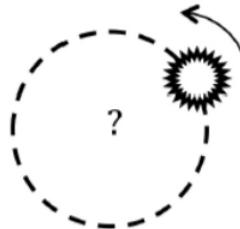


Exercici 1

Un dels candidats a forat negre més pròxims a la Terra és A0620-00, que està situat a uns 3 500 anys llum. Es calcula que la massa d'aquest forat negre és de $2,2 \times 10^{31}$ kg. Encara que A0620-00 no és visible, s'ha detectat una estrella que descriu cercles amb un període orbital de 0,33 dies al voltant d'un lloc on no es detecta cap altre astre.

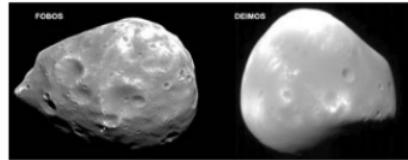
- Deduïu la fórmula per a obtenir el radi d'una òrbita circular a partir de les magnituds proporcionades. Utilizeu aquesta fórmula per a calcular el radi de l'òrbita de l'estrella que es mou al voltant d'A0620-00.
- Calculeu la velocitat lineal i l'acceleració centrípeta de l'estrella i representeu els dos vectors v i a_c sobre una figura similar a la d'aquest problema.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



Exercici 2

El 1877, l'astrònom Asaph Hall va descobrir els satèl·lits del planeta Mart: Fobos i Deimos. El dia 6 d'agost de 2012, el robot *Curiosity* va arribar al planeta Mart i des de llavors envia informació a la Terra sobre les característiques d'aquest planeta. A partir de les dades subministrades, calculeu:



- La massa del planeta Mart.
- El radi de l'òrbita de Deimos i la velocitat d'escapament del robot *Curiosity* des de la superfície del planeta.

DADES: Radi de Mart, $R_{\text{Mart}} = 3\,390 \text{ km}$

Acceleració de la gravetat en la superfície de Mart, $g_{\text{Mart}} = 3,71 \text{ m s}^{-2}$

Període orbital de Deimos, $T_{\text{Deimos}} = 30,35 \text{ h}$

Massa de Deimos, $m_{\text{Deimos}} = 2 \times 10^{15} \text{ kg}$

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Exercici 3

Calculeu la velocitat mínima a la qual s'ha de llançar verticalment cap amunt un satèl·lit des de la superfície terrestre perquè assoleixi una altura igual que el radi de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{T}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{T}} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

Exercici 4

Els cometes descriuen òrbites el·líptiques molt allargades al voltant del Sol, de manera que la distància del cometa al Sol varia molt. En quina posició respecte al Sol el cometa va a una velocitat més gran? I en quina va a una velocitat més petita? Justifiqueu les respostes utilitzant arguments basats en l'energia.

Exercici 5

L'*Estació Espacial Internacional* es mou en una òrbita pràcticament circular al voltant de la Terra a 385 km d'altura sobre la superfície terrestre. Des de la superfície terrestre som capaços de veure l'estació orbital.

- Quina és la velocitat lineal orbital de l'estació i quin és el temps que s'ha d'esperar entre dues visualitzacions consecutives?
- Des de l'estació espacial es vol llançar un coet que escapi de l'atracció terrestre. Considerant negligible la massa de l'estació, quina velocitat addicional hem de donar al coet en el moment del llançament?



DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$$

NOTA: Considereu negligible el moviment de rotació de la Terra.

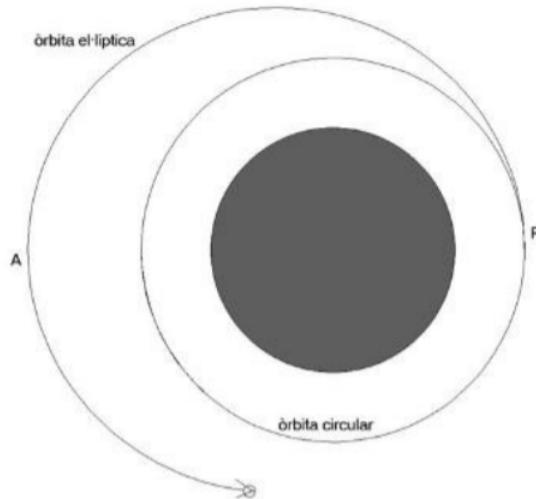
Exercici 6

Un satèl·lit de 2 000 kg de massa gira en una òrbita circular a una altura de 3 630 km sobre la superfície de la Terra.

