

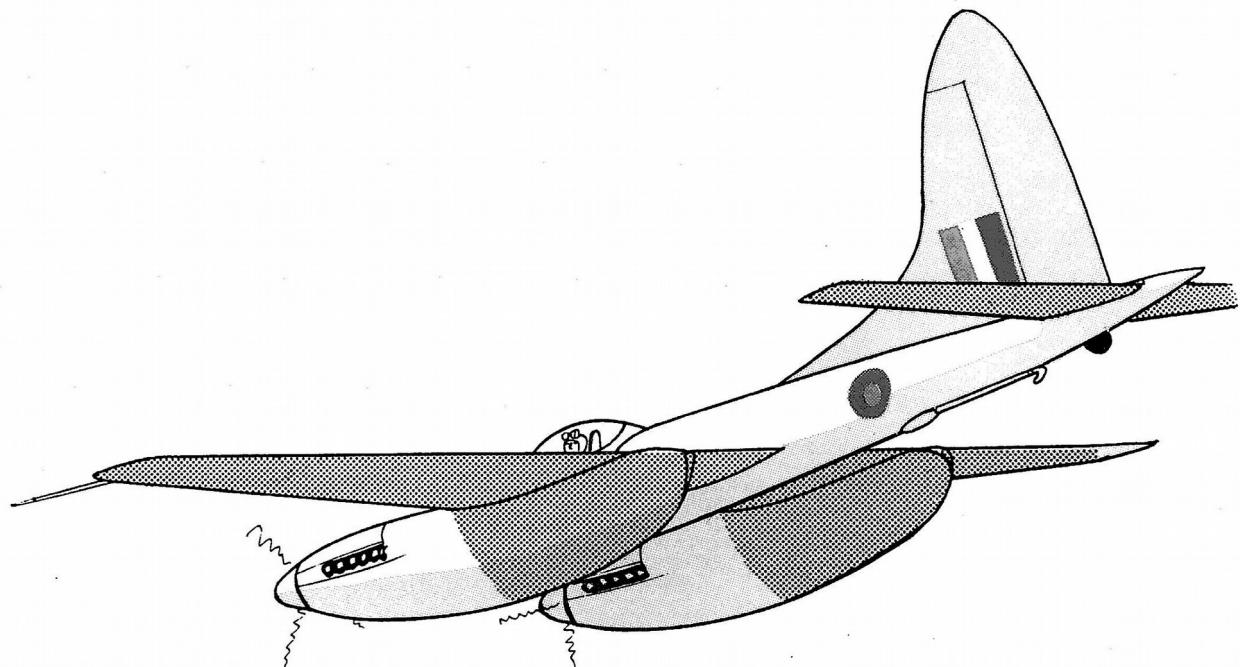


**INSTITUTO
UNIVERSITARIO
AERONÁUTICO**

AERODINÁMICA I

Carrera de Ingeniería Aeronáutica

NOTAS AUXILIARES DE CLASE



2019

Índice de contenidos

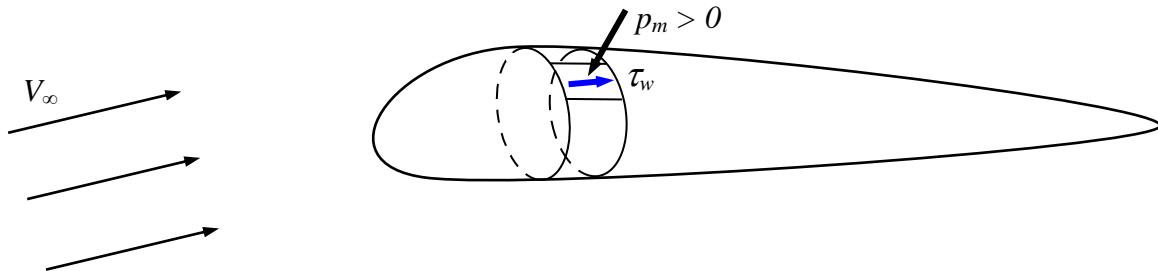
TEMA	Página
Definiciones y conceptos introductorios	1
Introducción a la aerodinámica de perfiles	28
Aspectos matemáticos de la teoría de aerodinámica de perfiles	47
Teoría de perfiles delgados	48
Familia naca de perfiles	55
Pérdida de sustentación y sustentación máxima de perfiles	61
Análisis de perfiles arbitrarios en flujo viscoso	72
Tabla de los comandos XFOIL más frecuentemente usados	76
Líneas medias especiales	78
Tabla resumen de características aerodinámicas de perfiles NACA	81
Conceptos básicos acerca de ala finita	84
Distribuciones de sustentación y de coeficiente de sustentación local	84
Resistencia inducida y sustentación	88
Modelo de línea sustentadora	90
Definición de ángulos de ataque de una sección de ala finita	92
Distribuciones de sustentación básica y adicional	93
Momento de cabeceo y centro aerodinámico del ala	95
Centro aerodinámico geométrico	97
Modelo de línea sustentadora de Prandtl	99
Modelo numérico de línea sustentadora extendida	108
Ley de Biot y Savart - velocidad inducida por un vórtice hendidura	113
Efecto bidimensional de la flecha	116
Ala en flecha: aspectos aerodinámicos y estructurales	119
Inestabilidad estructural	120
Fenómeno de pitch-up	122
Estimación teórica del CLmax de ala finita	127
Modelo de superficie sustentadora	129
Algunas fórmulas prácticas de ala finita	134
Dispositivos hipersustentadores	136
Efectos aerodinámicos del ala en vuelo lateral	139bis
Deflexión de alerones y ala en movimiento de rolido	139bis
Ala con ángulo de deslizamiento: efecto diedro	152
Momento de rolido del ala debido a velocidad de guñada	158
Momento de guñada del ala por ángulo de deslizamiento	160
Fenómenos asociados a gran ángulo de ataque y a bajo alargamiento	162
Cuerpos fuselados	171
Sustentación de un cuerpo fuselado	173
Momento de cabeceo y de guñada de un cuerpo fuselado	175
Efectos del fuselaje sobre el ala	182
Aerodinámica de los empenajes	184
Descripción y funciones de los empenajes del avión	184
Empenaje horizontal	193
Influencia del ala sobre el E.H.	193
Utilización de mediciones sobre el avión completo para la determinación del downwash	197
Contribución del E.H. a la aerodinámica del avión completo	200
Estabilidad y equilibrio longitudinal del avión	205
Amortiguamiento de cabeceo	210
Empenaje vertical	212

