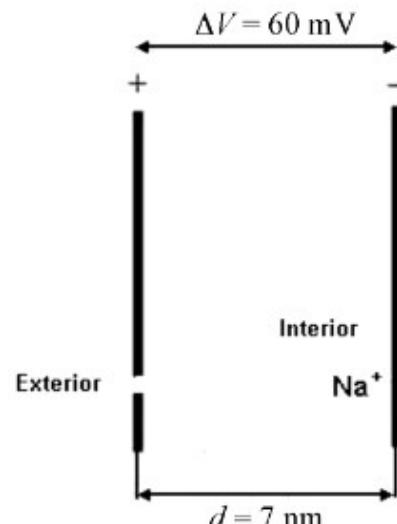
64.

Molts processos vitals tenen lloc en les membranes cel·lulars i depenen bàsicament de l'estructura elèctrica d'aquestes.

La figura següent mostra l'esquema d'una membrana biològica.

- Calculeu el camp elèctric, suposat constant, a l'interior de la membrana de la figura. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia que es requereix per a transportar l'ió Na^+ de la cara negativa a la positiva.

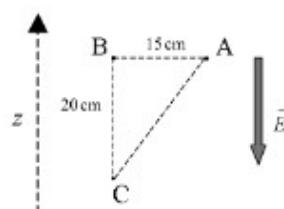
DADES: $Q_{\text{Na}^+} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



65.

En una regió de l'espai hi ha un camp elèctric constant de mòdul 500 N C^{-1} dirigit cap avall. Vegeu la figura, en què l'eix z representa la vertical.

- Calculeu les diferències de potencial següents: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ i $V_A - V_C$.
- Colloquem una partícula carregada, de massa $2,00 \text{ g}$, en el punt C i volem que es mantingui en equilibri. Calculeu quina càrrega i quin signe hauria de tenir aquesta partícula. Estarà en equilibri en algun altre punt d'aquesta regió? Justifiqueu les respostes.



DADA: $\mathbf{g} = 9,80 \text{ m/s}^2$.

66.

Tres càrregues elèctriques puntuals de valor $Q = 10^{-5} \text{ C}$ es troben, cadascuna, en un vèrtex d'un triangle equilàter de $\sqrt{3} \text{ m}$ de costat. Dues són positives, mentre que la tercera és negativa.

- Calculeu la força elèctrica total que fan la càrrega negativa i una de les positives sobre l'altra càrrega positiva. Dibuixeu un esquema de les forces que actuen sobre les càrregues.
- Calculeu l'energia potencial elèctrica emmagatzemada en el sistema de càrregues. Traslladem una de les càrregues positives al centre del costat que uneix les altres dues càrregues. Determineu el treball fet per la força elèctrica que actua sobre la càrrega que hem traslladat.

DADA: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

67.

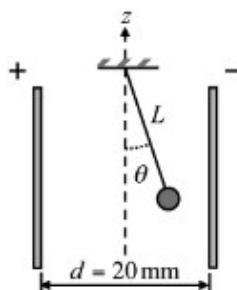
Dues càrregues puntuals de $+2 \mu\text{C}$ i $+20 \mu\text{C}$ es troben separades per una distància de 2 m.

- Calculeu el punt, situat entre les dues càrregues, en què el camp elèctric és nul.
- Busqueu el potencial elèctric en un punt situat entre les dues càrregues i a 20 cm de la càrrega menor.
- Determineu l'energia potencial elèctrica del sistema format per les dues càrregues.

DADES: $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

68.

Entre les armadures del condensador planoparal·lel de la figura apliquem una diferència de potencial de 200 V. A l'interior del condensador roman en equilibri una càrrega de $15 \mu\text{C}$, de 20 g de massa, penjada d'un fil, tal com indica la figura següent:



- Determineu el camp elèctric a l'interior del condensador. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Dibuixeu les forces que actuen sobre la càrrega. Calculeu l'angle que forma el fil amb la vertical, θ , en la figura.

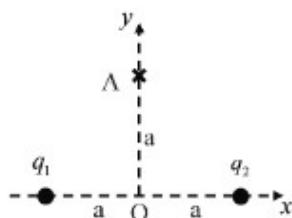
NOTA: L'eix z indica la vertical.

DADA: $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

69.

Dues càrregues elèctriques puntuals idèntiques, de valor $q = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C, estan fixes en els punts $(a, 0)$ i $(-a, 0)$, on $a = 30$ nm. Calculeu:

- Les components del camp elèctric creat per les dues càrregues en el punt A , de coordenades $(0, a)$.
- El treball necessari per a portar una càrrega $Q = 3,20 \cdot 10^{-19}$ C des del punt A fins a l'origen de coordenades. Interpreteu el signe del resultat.



DADES: $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻², 1 nm = 10^{-9} m.

70.

Un núvol elèctricament carregat està situat a 4,7 km d'altura sobre el terra. La diferència de potencial entre la base del núvol i el terra és de $2,3 \times 10^6$ V. Suposem que el camp elèctric en aquesta regió és uniforme i que la càrrega elèctrica del núvol és positiva.

Una gota d'aigua que es troba entre el núvol i el terra té una massa d'1,3 mg i una càrrega de valor Q . En un moment donat, la gota ascendeix cap al núvol amb una velocitat constant de 2 m s⁻¹ (sense tenir en compte els corrents d'aire ni el fregament).

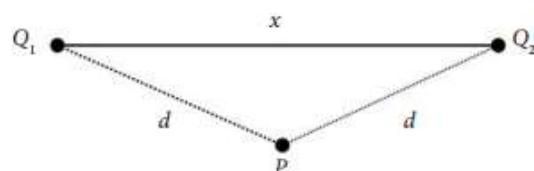
- Dibuixeu un esquema de la situació descrita pel problema i representeu-hi les càrregues elèctriques implicades i els camps vectorials (gravitatori i elèctric). Calculeu la intensitat del camp elèctric que hi ha entre el núvol i el terra, i indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu el valor de la càrrega Q (en nC) i expliqueu raonadament quin signe hauria de tenir.

DADA: $g = 9,81$ m s⁻².

71.

Dues càrregues elèctriques (Q_1 i Q_2) estan disposades tal com mostra la figura. Coneixem les dades següents: $Q_1 = 2,00 \mu\text{C}$, $Q_2 = -4,00 \mu\text{C}$, $x = 5,00$ m i $d = 3,00$ m.

- Representeu i calculeu el camp elèctric (mòdul, direcció i sentit) en el punt P , i calculeu també el potencial elèctric en el mateix punt.
- Canviem les dues càrregues Q_1 i Q_2 per unes altres amb valors diferents, però situades en la mateixa posició que les originals. Amb aquesta nova configuració, el camp elèctric creat per les dues càrregues sobre el segment x s'anulla a 1 m de distància de la nova càrrega Q_1 . Expliqueu raonadament quin serà el signe d'aquestes càrregues i calculeu la relació que hi haurà entre els seus valors.



DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9$ N m² C⁻².

72.

En una zona de l'espai hi ha situades dues càrregues elèctriques puntuals de $3,0 \mu\text{C}$ i $-7,0 \mu\text{C}$ separades 15 cm l'una de l'altra. Calculeu:

- El camp elèctric en un punt situat sobre la línia que uneix les càrregues. Aquest punt està situat a una distància de 5,0 cm de la càrrega de $3,0 \mu\text{C}$ i a 10 cm de la càrrega de $-7,0 \mu\text{C}$. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- El punt entre les dues càrregues en el qual el potencial és nul.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

73.

L'enllaç iònic de la sal comuna (NaCl) es produeix per l'atracció electrostàtica entre el catió Na^+ i l'anion Cl^- .

- Calculeu la separació entre aquests dos ions, sabent que l'energia potencial elèctrica del sistema és de $-9,76 \times 10^{-19} \text{ J}$.
- Si apliquem un camp elèctric uniforme de $50,0 \text{ N C}^{-1}$ a l'iò Na^+ , calculeu el treball necessari per a separar els ions fins a una distància de 2 cm.

DADES: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

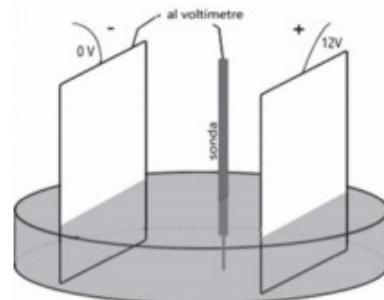
Càrrega elemental = $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.



74.

En una càpsula de Petri plena d'aigua destil·lada hem submergit dues plaques metàl·liques paralles connexades a una diferència de potencial de $12,0 \text{ V}$, tal com mostra la figura. Les dues plaques estan separades per una distància de 6,00 cm. Amb un voltímetre, explorem la diferència de potencial entre la placa negativa i diferents punts de la regió intermèdia.

- Calculeu el camp elèctric (suposant que és uniforme) entre les dues plaques, i indiqueu-ne també la direcció i el sentit. Feu un dibuix en què representeu, de manera aproximada, les superfícies equipotencials que espereu trobar a la regió compresa entre les dues plaques i indiqueu el valor del potencial en cadascuna de les superfícies representades.
- Amb la sonda, tal com veiem a la figura, el voltímetre indica 7,0 V. Calculeu el treball que hauria de fer una força externa per a desplaçar una càrrega positiva de $0,1 \mu\text{C}$ des d'aquest punt fins a la placa positiva.

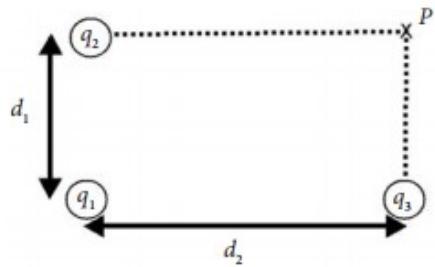


75.

Tres càrregues elèctriques $q_1 = 1,00 \mu\text{C}$, $q_2 = 3,00 \mu\text{C}$ i $q_3 = 12,00 \mu\text{C}$ estan fixades en tres dels vèrtexs del rectangle, tal com es veu en la figura. La distància d_1 és de 2,00 m i la distància d_2 és de 4,00 m.

- Representeu en un esquema les forces elèctriques que actuen sobre la càrrega q_1 per efecte de les altres dues càrregues. Representeu-hi també la força total i calculeu-ne el mòdul.
- Calculeu el potencial elèctric en el punt P i l'energia potencial de la distribució de les tres càrregues.

DADA: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.



Les màquines electromagnètiques.

76.

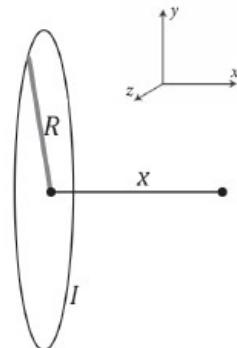
Una espira magnètica es troba situada en el pla YZ, té un radi $R = 5 \text{ cm}$ i transporta un corrent de 10 A .

- Calculeu el mòdul del camp magnètic en el centre de l'espresa (en μT).
- Quin sentit ha de tenir el corrent elèctric que circula per l'espresa perquè el camp magnètic en el centre vagi en el sentit positiu de l'eix x ?

DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per una espira magnètica en un punt de l'eix x és:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



77.

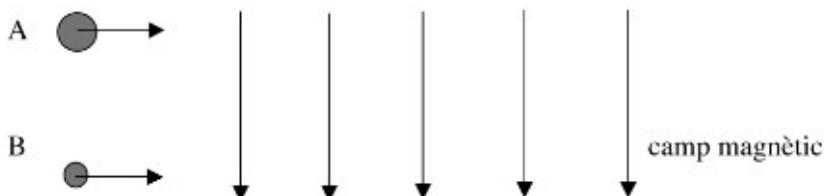
Un fil conductor rectilini de longitud $l = 5 \text{ m}$ i massa $m = 100 \text{ g}$ es troba situat paral·lelament al terra (pla xy), sobre l'eix x , i sota l'acció d'un camp magnètic uniforme.

- Determineu el mòdul, la direcció i el sentit del camp magnètic que fa que es mantingui suspès en l'aire quan un corrent $I = 0,3 \text{ A}$ circula pel fil des de les x negatives cap a les x positives.
- Si ara enrotllem el fil per a crear una espira circular i la situem de manera que el seu pla sigui parallel al pla xy , calculeu la FEM que induceix sobre l'espresa un camp magnètic variable $\vec{B} = 0,1[\cos(10\pi t)\vec{i} + \cos(10\pi t)\vec{j}]$. Justifiqueu la resposta.

DADA: L'acceleració de la gravetat és $9,8 \text{ m s}^{-2}$

78.

Dos ions positius A i B de càrrega elèctrica igual ($1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$) es mouen, separats, amb la mateixa velocitat ($3,00 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$), tal com indica la figura, i entren en una regió on hi ha un camp magnètic de mòdul $0,42 \text{ T}$ dirigit cap avall. La massa de l'iò A és el doble que la de l'iò B.

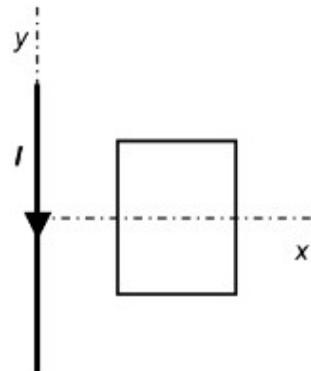


- Calculeu la força magnètica que actua sobre cada un dels dos ions, i especificeu-ne la direcció i el sentit.
- Indiqueu la relació que hi ha entre els radis de les trajectòries descrites pels ions A i B, és a dir, r_A/r_B .

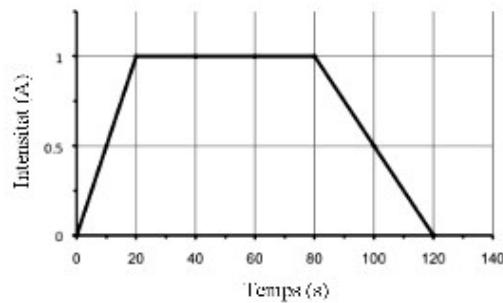
79.

Una espira rectangular es troba prop d'un fil conductor rectilini infinit pel qual circula una intensitat de corrent I cap avall, tal com mostra la figura.

- a) Si la intensitat de corrent I és constant, dibuixeu el camp magnètic creat pel fil conductor en la regió on es troba l'espira. Es tracta d'un camp magnètic constant? Justifiqueu la resposta.

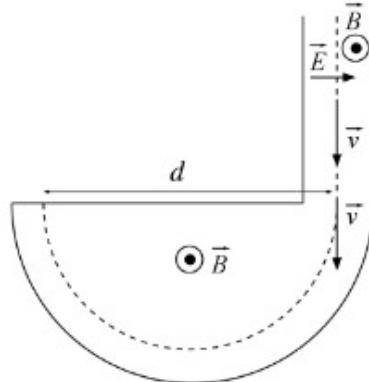


- b) Si el conductor i l'espira no es mouen, però la intensitat de corrent que circula pel conductor varia amb el temps tal com indica el gràfic, expliqueu raonadament si s'indueix o no corrent en l'espira en els intervals de temps següents: de 0 a 20 s, de 20 a 80 s i de 80 a 120 s. En quin dels tres intervals de temps el corrent induït és més gran? Justifiqueu la resposta.



80.

Un espectròmetre de masses consta d'un selector de velocitats i d'un recinte semicircular. En el selector de velocitats hi ha un camp elèctric i un camp magnètic, perpendiculars entre si i en la direcció de la velocitat dels ions. En entrar al selector, els ions d'una velocitat determinada no es desvien i entren a la zona semicircular, on només hi ha el camp magnètic perpendicular a la velocitat, que els fa descriure una trajectòria circular.



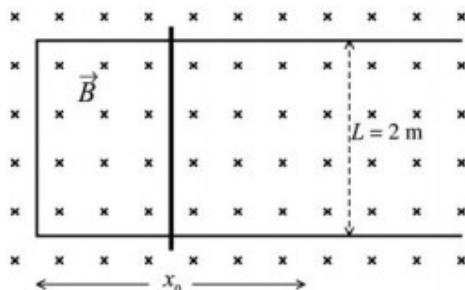
- a) Si el camp elèctric del selector té un valor $E = 20,0 \text{ N C}^{-1}$ i el valor de la inducció magnètica és $B = 2,50 \times 10^{-3} \text{ T}$, calculeu el valor del mòdul de la velocitat dels ions que NO es desvien. Feu l'esquema corresponent dels vectors següents: velocitat, força elèctrica, camp magnètic i força magnètica.
- b) Calculeu la distància, d , a què impactaran els ions de triti, que són isòtops de l'hidrogen i tenen una massa $m = 3 \text{ u}$.

DADES: $1 \text{ u} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $Q_{\text{protò}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

81.

Sobre una forca conductora com la de la figura adjunta, llisca una barra metàllica amb un moviment vibratori harmònic simple al voltant de la posició d'equilibri $x_0 = 1 \text{ m}$, segons l'equació de moviment següent (totes les magnituds estan expressades en el sistema internacional, SI):

$$x(t) = x_0 - 0,3 \sin(32t)$$

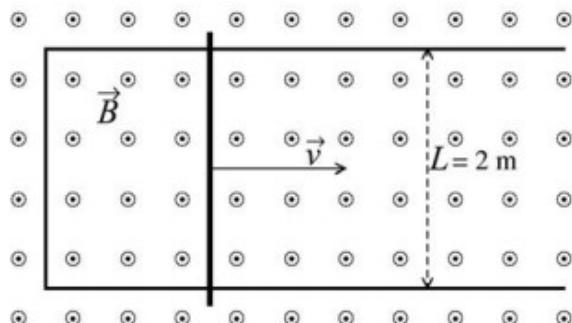


Tot el conjunt es troba dins un camp magnètic uniforme, perpendicular al pla de la forca i en el sentit d'entrada al pla del paper, de mòdul $B = 0,5 \text{ T}$.

- a) Quin valor té el flux de camp magnètic a través de la superfície compresa entre la barra metàllica i la part tancada de la forca en l'instant $t = 0$? Quina és l'expressió d'aquest flux en funció del temps?
- b) Determineu la força electromotriu del corrent induït en funció del temps. Obteniu-ne el valor màxim.

82.

