1. (a) Recordem l'expressió ja coneguda de temes anteriors

$$R = \frac{mv}{qB} \rightarrow \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

Llavors

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 9,00 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 1,37{\cdot}10^{5}\, Hz$$

I en quant a l'energia cinètica

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}m\left(\frac{qBR}{m}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2m}(qBR)^2 \\ &= \frac{1}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}(1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 9,00 \cdot 10^{-3} \cdot 0,50)^2 \\ &= 1,55 \cdot 10^{-16}\, J \end{aligned}$$

(b) A partir de la fórmula de *de Broglie*

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{m^2 2E_c}{m}}} \\ &= \frac{h}{\sqrt{2E_c m}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,55 \cdot 10^{-16} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}} = 9,20 \cdot 10^{-13}\, m \end{aligned}$$

* * *

2. Calculem l'energia que proporciona cada radiació

$$E_{UV} = hf_{UV} = h\frac{c}{\lambda_{UV}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-9}} = 1,99 \cdot 10^{-18}\, J$$

$$E_{IR} = hf_{IR} = h\frac{c}{\lambda_{IR}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-6}} = 1,99 \cdot 10^{-21}\, J$$

La molècula es pot trencar amb la radiació UV però no amb la IR, per tant, la resposta correcta és la **b)**.

3. (a) El balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric s'escriu

$$hf = hf_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

llavors, la funció de treball hf_0 es pot calcular com

$$\begin{aligned} hf_0 &= hf - \frac{1}{2}mv^2 = h\frac{c}{\lambda} - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= 6,63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 1,97 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \\ &= 6,79 \cdot 10^{-19}\, J \end{aligned}$$

(b) A partir de la fórmula de *de Broglie*

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{m^2 2E_c}{m}}} \\ &= \frac{h}{\sqrt{2E_c m}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,97 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}} = 8,74 \cdot 10^{-10}\, m \end{aligned}$$

* * *

4. (a) El balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric s'escriu

$$hf = hf_0 + E_c$$

d'on

$$E_c = hf - hf_0 = h(f - f_0) = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot (1,5 \cdot 10^{15} - 1,1 \cdot 10^{15}) = 2,65 \cdot 10^{-19}$$

(b) A la longitud d'ona $3,0 \cdot 10^{-7}$ li correspon una freqüència

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,0 \cdot 10^{-7}} = 10^{15}\, Hz$$

que és més petita que la freqüència llindar i per tant, no produirà efecte fotoelèctric sobre la làmina de coure.

5. (a) El balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric s'escriu

$$hf = hf_0 + E_c$$

Noteu que l'enunciat ens dona el terme hf_0 (només hem de tenir cura de posar-lo en joules a l'equació). Llavors

$$\begin{aligned} E_c &= hf - hf_0 \\ &= h\frac{c}{\lambda} - hf_0 \\ &= 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{550 \cdot 10^{-9}} - 2,10 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \\ &= 3,61 \cdot 10^{-19} - 2,10 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \\ &= 2,54 \cdot 10^{-20}\, J \end{aligned}$$

(b) Dividirem l'energia total generada per la potència $2\, mW$ en un minut entre l'energia d'un fotó.

$$\#\, fotons = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 60}{3,61 \cdot 10^{-19}} = 3,32 \cdot 10^{17}\, fotons$$

* * *

6. (a) A partir del balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + E_c \rightarrow E_c = hf - hf_0$$

mirem el pendent m a la gràfica

$$m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} - 0}{1,25 \cdot 10^{15} - 1 \cdot 10^{15}} = 6,4 \cdot 10^{-34}$$

La qualitat de la gràfica que mostra l'enunciat no és prou bona com per obtenir un valor més precís, però n'hem obtingut un prou aproximat.

(b) L'energia mínima d'extracció es pot calcular a partir de la freqüència mínima, que a la gràfica es veu que és $f_0 = 1,0 \cdot 10^{15}\, m$. Llavors, fent servir el valor per la constant de Planck trobada abans

$$E_0 = hf_0 = 6,4 \cdot 10^{-34} \cdot 1,0 \cdot 10^{15} = 6,4 \cdot 10^{-19}\, J \cdot \frac{1\, eV}{1,60 \cdot 10^{-19}} = 4\, eV$$

7. (a) A partir del balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + E_c$$

$$f = \frac{hf_0 + E_c}{h} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 6,00 \cdot 10^{16} + 6,62 \cdot 10^{-17}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,6{\cdot}10^{17}\,Hz$$

(b) La longitud d'ona dels fotons incidents

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{17}} = 1,88 \cdot 10^{-9}\,m$$

La longitud d'ona dels electrons amb màxima energia cinètica

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 6,62 \cdot 10^{-17}}} = 6,03{\cdot}10^{-11}\,m$$

* * *

8. (a) El camp elèctric és perpendicular a les plaques i va dirigit cap a la dreta, el seu mòdul val

$$E = \frac{V}{d} = \frac{60 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^6\,N/C$$

(b)

$$E_c = qV = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 60 \cdot 10^3 = 9,6 \cdot 10^{-15}\,J$$

