

Курсовая работа учебного года 2023-2024 по курсу «Численные методы»

Выполнил: Ханнанов Р.М.

Группа: М8О-408Б-20

Преподаватель: Пивоваров Д.Е.

Вариант курсовой работы: 7

Вариант 7

Аппроксимация функций робастными сглаживающими сплайнами.

Метод решения

В рамках курсового проекта "Аппроксимация функций робастными сглаживающими сплайнами" был разработан код на языке программирования Python, реализующий построение сглаживающих сплайнов и их отрисовку.

В начале программы определены несколько классов (CurveFitter, Points), которые предназначены для работы с кривыми и точками. В основном классе CurveFitter реализованы методы для аппроксимации данных с использованием сплайнов. Важные методы:

penalty: вычисляет штрафную функцию для сплайна.

delta: вычисляет ошибку аппроксимации данных сплайном.

error: вычисляет общую ошибку, включая штраф и аппроксимацию.

error_gradient: вычисляет градиент ошибки относительно узла сплайна.

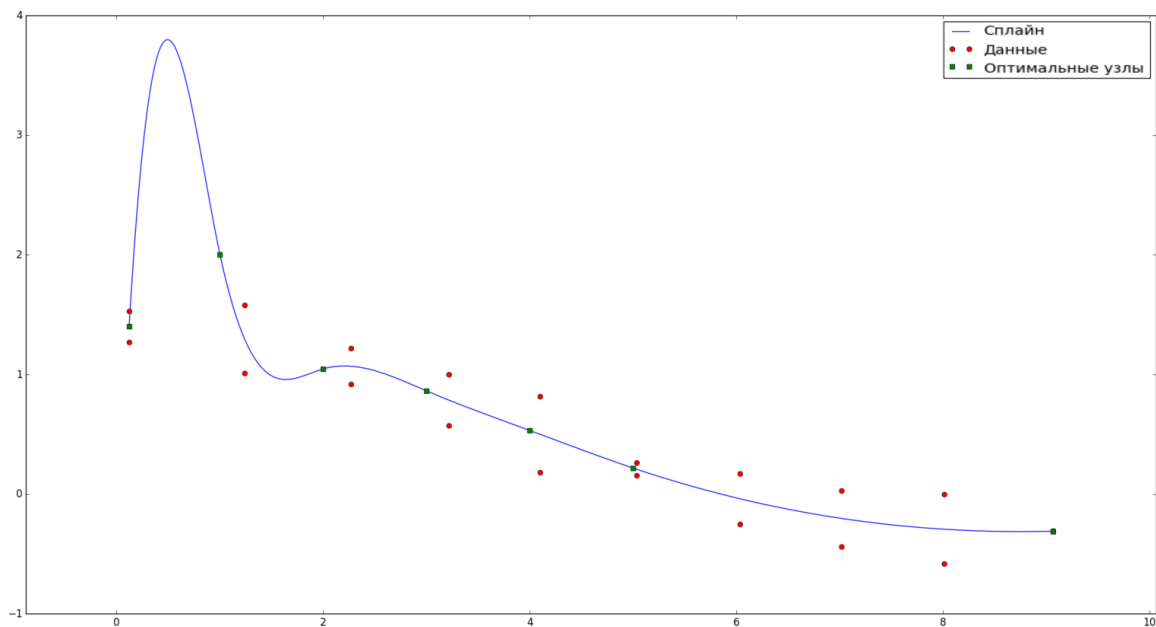
spec_dimensional_minimization: метод оптимизации для адаптивного выбора узлов.

initiate_grid: инициализирует сетку узлов сплайна.