Una vareta metàllica es desplaça a una velocitat constant $v = 6 \text{ m/s}$ sobre una forca conductora dins un camp magnètic uniforme, $\vec{B} = 0,25 \text{ T}$, perpendicular al pla i en sentit sortint:



Si suposem que la resistència de la vareta és de 30Ω i que la de la forca és negligible, calculeu:

- a) La força electromotriu del corrent induït en el circuit i expliqueu raonadament el sentit de la circulació del corrent.
- b) La intensitat del corrent que circula pel circuit i la força que cal fer sobre la vareta, en mòdul, direcció i sentit, per a mantenir la velocitat constant sobre la forca.

NOTA: Llei d'Ohm, $I = V/R$.

83.

Per la paret que teniu al darrere de l'aula on feu l'examen, entren protons amb una trajectòria horitzontal i a una velocitat $\vec{v}_{p+} = 2,00 \times 10^6 \vec{i}$ m/s. Dins l'aula hi ha un camp magnètic també horitzontal el valor del qual és $\vec{B} = 0,500 \vec{j}$ T. Determineu:

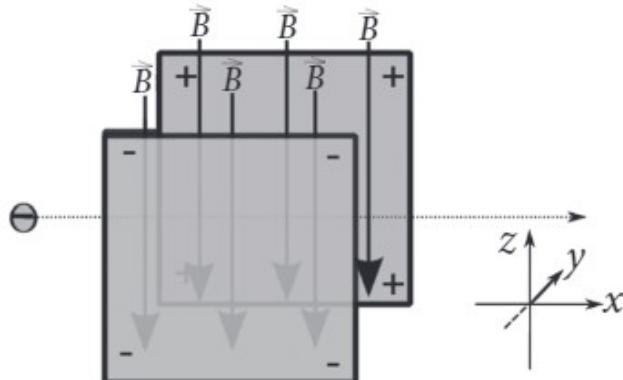
- La força causada pel camp magnètic que actua sobre els protons quan entren en la zona on hi ha aquest camp magnètic.
- El radi de la trajectòria circular dels protons dins l'aula i indiqueu si aquests protons impactaran contra les persones que estan assegudes a l'aula.

DADES: Càrrega del protó: $1,60 \times 10^{-19}$ C
Massa del protó: $1,67 \times 10^{-27}$ kg

NOTA: Negligiu el pes del protó.

84.

Uns electrons que es mouen horitzontalment travessen un selector de velocitats format per un camp magnètic de 0,040 T dirigit cap avall i un camp elèctric de 250 V/m perpendicular al camp magnètic i a la direcció de moviment dels electrons.



- Dibuixeu i anomeneu les forces que actuen damunt l'electró quan és dins del selector de velocitats. Calculeu la velocitat dels electrons que travessaran el selector sense desviarse.
- Dins del selector un electró té una velocitat $\vec{v} = 1,25 \times 10^4 \vec{i}$ m s⁻¹ en el moment en què es desactiva el camp elèctric sense modificar el camp magnètic. Indiqueu la freqüència de rotació, el radi, el pla de gir i el sentit de gir del moviment circular uniforme d'aquest electró.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19}$ C
 $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31}$ kg

NOTA: Considerieu negligible l'efecte de la força gravitatorià.

85.

En un selector de velocitats, un protó es mou en la direcció x en una regió amb camps creuats, on $E = 2,00 \times 10^5 \text{ N/C}$ i $B = 3,00 \times 10^3 \text{ G}$.

- a) Dibuixeu un esquema dels camps i també de les forces que actuen sobre el protó. Quina és la velocitat del protó si no es desvia de la seva trajectòria rectilínia?

- b) Mentre el protó es mou sense desviar-se interrompem el camp elèctric. Calculeu el radi de curvatura de la trajectòria del protó.

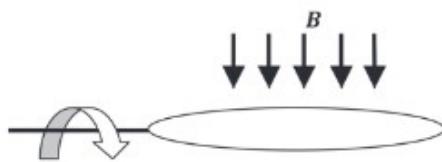
DADES: $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$

Càrrega del protó, $Q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Massa del protó, $m_{\text{protó}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

86.

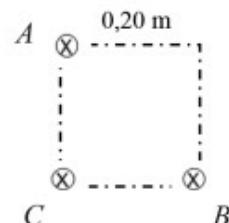
En una zona de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme de $0,40 \text{ T}$. En aquesta regió hi ha una espira circular de 200 cm^2 d'àrea que gira a 191 rpm (revolucions per minut), tal com indica la figura.



- a) Si en l'instant inicial el camp magnètic és perpendicular al pla de l'espira, expresseu l'equació del flux magnètic que travessa l'espira en funció del temps.
- b) Quina és la força electromotriu (FEM) màxima generada per l'espira?

87.

En la figura es mostren tres fils conductors rectilinis i infinitament llargs, perpendiculars al pla del paper, per cadascun dels quals circula una mateixa intensitat de corrent de $0,30 \text{ A}$ en el sentit que va cap a dins del paper. Aquests tres conductors estan situats en tres vèrtexs d'un quadrat de $0,20 \text{ m}$ de costat.



- a) Representeu en un esquema els camps magnètics, en el vèrtex C , generats pels conductors A i B , i també el camp total. Calculeu el mòdul del camp magnètic total en aquest punt.
- b) Representeu la força total sobre el conductor C i calculeu el mòdul de la força que suporten $2,00 \text{ m}$ del conductor que passa per C .

NOTA: El mòdul del camp magnètic a una distància r d'un fil infinit pel qual circula una

$$\text{intensitat } I \text{ és: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ on } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}.$$

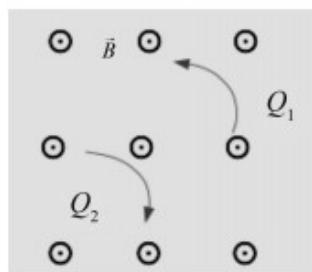
88.

Un grup d'alumnes disposa de bobines de 1 000 i de 500 espires, nuclis de ferro laminats i connectors, en quantitats suficients. A partir d'una tensió eficaç de 220 V i d'una intensitat eficaç d'1,00 A, volen obtenir una tensió final de 110 V de valor eficaç.

- Feu un esquema i expliqueu raonadament quin muntatge cal fer. Especifiqueu clarament on estarà connectat el circuit primari i on estarà connectat el circuit secundari.
- Calculeu els valors màxims de la tensió i la intensitat en el circuit primari. Quina intensitat circula a la part del circuit que es troba a 110 V?

89.

Dues partícules carregades es mouen en el pla del paper a la mateixa velocitat per una zona en què hi ha un camp magnètic uniforme de valor $4,50 \times 10^{-1}$ T perpendicular al pla i que surt del paper (vegeu la figura). Part de les trajectòries descrites per les càrregues són les que es veuen també en la figura. La partícula Q_1 té una massa de $5,32 \times 10^{-26}$ kg i la partícula Q_2 , de $1,73 \times 10^{-25}$ kg. La magnitud de cadascuna de les càrregues és la mateixa, $3,20 \times 10^{-19}$ C, i la força magnètica que actua sobre elles també té el mateix mòdul, que és $1,01 \times 10^{-12}$ N.

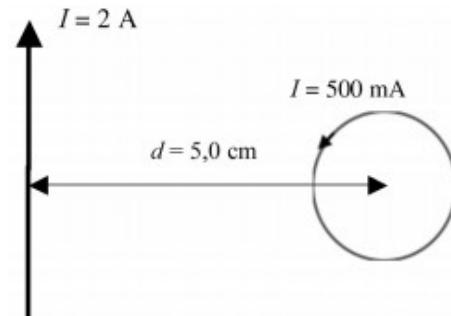


- Expliqueu raonadament el signe que tindrà cadascuna de les càrregues. Calculeu la velocitat d'aquestes càrregues.
- Calculeu els radis de les trajectòries de cada partícula i la freqüència (Hz) del moviment de Q_2 .

90.

Un fil infinit que porta un corrent de 2 A es troba a 5,0 cm de distància del centre d'una espira circular de 2,0 cm de diàmetre que transporta 500 mA.

- Calculeu el vector del camp magnètic al centre de l'espira produït pel fil infinit i el vector del camp magnètic al centre de l'espira que produeix la mateixa espira.
- Quin és el valor del camp magnètic total al centre de l'espira? Si volem un camp magnètic total $B = 0$ al centre de l'espira, quin ha de ser el valor de la nova intensitat que hi circuli?



DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A⁻¹

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per un fil infinit pel qual circula una inten-

sitat I és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, on r és la distància al fil conductor. El mòdul del camp

magnètic al centre d'una espira de corrent de radi R és: $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$.

91.

Trobem una aplicació de la inducció electromagnètica en els aparells de soldadura elèctrica. En un d'aquests aparells desmuntat veiem dues bobines com les d'un transformador.

La bobina primària té 1 000 espires i la secundària en té 20. En la bobina secundària, feta d'un fil molt més gruixut, és on va connectat l'eletrode per a fer la soldadura.

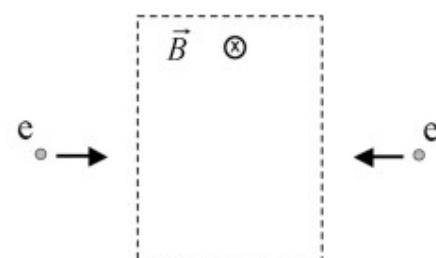
Sabem, per les especificacions tècniques impreses en la màquina, que pel circuit secundari circula una intensitat de corrent de 100 A. Determineu:

- La tensió del circuit secundari quan es connecta la màquina, és a dir, quan es connecta el circuit primari a una tensió alterna de 220 V.
- La intensitat que circula pel circuit primari i la potència consumida per la màquina.

NOTA: Negligiu qualsevol tipus de dissipació d'energia.

92.

En una regió de l'espai hi ha un camp magnètic constant dirigit cap a l'interior del paper. En aquesta regió entren dos electrons amb la mateixa rapidesa i la mateixa direcció, però movent-se en sentits contraris, tal com indica la figura.

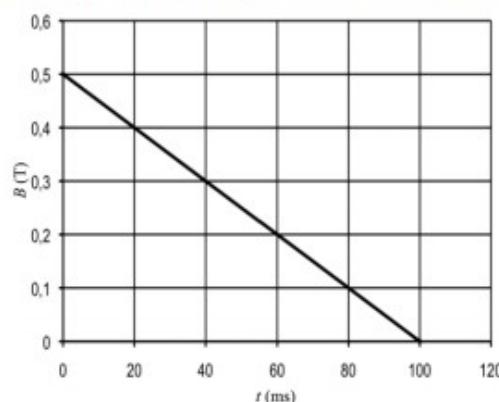


- Dibuixeu la força magnètica que actua sobre cada electró quan entra en la regió on hi ha el camp magnètic. Justifiqueu i dibuixeu les trajectòries dels dos electrons i indiqueu el sentit de gir.
- Eliminem aquest camp magnètic i el substituïm per un altre camp magnètic, de manera que els electrons no es desvien quan entren en aquesta regió. Dibuixeu com hauria de ser aquest nou camp magnètic. Justifiqueu la resposta.

NOTA: No és vàlida la resposta $\vec{B} = 0$.

93.

Una espira circular de 4,0 cm de radi es troba en repòs en un camp magnètic constant de 0,50 T que forma un angle de 60° respecte de la normal a l'espira.

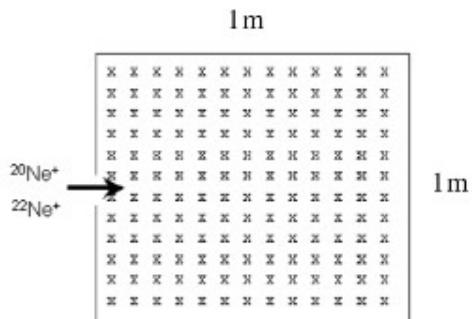


- Calculeu el flux magnètic que travessa l'espira. S'indueix una força electromotriu en l'espira dins el camp magnètic? Justifiqueu la resposta.
- En un moment determinat el camp magnètic disminueix tal com mostra la figura. Calculeu la força electromotriu induïda en l'espira.

94.

L'espectròmetre de masses fa entrar partícules carregades, com per exemple ions, dins un camp magnètic uniforme. Quan les partícules carregades i amb una velocitat coneguda entren dins del camp magnètic constant, a partir de la trajectòria, en podem calcular la massa.

Un feix de ions compost per $^{20}\text{Ne}^+$ i $^{22}\text{Ne}^+$ (que foren els primers isòtops naturals trobats) entra en l'espectròmetre de masses de la figura. La velocitat dels ions és $1,00 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ i el camp magnètic de l'espectròmetre de $0,23 \text{ T}$, perpendicular al paper.



- Expliqueu raonadament quin tipus de trajectòria descriu cada un dels ions dins del camp. Quin treball realitzarà la força que exerceix el camp magnètic en aquesta trajectòria?
- Calculeu a quina distància del punt d'entrada impactarà cada un dels ions.

DADES: $m(\text{ió } ^{22}\text{Ne}^+) = 22,0 \text{ u}$; $m(\text{ió } ^{20}\text{Ne}^+) = 20,0 \text{ u}$;

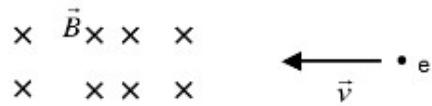
$$Q(\text{ió } ^{22}\text{Ne}^+) = Q(\text{ió } ^{20}\text{Ne}^+) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

95.

Un electró entra amb una velocitat de $3,00 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$ en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme d' $1,20 \text{ T}$ perpendicular a la velocitat de l'electró i en sentit perpendicular al paper, tal com indica la figura, i queda confinat en aquesta regió de l'espai.

- Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu l'electró dins del camp indicant el sentit de gir i calculeu el valor de la freqüència (en GHz).
- Perquè l'electró travessi el camp magnètic sense desviar-se, cal aplicar un camp elèctric uniforme en aquesta mateixa regió. Dibuixeu el vector camp elèctric que permetria que això fos possible (justifiqueu-ne la direcció i el sentit) i calculeu-ne el mòdul.



DADES: $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $Q_e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

96.

En una zona de l'espai hi ha un camp magnètic uniforme de valor $\vec{B} = 2,00 \vec{k}$ mT. Un electró, un neutró i un protó hi entren per l'origen de coordenades a la mateixa velocitat $\vec{v} = 5,00 \vec{j}$ m s⁻¹.

- Determineu el mòdul de la força que actua sobre cada partícula i indiqueu el tipus de moviment que fa cadascuna.
- A continuació, situem parallelament a l'eix Y, a 3,00 mm de l'origen de coordenades, un fil infinit pel qual circula un corrent I . Determineu el valor del corrent del fil que fa que el protó segueixi una trajectòria rectilínia. Considereu que el mòdul del camp magnètic creat per aquest fil infinit és: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$, en què $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N A⁻² i R és la distància al fil conductor.

DADES: Càrrega elèctrica del protó, $q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

Càrrega elèctrica de l'electró, $q_{\text{electró}} = -q_{\text{protó}}$.

97.

Una partícula α es llança en la direcció de l'eix X a una velocitat $\vec{v} = 8,00 \times 10^5 \vec{i}$ m s⁻¹ i en presència d'un camp magnètic perpendicular $\vec{B} = 1,20 \vec{k}$ T.

- Determineu la força magnètica que actua sobre la partícula i dibuixe la trajectòria que seguirà dins del camp magnètic, així com els vectors velocitat, camp magnètic i força magnètica. Indiqueu en quin sentit gira la partícula.
- Calculeu el radi de gir de la partícula i la freqüència del moviment circular en MHz.

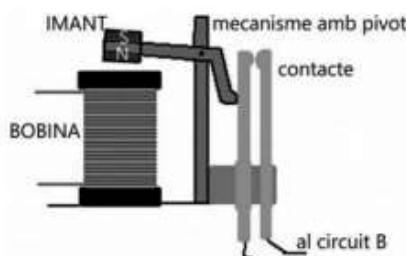
DADES: $m_\alpha = 6,64 \times 10^{-27}$ kg.

$q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

98.

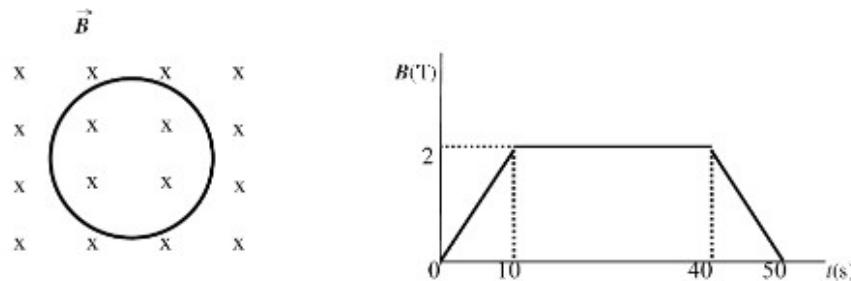
La figura mostra l'esquema d'un relé. Quan circula un corrent elèctric per la bobina, l'extrem inferior de l'imant (nord) és atret per la bobina i el moviment es transmet per un pivot, de manera que es tanca el circuit B.

- Especifiqueu clarament quin ha de ser el sentit del corrent elèctric a la bobina perquè s'activi el relé (i es tanqui el circuit B) i dibuixe les línies del camp magnètic generat per la bobina en aquesta situació.
- En unes proves observem que el mecanisme no fa prou força per a tancar el contacte. Indiqueu quin efecte tindria sobre el dispositiu cadascuna de les modificacions següents:
 - Augmentar la intensitat del corrent que circula per la bobina.
 - Situar un material ferromagnètic al nucli de la bobina.
 - Fer passar per la bobina un corrent altern en comptes d'un corrent continu.



99.

Una espira de radi $r=25\text{ cm}$ està sotmesa a un camp magnètic que és perpendicular a la superfície que delimita l'espira i de sentit entrant. En la gràfica següent es mostra el valor de la inducció magnètica B en funció del temps:

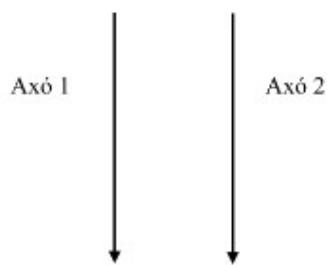


- a) Expliqueu raonadament si circula corrent elèctric per l'espira en cadascun dels intervals de temps indicats i determineu-ne, si s'escau, el sentit de circulació.
- b) Calculeu la intensitat de corrent elèctric en cada interval de temps, si la resistència de l'espira és 5Ω . Recordeu que la llei d'Ohm estableix que

$$I = \frac{\Delta V}{R}.$$

100.