Suposant que tota l'energia cinètica dels electrons es transfereix als fotons emergents

$$qV = hf \rightarrow f = \frac{qV}{h} = \frac{9,6 \cdot 10^{-15}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,45 \cdot 10^{19}\,Hz$$

9. (a) El balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric s'escriu

$$hf = hf_0 + E_c$$

d'on

$$\begin{aligned} E_c &= hf - hf_0 \\ &= h\frac{c}{\lambda} - hf_0 \\ &= 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{850 \cdot 10^{-9}} - 1,2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \\ &= 4,2 \cdot 10^{-20}\, J \end{aligned}$$

La longitud d'ona associada als electrons emesos es pot calcular com

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 4,2 \cdot 10^{-20}}} = 2,4{\cdot}10^{-9}\, m$$

(b) Reescrivim el balanç d'energia

$$2E_c = h\frac{c}{\lambda'} - hf_0$$

d'on

$$\lambda' = \frac{hc}{2E_c + hf_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 4,2 \cdot 10^{-20} + 1,2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}} = 7,21{\cdot}10^{-7}\, m$$

* * *

10. (a) A partir del balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + E_c \rightarrow E_c = hf - hf_0$$

calculem el pendent m de la gràfica a partir de les dades de la taula

$$m = \frac{4,41 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - 2,07 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2,00 \cdot 10^{15} - 1,50 \cdot 10^{15}} = 6,62 \cdot 10^{-34}$$

(b) L'energia mínima d'extracció es pot calcular a partir de la freqüència mínima, que a la gràfica es veu que és $f_0 = 1,0 \cdot 10^{15}\, m$ llavors, amb el valor calculat abans

$$E_0 = hf_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 1,0 \cdot 10^{15} = 6,62 \cdot 10^{-19}\, J$$

11. (a) Podem calcular l'energia dels fotons incidents a partir del valor de la longitud d'ona

$$E_i = hf = h\frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3,00 \cdot 10^8}{4750 \cdot 10^{-10}} = 4,19 \cdot 10^{-19}\,J$$

En quant al treball d'extracció

$$W_{extrac} = hf_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,75 \cdot 10^{14} = 3,15 \cdot 10^{-19}\,J$$

(b) A partir del balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + E_c$$

$$E_c = hf - hf_0 = 4,19 \cdot 10^{-19} - 3,15 \cdot 10^{-19} = 1,04 \cdot 10^{-19}\,J$$

El potencial de frenada es pot calcular amb

$$E_c = qV_{fre} \rightarrow V_{fre} = \frac{E_c}{q} = \frac{1,04 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 0,65\,V$$

* * *

12. (a) El llindar de freqüència és el valor mínim que han de tenir els fotons incidents obre el metall per tal de que es produeixi l'efecte fotoelèctric i es desprenguin electrons. Per sota d'aquest valor, no es produeix efecte fotoelèctric sigui quina sigui la intensitat de la radiació incident. A la gràfica es pot veure que

$$f_0 = 1,1 \cdot 10^{15}$$

A diferència d'altres exercicis proposats sobre el tema al llarg dels anys, en *aquest* ens proporcionen les coordenades de dos punts de la recta, de forma que podem trobar la seva equació de forma precisa.

Suposem que l'equació que ajusta la recta és de la forma

$$y = mx + n$$

i fem servir la informació que proporciona la gràfica per obtenir un sistema d'equacions que, un cop resolt i fetes les identificacions pertinents, ens permetran respondre l'exercici

$$\begin{cases} 7,86 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = m \cdot 3 \cdot 10^{15} + n \\ 3,72 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = m \cdot 2 \cdot 10^{15} + n \end{cases}$$

restant les equacions

$$4,14 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} = m \cdot 10^{15} \to m = 6,64 \cdot 10^{-34}$$

ara,

$$\begin{aligned} n &= 3,72 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} - 2m \cdot 10^{15} \\ &= 3,72 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 6,64 \cdot 10^{-19} \\ &= -7,33 \cdot 10^{-19} \end{aligned}$$

Recordant l'expressió del balanç d'energia en l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + E_c \to E_c = hf - hf_0$$

llavors podem fer les identificacions

$$h \equiv m \qquad hf_0 \equiv n$$

$$E_c = 6,64 \cdot 10^{-34} \cdot f - 7,33 \cdot 10^{-19}$$

d'on

$$f_0 = \frac{7,33 \cdot 10^{-19}}{6,64 \cdot 10^{-34}} = 1,10 \cdot 10^{15}\, Hz$$

(b) La constant de Planck és el valor calculat abans per la m.

$$m = 6,64 \cdot 10^{-34}\, Js$$

A una longitud d'ona $1,2 \cdot 10^{-7}\, m$ li correspon una freqüència

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{1,2 \cdot^{-7}} = 2,5 \cdot 10^{15}\, Hz$$

I a partir del balanç d'energia de l'efecte fotoelèctric

$$hf = hf_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2h(f - f_0)}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,1 \cdot 10^{15})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,43 \cdot 10^{6}\, m/s \end{aligned}$$