Contribución del E.V. vertical a la aerodinámica del avión completo	212
Amortiguamiento de guiñada	215
Estabilidad estática de guiñada	217
Momento de charnela	219
Resistencia aerodinámica	225
Modelo de aproximación parabólica	226
Base de cálculo de la resistencia parásita mínima	229
Relación de fineza	231
Resistencia inducida	235
Resistencia parásita	240
Cálculo de CD _p del ala	240
Método del coeficiente de fricción equivalente	241
Método de suma de componentes	242
Otras fuentes misceláneas de resistencia	247
Efecto del ángulo de ataque sobre C _D de un cuerpo fuselado	249
Otras resistencias adicionales	250
Resistencia de trim	253

CONCEPTOS Y FUNDAMENTOS INTRODUCTORIOS

ENFOQUES DE LA AERODINAMICA

La acción directa y primaria de un flujo fluido sobre un cuerpo está dada por la acción de presiones (tensiones normales) y tensiones de corte (tangenciales). Dicha acción se produce mediante una distribución de presiones manométricas (diferencia de presión respecto de la presión ambiente), actuando en el sentido normal al cuerpo, y una distribución de tensiones de corte, actuando en un sentido tangencial.



Las presiones manométricas y las tensiones tangenciales, integradas sobre la superficie del cuerpo, originan una fuerza neta y un momento respecto un punto dado, obviamente ambos de carácter vectorial, es decir con tres componentes:

Fuerza neta:

$$\vec{F} = - \iint_{S_{cuerpo}} p_m \hat{n} dS + \iint_{S_{cuerpo}} \tau_w \hat{t} dS$$

Momento neto respecto un punto P1: $\vec{M}_{P1} = - \iint_{S_{cuerpo}} p_m (\vec{r} - \vec{r}_{P1}) \times \hat{n} dS + \iint_{S_{cuerpo}} \tau_w (\vec{r} - \vec{r}_{P1}) \times \hat{t} dS$

Las componentes son simplemente los productos escalares de éstas expresiones por el vector unitario (o versor) correspondiente a la dirección sobre la que se busque la componente.

La Aerodinámica, en general, trata del estudio de ésta fuerza y momento, o de sus diferentes componentes. El estudio puede ser realizado de muy variadas maneras, empleando diversas técnicas y métodos, dependiendo del tipo de cuerpo (avión, auto, pájaro, insecto, proyectil, etc.) y del régimen de flujo (compresible o incompresible, bajo, moderado o elevado número de Reynolds, flujo laminar o turbulento, flujo adherido o flujo separado, etc.)

El enfoque de estudio experimental provee la medición directa de componentes de fuerzas y de momentos. También es posible realizar sencillamente mediciones de distribución de presiones. La medición de tensiones tangenciales es posible pero requiere técnicas y equipos extremadamente costosos y complejos.

El enfoque de estudio numérico, mediante Computational Fluid Dynamics o CFD, provee la distribución de presiones y de tensiones de fricción, calculadas dentro de las hipótesis del modelo adoptado: ecuaciones de Euler, ecuaciones de Navier Stokes promediadas en el tiempo (Reynolds Averaged Navier Stokes o RANS), variedad de modelos de turbulencias, etc. etc.

Las fuerzas y momentos se calculan posteriormente, mediante integración numérica sobre la superficie del cuerpo de las distribuciones de presión y de tensión de corte, aplicando las definiciones previas.

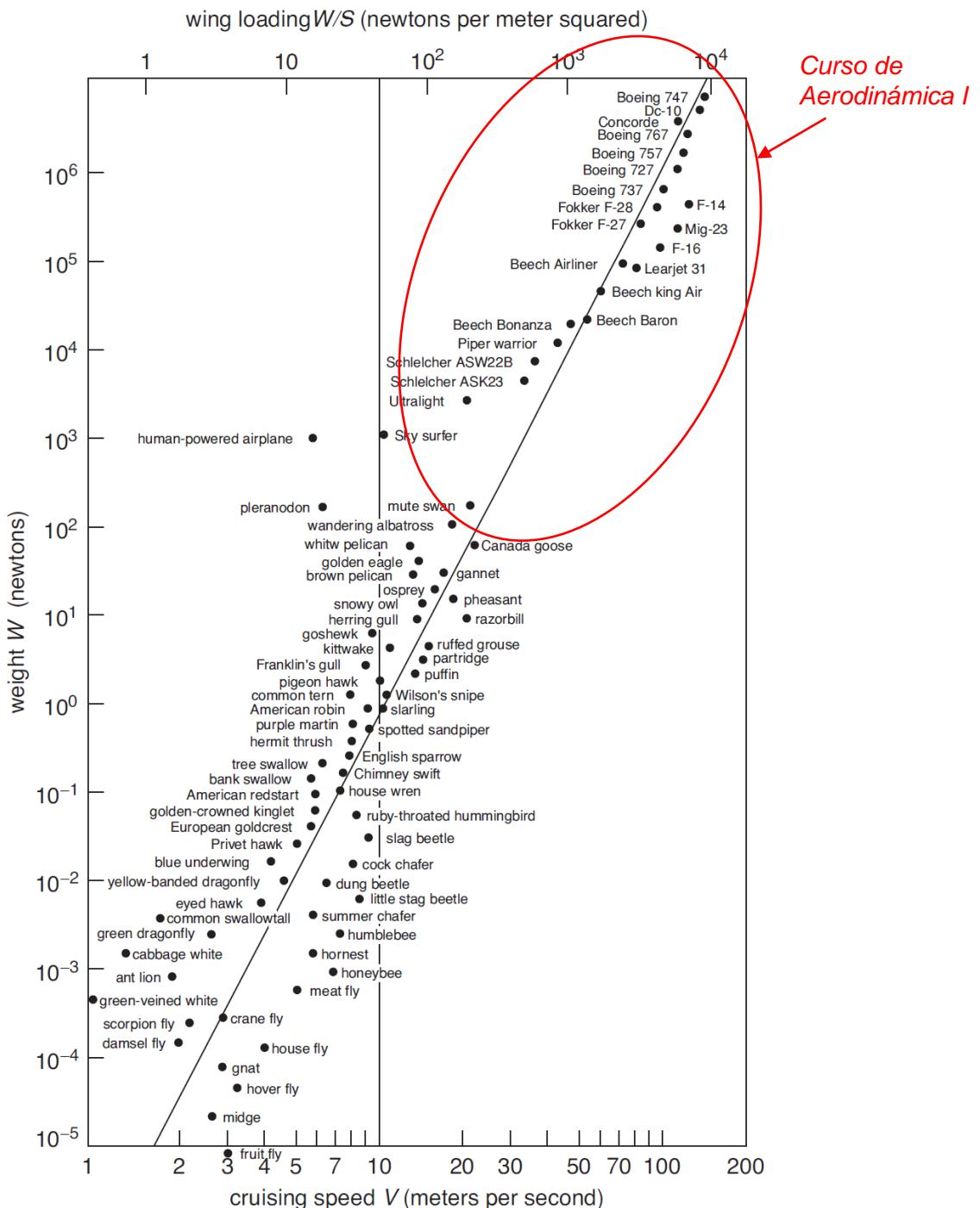
La presente materia se focaliza particularmente en la aerodinámica de aviones en régimen incompresible (Mach de vuelo inferior a 0.4) y alto número de Reynolds. Se considera alto número de Reynolds cuando estamos por encima de 100 mil aproximadamente.