Els axons són una part de les neurones i transmeten l'impuls nerviós. El corrent elèctric que circula per l'axó produeix un camp magnètic que podem considerar igual al que produiria un fil conductor rectilini infinitament llarg. Per dos axons paral·lels, representats en la figura següent, circula un corrent de $0,66 \times 10^{-6}\text{ A}$ en el mateix sentit:

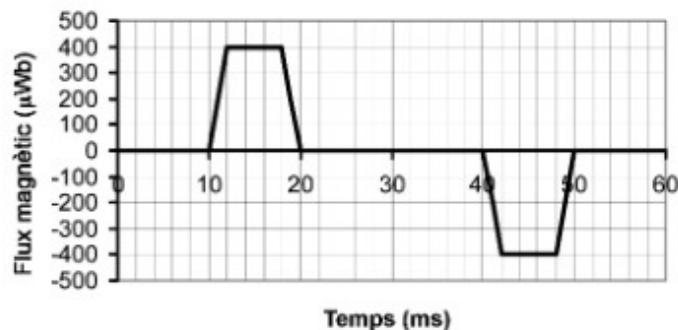


- a) Indiqueu la direcció i el sentit del camp magnètic que produeix cada axó en la posició que ocupa l'altre. Dibuixeu la força que actua sobre cada axó causada pel corrent que circula per l'altre.
- b) Calculeu el mòdul de la força que actua sobre 2 cm de l'axó 2 si el mòdul del camp magnètic que produeix l'axó 1 en la posició de l'axó 2 és $1,1 \times 10^{-10}\text{ T}$.

101.

En la figura es mostra un dispositiu format per una barra de ferro que pot girar lliurement al voltant d'un eix vertical entre els pols d'un imant permanent de ferradura. Un fil elèctric aïllat envolta la barra.

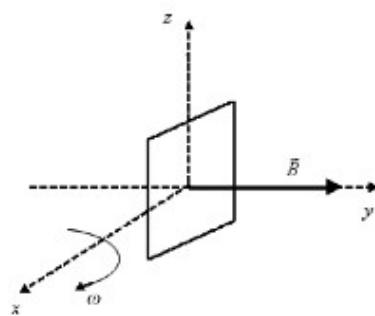
- Fem circular un corrent continu pel fil elèctric en el sentit indicat en la figura. Dibuixeus les línies del camp magnètic generat per l'electroimant i expliqueu raonadament com es mourà la barra.
- Si fem girar la barra sense fer circular cap corrent elèctric, tenim un generador. En la gràfica es mostra la variació del flux magnètic (Φ) a través de la bobina en funció del temps quan la barra gira. Expliqueu raonadament en quins moments hi ha força electromotriu (FEM) induïda en les espries.



102.

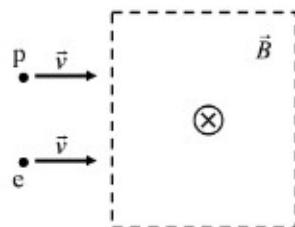
Calculeu, dins d'un camp magnètic $\vec{B} = 0,2 \vec{j}$, expressat en T:

- La força (mòdul, direcció i sentit) que actua sobre una càrrega positiva $Q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ que es mou a una velocitat $\vec{v} = 2 \vec{k}$, expressada en m/s.
- La força electromotriu induïda en funció del temps quan una espira quadrada de $0,01 \text{ m}^2$ de superfície gira, a una velocitat angular constant de 30 rad/s , al voltant d'un eix fix (l'eix x de la figura) que passa per la meitat de dos dels seus costats opositos, tal com s'indica en la figura.



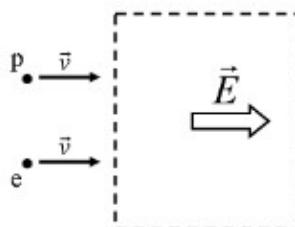
103.

Un protó i un electró, amb la mateixa velocitat, entren en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme dirigit cap a l'interior del paper, tal com indica la figura següent:



- a) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriuïu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

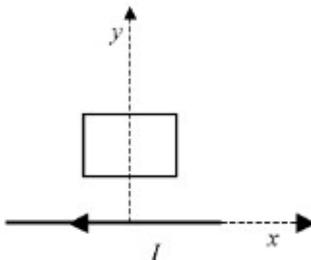
Imagineu-vos que en aquesta regió, en comptes d'un camp magnètic, hi ha un camp elèctric uniforme dirigit cap a la dreta, tal com indica la figura següent:



- b) Dibuixeu les forces que actuen sobre cada partícula en l'instant en què entren a la regió on hi ha el camp. Són iguals els mòduls d'aquestes forces? Descriuïu i justifiqueu el moviment que seguirà cadascuna de les partícules.

104.

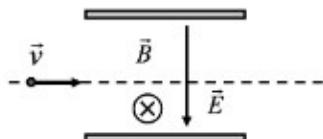
Tenim una espira a prop d'un fil rectilini indefinit, tal com indica la figura següent:



- a) Justifiqueu si apareixerà un corrent induït en l'espira si
- la movem en la direcció x ;
 - la movem en la direcció y .
- b) Dibuixeu el camp magnètic creat pel fil rectilini indefinit i la força que actua sobre cada costat de l'espira, quan hi circula un corrent elèctric en sentit horari. De les dues forces que actuen sobre els dos costats paral·lels al fil rectilini indefinit, quina és la més gran? Justifiqueu la resposta.

105.

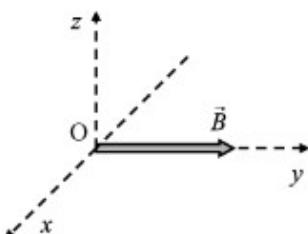
En la figura següent es mostra un esquema d'un selector de velocitat d'ions, que és una màquina que serveix per a seleccionar els ions que van a una velocitat determinada. Bàsicament, es tracta de fer passar un feix d'ions, que inicialment van a velocitats diferents, per una regió on hi ha un camp magnètic i un camp elèctric perpendiculars. L'acció d'aquests camps sobre els ions en moviment fa que els que van a una velocitat determinada no es desviïn.



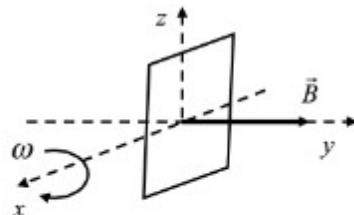
- Dibuixeu la força causada per l'acció del camp magnètic i la força causada per l'acció del camp elèctric sobre un ió positiu que penetra en el selector de velocitats. Si el camp magnètic és $0,50 \text{ T}$ i el camp elèctric és 500 N/C , calculeu la velocitat amb què sortiran del selector els ions que no s'hagin desviat.
- Expliqueu què passaria si en aquest selector entressin ions negatius, en comptes d'ions positius.

106.

En una regió àmplia de l'espai hi ha un camp magnètic dirigit en la direcció de l'eix y , de mòdul $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$, tal com mostra la figura següent. Calculeu:



- El mòdul i el sentit que ha de tenir la velocitat d'un electró que es mou en la direcció de l'eix x , perquè la força magnètica sigui vertical (eix z), de mòdul igual que el pes de l'electró i de sentit contrari.
- Una espira quadrada de $0,025 \text{ m}^2$ de superfície gira, en la regió on hi ha el camp magnètic anterior, amb una velocitat angular constant de $100\pi \text{ rad/s}$, al voltant d'un eix fix que passa per la meitat de dos dels seus costats opositos, tal com s'indica en la figura. Calculeu l'expressió de la força electromotriu induïda en funció del temps.

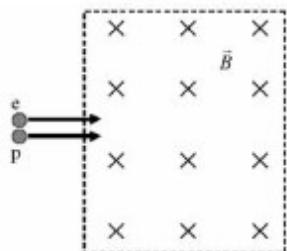


DADES: $m_{\text{electrò}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_{\text{electrò}} = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

107.

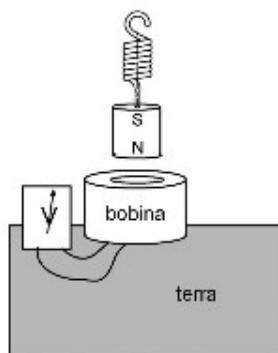
Un protó i un electró, ambdós a la mateixa velocitat, \vec{v}_0 , penetren en una regió de l'espai on hi ha un camp magnètic uniforme perpendicular a la velocitat de les partícules, tal com s'indica a la figura de sota. Dibuixeu i justifiqueu la trajectòria que descriu cada partícula. Determineu la relació existent entre els radis de les seves òrbites.

DADES: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



108.

Un imant penja d'una molla sobre una bobina conductora, fixada a terra, i un voltímetre tanca el circuit de la bobina, tal com mostra la figura següent:

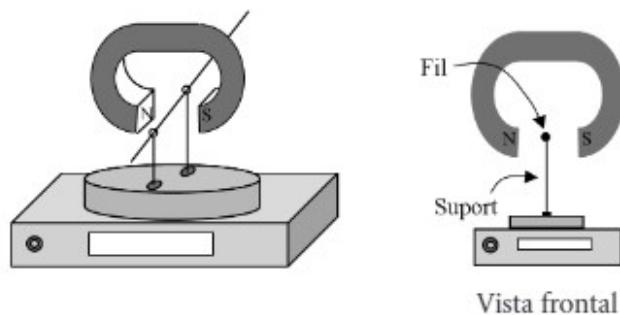


Quan es produeix un terratrèmol, l'imant es manté immòbil, mentre que la bobina puja i baixa seguint els moviments del terra.

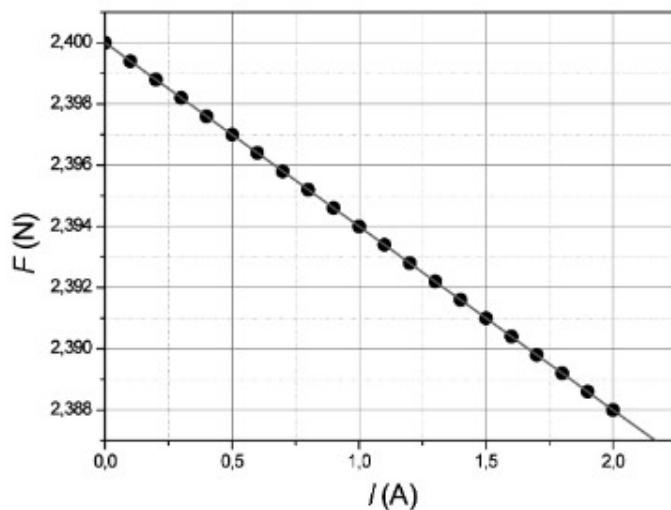
- a) Expliqueu què indicarà el voltímetre en les tres situacions següents:
1. El terra puja.
 2. El terra baixa.
 3. No hi ha cap terratrèmol (i el terra no es mou).
- b) Si retirem el voltímetre i apliquem un corrent elèctric altern a la bobina, qui efecte es produirà en l'imant suspès a sobre? Justifiqueu la resposta.

109.

Es col·loca per sobre d'una balança un imant amb els pols N i S enfrontats. Tal com veiem en les figures, entre aquests dos pols passa un fil conductor horitzontal que no toca l'imant. El fil elèctric s'aguanta mitjançant dos suports aïllants que recullen sobre el plat de la balança. En absència de corrent elèctric pel fil, la balança indica un pes de 2,400 N. Quan circula corrent elèctric pel fil conductor, la balança indica pesos aparents més petits, que depenen de la intensitat del corrent, a causa de l'aparició d'una força magnètica cap amunt.



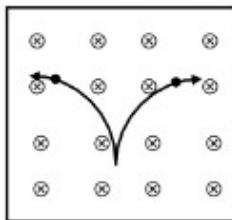
S'han fet circular pel fil diverses intensitats i s'han obtingut els resultats que es mostren en la gràfica següent, en què F és el pes aparent registrat per la balança i I és la intensitat del corrent que circula pel fil conductor.



- Determineu l'equació que relaciona la força amb la intensitat. Calculeu la força magnètica que actua sobre el fil elèctric quan la intensitat del corrent és 2,0 A i quan és 2,5 A.
- Considereu que el tram de fil situat entre els pols de l'imant té una longitud de 6 cm i que el camp magnètic és uniforme (constant) dins d'aquesta zona i nul a fora. Calculeu el camp magnètic entre els pols de l'imant. En quin sentit circula el corrent elèctric?

110.

La imatge següent representa una cambra d'ionització en què s'observa l'aparició d'un electró i d'un positró que tenen la mateixa energia. El camp magnètic que hi ha a la cambra d'ionització és de $2 \cdot 10^{-4}$ T i està dirigit cap a l'interior del paper.



- Indiqueu la trajectòria del positró i la de l'electró i justifiqueu la resposta. Si les dues trajectòries tenen un radi equivalent de 5,80 m, determineu la velocitat de les partícules.
- Quina és l'energia en repòs d'un electró? Quina energia mínima ha de tenir un fotó per a materialitzar-se en un parell electró-positró? Quines són la freqüència i la longitud d'ona corresponents a aquesta energia?

DADES: $q_{\text{electrò}} = -1,602 \cdot 10^{-19}$ C;

$q_{\text{positró}} = +1,602 \cdot 10^{-19}$ C;

$m_{\text{electrò}} = m_{\text{positró}} = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg;

$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J · s;

$c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

111.

Un timbre funciona a 12,0 V de tensió i 0,200 A d'intensitat. Per tal de poder-lo connectar a la xarxa elèctrica i que funcioni correctament, disposa d'un transformador ideal que té 20 espries en el secundari.

- Connectem el primari del transformador a un corrent altern de 220 V. Calculeu quantes espries té el primari i quina intensitat de corrent hi circula.
- Si connectem el primari d'aquest transformador a un corrent continu de 24 V, quina intensitat de corrent circularà pel timbre? Justifiqueu la resposta.

112.

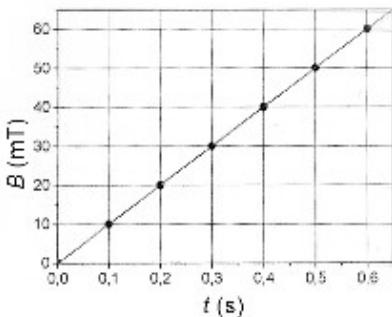
En una experiència de laboratori, es mesura el flux magnètic a través de la superfície d'una espira i s'observa que varia amb el temps d'acord amb la taula següent:

Φ (Wb)	100	80	60	40	20	0	-20	-40	-60	-80	-100
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Dibuixeu el gràfic Φ - t i, d'acord amb aquest, deduïu el valor de la força electromotriu del corrent induït a l'espira.

113.

En un circuit de 50 cm^2 de superfície, hi apliquem un camp magnètic perpendicular al pla que defineix el circuit. El seu mòdul varia amb el temps, tal com es representa en la gràfica.



- Determineu l'equació amb què s'obté la variació del camp magnètic en funció del temps.
- Calculeu el valor de la força electromotriu induïda en el circuit.

114.

Un dispositiu llança, al mateix temps, en la mateixa direcció i en sentits opositos, un protó i un electró. És a dir: $\vec{v}(\text{protó}) = -v\vec{j}$, $\vec{v}(\text{electró}) = +v\vec{j}$.

- Quan aquest dispositiu es col·loca dins un camp magnètic $\vec{B} = +B\vec{i}$:
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qvB\vec{k}$.
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$.
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qvB\vec{k}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qvB\vec{k}$.
- Quan el dispositiu es col·loca dins un camp elèctric $\vec{E} = +E\vec{j}$:
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = +qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$.
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = +qE\vec{j}$.
 - Sobre el protó actua una força $\vec{F} = -qE\vec{j}$ i, sobre l'electró, $\vec{F} = -qE\vec{j}$.

NOTA: q representa el valor absolut de la càrrega de l'electró i la del protó.

115.

Per un fil conductor que podem considerar infinitament llarg circula un corrent elèctric ascendent. Tal com s'indica en la figura següent, prop del fil hi ha una espira rectangular amb dos costats paral·lels al fil.



1. Si augmenta la intensitat del corrent que circula pel fil,
 - a) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit horari.
 - b) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit antihorari.
 - c) a l'espira no s'indueix cap corrent elèctric.
2. Si mantenim constant la intensitat del corrent que passa pel fil i movem l'espira paral·lelament a si mateixa apropiant-la al fil conductor,
 - a) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit antihorari.
 - b) a l'espira s'indueix un corrent elèctric en sentit horari.
 - c) a l'espira no s'indueix cap corrent elèctric.

116.

Dins d'un camp magnètic constant, un electró descriu un moviment circular i uniforme en un pla horitzontal com el d'aquest paper, amb un sentit de gir com el de les agulles del rellotge.

1. El camp magnètic que obliga l'electró a descriure el moviment circular
 - a) depèn de la velocitat de l'electró.
 - b) és perpendicular a aquest paper i de sentit cap enfora.
 - c) és perpendicular a aquest paper i de sentit cap endins.
2. Podem considerar que, quan gira, l'electró és un corrent elèctric elemental i, per tant,
 - a) crea un camp magnètic, a l'interior de la seva trajectòria, perpendicular al paper i de sentit cap enfora.
 - b) no crea cap camp magnètic.
 - c) crea un camp magnètic, a l'interior de la seva trajectòria, perpendicular al paper i de sentit cap endins.

117.

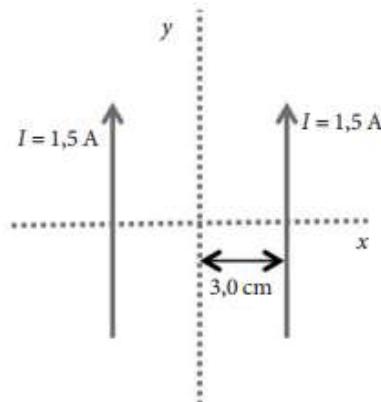
Per un fil recte molt llarg circula un corrent d'1,5 A en el sentit positiu de la direcció y , seguint la línia $x = -3,0 \text{ cm}$. Un altre fil amb les mateixes característiques, pel qual també circula un corrent d'1,5 A en el sentit positiu de la direcció y , segueix la línia $x = 3,0 \text{ cm}$, com mostra la figura.

