Cálculo

Al futuro,

cuando al fin usaremos esto con fluidez.

Índice general

Índice de cuadros

Índice de figuras

Prefacio

Algo.

Agradecimientos

A las personas que hicieron sencillo el publicar libros.

ASG

0

Quién escribe?

Por ahora, solo ASG. Más tarde espero que más personas.

1

Introducción

Si esto funciona, el sitio se actualizará automáticamente. Y la escritura se simplificará. Además, cada capítulo tendrá el enlace a su propio video sin problemas.

2

Ejemplo 01

Esta es la primera prueba con `LaTeX`*.*

```
En esta sesión veremos una consecuencia importante del Teorema de Green: si $F$ es un campo de clase $C^1$, el rotacional $
\[
   \diam(A) = \sup \left\{ \|\overline{x} - \overline{y}\| \left\lvert \ \overline{x},\ \overline{y}\in A \right.  \  \rig
\]
\begin{prop} \label{prop1}
   Sean $U\subset\R^2$ una regi\'on, $F = \left(P, Q\right): U\to \R^2$ de clase $C^1$ en $U$, $\overline{x}\in U$ y $\left
     \[
      \rot\left( F(\overline{x})\right) = \lim\limits_{\epsilon\to 0^{+}} \frac{\displaystyle\int\limits_{\Gamma_{\eps
     \]
   donde $\gamma_{\epsilon}$ es una parametrizaci\'on de $\Gamma_{\epsilon}$ que la recorre en el sentido contrario al de
\end{prop}
\begin{proof}
    Notamos que para cada $0< \epsilon<c$ se cumplen las hip\'otesis del Teorema de Green, por lo cual
     \[
      \displaystyle \int\limits_{\Gamma_{\epsilon}} F\cdot d\gamma_{\epsilon} = \int\limits_{\Omega_{\epsilon}} \left(
     \]
   Luego, para cada $\epsilon$, por el Teorema del Valor Promedio para integrales sobre conjuntos Jordan--medibles (\texto
     \begin{align*}
      \int\limits_{\Omega_{\epsilon}} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) & = \l
      & = \left( \frac{\partial Q}{\partial x}\left(\overline{\xi}_{\epsilon}\right) - \frac{\partial P}{\partial y}\lef
     \end{align*}

Ya que $\overline{x}\in\inte\left(\Omega_{\epsilon}\right)$, entonces $\inte\left(\Omega_{\epsilon}\right)\neq\emptyse
\[
   \frac{\displaystyle\int\limits_{\Gamma_{\epsilon}} F\cdot d\gamma_{\epsilon}}{\area\left(\Omega_{\epsilon}\right)}
\]

Para concluir, notamos que las funciones $\frac{\partial Q}{\partial x}$ y $\frac{\partial P}{\partial y}$ son continuas
\[
     \lim\limits_{\epsilon\to 0^{+}} \overline{\xi}_{\epsilon} = \overline{x}
\]
porque $\overline{x}\in\inte\left(\Omega_{\epsilon}\right)$ para toda $0<\epsilon < c$ y $\lim\limits_{\epsilon\to 0^{+
\begin{align*}
   \displaystyle\lim\limits_{\epsilon\to 0^{+}} \frac{\displaystyle\int\limits_{\Gamma_{\epsilon}} F\cdot d\gamma_{\ep
   & = \frac{\partial Q}{\partial x}\left(\overline{x}\right) - \frac{\partial P}{\partial y}\left(\overline{x}\right) \
     & = \rot\left( F(\overline{x})\right).
\end{align*}

Esto termina la prueba.
\end{proof}

Aunque no lo parezca, la proposici\'on anterior se puede interpretar como la \emph{rotaci\'on promedio} generada por el ca
```

```
Para concluir esta sesi\'on presentamos una aplicaci\'on directa del Teorema de Green: el c\'alculo de una integral.
\begin{ejer}
   Calcule la integral $\displaystyle\int\limits_{\Gamma} F\cdot d\gamma$, donde $F(x,y) = \left(3x^3-y^3, x^3 +2y^3\rig
\end{ejer}
\begin{proof}[Solución.]
   Tenemos que $F$ es de clase $C^1$ en $\R^2$ y si $\Omega = B_1(0,0)$, entonces $\Omega$ es un conjunto Jordan--medible y
    \[
      \displaystyle\int\limits_{\Gamma=\partial \Omega} F \cdot d\gamma = \int\limits_{\Omega} \rot\left( F \right),
    \]
   donde $\gamma$ es la parametrizaci\'on usual de $\Gamma$ que la recorre una vez en el sentido contrario al de las maneci



    Notamos que
    \[
        \frac{\partial Q}{\partial x}(x,y) = 3x^2
    \]
    y tambi\'en
    \[
        \frac{\partial P}{\partial y}(x,y) = -3y^2,
    \]
    por lo cual
    \[
        \rot(F)(x,y) = 3x^2 + 3y^2 = 3(x^2 + y^2).
    \]

    En virtud de lo anterior, tenemos que
    \[
      \displaystyle\int\limits_{\Gamma=\partial \Omega} F \cdot d\gamma = 3\int\limits_{B_1(0,0)} f
    \]
    donde $f(x,y) = x^2+y^2$.

    Notamos que al aplicar el cambio de variable a coordenadas polares obtenemos que
    \begin{align*}
     \int\limits_{B_1(0,0)} f & = \int\limits_{0}^{2\pi}\left(\int\limits_{0}^{1} r^3 dr\right)\ d\theta \\
        & = \int\limits_{0}^{2\pi} \frac{1}{4} d\theta \\
        & = \frac{\pi}{2}.
    \end{align*}

    Por lo tanto,
    \[
        \displaystyle\int\limits_{\Gamma=\partial \Omega} F \cdot d\gamma = \frac{3\pi}{2}.
    \]
\end{proof}

\textcolor{blue}{?`Obtiene el mismo resultado si hace los c\'alculos directamente?}
```

A

Por aprender

Este sería el final. Ver la Proposición **??**