Se verán los métodos y técnicas básicas que corresponden a dicha "ventana" de estudio.

De las tres componentes de la fuerza vectorial neta, en principio se enfatizará el estudio de las componentes denominadas “fuerza de sustentación” o lift (perpendicular a la velocidad relativa entre el cuerpo y la corriente) y “fuerza de resistencia” o arrastre o drag (colineal a la velocidad relativa entre el cuerpo y la corriente)).

De las tres componentes del momento vectorial neto, en principio se enfatizará el estudio de la componente de “momento de cabeceo” del avión, pasando luego a las dos restantes.

La figura siguiente presenta la correlación peso (en Newton) y velocidad típica de vuelo (en m/seg) de una variedad de entidades volantes, desde grandes aviones hasta un jején. El área de enfoque de la materia se inicia aproximadamente a partir del orden de 20 m/seg y 100 N:



Ref.: Aerodynamics of Low Reynolds Number Flyers. Weisszy y otros autores, 2008.

La siguiente tabla presenta valores de número de Reynolds de vuelo de diversos vehículos aéreos que entran en el campo de la asignatura, discriminando valores de fuselaje y de ala (en

aerodinámica externa, Re se basa siempre en una dimensión longitudinal del cuerpo, en el sentido del flujo:

Vehículo	Re de fuselaje	Re de ala
Boeing B747	350 millones	10 a 100 millones
Beech Bonanza	50 millones	5 a 15 millones
Schleicher ASW22	13 millones	1.3 millones
Aeromodelo mediano	0.5 millones	

RELACIÓN DE FINEZA

Consideremos el vuelo en crucero de un vehículo aéreo: el vuelo es horizontal, la fuerza de sustentación debe igualar al peso y la potencia propulsiva, generadora de la fuerza de empuje o tracción, debe ser la correspondiente a compensar la resistencia aerodinámica. Se tiene entonces que la potencia propulsiva requerida es:

$$\begin{aligned} P_{prop} &= D V_\infty \\ &= \frac{D}{L} L V_\infty \\ P_{prop} &= \frac{1}{L/D} W V_\infty \end{aligned}$$

Queda en evidencia que el vuelo eficiente, con la menor potencia requerida, a determinada velocidad de un vehículo de determinado peso debe ser hecho con una relación sustentación a resistencia lo más elevada posible.

Dicha relación se denomina “relación de fineza” (o “fineza” a secas) o “eficiencia aerodinámica” y constituye una figura de mérito fundamental de la aerodinámica de vehículos aéreos:

$$f = \frac{L}{D} \equiv \frac{C_L}{C_D}$$

Cuerpos inmersos en una corriente fluida pueden ser clasificados groseramente en las siguientes dos categorías extremas:

Cuerpos aerodinámicos o aerodinamizados (streamline bodies): son aquellos cuerpos en los cuales no existe separación de flujo (o en zonas reducidas muy localizadas) y por lo tanto la resistencia aerodinámica es mayoritariamente por fricción ($D \sim 90\% D_f$). En general, se trata de cuerpos delgados y/o esbeltos, sin cambios bruscos de pendientes, a ángulos de ataque moderados.

En ésta clase de cuerpos la resistencia aerodinámica es la más baja posible y en éste conjunto quedan comprendidas aquellas geometrías destinadas a proveer sustentación con una fineza elevada, es decir alas y perfiles, con valores mucho más grandes que 1 ($f \gg 1$).

Cuerpos no aerodinámicos o romos (bluff or blunt bodies): son aquellos en los cuales, por razones geométricas, se produce separación de flujo generalizada en la zona posterior del cuerpo y por ende la resistencia aerodinámica es causada mayoritariamente por presiones.

En ésta clase de cuerpos la fuerza de resistencia es muy elevada, como así también puede ser alta la fuerza de sustentación, sin embargo la fineza es extremadamente baja (f de orden 1).