13. (a) Si l'energia dels fotons incidents és de $10\,eV$, la seva freqüència es pot calcular amb

$$E = hf \rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{10 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 2,42 \cdot 10^{15}\,Hz$$

i la corresponent longitud d'ona

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{2,42 \cdot 10^{15}} = 1,24 \cdot 10^{-7} = 124\,nm$$

El valor del camp elèctric es pot trobar amb

$$E = \frac{V}{d} = \frac{3}{0,3} = 10\,N/C$$

(b) Observem que el camp elèctric està *frenant* els electrons emesos. Com els electrons arriben amb una energia cinètica de valor $2,3 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19}\,J = 3,68 \cdot 10^{-19}\,J$, i sabem que el camp elèctric els ha tret

$$W_{elec} = qV = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 3 = 4,806 \cdot 10^{-19}\,J$$

llavors, l'energia cinètica que tenien inicialment era

$$E_{ci} = E_{cf} + W_{elec} = 3,68 \cdot 10^{-19} + 4,806 \cdot 10^{-19} = 8,5 \cdot 10^{-19}\,J$$

El treball d'extracció del coure és

$$hf_0 = hf - E_{ci} = 1,602 \cdot 10^{-18} - 8,5 \cdot 10^{-19} = 7,52 \cdot 10^{-19}\,J$$

* * *

14. (a) La funció de treball del material es pot calcular com

$$\begin{aligned} hf_0 &= hf - E_c \\ &= h\frac{c}{\lambda} - E_c \\ &= 6,63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^{8}}{23,7 \cdot 10^{-9}} - 47,7 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \\ &= 7,6 \cdot 10^{-19}\,J = 4,75\,eV \end{aligned}$$

(b) A partir de

$$hf_0 = 7,6 \cdot 10^{-19} \rightarrow f_0 = \frac{7,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,146 \cdot 10^{15}\, Hz$$

i finalment

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,146 \cdot 10^{15}} = 2,62 \cdot 10^{-7}\, m$$

El llindar de longitud d'ona és característic de cada material i no depèn de la potència de la radiació incident.

* * *

15. (a) L'energia en repòs de l'electró és $E_0 = m_0c^2$, una vegada ha estat accelerat i la seva energia és $E = 10m_0c^2$ l'energia cinètica que ha guanyat val

$$\begin{aligned}\Delta E_c &= E - E_0\\ &= 10m_0c^2 - m_0c^2\\ &= 9m_0c^2\\ &= 9 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2\\ &= 7,38 \cdot 10^{-13}\, J \cdot \frac{1\, eV}{1,60 \cdot 10^{-19}\, J} \cdot \frac{1\, MeV}{10^6\, eV} =\\ &= 4,61\, MeV\end{aligned}$$

(b) El procés és

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

cada fotó s'emporta la meitat de l'energia total del sistema abans de la col·lisió

$$\frac{1}{2}E_{total} = \frac{1}{2}2 \cdot 10m_0c^2 = 10 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}(3 \cdot 10^8)^2 = 8,20 \cdot 10^{-13}\, J$$

llavors la seva freqüència serà

$$hf = 8,20 \cdot 10^{-13} \rightarrow f = \frac{8,20 \cdot 10^{-13}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 1,23 \cdot 10^{21}\, Hz$$

16. (a) L'energia d'un fotó és

$$E = hf = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 900 \cdot 10^{6} = 5,96 \cdot 10^{-25}\, J$$

Per una altra banda, en un minut, l'energia total emesa val

$$P = \frac{E}{t} \rightarrow E = Pt = 4 \cdot 60 = 240\, J$$

Llavors el nombre de fotons serà

$$\#\, fotons = \frac{240}{5,96 \cdot 10^{-25}} = 4,03 \cdot 10^{26}\, fotons$$

(b) El treball d'extracció val $4,1\, eV$ mentre que l'energia que arriba, en eV, val

$$5,96 \cdot 10^{-25}\, J \cdot \frac{1\, eV}{1,602 \cdot 10^{-19}\, J} = 3,72 \cdot 10^{-6}\, eV$$

pràcticament un mil·lió de vegades més petita que la necessària per produir efecte fotoelèctric. La potència de l'antena no influeix en la capacitat d'ionitzar de la radiació que emet.

* * *

17. (a) En el primer cas

$$E_c = h\frac{c}{\lambda} - hf_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{400 \cdot 10^{-9}} - 2,29 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}$$
$$= 1,31 \cdot 10^{-19}\, J$$

d'on

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,31 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,36 \cdot 10^{5}\, m/s$$

(b) El potencial de frenada està relacionat amb l'energia cinètica màxima dels fotoelectrons, així

$$E_c = qV_f = 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 0,17 = 0,17\, eV$$

com la radiació incident té energia

$$hf = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{400 \cdot 10^{-9}} = 4,97 \cdot 10^{-19}\, J = 3,11\, eV$$

el treball d'extracció val

$$hf_0 = hf - E_c = 3,11 - 0,17 = 2,94\, eV$$

per tant deduïm que es tracta del liti, Li.