Análisis de los resultados obtenidos

Segundo parcial de Métodos Numéricos

Calderón Francisco, Najera Jeremías

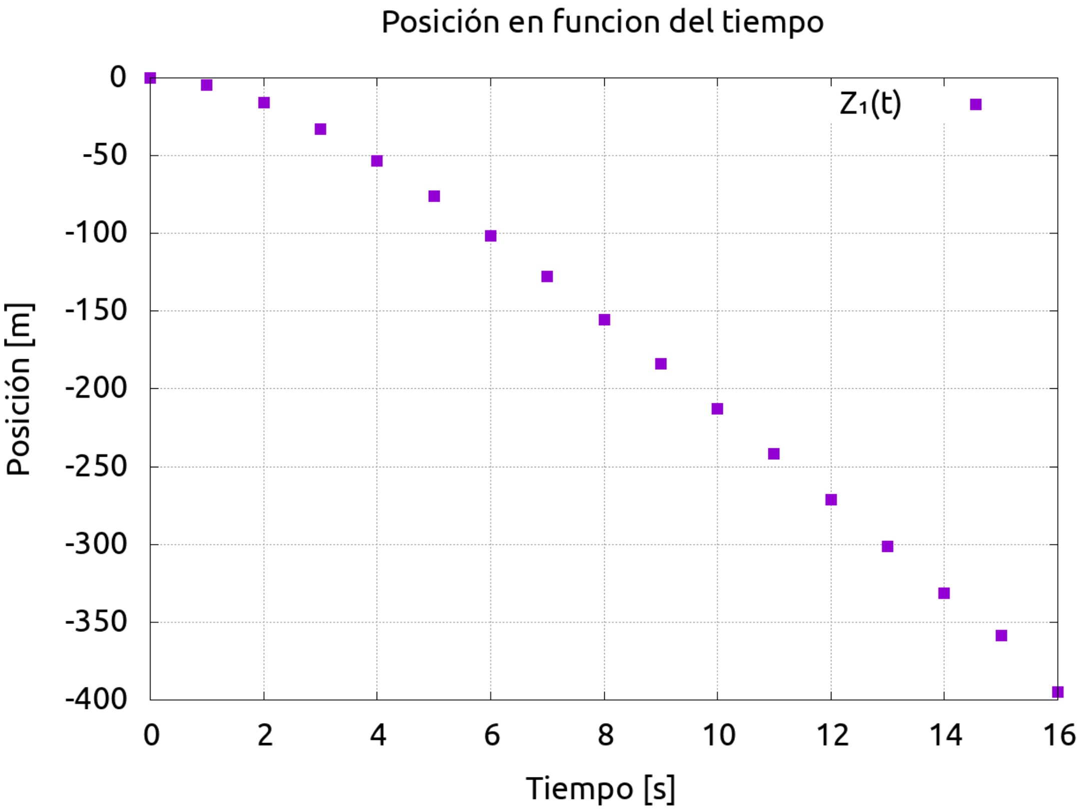
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación – Universidad Nacional de Córdoba