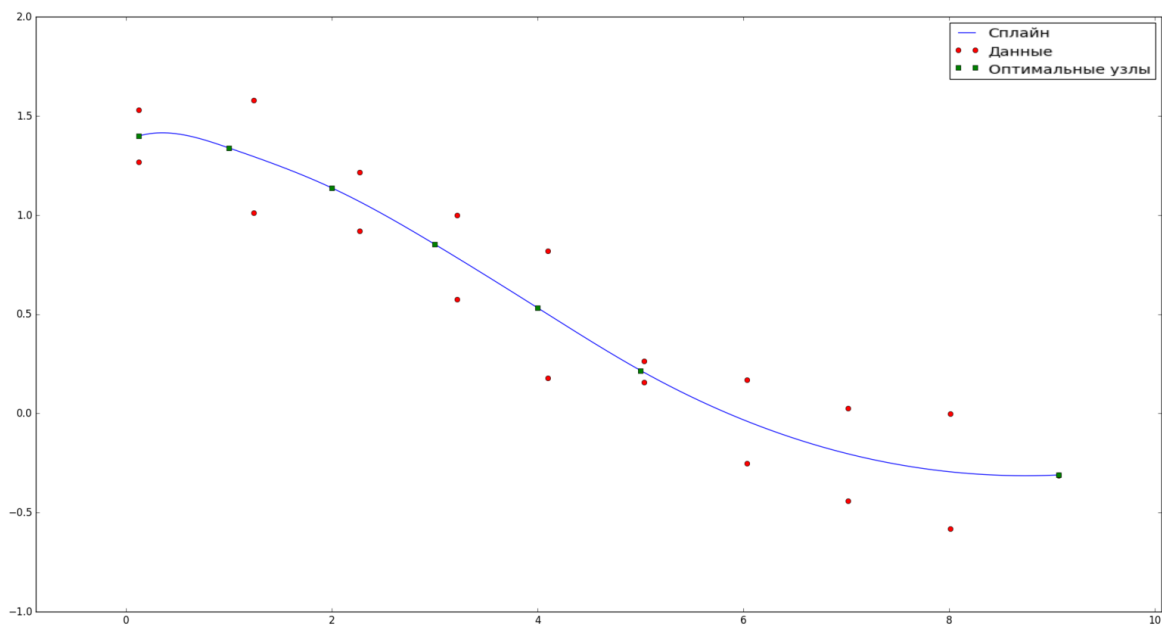
Основной упор сделан на аппроксимацию данных сплайнами и оптимизацию распределения узлов для улучшения точности.

При малом количестве данных по отношению к количеству узлов и степени сплайна может возникнуть проблема

сверхподгонки. Вот пример «плохого» кубического сплайна, при этом идеально проходящего сквозь данные:



Для уменьшения так называемых колебаний сплайна сделан механизм «сглаживания» его k -ой производной. За это отвечает параметр q – вес функции, влияющей на сглаживание. Вот изменение при $q = 1e-7$, видно, что достигается достаточное сглаживание.



Описание программы и инструкция к запуску

Программа состоит из трех файлов:

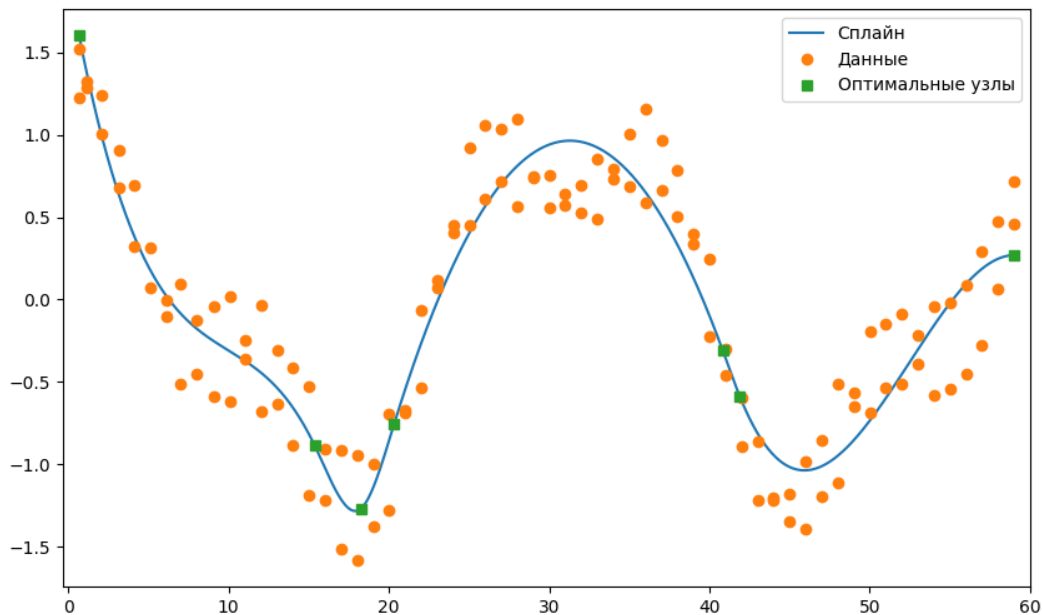
- point.py – определение двух классов для работы с точками.
- spline.py - непосредственно реализация сплайна и всего необходимого для работы с ним функционала.
- curve.py – реализация класса CurveFitter необходимого для самой аппроксимации функции.