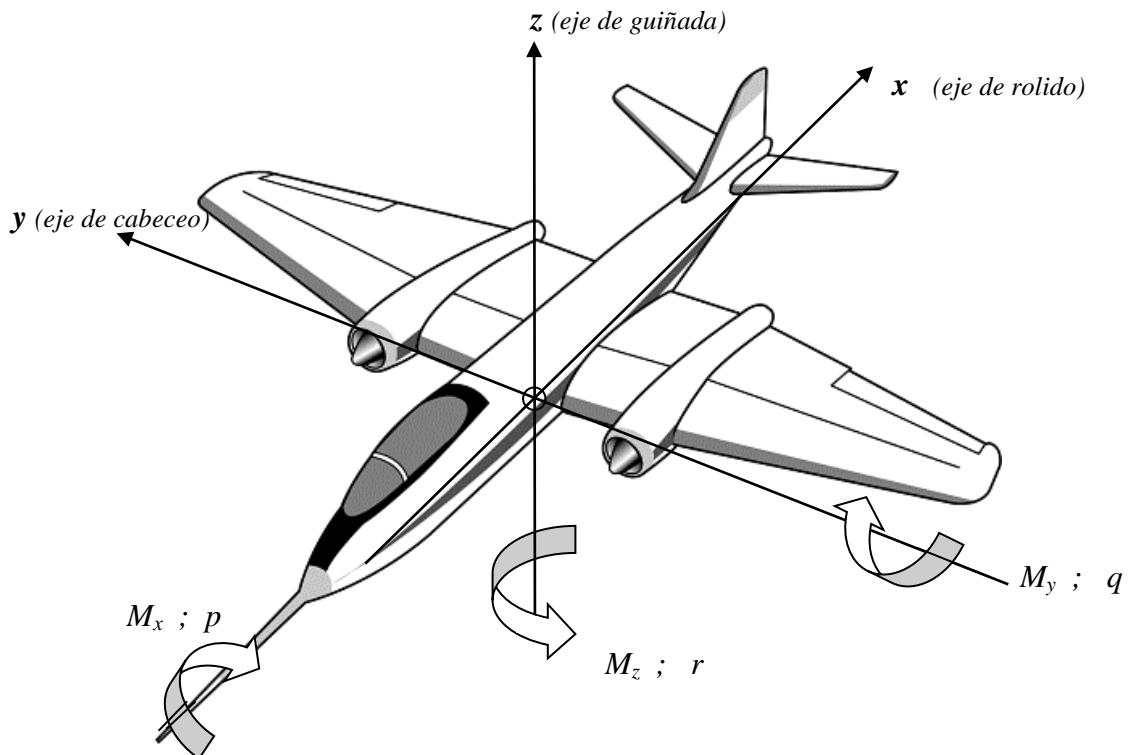
Esta clase de geometrías es la que obviamente debe evitarse en el diseño de la línea de forma de un vehículo en el que las fuerzas aerodinámicas son importantes para su funcionamiento y en el que el concepto de eficiencia es relevante.

FUERZAS AERODINÁMICAS Y EJES DE REFERENCIA DEL AVIÓN

El flujo de aire sobre un avión, a través de la distribución de presiones y de tensiones de corte sobre el cuerpo, genera una fuerza y un momento respecto a un punto elegido, ambos de carácter vectorial. Las componentes de ambos vectores dependen del sistema de ejes que se adopte. Siempre la referencia de ejes es dextrógrada.

Los ejes fijos al cuerpo con los que se trabajará son los mostrados en la figura. Los denominaremos "Ejes Cuerpo de Aerodinámica" (ECA).

Se denominan rollido (roll), cabeceo (pitch) y guiñada (yaw) a los movimientos del avión alrededor de los ejes "x", "y", "z" respectivamente. También se denominan de idéntica manera a los momentos alrededor de dichos ejes



En relación al momento vectorial de origen aerodinámico, sus componentes son:

- Momento de cabeceo M_y o M_q : alrededor del eje y
- Momento de guiñada M_z o M_r : alrededor del eje z
- Momento de rollido M_x o M_p : alrededor del eje x

Además se definen las tres velocidades angulares de rotación del avión, respecto del C.G.:

- Velocidad angular de cabeceo q : alrededor del eje y
- Velocidad angular de guiñada r : alrededor del eje z
- Velocidad angular de rollido p : alrededor del eje x

También es usual trabajar con los ejes "x" y "z" invertidos respecto a los mostrados, a los cuales denominaremos "Ejes Cuerpo de Mecánica del Vuelo" (ECMV), en cuyo caso todas las convenciones de signos asociados a rollido y guiñada se invierten, manteniéndose invariable la de cabeceo.

Siempre el plano "x"-y" es el plano de simetría del avión, asumiendo avión simétrico, lo que constituye la norma.

El vector velocidad de vuelo en el sistema de ejes cuerpo está dado por:

$$\vec{V}_\infty = u_\infty \hat{i} + v_\infty \hat{j} + w_\infty \hat{k}$$

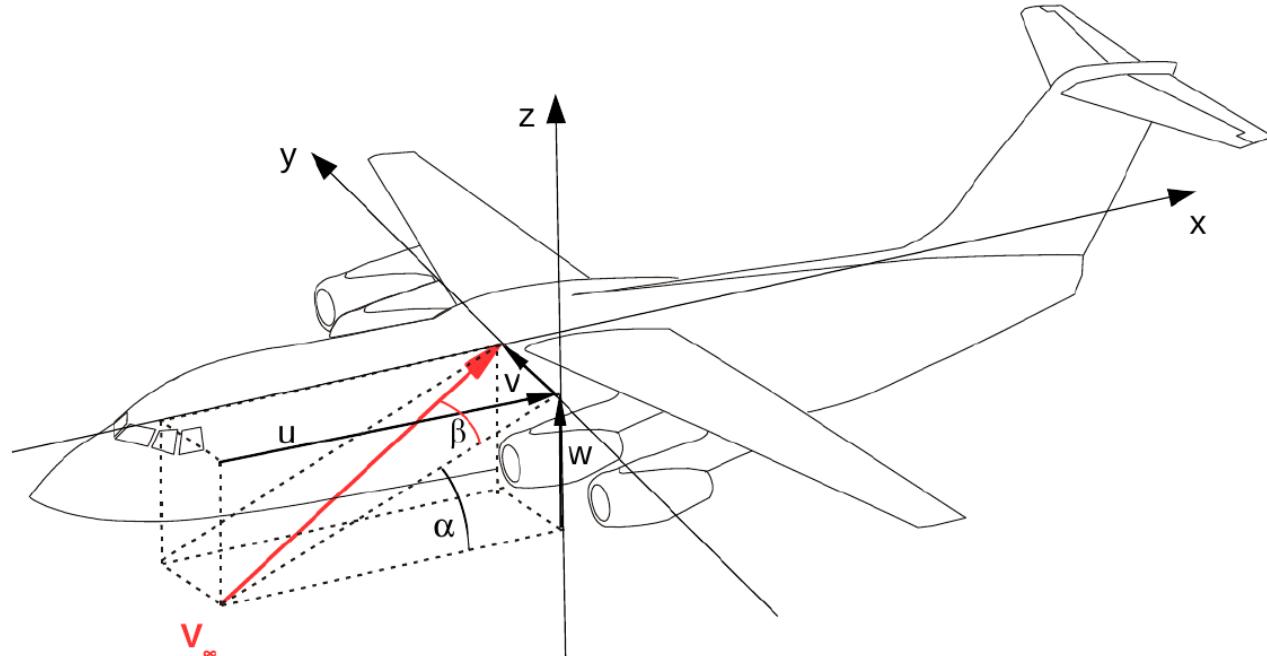
El ángulo de ataque α y el ángulo de deslizamiento β se definen formalmente como:

$$\alpha = \arctan \frac{w_\infty}{u_\infty} \quad \beta = \arcsin \frac{v_\infty}{V_\infty}$$

Con lo cual las componentes resultan:

$$\vec{V}_\infty = V_\infty \left(\cos \alpha \cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j} + \sin \alpha \cos \beta \hat{k} \right)$$

La figura siguiente muestra claramente las definiciones de ángulos de ataque y de deslizamiento:



Las definiciones dadas de ángulo de ataque α y de ángulo de deslizamiento β permiten que se pueda variar β manteniendo invariable α .