- Calculeu el camp magnètic (mòdul, direcció i sentit) en $x = 0$ i feu un esquema que justifiqui el resultat.
- Calculeu el camp magnètic (mòdul, direcció i sentit) en $x = 5,0 \text{ cm}$ i feu un esquema que justifiqui el resultat.

DADA: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

NOTA: El mòdul del camp magnètic creat per un fil conductor infinit pel qual circula

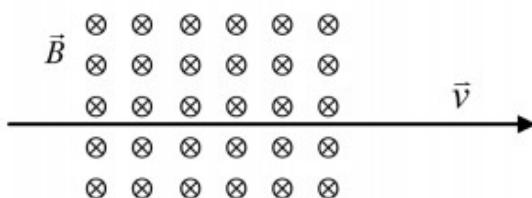
$$\text{una intensitat de corrent } I \text{ és: } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \text{ en què } r \text{ és la distància al fil conductor.}$$



118.

En un selector de velocitats, un camp elèctric i un camp magnètic formen un angle de 90° entre si. El selector deixa passar ions de He^+ amb una velocitat de $3,20 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$, que no es desvien de la trajectòria rectilínia inicial. El camp elèctric té un mòdul de $2,00 \times 10^5 \text{ N C}^{-1}$. La disposició del camp magnètic i la velocitat són els que es veuen en la figura.

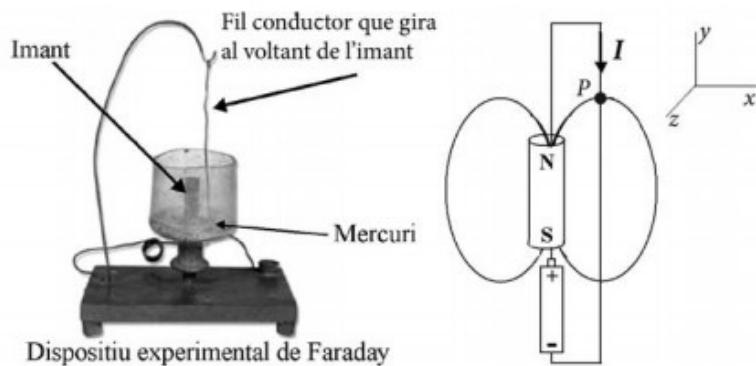
- Indiqueu, d'una manera justificada, la direcció i el sentit del camp elèctric i de la força magnètica que actua sobre un ió He^+ amb una càrrega d' $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$. Calculeu també el mòdul del camp magnètic en aquest dispositiu.
- Calculeu el radi de l'òrbita que descriu un ió He^+ si només hi actua el camp magnètic. La massa d'aquests ions és de $6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$.



119.

De les dues imatges de sota, la figura de l'esquerra mostra un dels dispositius experimentals que Faraday va construir l'any 1821 i que es considera el primer motor elèctric. L'esquema de la dreta representa un circuit equiparable format per una pila, un imant i un conductor que gira al voltant de l'imant. També hi ha representada una línia de camp que té un vector de camp magnètic \vec{B} perpendicular al fil en el punt P .

- Representeu el vector de camp magnètic en el punt P . Indiqueu i justifiqueu el sentit de gir del fil.
- Calculeu el mòdul de la força magnètica que actua sobre 1 cm del conductor centrat en el punt P , suposant que en aquest segment el camp és constant, amb el mòdul igual a 0,1 T i la intensitat de corrent igual a 10 A.



Les ones i el so.

120.

Tenim dues molles idèntiques. Un objecte A de 100 g que penja d'una de les molles oscilla amb un període d'1,00 s i amb una amplitud de 5,00 cm.

- a) Volem que l'altra molla oscilli amb la mateixa amplitud, però amb una freqüència doble que la de la molla de què penja l'objecte A. Quina massa hem de penjar a la segona molla?
- b) Els dos objectes es deixen anar des de l'extrem inferior de l'oscillació. Representeu en una gràfica velocitat-tempo la velocitat de cadascun dels objectes quan oscil·len durant 2 s en les condicions descrites. En la gràfica heu d'indicar clarament les escales dels eixos, les magnituds i les unitats. Durant els 2 s representats en la gràfica, en quins moments la diferència de fase entre els dos objectes és de π radians?

121.

La Xarxa d'Instruments Oceanogràfics i Meteorològics (XIOM) fa servir boies marines per a estudiar l'onatge. De les estadístiques dels últims deu anys es pot extreure que, de mitjana, l'onatge a la costa catalana té una alçada (distància entre el punt més baix i el més alt de l'onada) de 70 cm i un període de 5 s. Escriviu l'equació del moviment d'una boia que es mou com aquesta onada mitjana.

122.

En la vida quotidiana estem sotmesos a moviments vibratoris. Per exemple, en caminar, córrer, viatjar amb algun mitjà de locomoció o estar a prop d'alguna màquina. A l'hora de dissenyar vehicles i màquines, cal fer un estudi d'aquests moviments per tal d'aconseguir que siguin confortables i segurs, ja que els efectes de les vibracions poden anar des de simples molèsties fins al dolor o la mort.

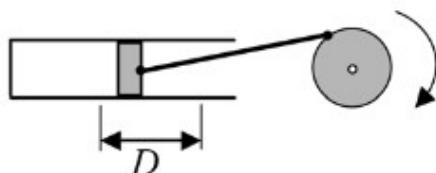
Aquests estudis solen utilitzar l'acceleració màxima del moviment vibratori com a variable, per a relacionar-la amb les molèsties que percebem.

Se sap que som molt sensibles a un moviment vibratori de 6,0 Hz i que, amb aquesta freqüència, a partir d'una acceleració màxima de $6,0 \text{ m s}^{-2}$, les molèsties són tan fortes que ens poden arribar a alarmar.

- a) Calculeu l'amplitud d'oscillació que correspon a un moviment vibratori harmònic de 6,0 Hz i una acceleració màxima de $6,0 \text{ m s}^{-2}$.
- b) Calculeu el valor de la constant elàstica d'una molla per tal que una massa de 85 kg que hi estigui enganxada oscilli amb una freqüència de 6,0 Hz.

123.

L'èmbol d'una màquina de vapor té un recorregut $D = 100$ cm i comunica a l'eix una velocitat angular de 60 rpm. Si considerem que el moviment de l'èmbol descriu un moviment harmònic simple, deduïu el valor de la velocitat que té quan és a una distància de 20 cm d'un dels extrems del recorregut.



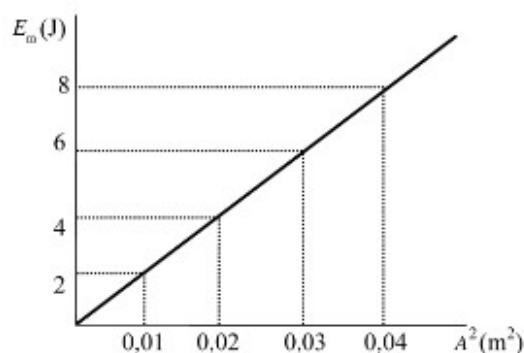
124.

Observem que dues boies de senyalització en una zona de bany d'una platja, separades una distància de 2 m, oscil·len de la mateixa manera amb l'onatge de l'aigua del mar. Veiem que la mínima distància en què té lloc aquest fet és, justament, la separació entre les dues boies. Comptem que oscil·len trenta vegades en un minut i observem que pugen fins a una alçada de 20 cm.

- Determineu la freqüència, la longitud d'ona i la velocitat de les ones del mar.
- Escriviu l'equació que descriu el moviment de les boies en funció del temps, si comencem a comptar el temps quan les boies són en la posició més alta. Escriviu l'equació de la velocitat de les boies en funció del temps.

125.

Una massa de 0,5 kg descriu un moviment harmònic unida a l'extrem d'una molla, de massa negligible, sobre una superfície horitzontal sense fregament. En la gràfica següent es relaciona el valor de l'energia mecànica de la molla amb el quadrat de l'amplitud d'oscil·lació del moviment harmònic:



Calculeu:

- El valor de la freqüència d'oscil·lació.
- El valor de la velocitat màxima de la massa quan l'amplitud d'oscil·lació del moviment és 0,1414 m.

126.

Una molla horitzontal està unida per l'extrem de l'esquerra a la paret i per l'extrem de la dreta a una partícula de massa 2 kg. Separem la partícula una distància de 25 cm cap a la dreta de la seva posició d'equilibri i la deixem anar. En aquest moment comencem a comptar el temps. La partícula descriu un moviment harmònic simple amb un període de 0,75 s. Quan la partícula es trobi a 0,10 m a la dreta del punt central de l'oscil·lació i s'estigui movent cap a la dreta, determineu:

- a) L'energia cinètica de la partícula.
- b) L'energia mecànica del sistema.
- c) La força resultant que actua sobre la partícula. Doneu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.

127.

Les aranyes tenen uns òrgans sensibles en els extrems de les potes que els permeten detectar les vibracions que produeixen els insectes que queden atrapats a la seva teranyina. Considereu que en una teranyina el moviment dels insectes és equivalent al que tindrien en un sistema que es mogués amb un moviment harmònic simple (MHS). Hem observat que un insecte de massa 1,58 g atrapat en una teranyina produeix una vibració de 12 Hz.



- a) Calculeu la constant elàstica d'aquesta teranyina.
- b) Determineu la massa d'un insecte que, en quedar atrapat a la teranyina, té un període d'oscil·lació de 0,12 s. Calculeu el valor absolut de l'acceleració màxima de l'insecte, durant el temps en què es mou a la teranyina, si l'amplitud de l'oscil·lació és de 2,0 mm.

128.

Una boia marina sura sobre la superfície de l'aigua i descriu un moviment harmònic simple (MHS) a mesura que li arriben les ones. En un instant inicial $t = 0,0$ s, l'onatge que hi ha fa que el punt més alt de les ones estigui 1,0 m més amunt que el punt més baix i que arribi una ona cada 2,0 segons.

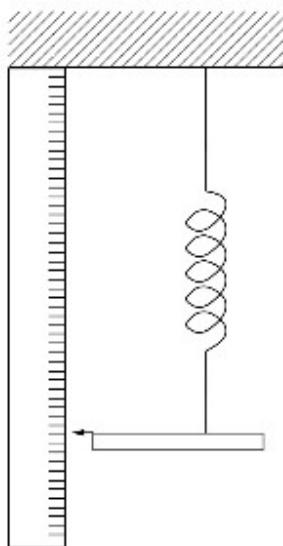
- a) Escriviu l'equació del moviment de la boia.
- b) Si la boia té una massa d'1,5 kg, quina és l'energia cinètica màxima de la boia?

129.

Disposem d'una molla de constant de recuperació $k = 4,00 \text{ N m}^{-1}$ i de longitud natural $l = 20,0 \text{ cm}$, amb la qual volem fer una balança. Per fer-la, pengem la molla verticalment per un dels extrems i, a l'altre, colloquem una plataforma de massa $m = 20,0 \text{ g}$ amb un dial, de manera que aquest indiqui el valor de la mesura sobre una escala graduada, tal com es mostra a la figura.

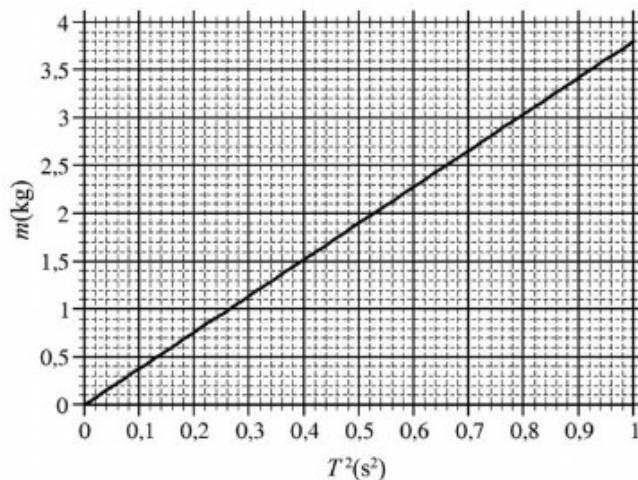
- Determineu la lectura que marca el dial en collocar la plataforma i deixar que el sistema s'aturi. Considereu que el zero del dial coincideix amb l'extrem superior del regle de la figura.
- Afegim un objecte de massa $M = 300 \text{ g}$ damunt de la plataforma. A continuació, desplaçem el conjunt una distància de $10,0 \text{ cm}$ respecte a la nova posició d'equilibri i el deixem anar, de manera que el sistema comença a oscil·lar lliurement. Amb quina velocitat tornarà a passar per la posició d'equilibri?

DADA: $\mathbf{g} = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.



130.

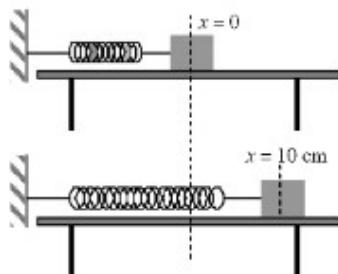
Una manera d'obtenir la constant elàstica d'una molla és penjar-hi una massa i mesurar-ne el període de les petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri. En la gràfica següent hi ha representada la relació entre la massa penjada de la molla i el quadrat del període de les oscil·lacions:



- A partir de la gràfica, calculeu la constant elàstica de la molla. Si l'amplitud de les oscil·lacions fos de $0,10 \text{ m}$, quina seria l'energia cinètica màxima assolida per la massa en l'oscil·lació?
- Suposem que la constant elàstica de la molla és de 150 N m^{-1} , hi pengem una massa d' $1,5 \text{ kg}$ i la fem oscil·lar amb una amplitud de $0,20 \text{ m}$. Quina és l'acceleració màxima que assoleix? Si submergem tot el conjunt en un recipient ple d'aigua de manera que la massa oscil·la fins a aturar-se a causa del fregament, quin és el treball fet per la força de fregament que ha aturat l'oscil·lació?

131.

Sobre una taula horitzontal hi ha una massa de 380 g lligada a l'extrem d'una molla de constant recuperadora $k = 15 \text{ N/m}$. L'altre extrem de la molla és fix, i el fregament del conjunt és neglible. Desplacem la massa 10 cm des de la posició d'equilibri, tal com es veu a les figures següents, i la deixem anar.



Trobeu:

- El període del moviment.
- L'equació del moviment, tenint en compte que quan $t = 0 \text{ s}$, la molla està a l'elongació màxima positiva, com es veu a la segona figura.
- L'energia cinètica de la massa quan passa per un punt situat 2 cm a la dreta de la posició d'equilibri.

132.

L'agulla d'una màquina de cosir oscilla verticalment entre dos punts separats per una distància de 20 mm. En les especificacions del fabricant s'indica que l'agulla pot fer 1 800 puntades per minut. Si sabem que l'agulla descriu un moviment harmònic simple:

- Determineu la freqüència en Hz i escriviu l'equació del moviment suposant que en el moment inicial l'agulla es troba en la posició de màxima altura.
- Calculeu la velocitat i l'acceleració màximes de l'agulla.



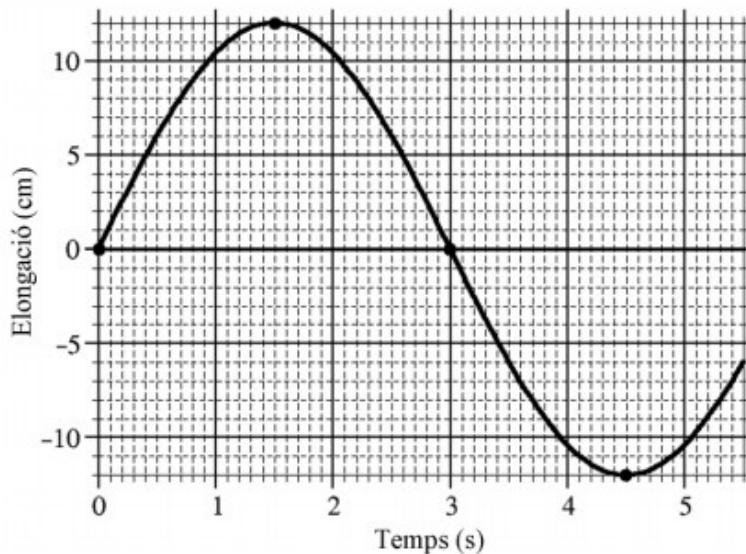
133.

Una molla de constant $k = 125 \text{ N/m}$ té un extrem fix i, en l'altre, hi ha lligada una massa de 200 g que pot lliscar sobre una superfície horitzontal sense fregament. Desplacem inicialment la massa 12 cm de la posició d'equilibri, tot allargant la molla, i la deixem anar. Determineu:

- El valors màxims de les energies cinètica i potencial assolides durant el moviment i la velocitat màxima de la massa.
- El període i la freqüència del moviment harmònic resultant. Escriviu també l'equació d'aquest moviment prenent $t = 0$ com l'instant en què s'ha deixat anar la massa.

134.

La gràfica següent representa el moviment d'un cos de 250 g de massa que oscilla, sense fregament, unit a una molla.



- Calculeu l'amplitud, la freqüència angular, el període i la fase inicial d'aquest moviment.
- Escriviu l'equació del moviment i calculeu l'energia mecànica total del sistema.

135.

La massa dels astronautes a l'espai es mesura amb un aparell que es basa en el moviment vibratori harmònic. Quan l'astronauta s'hi col·loca, l'aparell inicia un moviment vibratori i en mesura la freqüència. Sabem que per a una massa de 60 kg, la freqüència d'oscil·lació és 0,678 Hz.

- Calculeu la velocitat màxima d'oscil·lació d'aquesta massa si sabem que l'amplitud màxima d'oscil·lació és 20 cm.
- Si la massa d'un astronauta fa oscil·lar l'aparell a una freqüència de 0,6064 Hz, calculeu la constant elàstica de la molla i la massa de l'astronauta.

136.