- a) Calculeu el període d'aquesta òrbita circular i la velocitat del satèl·lit.

En passar pel punt P, el satèl·lit augmenta la velocitat fins a $7,00 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ i passa a descriure una òrbita el·líptica amb una altura màxima (apogeu) en el punt A de 9 530 km.

- b) Calculeu l'energia cinètica, l'energia potencial gravitatorià i l'energia mecànica total en els punts P i A en la nova òrbita el·líptica.



DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$

Exercici 7

Galatea és el quart satèl·lit de Neptú més allunyat del planeta. Va ser descobert per la sonda espacial *Voyager 2* l'any 1989. Suposem que lòrbita que descriu és circular.

- a) Calculeu la velocitat lineal orbital de Galatea en el sistema de referència centrat en Neptú i calculeu la massa de Neptú.
- b) Calculeu el valor de la intensitat de camp gravitatori que Neptú crea a la seva pròpia superfície.

DADES: Període de lòrbita de Galatea, $T_{\text{Galatea}} = 0,428$ dies
 Radi de lòrbita de Galatea, $R_{\text{Galatea}} = 6,20 \times 10^4$ km
 Radi de Neptú, $R_{\text{Neptú}} = 2,46 \times 10^4$ km
 $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$



imatge de Galatea vista per la sonda *Voyager 2*

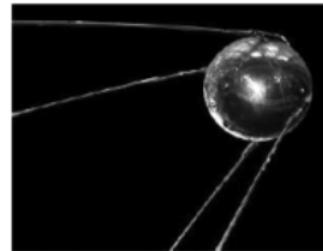
Exercici 8

Calculeu el valor de l'energia mecànica de la Lluna. Considereu únicament el sistema format per la Terra i la Lluna.

DADES: Constant de la gravitació universal $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$;
 massa de la Terra $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; massa de la Lluna $M_L = 7,36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$;
 distància de la Terra a la Lluna $D_{T-L} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$.

Exercici 9

L'*Sputnik 1* va ser el primer satèl·lit artificial de la història. Consistia en una esfera d'alumini de 58 cm de diàmetre, que allotjava dins seu l'instrumental científic i de transmissions i amb quatre antenes longitudinals adossades a la part exterior. Tenia una massa de 83,6 kg i el seu període orbital era de 96,2 minuts. Actualment, hi ha rèpliques del satèl·lit en diversos museus del món, com la que es mostra en la fotografia.



- Expliqueu raonadament si l'*Sputnik 1* pot ser considerat un satèl·lit geostacionari. Suposant que l'òrbita hagués estat circular, calculeu-ne l'altura sobre la superfície de la Terra.
- L'*Sputnik 1* va ser llançat a prop de Baikonur, ciutat del Kazakhstan que es troba a uns $45,5^\circ$ de latitud nord. A aquesta latitud, els objectes en repòs sobre la superfície de la Terra van a una velocitat d'uns 325 m/s a causa de la rotació del planeta. Calculeu l'energia que va caldre subministrar a l'*Sputnik 1* per a situar-lo en la seva òrbita circular.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6\,370 \text{ km}$$

Exercici 10

- Demostreu, a partir del principi de conservació de l'energia mecànica, que la velocitat d'escapament des d'un punt pròxim a la superfície d'un astre esfèric de massa M

$$\text{i radi } R \text{ és } v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

- Un objecte es llança verticalment des de la superfície de la Lluna amb una velocitat igual a la meitat de la velocitat d'escapament de la Lluna. Calculeu a quina altura màxima arribarà abans de tornar a caure.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Lluna}} = 1\,737 \text{ km}$$

Exercici 11

La distància mitjana del planeta Júpiter al Sol és 5,203 vegades la distància mitjana de la Terra al Sol. La massa de Júpiter és 317,8 vegades la massa de la Terra, i té un radi que és 10,52 vegades el radi terrestre. Suposem que les òrbites dels planetes que giren al voltant del Sol són circulars. Calculeu:

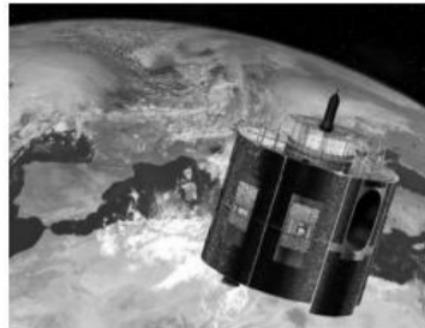
- La durada de l'«any» de Júpiter, és a dir, el temps que triga Júpiter a fer una volta entorn del Sol.
- La velocitat d'escapament a la superfície de Júpiter.