Las situaciones de vuelo usuales, y en consecuencia las más importantes de análisis y diseño del avión, son aquellas en las que el flujo es simétrico en ambas mitades del avión (si éste es simétrico, lo cual es lo normal). Esto se cumple en aquellos casos de vuelo con las alas niveladas en la horizontal, con ángulo de deslizamiento nulo y sin velocidades angulares de rolido y de guiñada. Comprenden por ejemplo: despegue, trepada, vuelo de crucero (recto y nivelado), descenso, planeo y aterrizaje.

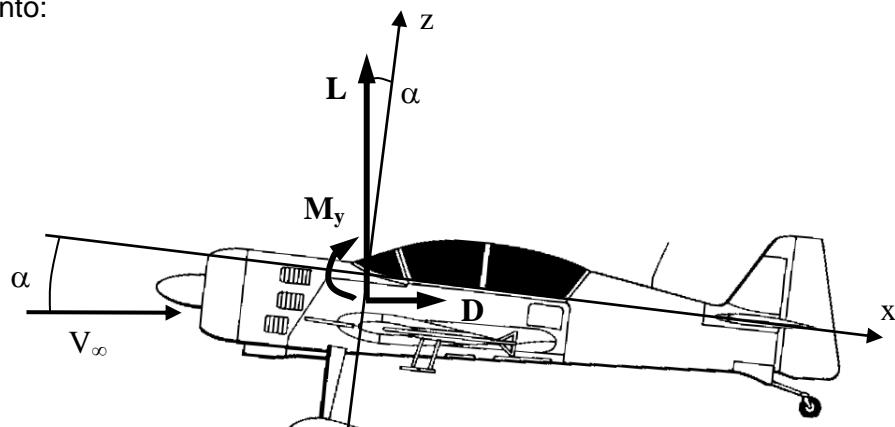
Esta clase de condiciones de vuelo se denominan situaciones de "vuelo o de aerodinámica longitudinal". El vector velocidad de vuelo está contenido en el plano "x - z" del avión y la dirección de la corriente libre está dada sólo por el ángulo de ataque α (AOA).

No existen fuerza lateral en "y" ni momentos de guiñada y de rolido (si el avión es simétrico, lo cual es la norma) y sólo aparecen un momento de cabeceo y una fuerza vectorial contenida en el plano de simetría, es decir con dos componentes de fuerza.

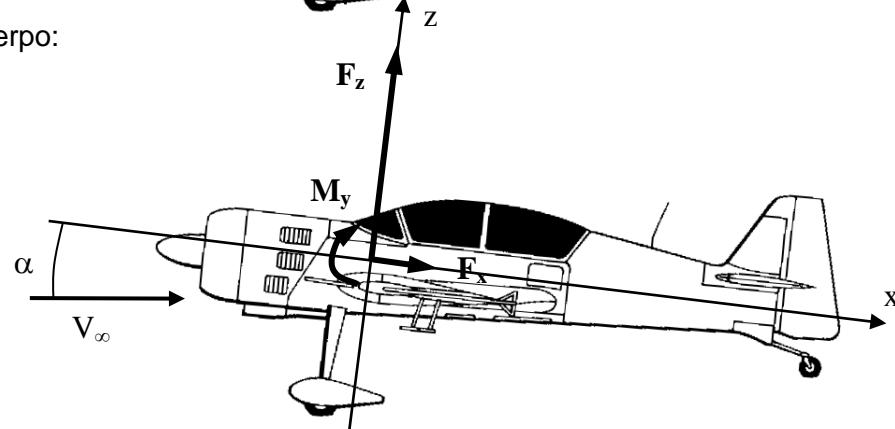
Estas fuerzas pueden ser:

- Dupla fuerza de sustentación L y resistencia D definidas en relación al viento relativo V_∞ (o referencia de "ejes viento")
- Dupla fuerza normal F_z y fuerza axial F_x definidas en relación a ejes cuerpo.

En ejes viento:



En ejes cuerpo:

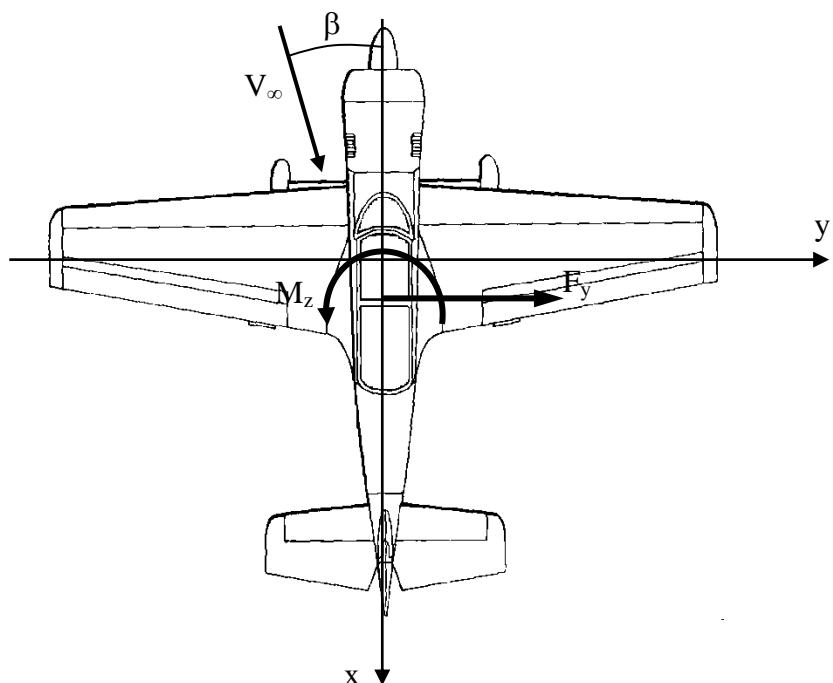


Se trabaja con una dupla o con otra. La relación entre ambas es evidente en base a los diagramas:

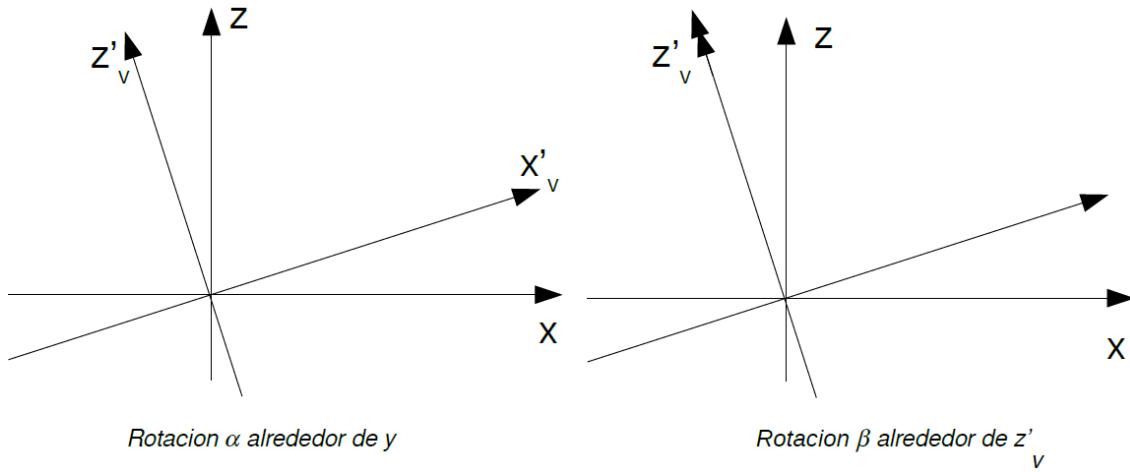
$$L = F_z \cos \alpha - F_x \sin \alpha$$

$$D = F_z \sin \alpha + F_x \cos \alpha$$

Las condiciones de vuelo diferentes de las anteriores, es decir ya sea cuando existen velocidades angulares de rolido o de guiñada o ya sea cuando el vector velocidad no está contenido en el plano de simetría del avión y por tanto existe ángulo de deslizamiento, se denominan situaciones de "vuelo o de aerodinámica lateral". Son condiciones de vuelo en las que forzosamente existe alguna clase de asimetría y comprenden las maniobras de viraje, de rolido, de deslizamiento, etc. En aerodinámica lateral aparecen los tres momentos y las tres componentes de fuerza. En ejes cuerpo, se agrega la fuerza lateral F_y .



El caso más general de conversión de componentes de fuerzas en cuerpo a ejes viento se trata como una sucesión de rotaciones: en primer lugar se rota el valor del ángulo de ataque alrededor del eje y (eje cuerpo); en segundo lugar, se rota el valor del ángulo de deslizamiento alrededor del nuevo eje z'_v (eje viento).



Resulta entonces la siguiente matriz de transformación de ejes cuerpo a ejes viento:

$$\begin{pmatrix} D \\ F_{cross} \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} D \\ F_{cross} \\ L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

Esta relación es especialmente importante cuando se realiza un ensayo en túnel de viento simultáneamente con ángulo de ataque y ángulo de deslizamiento, pues la medición de componentes de fuerzas se efectúa usualmente en los ejes cuerpo:

Se miden las fuerzas F_x , F_y y F_z en los ejes cuerpo y mediante la relación anterior se obtiene la sustentación y la resistencia.

La fuerza lateral en ejes viento F_{cross} , denominada usualmente “crosswind force”, normalmente no es de interés en aeronáutica.

COEFICIENTES ADIMENSIONALES

La teoría del análisis dimensional establece que las fuerzas aerodinámicas son directamente proporcionales al cuadrado de las dimensiones lineales así como los momentos aerodinámicos son directamente proporcionales al cubo de las dimensiones lineales del vehículo. También establece que son proporcionales a la presión dinámica de la corriente en la que se encuentra el cuerpo.

Dicha dependencia se tiene en cuenta de manera directa mediante la introducción de coeficientes adimensionales de fuerzas y de momentos. A su vez, dentro de los coeficientes adimensionales de fuerzas y momentos se encuentra la dependencia con el resto de las variables: ángulos de ataque y de deslizamiento, velocidades angulares del vehículo, ángulos de deflexión de superficies móviles de control, etc.

Coeficientes adimensionales de fuerza:

$$\text{Coeficiente de fuerza de sustentación: } C_L = \frac{L}{q_\infty S}$$

Todos los demás son definidos de manera análoga: coeficiente de fuerza de resistencia C_D , de fuerza normal C_z , de fuerza axial C_x y de fuerza lateral C_y

Coeficientes adimensionales de momentos:

- Coeficiente de momento de cabeceo: $C_m = \frac{M_y}{q_\infty S \bar{c}}$
- Coeficiente de momento de guiñada: $C_n = \frac{M_z}{q_\infty S b}$
- Coeficiente de momento de rolido: $C_l = \frac{M_x}{q_\infty S b}$

Dónde:

- b es la envergadura del ala
- S es la superficie alar
- \bar{c} es la “cuerda aerodinámica media” que se definirá más adelante

También se definen las velocidades angulares adimensionales:

- de cabeceo : $\bar{q} = \frac{q \bar{c}}{2 V_\infty}$
- de guiñada : $\bar{r} = \frac{r b}{2 V_\infty}$
- de rolido : $\bar{p} = \frac{p b}{2 V_\infty}$

Los coeficientes adimensionales de fuerzas y de momentos se plantean entonces como funciones del siguiente conjunto de variables adimensionales:

- Variables angulares α y β

- Velocidades angulares adimensionales: \bar{p} \bar{q} \bar{r}
- Ángulos de deflexión de las superficies móviles de control.
- Número de Mach M_∞
- Número de Reynolds

El empenaje horizontal cumple la función de proveer control en cabeceo (o longitudinal) y en los aviones convencionales también provee estabilidad longitudinal. El empenaje vertical provee estabilidad y control en guiñada. Los ailerones proveen control en rolido. Los controles del avión en cabeceo, rolido y guiñada se simbolizan en respectivas deflexiones de las superficies móviles: por ejemplo de elevador δ_H para cabeceo, de ailerones δ_a para rolido y de timón de dirección δ_V para guiñada, aunque pueden existir otros controles como se verá más adelante.