Análisis de los resultados obtenidos

Segundo parcial de Métodos Numéricos

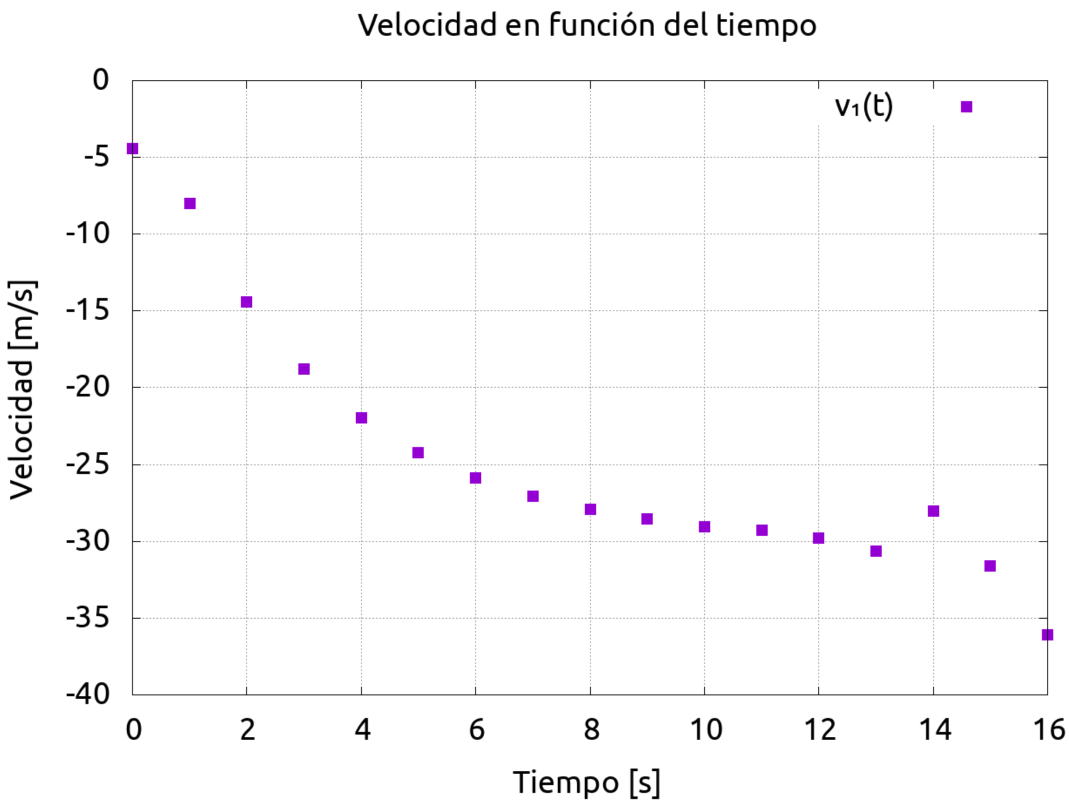
Parte 2

Ejercicio 2 - A.



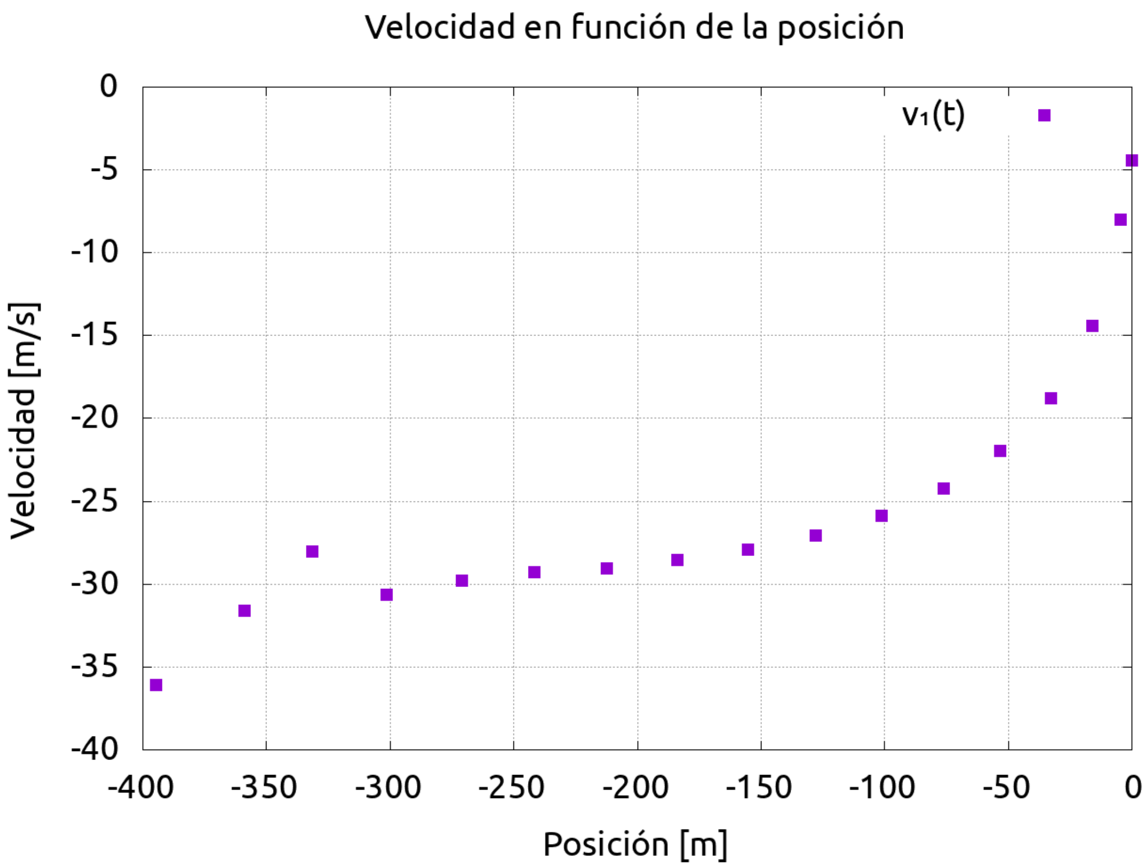
Podemos observar en la gráfica de Z(t) la evolución de la posición [m] en función del tiempo [s]. La distribución de los datos nos deja ver que el movimiento se produce inicialmente de forma cuadrática (como es esperado de una caída libre ideal) pero al estar en contacto con el aire, la fuerza de rozamiento hace que el movimiento a partir de cierto instante t comience a desarrollarse de forma lineal. Es decir, ya no existe aceleración.

