

Лабораторная работа №5 по курсу «Численные методы»

Выполнил студент группы М8О-408Б-20 Прохоров Д.М.

Преподаватель: Пивоваров Д. Е.

Цель

Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, а также схему Кранка - Николсона, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x, t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h

Вариант 3

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a > 0,$$

$$u(0, t) = \exp(-at),$$

$$u(\pi, t) = -\exp(-at),$$

$$u(x, 0) = \cos x.$$

Аналитическое решение: $U(x, t) = \exp(-at) \cos x$.

О программе

Программа состоит из 2 файлов:

- 1) Файл 5.spp, в котором реализованы 4 метода (аналитическое решение, явная и неявная конечно-разностные схемы, а также схема Кранка-Николсона и идёт вывод получившихся матриц в файлы.
- 2) Файл graphics.ipynb, в котором выводятся графики полученных решений, а также среднего модулей ошибок.

Результаты

Графики полученных функций

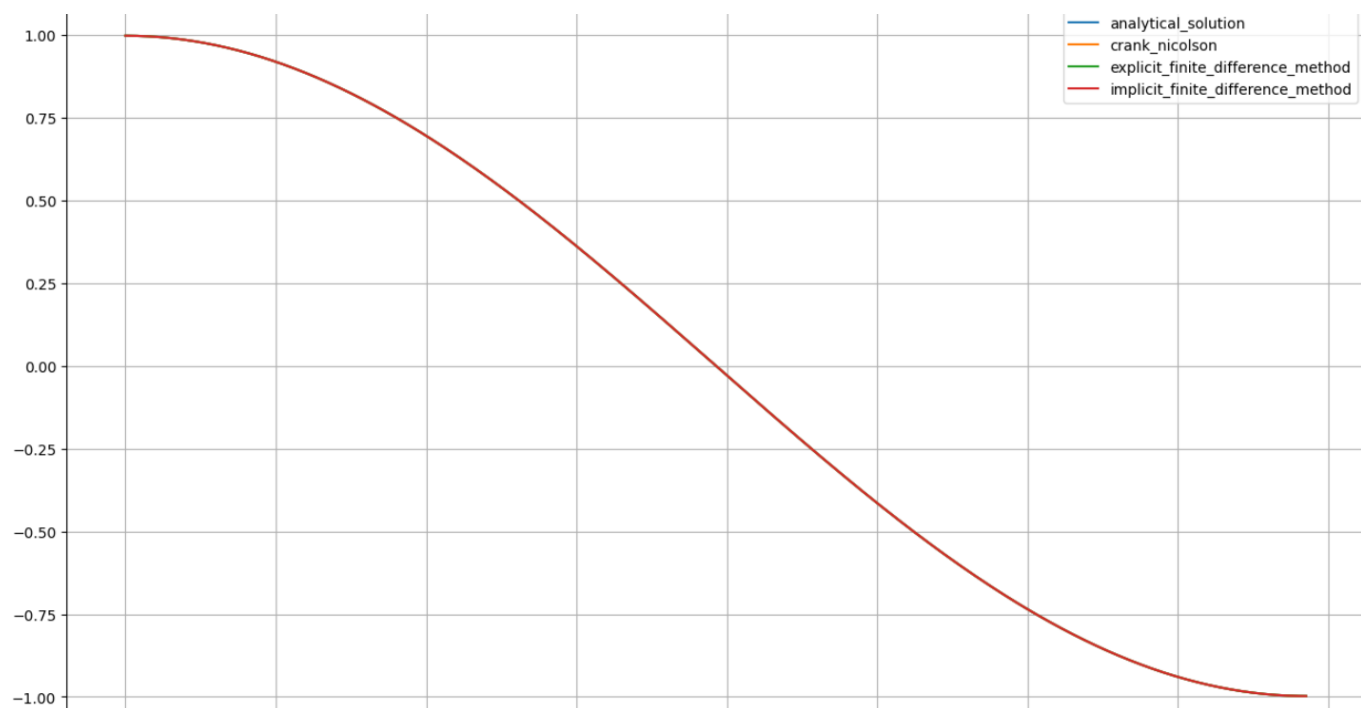
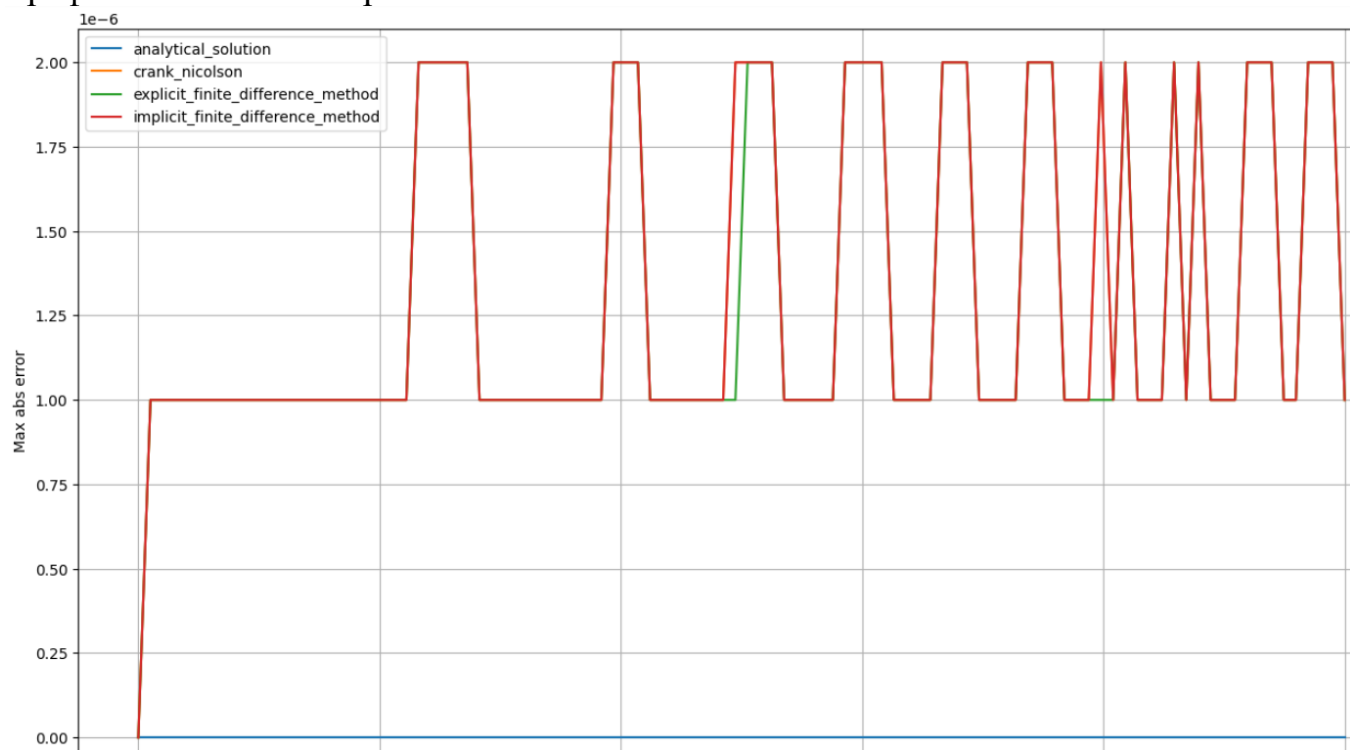


График изменения погрешности



Вывод

В данной лабораторной работе я решил начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа тремя различными способами, а также была получена погрешность полученных значений.