La influencia de Mach, o efectos de compresibilidad, no se cubrirán en el curso, el cual abarca sólo aerodinámica de flujo incompresible: $M_\infty < 0.4$ aproximadamente.

La influencia de Reynolds en el rango usual de aviones ($Re > 1$ millón) no es extremadamente fuerte y se tendrá en cuenta específicamente en ciertos aspectos de la aerodinámica. Se tratará ello más adelante.

DERIVADAS AERODINÁMICAS ("derivativas")

Como ya se ha visto, los coeficientes adimensionales de fuerzas y momentos aerodinámicos son función de diversas variables, entre las cuales pueden listarse: el ángulo de ataque, el ángulo de deslizamiento, los ángulos de deflexión de superficies móviles de control y flaps y las velocidades angulares adimensionales. Nos limitaremos sólo a éstas.

El cálculo clásico de algunos de los coeficientes adimensionales de fuerzas y momentos aerodinámicos es realizado a través de las llamadas "derivadas de primer orden" del movimiento del avión. (En la jerga de la ingeniería aeronáutica en nuestro país se las llaman "derivativas").

Del punto de vista matemático, esto consiste en plantear la función general de cada coeficiente de fuerza o momento como desarrollo de Taylor y tomar los términos lineales (hasta orden 1) en las variables aerodinámicas consideradas relevantes.

Físicamente, este modelo es aplicable en situaciones de ángulos de ataque y de deslizamiento relativamente bajos de manera que no existan efectos aerodinámicos no lineales significativos. Felizmente estas situaciones abarcan la mayor parte del vuelo normal de aviones convencionales. La excepción más importante a ésta forma de trabajar es el coeficiente de resistencia que, en su modelo más sencillo, se plantea como una función cuadrática simple (sin término lineal), denominada modelo de polar parabólica. También ésta excepción es aplicada en el coeficiente de fuerza axial.

La utilización más importante de éste modelo de 1º orden es en la dinámica del avión en vuelo arbitrario, en particular en el estudio de la estabilidad dinámica del avión, en lo relativo al modelado de los momentos de guiñada, rolido y cabeceo.

Coeficiente de sustentación

El coeficiente de sustentación C_L depende esencialmente del ángulo de ataque, de la deflexión del control de cabeceo y, en menor medida, de la velocidad angular de cabeceo. La influencia de las variables del vuelo lateral (guiñada, deslizamiento, rolido) sobre la sustentación se considera despreciable. Se tiene entonces en general:

$$C_L = C_L(\alpha, \bar{q}, \delta_H)$$

Empleando el desarrollo de Taylor hasta orden 1 se tendrá:

$$C_L \approx C_{L0} + \alpha \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \Big|_{\bar{q}=0; \delta_H=0} + \bar{q} \frac{\partial C_L}{\partial \bar{q}} \Big|_{\alpha=0; \delta_H=0} + \delta_H \frac{\partial C_L}{\partial \delta_H} \Big|_{\bar{q}=0; \alpha=0}$$

Los parámetros $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$ $\frac{\partial C_L}{\partial \bar{q}}$ $\frac{\partial C_L}{\partial \delta_H}$ son "derivativas" a ser obtenidas para cada situación.

$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$ o $C_{L\alpha}$ se denomina "pendiente de sustentación".

$\frac{\partial C_L}{\partial \delta_H}$ o $C_{L\delta}$ se denomina a veces "efectividad del comando".

Coeficiente de resistencia

Como se estableció antes, el coeficiente de resistencia C_D no se plantea con el modelo lineal y depende esencialmente del ángulo de ataque y en menor medida de la deflexión del control de cabeceo, denominada esta última influencia como "resistencia de trimado". También la influencia de la velocidad angular de cabeceo y de las variables del vuelo lateral (guiñada, deslizamiento, rolido) sobre la resistencia se considera usualmente despreciable. Se tiene entonces:

$$C_D = C_D(\alpha, \delta_H)$$

En la práctica es usual considerar C_L como la variable primaria de C_D , de manera que:

$$C_D \approx C_D(C_L)$$

Esta función es la denominada polar de resistencia ("drag polar") y frecuentemente es aproximada por error mínimo con una función cuadrática simple (sin término lineal) o completa.

$$C_D \cong C_{D0} + K C_L^2 \quad \text{o} \quad C_D \cong C_{D0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2$$

Coeficientes de fuerzas normal y axial

El coeficiente de fuerza normal C_Z está definido exactamente por: $C_z = C_L \cos \alpha + C_D \sin \alpha$

Suele aproximarse como: $C_z \cong C_L$

$$\text{O de otra forma como: } C_z \cong C_{z0} + \alpha \left. \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \right|_{\bar{q}=0; \delta_H=0} + \bar{q} \left. \frac{\partial C_z}{\partial \bar{q}} \right|_{\alpha=0; \delta_H=0} + \delta_H \left. \frac{\partial C_z}{\partial \delta_H} \right|_{\bar{q}=0; \alpha=0}$$

El coeficiente de fuerza axial C_X está definido exactamente por: $C_x = C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha$

Suele aproximarse como: $C_x \cong C_D - \alpha C_L$, lo cual conduce a un modelo cuadrático, análogo al de C_D .

Coeficiente de momento de cabeceo

El coeficiente de momento de cabeceo depende de manera importante tanto del ángulo de ataque como de la velocidad angular de cabeceo y de la deflexión del control de cabeceo. La influencia de las variables del vuelo lateral (guiñada, deslizamiento, rolido) se considera despreciable.

$$C_m = C_m(\alpha, \bar{q}, \delta_H)$$

$$\text{Se approxima como: } C_m \cong C_{m0} + \alpha \left. \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} \right|_{\bar{q}=0; \delta_H=0} + \bar{q} \left. \frac{\partial C_m}{\partial \bar{q}} \right|_{\alpha=0; \delta_H=0} + \delta_H \left. \frac{\partial C_m}{\partial \delta_H} \right|_{\bar{q}=0; \alpha=0}$$

Coeficientes de fuerzas y momentos del vuelo lateral

La fuerza lateral y los momentos de rolido y guiñada sufren acoplamiento. El acoplamiento significa, por ejemplo, que una deflexión de alerones puede generar un momento de guiñada, así como una deflexión de timón de dirección puede generar un momento de rolido. Asimismo, la velocidad angular de rolido genera un momento de guiñada y una velocidad angular de guiñada genera un momento de rolido.

