Лабораторная работа №6 по курсу «Численные методы»

Выполнил студент группы М8О-408Б-20 Попов Матвей. Преподаватель: Пивоваров Д. Е.

Цель

Используя явную схему крест и неявную схему, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения гиперболического типа. Аппроксимацию второго начального условия произвести с первым и со вторым порядком. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением U(x,t). Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ , h.

Вариант 1

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, a > 0$$
$$u(0, t) = -\sin(at)$$
$$u(\pi, t) = \sin(at)$$
$$u(x, 0) = \sin x$$
$$u(x, 0) = -a\cos x$$

Аналитическое решение:

$$U(x,t) = \sin\left(x - at\right)$$

О программе

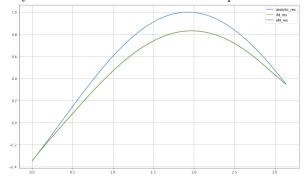
Модуль для вычислений написан на Go 1.21, модуль для визуализации написан на Python с использованием Jypiter Notebook. Реализации всех методов находятся в папке internal.

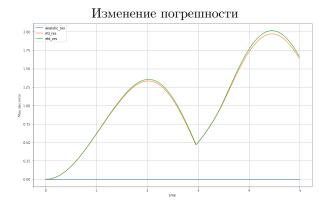
Инструкция к запуску

Для запуска должны быть установлены Go 1.21 и Python 3, а также модули numpy и matplotlib. Для получения результатов и их визуализации достаточно запустить все ячейки в lab06.ipynb.

Результаты

Полученные вычисления на момент времени t = 0.5





Вывод

Проделав лабораторную работу, я решил начально-краевую задачу для ДУ гиперболического типа двумя различными способами и проверил погрешности полученных вычислений.