DADES: $R_{\text{Terra}} = 6367 \text{ km}$; $g = 9,80 \text{ m/s}^2$.

Exercici 12

El *Meteosat* és un satèl·lit meteorològic llançat per l'Agència Espacial Europea (ESA) que proporciona informació meteorològica d'Àfrica i Europa. Com que l'objectiu del *Meteosat* és oferir imatges d'una mateixa zona del planeta, el satèl·lit segueix una òrbita geostacionària: gira en el pla equatorial a la mateixa velocitat angular que la Terra.

- A quina distància de la superfície terrestre es troba el *Meteosat*?
- Quina és l'energia cinètica del *Meteosat*? Quina energia mínima caldria proporcionar-li perquè s'allunyés indefinidament de la Terra?



DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$R_{\text{Terra}} = 6370 \text{ km}$$

$$M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$m_{\text{Meteosat}} = 2,00 \times 10^3 \text{ kg}$$

Exercici 13

Un meteorit, de 400 kg de massa, cau sobre la Lluna amb una trajectòria perpendicular a la superfície d'aquest satèl·lit. Quan es troba a 10 000 km de la superfície lunar, la velocitat del meteorit és de 15 000 km/h.

- Determineu el valor de la velocitat amb què el meteorit arriba a la superfície de la Lluna.
- Calculeu l'energia mecànica que té el meteorit a 10 000 km de la Lluna i la que té un cos de la mateixa massa situat en una òrbita a aquesta mateixa altura sobre la superfície de la Lluna. Indiqueu quina de les dues energies mecàniques és més gran.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$M_{\text{Lluna}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^6 \text{ m}$$

Exercici 14

L'any 1969, el mòdul de comandament *Columbia*, de la missió Apollo 11, tripulada per l'astronauta Michael Collins, orbitava a 100 km d'altura sobre la superfície de la Lluna amb un període de 118 minuts. Mentrestant, Neil Armstrong i Edwin Aldrin, els altres dos tripulants, caminaven sobre la Lluna. Calculeu:

- La massa de la Lluna i la intensitat del camp gravitatori a la superfície lunar.
- La velocitat d'escapament des de la superfície lunar.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

$$R_{\text{Lluna}} = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$$

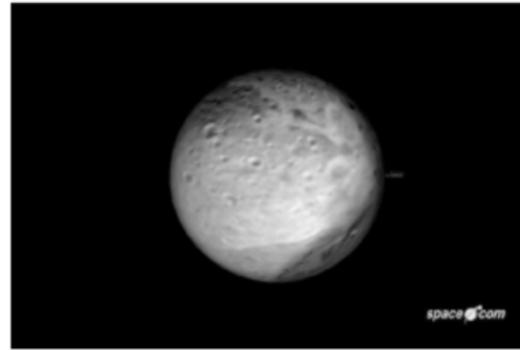


Exercici 15

Ceres és el planeta nan més petit del Sistema Solar i durant molts anys va ser considerat un asteroide, ja que està situat en el cinturó que hi ha entre Mart i Júpiter. Ceres té un període orbital al voltant del Sol de 4,60 anys, amb una massa de $9,43 \times 10^{20} \text{ kg}$ i un radi de 477 km. Calculeu:

- Quin és el valor de la intensitat de camp gravitatori que Ceres crea a la seva superfície? Quina és la velocitat i l'energia mecànica mínima d'una nau espacial que, sortint de la superfície, escapés totalment de l'atracció gravitòria del planeta?
- La distància mitjana entre Ceres i el Sol, tenint en compte que la distància mitjana entre la Terra i el Sol mesura $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ i que el període orbital de la Terra al voltant del Sol és d'un any.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$



Exercici 16

El satèl·lit *Terra* de la NASA està dissenyat per a recollir dades sobre la superfície de la Terra, els oceans i l'atmosfera, amb l'objectiu d'estudiar la interrelació entre aquests medis i els sistemes biològics existents. El satèl·lit segueix una òrbita circumpolar (circular en el pla que passa pels dos pols) a 760 km de la superfície de la Terra i té una massa de $4,86 \times 10^3 \text{ kg}$.

- Quin és el període del moviment del satèl·lit en la seva òrbita?
- Calculeu l'energia necessària que hem de subministrar al satèl·lit per a enviar-lo a la seva òrbita, si és llançat des de la superfície de la Terra.