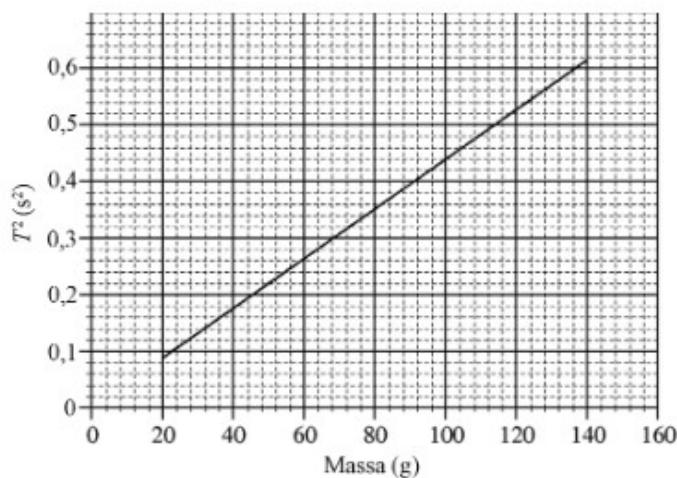
Una massa $m=0,3\text{ kg}$, situada en un pla horitzontal sense fricció i unida a una molla horitzontal, descriu un moviment vibratori harmònic. L'energia cinètica màxima de la massa és 15 J.

- Si sabem que entre els dos punts del recorregut en què el cos té una velocitat nul·la hi ha una distància de 50 cm, calculeu l'amplitud, la freqüència i el període del moviment i la constant elàstica de la molla.
- Calculeu la posició, la velocitat i l'acceleració del cos en l'instant $t=3\text{ s}$, considerant que quan $t=0\text{ s}$ el cos té l'energia cinètica màxima.

137.

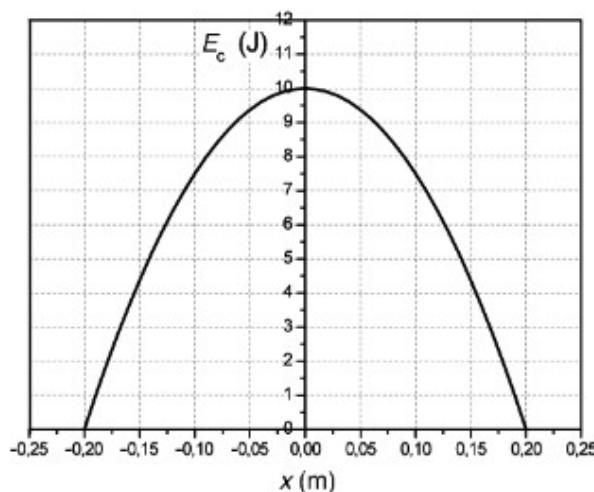
Duem a terme l'experiència següent: pengem d'una molla fixada en un suport per un dels seus extrems set masses diferents, i provoquem que aquestes masses facin petites oscil·lacions i realitzin un MVHS. Mesurem amb molta cura el temps que triga a fer deu oscil·lacions cadascuna de les masses i, a partir d'aquí, obtenim els períodes (T) del moviment, el quadrat dels quals es representa en la gràfica.

- a) Calculeu la constant elàstica de la molla i expliqueu raonadament si depèn de la massa. Indiqueu el període que mesurariem si provoquéssim les oscil·lacions amb una massa de 32,0 g.
- b) El MVHS que descriu la massa de 100 g que hem penjat de la molla té una amplitud de 10,0 cm. Calculeu l'elongació i l'acceleració que tindrà la massa quan hauran transcorregut 3,00 s des del moment en què l'hem deixat oscillar a partir del punt més baix de la trajectòria.



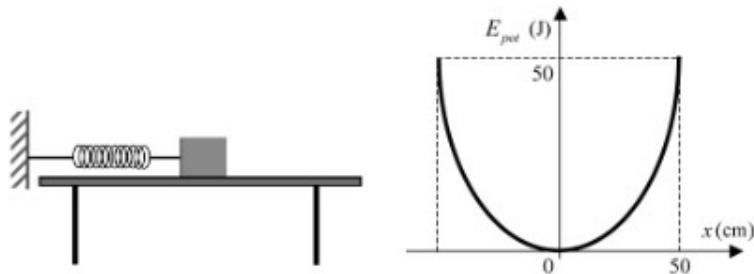
138.

La gràfica següent representa l'energia cinètica d'un oscil·lador harmònic en funció de l'elongació (x).



- a) Digueu el valor de l'energia cinètica i de l'energia potencial quan $x = 0$ m i quan $x = 0,20$ m. Determineu la constant elàstica.
- b) Calculeu la massa de l'oscil·lador, si sabem que la freqüència de vibració és $(100/2\pi)$ Hz.

Una molla, situada sobre una taula horitzontal sense fregament, està fixada per un dels extrems a una paret i a l'altre extrem hi ha lligat un cos de 0,5 kg de massa. La molla no està deformada inicialment. Desplaçem el cos una distància de 50 cm de la seva posició d'equilibri i el deixem moure lliurement, amb la qual cosa descriu un moviment vibratori harmònic simple. L'energia potencial del sistema en funció del desplaçament es representa amb la paràbola de la gràfica següent:



Determineu el valor de la constant recuperadora de la molla i el valor de la velocitat del cos quan té una elongació de 20 cm.

En una experiència de laboratori, mesurem la longitud d'una molla vertical fixada per l'extrem superior quan hi pengem diferents masses de l'extrem inferior. A la taula següent hi ha els resultats obtinguts, on ΔL representa l'allargament de la molla quan li pengem de l'extrem inferior una massa m .

m (g)	200	300	400	500	600	700
ΔL (cm)	32,7	49,0	65,3	81,7	98,0	114,3

- a) Representeu gràficament l'allargament (ordenada) en funció de la força que actua sobre la molla (abscissa). Doneu l'equació de la funció que ajusta els valors experimentals.
- b) Determineu la constant elàstica de la molla. Expresseu el resultat en les unitats del sistema internacional (SI).

DADES: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

141.

Un cos de 10 kg de massa es penja d'una molla vertical i s'observa que la molla s'allarga 2 cm. A continuació, estirem la molla cap avall i el sistema comença a oscil·lar fent un moviment harmònic simple de 3 cm d'amplitud.

Calculeu:

- L'equació del moviment que seguirà el cos.
- La velocitat del cos oscil·lant al cap de 5 s d'haver començat el moviment.
- La força recuperadora de la molla al cap de 6 s d'haver començat el moviment.

142.

Una cubeta d'ones consisteix en un recipient amb aigua en què, mitjançant una punta que percut deixa la superfície del líquid, es generen ones superficials. Regulem el percussor perquè colpegi l'aigua dues vegades per segon. Si l'ona triga 1,0 s a arribar al límit de la cubeta, situat a 30 cm del percussor, calculeu la longitud d'ona.

143.

Tenim dues molles idèntiques. Un objecte A de 100 g que penja d'una de les molles oscilla amb un període d'1,00 s i amb una amplitud de 5,00 cm.

- Volem que l'altra molla oscilli amb la mateixa amplitud, però amb una freqüència doble que la de la molla de què penja l'objecte A. Quina massa hem de penjar a la segona molla?
- Els dos objectes es deixen anar des de l'extrem inferior de l'oscillació. Representeu en una gràfica velocitat-tempo la velocitat de cadascun dels objectes quan oscilen durant 2 s en les condicions descrites. En la gràfica heu d'indicar clarament les escales dels eixos, les magnituds i les unitats. Durant els 2 s representats en la gràfica, en quins moments la diferència de fase entre els dos objectes és de π radians?

144.

El pistó d'un cilindre del motor d'explosió d'un vehicle desenvolupa un moviment vibratori harmònic simple. En un règim de funcionament determinat, té un recorregut de 20,0 cm (d'extrem a extrem) i el motor fa $1,91 \times 10^3$ rpm (revolucions per minut). En l'instant $t = 0,00$ s, el pistó està situat a 10,0 cm de la seva posició d'equilibri. Determineu:

- L'equació de moviment i la velocitat màxima del pistó.
- El valor de la força màxima que actua sobre el pistó, si té una massa de 200 g.

145.

En l'últim campionat mundial de futbol, la *vuvuzela*, un instrument musical d'anímació molt sorollós, atesa la forma cònica i acampanada que té, va despertar una gran controvèrsia per les molèsties que causava. Aquest instrument produeix el so a una freqüència de 235 Hz i crea uns harmònics, és a dir, sons múltiples de la freqüència fonamental (235 Hz), d'entre 470 Hz i 1 645 Hz de freqüència. La *vuvuzela* és molt irritant, perquè els harmònics amb freqüències més altes són els més sensibles per a l'oïda humana.

NOTA: Considereu que el tub sonor és obert pels dos cantons.

- Amb les dades anteriors, calculeu la longitud aproximada d'una *vuvuzela*.
- Un espectador es troba a 1 m d'una *vuvuzela* i percep 116 dB. Molest pel soroll, s'allunya fins a una distància de 50 m. Quants decibels percep, aleshores?

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

146.

D'una manera molt simplificada, podem dir que la trompeta és un instrument musical de vent en què les diferents notes són produïdes aplicant aire per un extrem (que es considera tancat a causa de la presència dels llavis del músic) i que s'emeten per l'altre, considerat obert.

Les notes produïdes corresponen a determinats harmònics associats a les ones estacionàries que s'originen a l'instrument. La trompeta consta també de tres pistons que, quan es premen, augmenten de manera efectiva la longitud i canvien les notes emeses.

- Si la longitud total del tub que representa la trompeta és $l_0 = 0,975 \text{ m}$, indiqueu quina és la longitud d'ona i la freqüència dels tres primers modes de vibració estacionaris que es poden generar a la trompeta.
- Quan el músic fa sonar l'instrument mentre prem el segon pistó, produeix la nota s_i de la tercera octava, de freqüència $f = 247 \text{ Hz}$. Sabent que aquesta nota correspon al segon mode de vibració permès a la cavitat de l'instrument, quina és ara la longitud efectiva de la cavitat? Quin és el recorregut extra Δl que fa l'aire dins de la trompeta quan es prem aquest pistó?

DADA: Velocitat del so en l'aire, 340 m s^{-1}

147.

El timbre que sona en una escola a l'hora del pati perquè els alumnes tornin a classe és molt fort. Per tal de saber fins on el sentiran, en cas de no haver-hi edificis ni cap mena de pèrdua d'energia, mesurem amb el telèfon intelligent (*smartphone*) el nivell d'intensitat sonora a $7,0 \text{ m}$ de distància del timbre i obtenim un valor de 50 dB . Calculeu:

- La intensitat del so en el lloc on fem la mesura.
- La potència del timbre. A partir de quina distància del timbre els alumnes deixaran de sentir el so?

DADA: Les persones no poden percebre els sons que tenen una intensitat inferior a $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$. Supposeu que el timbre és un emissor de so puntual que emet en totes les direccions.

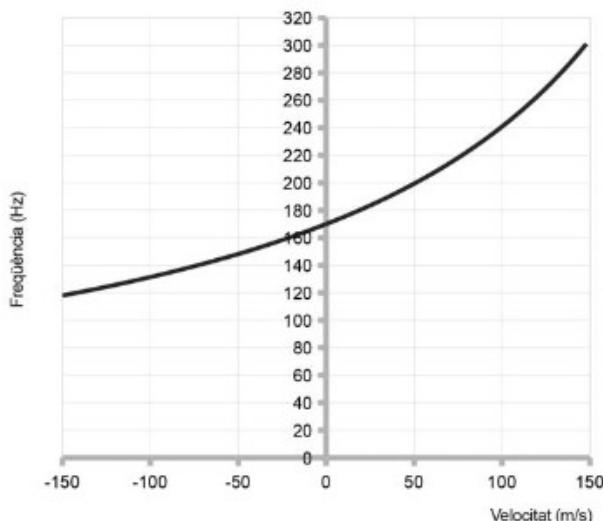
148.

En una cubeta d'ones generem ones de 20 Hz de freqüència i de 2 cm d'amplitud, de manera que tarden 5 s per a recórrer 10 m.

1. La velocitat màxima de vibració dels punts de la superfície de l'aigua és
 - a) 2 m/s
 - b) $0,8\pi$ m/s
 - c) 4 m/s
2. La diferència de fase entre dos punts sobre la superfície de l'aigua, situats en la mateixa direcció de propagació de l'ona i separats per una distància de 5 cm, en un instant determinat és
 - a) $\pi/2$ rad
 - b) $\pi/4$ rad
 - c) π rad

149.

Hem construït aquesta gràfica a partir de dades de freqüència recollides quan una font de so es movia acostant-se a nosaltres (velocitats positives) o allunyant-se'n (velocitats negatives), a velocitats diferents.



- a) Com s'anomena el fenomen que hem estudiat en aquest experiment? La font de so s'acosta a nosaltres amb un moviment rectilini uniforme (MRU) a 100 m s^{-1} i ens sobrepassa. Quin canvi de freqüència (expressada en Hz) sentirem en el moment en què passi just pel nostre costat? La freqüència que sentirem augmentarà o disminuirà?
- b) La taula següent mostra com disminueix la intensitat sonora quan ens situem a diferents distàncies d'un emissor puntual de so.

Distància (m)	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
$I (\text{mW m}^{-2})$	0,080	0,020	0,0089	0,0050	0,0032	0,0022	0,0016

Calculeu a quina distància, aproximadament, haurem d'estar perquè el nivell de sensació sonora sigui de 65 dB i calculeu la potència de la font sonora, suposant que emet igual en totes les direccions.

DADA: Intensitat del llindar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,00 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

150.

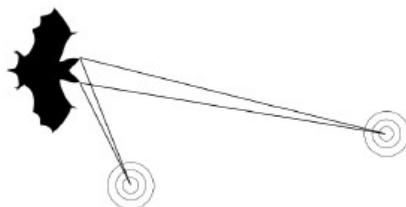
El terme musical *soprano* es refereix a la veu més aguda, característica del sexe femení. El rang vocal típic d'aquesta veu és de més de dues octaves, del do₃ (261,7 Hz) al re₅ (1 174,7 Hz).

- Calculeu les longituds d'ona dels sons més greu i més agut que pot emetre una cantant *soprano*.
- En una actuació, un espectador situat a 10,0 m d'una *soprano* percep un nivell d'intensitat sonora de 80 dB. Calculeu la potència d'aquest so.

DADES: Intensitat del llindar d'audició (0 dB), $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$
Velocitat del so en l'aire = 340 m s^{-1}

151.

Els ratpenats emeten uns xiscles en forma d'ultrasons i utilitzen els ecos d'aquests ultrasons per a orientar-se i per a detectar obstacles i preses. Una espècie de ratpenats emet ultrasons amb una freqüència de 83,0 kHz quan caça mosquits.



- Calculeu la longitud d'ona i el període dels ultrasons emesos per aquests ratpenats. Considerieu un mosquit situat a 1,5000 m de l'orella dreta i a 1,5030 m de l'orella esquerra del ratpenat. Calculeu la diferència de fase en l'eco percebut per cada orela, provenint del mosquit.
- Quan el mosquit està més a prop, el ratpenat també podria utilitzar la diferència

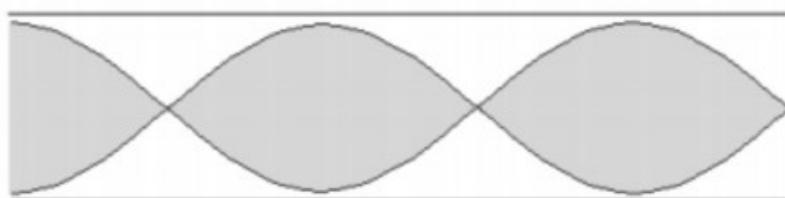
d'intensitats dels ecos. Calculeu el quotient d'intensitats sonores $\frac{I_{\text{dreta}}}{I_{\text{esquerra}}}$ quan el

mosquit està a 33 cm de l'orella dreta i a 34 cm de l'orella esquerra i expresseu en decibels la diferència de nivells d'intensitat sonora. Considerieu que l'eco es propaga uniformement des del mosquit en totes les direccions de l'espai.

DADA: Velocitat dels ultrasons en l'aire = 340 m s^{-1} .

152.

El clarinet és un instrument de fusta en forma de tub en el qual es generen ones estacionàries. L'instrument es pot assimilar a un tub ple d'aire obert per un extrem i tancat per l'altre. La figura mostra el mode tercer harmònic, on l'aire vibra amb una freqüència de 637 Hz.

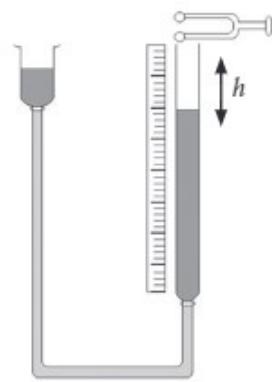


- Quina és la llargària del clarinet?
- Si la nota es toca amb una intensitat d' $1,00 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$ i produeix una intensitat sonora determinada a dos metres de distància, en quants decibels augmenta el nivell de sensació sonora a la mateixa distància si la intensitat es duplica?

DADA: $v_{\text{so}} = 340 \text{ m s}^{-1}$

153.

Per a mesurar la velocitat del so en l'aire podem fer servir un tub de ressonància. Regulant el nivell de l'aigua, es poden produir situacions de ressonància quan l'ona estacionària té un ventre a l'extrem obert del tub. Quan el diapasó vibra amb una freqüència de 440 Hz, fem baixar el nivell de l'aigua fins que observem la primera situació de ressonància per a $h = 19$ cm, que es reconeix perquè es produeix una intensificació nítida del so, i també observem una segona situació de ressonància per a $h = 57$ cm.



- Dibuixeu l'esquema de l'ona estacionària per a cadascuna de les situacions de ressonància descrites i determineu la velocitat del so en l'aire.
- Si el diapasó emet ones sonores amb una potència de 0,01 W, calculeu els decibels que percebrà una persona situada a 3 m.

DADA: Intensitat del llindar d'audició: $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

154.

La corda d'un violí fa 32 cm de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 196 Hz.



- Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona del mode fonamental i digueu en quins punts de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.
- Dibuixeu, de manera esquemàtica, el perfil de l'ona estacionària del tercer i del cinquè modes de vibració i calculeu-ne les freqüències.

155.