Ejercicio 2 - c.



Podemos observar en la gráfica la evolución de la velocidad [m/s] en función del tiempo [s]. La distribución de los datos obtenidos numéricamente nos dice que la partícula luego de unos segundos de caída libre alcanza la llamada "velocidad terminal" (valor límite de la velocidad en caída libre con rozamiento). Esto se produce debido a que la fuerza de rozamiento (que depende de la velocidad) a partir de ese instante se iguala a la fuerza Peso que posee la gota. Se puede ver que los puntos en t = 14s y t = 16s no coinciden con el resto de la tendencia de los demás puntos. Esto puede ser porque los puntos están mal medidos o porque el método usado para la derivación no es exacto.

Ejercicio 2 - d.



Ejercicio 2 - e.

Utilizando el ajuste de Gnuplot basado en los datos de la posicion en funcion del tiempo (datos.dat) obtenemos los siguientes valores:

$$g = 9,6797\ m/s^2 \qquad incerteza:\ \pm 0.1104$$

$$\alpha = 3,14392 s \qquad incerteza: \pm 0.05116$$

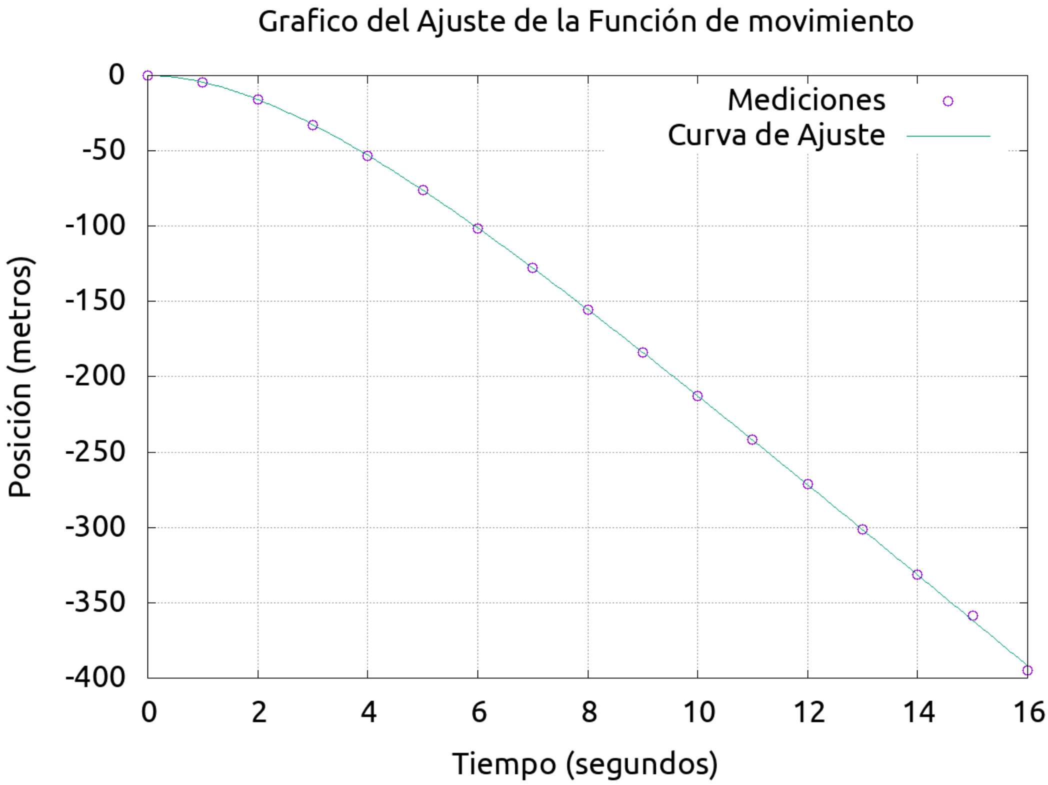
Observemos que α tiene unidades de [s] pues dimensionalmente las unidades de Z(t) (metros) tiene que ser igual a las unidades del producto entre g, α y t. Esto es:

$$[g][\alpha][t]=[z] \ \Rightarrow \ (m/s^2)([\alpha])(s) = m \ \Rightarrow \ [\alpha] = s$$

Finalmente, sabiendo que $\alpha = \frac{m}{c} \Rightarrow c = \frac{m}{\alpha}$ y conociendo a la masa como m = 0,001 Kg, obtenemos el siguiente valor de la constante c:

$$c = 0.0003180743\ kg/s$$

Ejercicio 2 - f



La gráfica del ajuste nos permite ver mucho mejor el comportamiento de la función, notando que hasta t = 6s se nota la curva, mientras que mientras mayor se hace el tiempo más se parece a una recta, debida a la velocidad terminal. También se observa mejor que la derivada en t = 0s parece ser 0, pues la velocidad inicial era nula.

Ejercicio 2 - g, h, i.

Las aproximaciones numéricas del trabajo obtenidas son las siguientes:

$W \simeq 0.4573777$ (Simpson)

$W \simeq 0.4341512$ (Trapecio no equidistante)

$W \simeq 0.4573779$ (*ΔEc*)

Donde:

El primer valor fue calculado con el método de Simpson compuesto para integrales numéricas, utilizando la siguiente expresión del trabajo y de la Fuerza correspondiente:

$$W = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}.\vec{v}\, dt \qquad \vec{F}(t) = -m\, g\hat{z} \; - c\, v(t)\hat{z}$$

El segundo valor es obtenido utilizando la regla del Trapecio con puntos no equidistantes, tomando como referencia los valores obtenidos en el archivo *salida.dat* obtenido en el ejercicio 2c) y utilizando la siguiente expresión del trabajo y de la Fuerza correspondiente:

$$W = \int_{z_i}^{z_f} F\, dz \qquad \vec{F}(z) = -m\, g\hat{z} \; - c\, v(z)\hat{z}$$

Finalmente, el último valor del trabajo es calculado mediante el teorema que afirma lo siguiente:

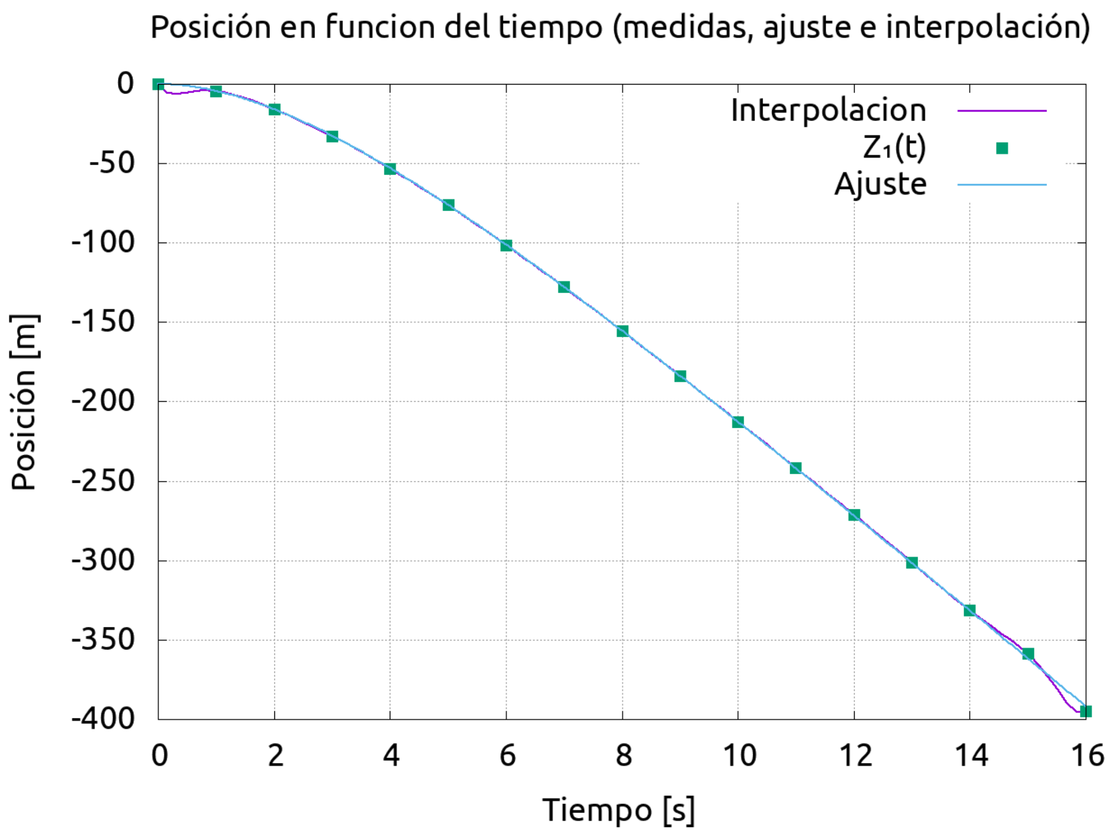
$$W = \Delta Ec = \frac{1}{2} m(v_f)^2 - \frac{1}{2} m(v_i)^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} m(v_f)^2$$

y utilizando la expresión analítica de la velocidad evaluada en t=16s:

$$\frac{dZ}{dt}(\text{t=16s}) = g\alpha\,(e^{-(16s/\alpha)} - 1) = -30.245 \frac{m}{s}$$

Vemos que esta velocidad coincide más con la tendencia de las demás velocidades calculadas con las derivadas numéricas, que la calculada con la derivada numérica de 2 puntos, al igual que si calculamos el valor de v en t = 0s, pués debería ser 0m/s, que es lo que da la curva de ajuste, pero con las derivadas numéricas obtenemos un valor cercano a -4m/s.

Ejercicio 2 - j



En la gráfica podemos ver los puntos experimentales de la posición en función del tiempo, el ajuste con la fórmula teórica, y la interpolación con el polinomio de lagrange en los puntos medidos. Se puede observar que la interpolación y el ajuste coinciden bastante bien entre t = 2s y t = 14s, pero que cerca de los extremos la interpolación fluctúa.