DADES: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$;

$$M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{Terra}} = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$$

Exercici 17

El febrer del 2009 es va descobrir CoRoT-7b, un dels planetes extrasolars més petits trobats fins ara. El planeta CoRoT-7b gira al voltant de l'estel CoRoT-7, en una òrbita pràcticament circular de $2,58 \times 10^9$ m de radi, i fa una volta a aquest estel cada 20,5 h. La massa del planeta és $2,90 \times 10^{25}$ kg i té un radi de $1,07 \times 10^7$ m. Calculeu:

- a) La massa de l'estel CoRoT-7.
- b) L'acceleració de la gravetat en la superfície del planeta CoRoT-7b i la velocitat d'escapament en aquest planeta.

DADA: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Exercici 18

1. Quina de les expressions següents dóna l'energia amb què cal llançar un cos des de la superfície terrestre perquè escapi del camp gravitatori?
 - a) $mg_0 R_T$
 - b) $mg_0 R_T^2$
 - c) mg_0 / R_T
2. Si la intensitat gravitòria en un punt exterior a la Terra val $g_0/16$, es pot assegurar que aquest punt es troba a una distància de
 - a) $4R_T$ de la superfície terrestre.
 - b) $16R_T$ del centre de la Terra.
 - c) Cap de les respuestes anteriors no és correcta.

NOTA: g_0 representa l'acceleració de la gravetat a la superfície terrestre, i R_T representa el radi de la Terra.

Exercici 19

Al voltant de l'estrella WASP-18, que té una massa de $2,66 \times 10^{30}$ kg, s'ha descobert un planeta que gira en una òrbita aproximadament circular amb un període orbital excepcionalment curt: només 22,6 hores. La massa del planeta és deu vegades més gran que la massa de Júpiter.

- Calculeu el radi de l'òrbita d'aquest planeta.
- Calculeu l'energia cinètica del planeta en el seu moviment orbital i l'energia mecànica del sistema format per l'estrella i el planeta.

DADES: $M_{\text{júpiter}} = 1,90 \times 10^{27}$ kg;
 $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻².

Exercici 20

- A la superfície d'un planeta, l'acceleració de la gravetat és $\mathbf{g}_s = 9$ m/s², i a una altura $h = 100$ km, és $\mathbf{g}_h = 8,7$ m/s². Determineu el radi d'aquest planeta.
- És possible que un satèl·lit artificial orbiti al voltant de la Terra a una velocitat de 10 km/s? Calculeu l'hipotètic radi d'aquesta òrbita i compareu-lo amb el radi de la Terra per justificar la resposta.

DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_{\text{Terra}} = 6\,371$ km; $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N m² kg⁻².

Exercici 21

El 15 d'octubre de 2003, la Xina va posar en òrbita la seva primera nau espacial tripulada, de manera que esdevingué el tercer país del món a assolir aquesta fita. La nau tenia una massa de 7 790 kg i un període orbital de 91,2 minuts. Calculeu:

- L'altura de l'òrbita sobre la superfície de la Terra, si suposem que és circular.
- L'increment d'energia cinètica que caldria comunicar a la nau quan es troba en òrbita, perquè s'allunyi indefinidament de l'atracció terrestre.

DADES: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m² · kg⁻²; $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\text{Terra}} = 6,37 \cdot 10^6$ m.

Exercici 22

La primera missió europea dedicada a estudiar l'origen de l'Univers enviarà a l'espaï el satèl·lit *Planck*, que analitzarà la radiació de fons provinent del *Big Bang*. El satèl·lit *Planck* es llançarà l'any 2009, tindrà una massa de 1 800 kg i se situarà en una òrbita al voltant de la Terra que es troba a 1,5 milions de kilòmetres del centre del planeta. Supposeu que el satèl·lit descriurà una òrbita circular.

Calculeu:

- a) La velocitat del satèl·lit i els dies que tardarà a fer una volta a la Terra.
- b) L'energia cinètica, l'energia potencial gravitatorià i l'energia mecànica del satèl·lit *Planck* quan estigui en aquesta òrbita.
- c) La velocitat a la qual arribaria a la superfície terrestre, si per alguna circumstància la velocitat del satèl·lit esdevingués nul·la. Considerem negligible el fre-gament amb l'aire quan entrés a l'atmosfera terrestre.

DADES: $M_{\text{Terra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Terra}} = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.