Una ona transversal avança per una corda. L'emissor que la produeix vibra amb una freqüència de 25,0 Hz. Considereu que l'ona avança en el sentit positiu de l'eix x . El centre emissor està situat a l'origen de coordenades, i l'elongació en l'instant inicial és nulla. Sabem que la distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és 24,0 cm i que l'amplitud de l'ona és 3,00 cm. Calculeu:

- La velocitat de l'ona, la freqüència angular (pulsació), el nombre d'ona i l'equació de l'ona.
- La velocitat d'oscillació i l'acceleració d'un punt situat en $x = 6,00$ m en l'instant $t = 3,00$ s.

156.

La corda d'una guitarra mesura 0,65 m de llargària i vibra amb una freqüència fonamental de 440 Hz.

- Expliqueu raonadament quina és la longitud d'ona de l'harmònic fonamental i digueu en quins llocs de la corda hi ha els nodes i els ventres. Calculeu la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han generat l'ona estacionària de la corda.
- Dibuixeu el perfil de l'ona estacionària del segon i del quart harmònic i calculeu-ne la freqüència.

157.

Una ona harmònica transversal es propaga per una corda a una velocitat de 6,00 m/s. L'amplitud de l'ona és 20 mm i la distància mínima entre dos punts que estan en fase és 0,40 m. Considereu la direcció de la corda com l'eix x i que l'ona es propaga en el sentit positiu d'aquest eix.

- Calculeu la longitud d'ona, el nombre d'ona, la freqüència, el període i la freqüència angular (pulsació).
- Escriviu l'equació de l'ona sabent que, en l'instant inicial, l'elongació d'un punt situat a l'origen de coordenades és màxima. Calculeu l'expressió de la velocitat amb què vibra un punt de la corda situat a una distància de 10 m respecte de l'origen de la vibració. Quina és la velocitat màxima d'aquest punt?

158.

Cadascun dels extrems d'un diapasó presenta un moviment vibratori harmònic amb una freqüència de 1000 Hz i una amplitud d'1 mm. Aquest moviment genera en l'aire una ona harmònica de so de la mateixa freqüència. El moviment dels dos extrems està en fase.

- Calculeu, per a un dels extrems del diapasó, l'elongació i la velocitat del seu moviment vibratori quan faci $3,3 \cdot 10^{-4}$ s que ha començat a vibrar, comptat a partir de la posició que correspon a la màxima amplitud.
- Raoneu si, en l'aire, es produiria el fenomen d'interferència a partir de les ones de so que es generen en els dos extrems del diapasó. Si s'esdevé aquest fenomen, indiqueu en quins punts es produiran els màxims d'interferència.

DADA: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$.

159.

Les cordes d'una guitarra tenen una longitud de 78,0 cm. Sabem que una de les cordes, quan vibra en el seu harmònic fonamental, emet un la, que correspon a una freqüència de 220 Hz.

- Dibuixeu el perfil de l'ona quan la corda vibra en l'harmònic fonamental. Quina serà la longitud d'ona del so produït? Quina és la velocitat de propagació de les ones que, per superposició, han format l'ona estacionària de la corda?
- Dibuixeu la corda quan vibra i emet un so corresponent al tercer harmònic. Indiqueu, en aquest cas, els nodes i els ventres de l'ona i calculeu-ne les posicions.

160.

L'equació d'una ona harmònica transversal que es propaga en una corda tensa de gran longitud és $y(x, t) = 0,03 \cdot \sin(2\pi t - \pi x)$, on x i y s'expressen en metres i t , en segons. Calculeu:

- La velocitat de propagació de l'ona, el període i la longitud d'ona.
- L'expressió de la velocitat d'oscil·lació de les partícules de la corda i la velocitat màxima d'oscil·lació.
- A l'instant $t = 2,0$ s, el valor del desplaçament i la velocitat d'un punt de la corda situat a $x = 0,75$ m.

161.

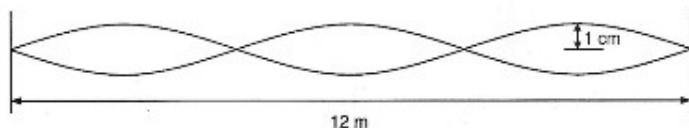
La membrana d'un altaveu vibra amb una freqüència de 300 Hz i una amplitud de 1,00 mm i produeix un to pur. En les condicions de l'experiment, la velocitat del so és 340 m s^{-1} .

- Calculeu la longitud d'ona, la pulsació i el període del so produït.
- Indiqueu com seran, qualitativament, la freqüència i la longitud d'ona enregistades per un observador en cada un dels casos següents, comparades (més gran / més petit / igual) amb la freqüència i la longitud d'ona originals:
 - L'altaveu s'acosta ràpidament a l'observador.
 - El so arriba a l'observador després d'haver-se reflectit en una paret.

162.

El dibuix següent representa una ona estacionària que s'ha generat en una corda tensa quan una ona harmònica que es propagava cap a la dreta s'ha superposat amb la que s'ha reflectit en un extrem.

- Indiqueu-ne els nodes. Determineu la distància entre nodes i la longitud d'ona estacionària. Quina és l'amplitud de les ones que, en superposar-se, han originat l'ona estacionària?
- Sabent que cada punt de la corda vibra a raó de trenta vegades per segon, escriu l'equació de l'ona inicial (si suposem que $y(0, 0) = 0$) i calculeu-ne la velocitat de propagació.



163.

La corda del violí, en produir la nota la_3 , vibra amb una freqüència de 440 Hz, i aquesta vibració es transmet a l'aire com una ona acústica de 5 mm d'amplitud.

1. L'ona acústica generada per la corda del violí és descrita per l'equació

a) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin\left(\frac{44\pi}{17}t - 880\pi x\right)$,

b) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin(440t - \frac{440}{340}x)$,

c) $y = 5 \cdot 10^{-3} \sin(880\pi t - \frac{44\pi}{17}x)$,

en què la y representa el desplaçament en la posició x . L'amplitud, el desplaçament, y , i la distància, x , s'expressen en metres i el temps, t , en segons.

2. La distància mínima entre dos punts que estan en fase és de

a) 0,773 m.

b) 0,386 m.

c) 340 m.

DADES: La velocitat del so en l'aire és de 340 m/s.

164.

Alguns instruments musicals, com la flauta, estan formats per un tub en què es produeixen ones estacionàries. Podem imaginar-nos la flauta com un tub ple d'aire, obert pels dos extrems, en què es formen ones estacionàries amb ventres en els dos extrems. Si la llargària del tub és 70,0 cm:

- a) Dibuixeu el perfil de l'ona corresponent a l'harmònic fonamental produït a l'interior del tub de la flauta. Determineu la freqüència de l'harmònic fonamental i la dels dos primers sobretons (segon i tercer harmònics) que es produiran en aquest tub.
- b) Quan fem sonar la flauta, produïm una sensació sonora de 65 dB en un observador situat a 2,0 m. Quina sensació sonora percebrà el mateix observador si en comptes d'una flauta sonen tres flautes idèntiques alhora?

DADA: $v_{\text{so}} = 340 \text{ m/s}$.

165.

Els grills perceben sons de freqüència d'entre 20 Hz i 100 kHz i els saltamartins perceben sons d'entre 15 Hz i 35 kHz de freqüència. Les balenes blanques emeten sons de 20 Hz. Si el so de la balena arriba a la superfície amb un angle de 60° respecte de la normal, calculeu:

- a) L'angle amb què sortirà el so de la balena a l'aire. Podran sentir aquest so els grills i els saltamartins que són arran de la costa? I dalt d'un penya-segat?
- b) La longitud d'ona, dins i fora de l'aigua, del so produït per la balena.

DADES: $v_{\text{so a l'aire}} = 340 \text{ m/s}$; $v_{\text{so a l'aigua}} = 1500 \text{ m/s}$.

166.

Un raig de llum de color groc de 580 nm es propaga per l'aire a una velocitat de $3,0 \cdot 10^8$ m/s i incideix sobre un vidre que té un índex de refracció d'1,55 per a aquesta llum. Calculeu:

- La freqüència de la llum groga en l'aire i la seva velocitat de propagació en el vidre.
- La freqüència i la longitud d'ona de la llum groga en el vidre.

167.

Un experiment consisteix a fer penetrar un raig làser de llum vermella des de l'aire fins a l'interior d'un material que té un índex de refracció desconegut. Hem mesurat l'angle d'incidència, que és de 20° respecte de la normal, i l'angle de refracció, que és de $14,90^\circ$. Determineu l'índex de refracció d'aquest material.

168.

L'amplitud màxima del camp elèctric de les ones de ràdio, d'una freqüència de 100 MHz, que rep un receptor de ràdio té un valor de 0,070 N/C.

- Calculeu el valor de l'amplitud màxima del camp magnètic que rep el receptor de ràdio i la longitud d'ona d'aquestes ones de ràdio. Feu un dibuix en què es vegi l'orientació relativa dels dos camps entre si i respecte de la direcció de propagació de l'ona electromagnètica.
- Escriviu l'equació del camp elèctric i la del camp magnètic que rep el receptor de ràdio.

DADA: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

169.

Un tub d'un orgue de la basílica de la Sagrada Família està obert pels dos extrems i fa 1,0 m de longitud.

- Calculeu les freqüències i les longituds d'ona de les ones estacionàries que es poden propagar per aquest tub.
- Si el tub estigués ple d'heli, el so s'hi propagaria a una velocitat de $975,0 \text{ m s}^{-1}$. En aquest cas, quines serien les freqüències?

DADA: Velocitat del so en l'aire = $343,0 \text{ m s}^{-1}$.

170.

Les boies marines s'utilitzen sovint per a mesurar l'alçària de l'onatge. Una d'aquestes boies es mou seguint una oscil·lació harmònica de 3,00 m d'amplitud i 0,10 Hz de freqüència i l'ona es propaga a una velocitat de $0,50 \text{ m s}^{-1}$.

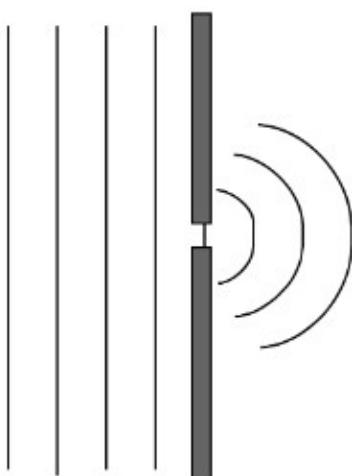
- Calculeu la longitud d'ona i el nombre d'ona.
- Escriviu l'equació de les ones que fan moure la boia suposant que la fase inicial és zero.

171.

En la figura es mostren els fronts d'ona d'un so que travessa un obstacle.

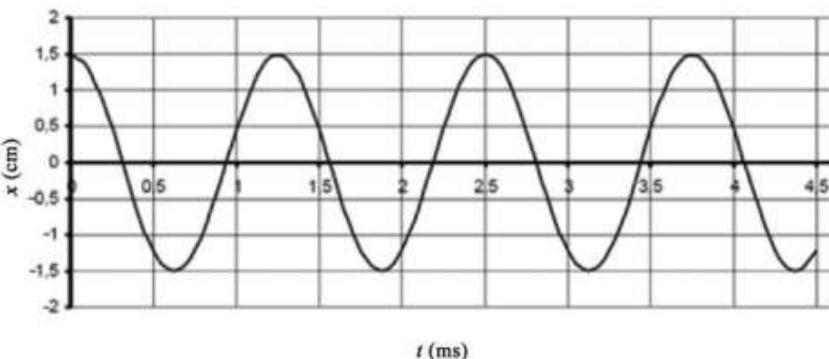
- a) Anomeneu el fenomen que s'indica. Quines condicions ha de tenir l'obstacle perquè es produueixi aquest fenomen d'una manera perceptible? Expliqueu breument alguna situació en què aparegui aquest fenomen.
- b) Dibuixe els fronts d'ona, d'una manera semblant a la figura, en el cas d'una ona sonora plana que es refracta en passar d'un medi en què la velocitat del so és 340 m/s a un altre en què la velocitat del so és 500 m/s, amb un angle d'incidència de 20° , i en el del so d'un clàxon d'un cotxe que es produeix mentre l'automòbil es desplaça ràpidament cap a un observador.

Expliqueu raonadament, en tots dos casos, si la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència augmenten, es mantenen igual o disminueixen.



172.

Un sistema vibrador situat al punt $x=0$ oscilla tal com s'indica en aquest gràfic elongació-temps i transmet el moviment a una corda, de manera que es genera una ona transversal amb una longitud d'ona de 20,0 cm.



- a) Determineu el període, l'amplitud i la freqüència de la vibració i la velocitat de propagació de l'ona per la corda. Escriviu l'equació de l'ona plana (no oblideu indicar totes les unitats de les magnituds que hi apareixen).
- b) Demostreu, a partir de l'equació d'ona, que la velocitat màxima a la qual es mouen els punts de la corda en les seves oscil·lacions es pot calcular amb l'expressió $v_{\max} = A\omega$ (en què A és l'amplitud i ω és la pulsació).

La nova imatge de l'univers.

173.

Un ciclotró que accelera protons té un camp magnètic de $9,00 \times 10^{-3}$ T, perpendicular a la velocitat dels protons, que descriuen una trajectòria circular de 0,50 m de radi. Calculeu:

- La freqüència del moviment circular dels protons en el ciclotró.
- L'energia cinètica dels protons accelerats i la longitud d'ona de De Broglie que tenen associada.

DADES: $Q_{\text{protó}} = 1,60 \times 10^{-19}$ C;
 $m_{\text{protó}} = 1,67 \times 10^{-27}$ kg;
 $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J s.

174.

Les radiacions UV tenen una longitud d'ona d'entre 15 i 400 nanòmetres, mentre que les radiacions IR tenen longituds d'ona compreses entre 0,75 i 1 000 μm . Si considerem que per a trencar un enllaç d'una molècula típica de les que es troben en un ésser viu és necessària una energia de $4,7 \cdot 10^{-19}$ J,

- la molècula es pot trencar amb fotons de radiació IR de 100 μm , però no amb fotons de radiació UV de 100 nm.
- la molècula es pot trencar amb fotons de radiació UV de 100 nm, però no amb fotons de radiació IR de 100 μm .
- Cap de les opcions anteriors no és certa.

DADES: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3,00 \cdot 10^8$ ms⁻¹; 1 nm = 10^{-9} m.

175.

Una radiació ultraviolada de $\lambda = 200$ nm incideix sobre una placa de plom, de manera que salten electrons amb una energia cinètica màxima d'1,97 eV. Calculeu:

- La funció de treball (és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons) del plom.
- La longitud d'ona associada als electrons emesos amb l'energia cinètica màxima.

DADES: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s;
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s;
 $m_{\text{electrò}} = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg;
 $q_{\text{electrò}} = -1,60 \cdot 10^{-19}$ C;
1 nm = 10^{-9} m;
1 eV = $1,602 \cdot 10^{-19}$ J.

176.

Una radiació de llum ultraviolada, d'una freqüència d' $1,5 \cdot 10^{15}$ Hz, incideix sobre una làmina de coure de manera que es produeix efecte fotoelèctric. La freqüència mínima perquè es produeixi efecte fotoelèctric en aquest metall és $1,1 \cdot 10^{15}$ Hz.

- Calculeu l'energia cinètica màxima dels fotoelectrons emesos.
- Expliqueu què passaria si la llum incident tingués una longitud d'ona de $3,0 \cdot 10^{-7}$ m.

DADES: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

177.

Una font lluminosa emet llum monocromàtica de 550 nm amb una potència de 2 mW. Aquesta llum es fa incidir sobre un metall i es produeix efecte fotoelèctric. L'energia d'extracció mínima dels electrons del metall és 2,10 eV.

Calculeu:

- L'energia cinètica màxima dels electrons extrets.
- El nombre de fotons que emet la font lluminosa en un minut.

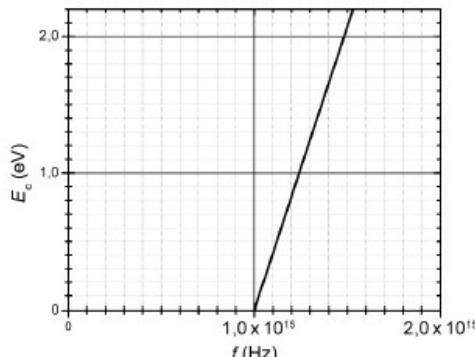
DADES: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s; $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J · s; 1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19}$ J; 1 nm = 10^{-9} m.

178.

Al laboratori es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons emesos quan es fa incidir llum de freqüències diferents sobre una superfície metàlica. Els resultats obtinguts es mostren en la gràfica adjunta.

- Determineu el valor de la constant de Planck a partir de la gràfica.
- Calculeu l'energia mínima d'extracció dels electrons (en eV).

DADA: 1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J.



179.

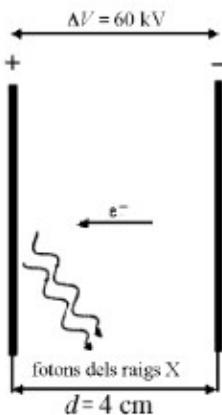
Fem incidir radiació electromagnètica d'una freqüència determinada sobre un metall que té una freqüència llindar de $6,00 \cdot 10^{16}$ Hz. Observem que l'energia cinètica màxima dels electrons emesos és $6,62 \cdot 10^{-17}$ J. Calculeu:

- La freqüència de la radiació electromagnètica incident.
- La longitud d'ona dels fotons incidents i la dels electrons emesos amb la màxima energia cinètica.

DADES: $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s; $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

180.

El 1895, Wilhelm Conrad Röntgen va descobrir els raigs X, que, entre altres aplicacions, són un recurs fonamental per a la medicina. La manera més habitual de generar raigs X consisteix a accelerar electrons fins a velocitats altes i a fer-los xocar amb un material, de manera que emetin una part de l'energia, o tota, en forma de raigs X. En un determinat aparell, aquesta acceleració es produeix aplicant als electrons una diferència de potencial de 60 kV al llarg de 4 cm, tal com s'indica en la figura següent:



- Determineu el camp elèctric, que considerem constant, aplicat als electrons a l'interior de les plaques. Indiqueu-ne el mòdul, la direcció i el sentit.
- Calculeu l'energia cinètica amb què xoquen els electrons contra la placa positiva i la freqüència dels fotons dels raigs X emesos. Considereu que els electrons incidents els transfereixen tota l'energia possible; és a dir, l'energia cinètica que porten en xocar contra la placa.