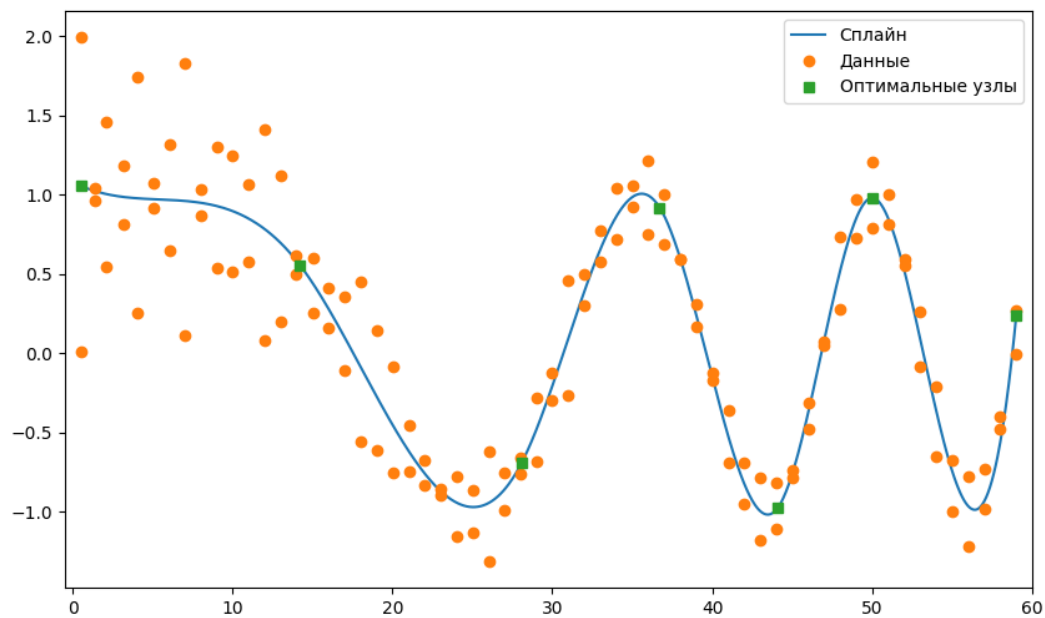
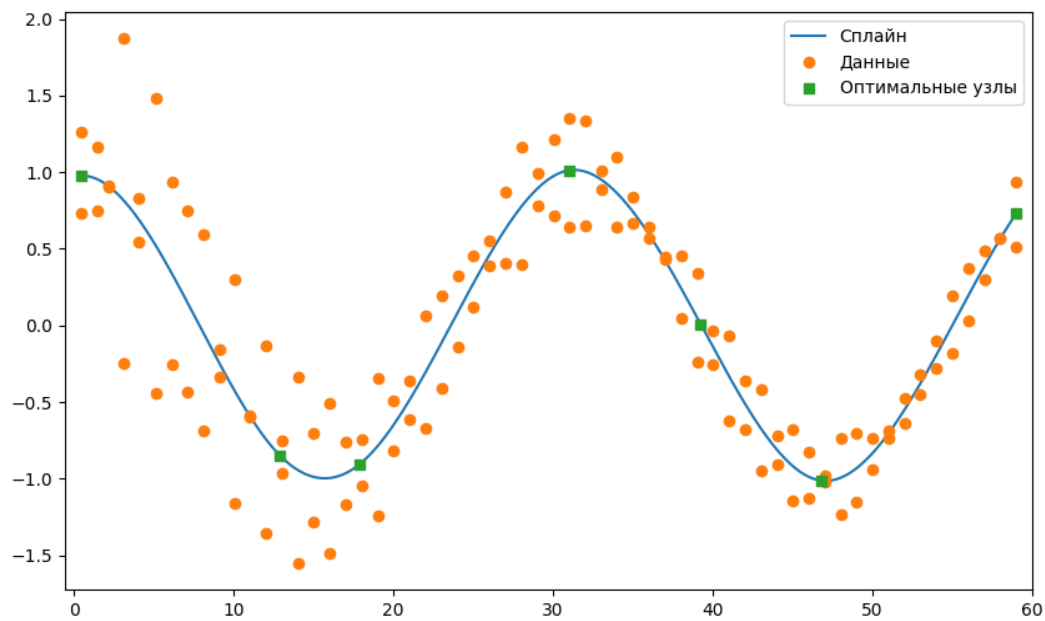
Запуск производится: `python3.10 curve.py`. В исполняемой части этого файла происходит следующее:

- Загружает данные с использованием функции `get_data_2`.
- Инициализирует Сплайн и объект класса `CurveFitter`.
- Выполняет аппроксимацию кривой с использованием оптимальной сетки узлов.
- Строит график данных, аппроксимированной кривой и оптимальных узлов.
- Сохраняет график в файл `sample.png`.

Результаты работы

На графиках показаны примеры аппроксимации различных данных с использованием сглаживающего сплайна с параметрами степени равной трем и $q = 1e-9$.





Вывод

В рамках данного курсового проекта была проведена работа по изучению и применению методов аппроксимации функции с помощью сглаживающих сплайнов. Аппроксимация — это процесс приближенного представления сложной функции или набора данных более

простой функцией или моделью. Она широко применяется в различных областях из-за своей универсальности и полезности. Реализованный функционал предоставляет гибкую настройку и возможность расширения, он успешно справляется с поставленной задачей.