DADES: $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$.

181.

Una porta s'obre i es tanca mitjançant un dispositiu fotoelèctric. La longitud d'ona de la radiació electromagnètica utilitzada és de 850 nm i l'energia mínima d'extracció del material fotodetector és d'1,20 eV. Calculeu:

- L'energia cinètica dels fotoelectrons emesos i la longitud d'ona de De Broglie associada a aquests electrons.
- La longitud d'ona que hauria de tenir una radiació electromagnètica incident per a duplicar l'energia cinètica dels fotoelectrons emesos de l'apartat *a*.

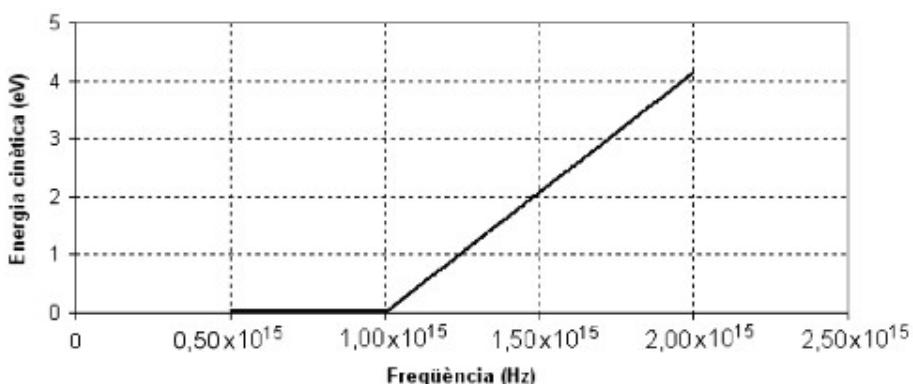
DADES: $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
 $Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

182.

En una experiència de laboratori, es mesura l'energia cinètica màxima dels electrons que salten quan es fan incidir radiacions de freqüència diferent sobre una placa d'un material. Els resultats obtinguts es mostren en la taula següent, en què E_c representa l'energia cinètica, i ν , la freqüència:

E_c (eV)	0	0	2,07	4,14
ν (PHz)	0,500	1,00	1,50	2,00

La representació gràfica dels resultats és la següent:



Determineu:

- El valor de la constant de Planck a partir de les dades d'aquest experiment.
- La funció de treball; és a dir, l'energia mínima d'extracció d'electrons.

Expresseu els resultats en unitats del sistema internacional (SI).

DADES: $1\text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}\text{ J}$; $1\text{ PHz} = 10^{15}\text{ Hz}$.

183.

La irradiància solar que arriba a la superfície de la Terra (potència incident per unitat de superfície) és aproximadament de $1\,400\text{ W m}^{-2}$. Suposem que l'energia mitjana dels fotons que hi arriben és de 2,20 eV.

- Quina és la longitud d'ona mitjana (en nm) dels fotons que arriben a la Terra?
- Calculeu el nombre de fotons que incideixen sobre una superfície d' $1,00\text{ cm}^2$ cada segon.

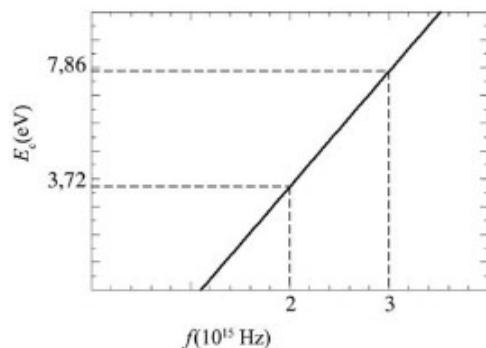
DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8\text{ m s}^{-1}$.

Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34}\text{ J s}$.

$1\text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}\text{ J}$.

184.

Illuminem una superfície de coure amb llum de diverses freqüències i quan s'alliberen electrons del metall, en mesurem l'energia cinètica. Amb les dades obtingudes de l'experiment dibuixem la gràfica següent:



- Expliqueu breument què és el *llindar de freqüència* de l'efecte fotoelèctric i calculeu quin valor té en aquest cas.
- Calculeu el valor de la constant de Planck i la velocitat que assoleixen els electrons emesos quan la longitud d'ona de la llum incident és $1,2 \times 10^{-7} \text{ m}$.

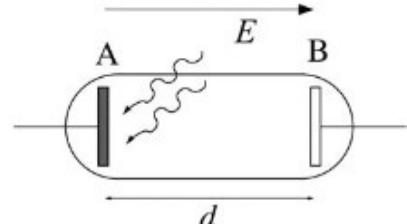
DADES: $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

$$m_{\text{electrò}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

185.

Un tub de buit com el de la figura adjunta té l'ànode A fet de coure i la distància entre els elèctrodes és $d = 30 \text{ cm}$. Establim un camp elèctric uniforme de A a B que genera una diferència de potencial de 3 V i illuminem l'ànode amb radiacions que tenen fotons incidents amb una energia de 10 eV. Observem que al càtode B arriben electrons amb una energia cinètica de 2,3 eV.



- Quina és la freqüència i la longitud d'ona de la radiació incident (expressada en nm)? Quin és el valor del camp elèctric E ?
- Amb quina energia cinètica surten emesos els electrons arrencats de l'ànode A? Quin és el treball d'extracció del coure en eV?

DADES: $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

$$Q_{\text{electrò}} = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

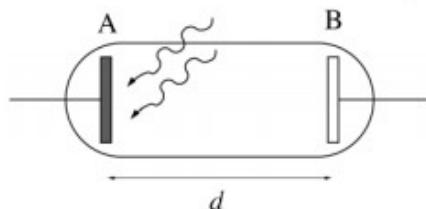
$$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

186.

Disposem d'un tub de buit com el de la figura. L'elèctrode A és fet de potassi, que té $W_0 = 2,29 \text{ eV}$ com a valor de treball d'extracció.

- a) Determineu la velocitat amb què surten els electrons arrancats de l'elèctrode A quan l'il·luminem amb llum de color violat de 400 nm de longitud d'ona.



- b) A continuació canviem l'elèctrode A per un altre que és fet d'un material desconegut. Per tal de determinar de quin material es tracta, l'il·luminem un altre cop amb la mateixa llum d'abans, i determinem que el potencial de frenada dels electrons de l'elèctrode A és $V_f = 0,17 \text{ V}$. Determineu el treball d'extracció del material i indiqueu de quin element és fet a partir de la taula de valors següent:

Element	Ba	Li	Mg	As	Al	Bi	Cr	Ag	Be
$W_0(\text{eV})$	2,70	2,93	3,66	3,75	4,08	4,34	4,50	4,73	4,98

DADES: Massa de l'electró, $m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$

187.

Una cèllula fotoelèctrica és il·luminada amb llum blava de 4750 Å . La freqüència llindar de la cèllula és de $4,75 \times 10^{14} \text{ Hz}$. Calculeu:

- a) L'energia dels fotons incidents i el treball d'extracció característic del metall de la cèllula.
- b) L'energia cinètica màxima dels electrons emesos i el seu potencial de frenada.

DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Càrrega de l'electró, $Q_{\text{electró}} = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$

188.

A l'espectroscòpia de fotoemissió ultraviolada (UV), il·luminem les mostres amb un feix de radiació UV i analitzem l'energia dels electrons emesos.

- a) Hem il·luminat una mostra amb radiació de longitud d'ona $\lambda = 23,7 \text{ nm}$ i els fotoelectrons analitzats tenen una energia cinètica màxima de $47,7 \text{ eV}$. Calculeu la funció de treball del material analitzat en J i en eV .
- b) Determineu el llindar de longitud d'ona per a aquest material. Com canviaria aquest llindar de longitud d'ona si es dupliqués la potència del feix de radiació UV?

DADES: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$

$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

189.

Una antena de telefonia mòbil instal·lada al terrat d'un edifici emet ones electromagnètiques de 900 MHz de freqüència amb una potència de 4 W.

- Calculeu quants fotons emet l'antena en un minut.
- Valoreu si els fotons que emet l'antena poden produir efecte fotoelèctric en un metall que és a prop, tenint en compte que l'energia d'extracció mínima dels electrons del metall és 4,1 eV. En cas afirmatiu, calculeu l'energia cinètica dels electrons extrets. Si l'antena emet amb una potència de 8 W, com variarà l'efecte fotoelèctric que es pugui produir en el metall?

DADES: $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

190.

Illuminem el càtode d'una cèlula fotoelèctrica amb un feix de llum verda de 560 nm de longitud d'ona i observem que s'origina un corrent elèctric. Comprovem que el corrent desapareix quan apliquem una tensió de 0,950 V (potencial de frenada).

- Calculeu el treball d'extracció (funció de treball) i el llindar de freqüència del metall del càtode.
- Expliqueu raonadament si es produirà efecte fotoelèctric quan un feix de llum de longitud d'ona més gran que el llindar de longitud d'ona incideixi sobre el metall. I si la freqüència del feix incident és més gran que el llindar de freqüència del metall?

DADES: $m_{\text{electrò}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

$q_{\text{electrò}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$.

$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$.

Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

191.

El radó 222, de símbol Rn, és un gas noble responsable de bona part de l'exposició de les persones a les radiacions ionitzants. El ^{222}Rn es forma al subsòl a partir del radi (Ra) i a causa del seu estat gassós es difon cap a l'atmosfera.

- Quan el ^{222}Rn es desintegra emet partícules α . Escriviu l'equació nuclear d'aquest procés de desintegració.
- A més de la radiació α , durant el procés de desintegració també s'emeten raigs γ (no cal que els inclogueu en l'equació de l'apartat anterior). Calculeu la freqüència i la longitud d'ona d'un fotó γ d'energia 5,50 MeV.

DADES: Nombres atòmics: Bi, 83; Po, 84; At, 85; Rn, 86; Fr, 87; Ra, 88; Ac, 89.

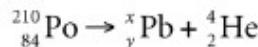
$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$

Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$

Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

192.

El poloni 210 té un període de semidesintegració de 138,4 dies i es desintegra, per emissió de partícules alfa, en un isòtop estable del plom. El procés és el següent:



- Determineu els índexs x i y i el temps necessari perquè la massa del poloni es redueixi al 30% de la massa inicial.
- Calculeu l'energia que es desprèn en la desintegració d'un nucli de poloni, expressada en J i en MeV.

DADES: $m\left({}^{210}_{84}\text{Po}\right) = 209,983 \text{ u};$

$$m\left({}^x_y\text{Pb}\right) = 205,974 \text{ u};$$

$$m\left({}^4_2\text{He}\right) = 4,003 \text{ u};$$

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg};$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J};$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

193.

El potassi 40 (${}^{40}\text{K}$) és un isòtop inestable. Es pot transformar en calci (Ca) mitjançant una desintegració β^- o en argó (Ar) mitjançant una desintegració β^+ . El nombre atòmic del calci és 20.

- Escriviu les equacions nuclears que corresponen a aquests processos, incloent-hi els neutrins i els antineutrins.
- També és possible que el potassi 40 capture un electró de la seva escorça i emeti un fotó gamma de 1 460 MeV. Calculeu la longitud d'ona i la freqüència d'aquests raigs gamma. Calculeu també la disminució de la massa de l'àtom de potassi 40 deguda a l'energia que s'endú el fotó.

DADES: Constant de Planck, $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s.}$

$$|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

$$\text{Velocitat de la llum, } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

194.

El període de semidesintegració de l'isòtop ${}^{235}\text{U}$ és de $7,00 \times 10^8$ anys. Per a una mostra d'1,000 g, calculeu:

- L'activitat inicial en becquerels (Bq).
- La massa de ${}^{235}\text{U}$ quan hagin passat 10^8 anys.

DADES: Nombre d'Avogadro, $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ nuclis} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ desintegració} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Massa molar de } {}^{235}\text{U}, M = 235 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

195.

El iode pot ser un radiofàrmac. L'isòtop $^{131}_{53}\text{I}$ és una font de raigs gamma. S'injecta al pacient per poder obtenir imatges gammagràfiques. Aquest radioisòtop té un període de semidesintegració de 13,2 h.

- Quina fracció de $^{131}_{53}\text{I}$ resta al cos 24,0 hores després d'injectar el fàrmac?
- En un altre procés, el $^{131}_{53}\text{I}$ també pot produir $^{131}_{54}\text{Xe}$. Escriviu l'esquema del procés nuclear. Quina partícula s'emet?

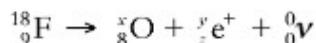


Exemple de gammagrafia

196.

La tècnica de diagnòstic a partir de la imatge que s'obté mitjançant tomografia per emissió de positrons (PET, *positron emission tomography*) es fonamenta en l'anihilitació entre la matèria i l'antimatèria. Els positrons, emesos pels nuclis de fluor, ^{18}F , injectats al pacient com a radiofàrmac, s'anihilen en entrar en contacte amb els electrons dels teixits del cos i de cadascuna d'aquestes anihilacions es creen fotons, a partir dels quals s'obté la imatge.

La desintegració d'un nucli de fluor, ^{18}F , es pot escriure mitjançant la reacció nuclear següent:



- Digueu quants neutrons i quants protons té aquest isòtop artificial de fluor, ^{18}F . Completeu la reacció nuclear, és a dir, determineu x , y i z .
- El període de semidesintegració del ^{18}F és 109,77 s. Calculeu el temps que ha de passar perquè quedi una vuitena part de la quantitat inicial de ^{18}F . Quin percentatge de partícules quedaran al cap d'una hora? Tenint en compte aquest resultat, digueu si podríem emmagatzemar gaire temps aquest radiofàrmac i justifiqueu-ho.

197

El $^{277}_{112}\text{Cn}$ té un període de semidesintegració de 0,17 ms.

- Completeu la reacció d'obtenció del $^{277}_{112}\text{Cn}$ a partir de plom i de zinc. Quin tant per cent de $^{277}_{112}\text{Cn}$ roman sense desintegrar-se al cap d'un minut d'haver-se produït la reacció d'obtenció d'aquest isòtop?
- Escriviu la seqüència o sèrie radioactiva (amb tots els símbols dels elements) fins a arribar al fermi.

DADES:	^{82}Pb	^{110}Ds	^{108}Hs	^{106}Sg	^{104}Rf	^{102}No	^{100}Fm	^{90}Zn
	plom	darmstadtí	hassi	seaborgi	rutherfordi	nobelí	fermi	zinc

198.

Una gammagrafia òssia és una prova diagnòstica que consisteix a injectar per via intravenosa una substància que conté un cert isòtop radioactiu que es diposita en els ossos i que emet raigs gamma. La radiació emesa es detecta amb una gammacàmera que escaneja el cos i pren imatges de la quantitat de l'isòtop acumulada en els ossos. En aquest tipus de gammagrafies s'utilitza el tecneci 99 com a radioisòtop.

- Quant s'haurà reduït el nombre de nuclis de l'isòtop injectat al cap d'un dia?
- El $^{99}_{43}\text{Tc}$ prové de la desintegració beta d'un altre element. Indiqueu el nombre de protons i neutrons del nucli del qual prové.

DADES: $t_{1/2}(^{99}\text{Tc}) = 6,00 \text{ h.}$

199.

L'any 2013 es va celebrar el centenari del model atòmic proposat per Niels Bohr. Segons aquest model, l'àtom de ^1H té un protó en el nucli i un electró que descriu una òrbita circular estable al seu voltant. El radi mínim que pot tenir aquesta òrbita, segons el model de Bohr, és de $5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$. Per a aquesta òrbita calculeu:

- La força elèctrica que actua sobre l'electró i la freqüència de gir que té.
- L'energia mecànica de l'electró en l'òrbita que descriu al voltant del protó. Considereu negligible l'energia potencial gravitatòria.

DADES: $k = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

$$Q_{\text{electró}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_{\text{electró}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$Q_{\text{protó}} = -Q_{\text{electró}}$$

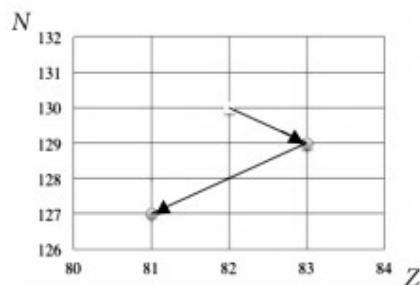
$$m_{\text{protó}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$



Niels Bohr

200.

En un nucli atòmic radioactiu s'esdevenen dues desintegracions radioactives successives, representades en la gràfica de la figura. En l'eix de les absisses s'indica el nombre de protons (Z) i en l'eix de les ordenades, el nombre de neutrons (N) dels elements químics que intervenen en el procés.

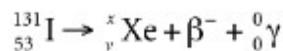


- Escriviu les equacions de les dues desintegracions radioactives que es produeixen i digueu com s'anomena cadascuna. Indiqueu el nom, el nombre atòmic i el nombre màssic de tots els elements i de totes les partícules que hi intervenen.
- Si inicialment tenim N nuclis del primer element i el seu període de semidesintegració és de 10,64 hores, calculeu el temps que haurà de passar perquè es desintegren un 10,0 % dels nuclis.

DADES: Nombres atòmics d'alguns elements químics: or (Au), 79; mercuri (Hg), 80; talli (Tl), 81; plom (Pb), 82; bismut (Bi), 83; poloni (Po), 84; àstat (At), 85.

201.

El iod 131 és un isòtop radioactiu que emet β^- i γ , té un període de semidesintegració de vuit dies i es fa servir per a tractar el càncer i altres malalties de la glàndula tiroide. La reacció de descomposició és la següent:



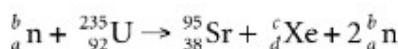
- Determineu el valor dels nombres màssic i atòmic del xenó (x i y en la reacció, respectivament). Si les partícules β^- s'emeten a una velocitat de $2 \times 10^5 \text{ km/s}$, calculeu-ne la longitud d'ona associada.
- Un pacient rep un tractament amb iod 131. Quants dies han de transcorrer perquè la quantitat de iod 131 al cos del pacient es redueixi fins al 12,5 % del valor inicial?

DADES: $m_\beta = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$.

202.

L'urani 235 té uns quaranta modes possibles de desintegració per absorció d'un neutrò.

- a) Completeu la reacció nuclear següent, que s'esdevé quan un nucli d'urani 235 absorbeix un neutrò:



Indiqueu també quants neutrons i protons té aquest nucli d'urani.

- b) Calculeu l'energia produïda en la fissió d'un nucli d'urani 235, d'acord amb la reacció anterior.

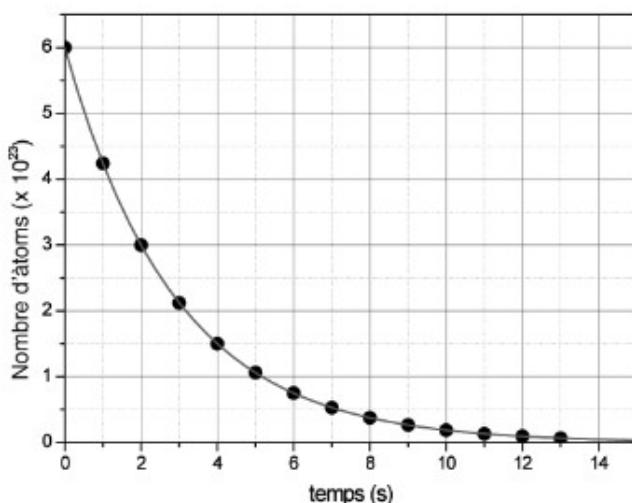
DADES: $m_{\text{neutrò}} = 1,008\,66 \text{ u}$; $m({}^{235}\text{U}) = 235,124 \text{ u}$;

$m({}^{95}\text{Sr}) = 94,9194 \text{ u}$; $m({}^{139}\text{Xe}) = 138,919 \text{ u}$;

$c = 2,99792 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $1 \text{ u} = 1,660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

203.

Per estudiar el procés de desintegració d'una mostra radioactiva que inicialment tenia $6,00 \cdot 10^{23}$ àtoms radioactius, hem mesurat en intervals d'un segon el nombre d'àtoms que encara no s'havien desintegrat. Els resultats obtinguts es representen en la gràfica següent:



- a) Quant val el període de semidesintegració d'aquesta mostra? Quants àtoms de la mostra inicial s'hauran desintegrat quan hagi transcorregut un temps de 15 s?
- b) Quant temps haurà de transcórrer perquè només quedí sense desintegrar un 5 % de la mostra inicial?

204.

En un jaciment arqueològic es troben unes restes òssies antigues d'animals. Un gram d'aquestes restes conté $9,5 \times 10^8$ àtoms de carboni 14. L'anàlisi d'una mostra actual, de la mateixa massa i de característiques similars, revela que, en el moment de la mort dels animals, els ossos tenien $6,9 \times 10^9$ àtoms de C-14/gram.

- Determineu l'antiguitat de les restes si sabem que el període de semidesintegració del C-14 és de 5 760 anys.
- Escriviu l'equació nuclear de la desintegració (amb emissió de β^-) del C-14 i incloueu-hi els antineutrins. Calculeu el defecte de massa per nucleó de C-14.

DADES: $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

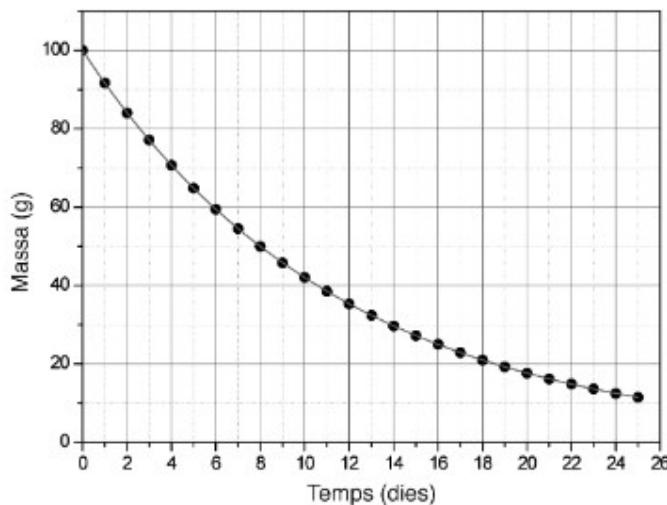
Nombres atòmics: Be, 4; B, 5; C, 6; N, 7; O, 8; F, 9

Masses:

Partícula	Massa (kg)	Partícula	Massa (kg)
protó	$1,672\ 6 \times 10^{-27}$	electró	$9,109\ 3 \times 10^{-31}$
neutró	$1,674\ 9 \times 10^{-27}$	àtom de C-14	$2,325\ 3 \times 10^{-26}$

205.

La gràfica següent mostra la variació de la massa d'una mostra de iode 131, que és un isòtop radioactiu, al llarg del temps.



- Trobeu el període de semidesintegració de l'isòtop i digueu quina quantitat de la mostra tindrem al cap de quaranta dies.
- El iode 131, en desintegrar-se, emet una partícula beta i es transforma en un ió positiu de xenó 131. Calculeu l'energia que s'allibera quan es desintegra un àtom de iode 131.

DADES: $m(\text{I-131}) = 130,906\ 125 \text{ u};$

$m(\text{Xe}^+ \text{-131}) = 130,904\ 533 \text{ u};$

$m_{\text{electró}} = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ u};$

$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg};$

$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$

206.

L'any 2006, l'exespia rus del KGB Aleksandr Litvinenko va ser víctima d'un enverinament amb poloni 210 i es va convertir en la primera víctima confirmada que moria per la síndrome de radiació aguda.

El poloni 210 és un emissor de partícules α que es troba a la natura i que també es pot obtenir en laboratoris nuclears.

- a) Escriviu la reacció de desintegració del poloni 210, si sabem que en desintegrar-se produceix un isòtop del plom.
- b) El període de semidesintegració efectiu en el cos humà del poloni 210 és de 37 dies. Si suposem que la dosi que van subministrar a Litvinenko va ser de 5 mg, quina quantitat de poloni 210 hi havia en el seu organisme quan va morir, vint dies després de l'enverinament?

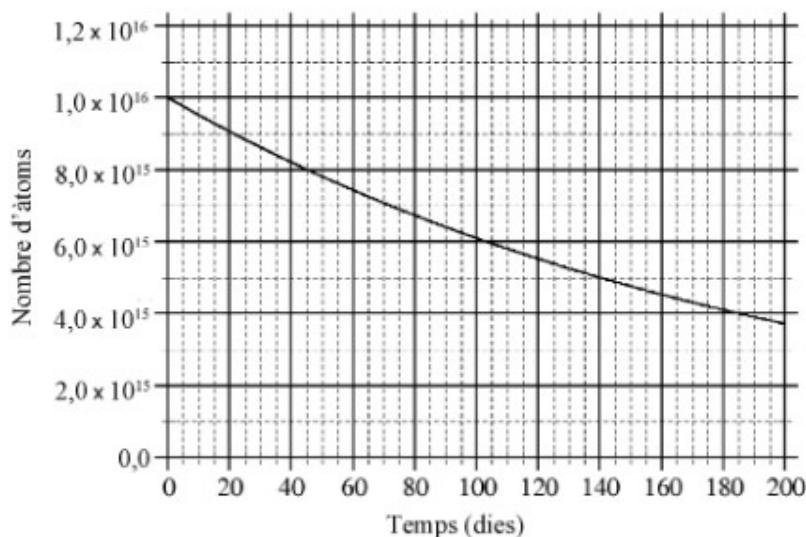


Aleksandr Litvinenko

DADA: Símbols químics i nombres atòmics del poloni $Z(\text{Po}) = 84$ i del plom $Z(\text{Pb}) = 82$

207.

Hem observat una mostra d'un isòtop radioactiu. El gràfic mostra l'evolució del nombre d'àtoms de l'isòtop durant 200 dies.



- a) Determineu el període de semidesintegració de l'isòtop. Quants àtoms quedaran al cap de tres períodes de semidesintegració?
- b) Sospitem que es tracta de poloni 210 ($Z=84$), un element emissor de radiació alfa. Escriviu la reacció nuclear de l'emissió alfa d'aquest isòtop.

DADES: Nombres atòmics i símbols d'alguns elements:

80	81	82	83	84	85	86
Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

208.

La radioactivitat és un mitjà fiable per a calcular l'edat de les roques i minerals que contenen isòtops radioactius concrets. Aquest sistema de datació radiomètrica ens permet mesurar el temps geològic.

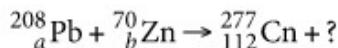
Un d'aquests mètodes es basa en la desintegració de l'isòtop ^{40}K (potassi) en ^{40}Ar (argó). El rellotge potassi-argó comença a funcionar quan els minerals que contenen potassi cristal·litzen a partir d'un magma o dins una roca. En aquest moment, els nous minerals contenen ^{40}K i no contenen ^{40}Ar . A mesura que passa el temps, el ^{40}K es desintegra i tots els àtoms de ^{40}Ar que trobem en el mineral en un temps posterior a la formació provenen de la descomposició del ^{40}K .

- Escriviu la reacció nuclear de l'emissió de partícules β de l'isòtop ^{40}K .
- En una roca s'han trobat 10,0 g de ^{40}K i 10,0 g de ^{40}Ar . Quina quantitat de ^{40}K hi haurà quan hauran transcorregut $5,00 \times 10^9$ anys? Fent servir la datació radiomètrica basada en el potassi-argó, digueu quina edat té la roca. Considereu que el ^{40}K es desintegra només en ^{40}Ar .

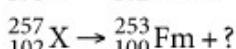
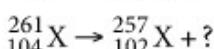
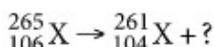
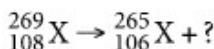
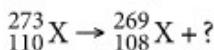
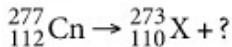
DADA: Període de semidesintegració del ^{40}K , $t_{1/2} = 1,25 \times 10^9$ anys

209.

El copernici ^{277}Cn va ser sintetitzat al laboratori del Centre per a la Recerca d'Ions Pesants (GSI) de Darmstadt (Alemanya) el 9 de febrer del 1999. El nom oficial data del febrer del 2010, en honor de Nicolau Copèrnic. Per a obtenir-lo, es bombardeja una diana de plom amb projectils d'àtoms de zinc. La reacció es pot escriure així:

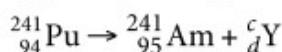
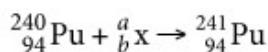


El $^{277}_{112}\text{Cn}$ es desintegra segons la seqüència següent:



210.

L'americi (Am) és l'element de nombre atòmic 95. Els primers àtoms d'americi 241 van ser produïts el 1944 per Glenn Theodore Seaborg i els seus collaboradors fent servir un seguit de reaccions nuclears a partir del plutoni (Pu). A continuació, es mostren, incompletes, les dues últimes etapes del procés:



Glenn Theodore Seaborg

- Determineu els valors dels coeficients a , b , c i d . Quin nom té la partícula que el Pu-240 ha capturat en la primera reacció? Com s'anomena la desintegració descrita en la segona reacció?
- Calculeu el percentatge de nuclis de Am-241 que s'han desintegrat des del 1944 fins ara.

DADA: Període de semidesintegració de l'americi 241, $t_{1/2} = 432$ anys

211.

Un dels problemes principals de la producció d'energia elèctrica en les centrals nuclears és l'emmagatzematge dels residus radioactius. El plutoni és un d'aquests residus: té un període de semidesintegració de $6,58 \times 10^3$ anys i és un potent emissor de partícules α .

- Si avui s'emmagatzema una quantitat determinada d'aquest plutoni, quin percentatge d'aquest isòtop quedarà sense desintegrar-se d'aquí a un segle?
- Sabent que les partícules α s'emeten amb una energia cinètica d' $1,00 \times 10^{-13}$ J, calculeu-ne la longitud d'ona de De Broglie associada.

DADES: $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J s; $m_\alpha = 6,68 \times 10^{-27}$ kg.

212.

L'any 2011 ha estat declarat Any Internacional de la Química, per commemorar, entre altres fets, que fa cent anys Marie Curie va ser guardonada amb el Premi Nobel de Química pel descobriment del radi, entre altres mèrits. El període de semidesintegració del radi és $1,59 \times 10^3$ anys. Si el 1911 es va guardar una mostra d'1,00 g de radi, calculeu:

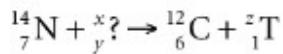
- La quantitat de radi de la mostra que queda actualment.
- L'activitat radioactiva inicial de la mostra d'1,00 g de radi, i l'activitat radioactiva del radi que queda de la mostra avui.

DADES: $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol $^{-1}$; $m_a(\text{Ra}) = 226$ u.

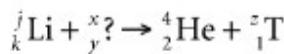
213.

El triti és un isòtop radioactiu de l'hidrogen. El nucli del triti té dos neutrons.

- a) El triti es genera de manera natural a l'atmosfera quan els àtoms de nitrogen xoquen amb una certa partícula que anomenarem «?». La reacció és:

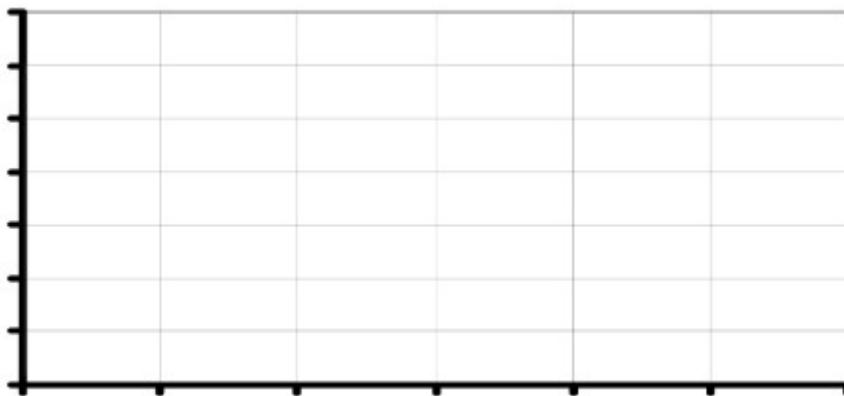


També es pot produir en reactors nuclears, amb la reacció següent:



Determineu els valors dels índexs x , y , z , j i k .

- b) El període de semidesintegració del triti és, aproximadament, de dotze anys. Elaboreu una gràfica amb les variables de massa i temps en què s'observi com varia la quantitat de triti d'una mostra que inicialment és de 120 g durant els seixanta anys següents.



214.

La massa d'un electró en repòs és $9,11 \times 10^{-31}$ kg. Un accelerador lineal n'incrementa la velocitat fins que la massa de l'electró és deu vegades més gran.

- a) Calculeu l'energia cinètica que ha guanyat l'electró, expressada en J i en MeV.

Fem xocar l'electró amb un positró que circula en sentit contrari i que té la mateixa energia. L'electró i el positró s'anihilen mútuament i produeixen dos fotons que tenen, cadascun, la mateixa energia.

- b) Escriviu l'equació d'aquest procés i determineu l'energia i la freqüència dels fotons.

DADES: $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$; $\hbar = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

215.

L'isòtop radioactiu fluor 18 es fa servir com a radiofàrmac en tomografies per emissió de positrons (TEP). Quan es desintegra radioactivament, aquest isòtop desprèn un positró que s'anihila ràpidament amb un electró de l'entorn i produeix dos fotons gamma amb la mateixa energia. Aquests fotons, detectats per l'aparell mèdic, permeten obtenir imatges útils per a la diagnosi. El període de semidesintegració del fluor 18 és de 109,77 minuts i podem escriure l'equació de la desintegració de la manera següent: ${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^A_B\text{Y} + {}^C_D\text{positró} + {}^0_0\nu_e$, en què Y és el nucli fill i ν_e és un neutrí electrònic.



- Indiqueu quants protons i quants neutrons té el nucli de fluor 18. Calculeu els coeficients A, B, C i D de l'equació i la freqüència dels fotons gamma detectats per l'aparell de la tomografia.
- Calculeu el temps que ha de transcórrer perquè el nombre de nuclis de fluor 18 que queden sense desintegrar en el cos del pacient sigui l'1 % dels que hi havia a l'inici de la prova.

DADES: Velocitat de la llum, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

$$m_{\text{electrò}} = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Constant de Planck, } h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s.}$$

216.

Una substància radioactiva es desintegra segons l'equació següent (en el sistema internacional, SI):

$$N = N_0 e^{-0,0050t}$$

- Expliqueu el significat de les magnituds que intervenen en aquesta equació i indiqueu el període de semidesintegració de la substància. Justifiqueu la resposta.
- Si en un moment determinat la mostra conté $1,0 \times 10^{28}$ nuclis d'aquesta substància, calculeu l'activitat que tindrà al cap de 4,0 hores.

217.

La presència de l'isòtop ferro 60 (^{60}Fe) en algunes roques lunars i en alguns sediments oceànics indica, segons alguns astrofísics, que una supernova va esclatar a les proximitats del Sistema Solar en una època relativament recent (a escala còsmica) i va fer arribar aquest isòtop fins a la Terra. El ^{60}Fe té un període de semidesintegració de 2,6 milions d'anys.

- a) Si hi hagués hagut ^{60}Fe quan la Terra es va formar, fa 4 400 milions d'anys, quin percentatge d'aquest ^{60}Fe primordial quedaria ara? Si el ^{60}Fe es va originar en l'explosió d'una supernova fa 13 milions d'anys, quin percentatge d'aquest ^{60}Fe hauria de quedar encara?
- b) El ^{60}Fe es transforma, mitjançant una desintegració β^- , en un isòtop de cobalt (Co) de vida breu, el qual torna a patir una nova desintegració β^- i produeix un isòtop estable de níquel (Ni). Escriviu les equacions nuclears de les dues desintegracions, incloent-hi els antineutrins.

DADA: Nombre atòmic del ferro (Fe): 26.

218.

El període de semidesintegració d'un nucli radioactiu és de 600 s. Disposem d'una mostra que inicialment té 10^{10} d'aquests nuclis.

- a) Calculeu la constant de desintegració i el nombre de nuclis que queden després d'una hora.
- b) Calculeu l'activitat de la mostra dues hores després de l'instant inicial.