De manera que, en general, se escribe:

$$C_y = C_y(\beta, \bar{p}, \bar{r}, \delta_V)$$

$$C_l = C_l(\beta, \bar{p}, \bar{r}, \delta_a, \delta_V)$$

$$C_n = C_n(\beta, \bar{p}, \bar{r}, \delta_a, \delta_V)$$

Se approxima como:

$$C_y \cong C_{y0} + \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial C_y}{\partial \delta_V} \delta_V + \frac{\partial C_y}{\partial \bar{r}} \bar{r} + \frac{\partial C_y}{\partial \bar{p}} \bar{p}$$

$$C_l \cong C_{l0} + \frac{\partial C_l}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial C_l}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial C_l}{\partial \delta_V} \delta_V + \frac{\partial C_l}{\partial \bar{p}} \bar{p} + \frac{\partial C_l}{\partial \bar{r}} \bar{r}$$

$$C_n \cong C_{n0} + \frac{\partial C_n}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial C_n}{\partial \delta_V} \delta_V + \frac{\partial C_n}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial C_n}{\partial \bar{r}} \bar{r} + \frac{\partial C_n}{\partial \bar{p}} \bar{p}$$

Como antes, las derivadas son normalmente evaluadas en: $\beta=0$; $\delta_V=0$; $\bar{r}=0$; $\bar{p}=0$ etc.

Para un avión perfectamente simétrico, los primeros términos C_{y0} C_{l0} C_{n0} son obviamente nulos, como será el caso usual.

Para el estudio del movimiento del avión, la Aerodinámica provee los valores de estas derivadas parciales, que físicamente constituyen la influencia de primer orden de las diferentes variables sobre los coeficientes de fuerzas y momentos.

Hipótesis cuasi-estacionaria

Asume que la influencia de toda tasa de cambio temporal sobre las fuerzas y momentos aerodinámicos, se considera despreciable, es decir no consideramos efectos inestacionarios:

$$\frac{\partial(\dots)}{\partial t} \approx 0 \text{ aun cuando, por ejemplo, el ángulo de ataque varíe en el tiempo } \alpha(t)$$

Esto se denomina hipótesis cuasi-estacionaria y es aplicable cuando no existen ni velocidades angulares ni aceleraciones o cambios temporales extremadamente elevados.

Ejemplifiquemos con el coeficiente de sustentación:

En flujo estacionario y supuesto un movimiento puramente de traslación, se tiene que, para una geometría fija y determinada, el coeficiente de sustentación es sólo función del ángulo de ataque:

$$C_L = C_L(\alpha)$$

Si el flujo es inestacionario, se agrega la variable tiempo:

$$C_L = C_L(\alpha, t)$$

$$\frac{dC_L}{dt} = \frac{\partial C_L(\alpha, t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial C_L(\alpha, t)}{\partial t}$$

La hipótesis de flujo cuasi-estacionario implica que:

$$\frac{dC_L}{dt} \approx \left. \frac{\partial C_L(\alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\substack{\text{flujo} \\ \text{estacionario}}} \frac{\partial \alpha}{\partial t}$$

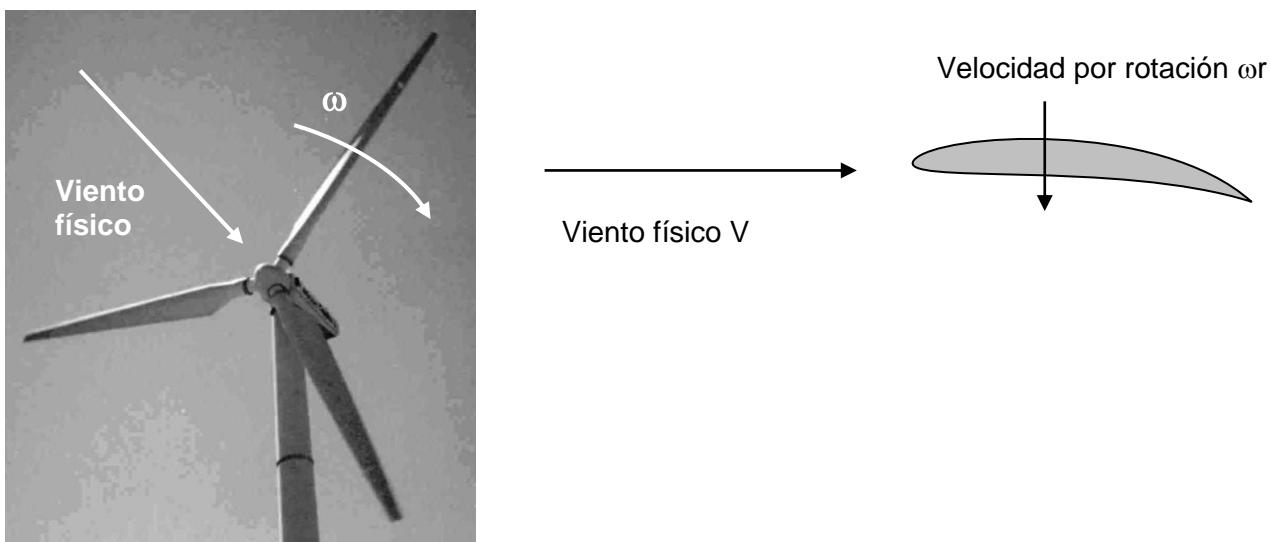
VELOCIDAD RELATIVA

Las fuerzas aerodinámicas sobre un cuerpo son proporcionales a la presión dinámica de la corriente de aire en la que se encuentre el mismo. Dicha presión dinámica corresponde a la **velocidad relativa entre el aire y el cuerpo**.

No importa si el cuerpo se mueve en aire en reposo (caso normal del avión en vuelo) o si el cuerpo está quieto en una corriente de aire (caso del ensayo de un modelo del avión en un túnel de viento), la velocidad relativa es la relevante para el planteo de las fuerzas aerodinámicas.

En un avión en vuelo, es el avión el que se mueve en la masa de aire pero la masa de aire a su vez puede estar en movimiento, es decir con viento. Esta situación es la que hace la diferencia entre "Ground Speed" y "Air Speed" como ya se ha visto en Aeronáutica General.

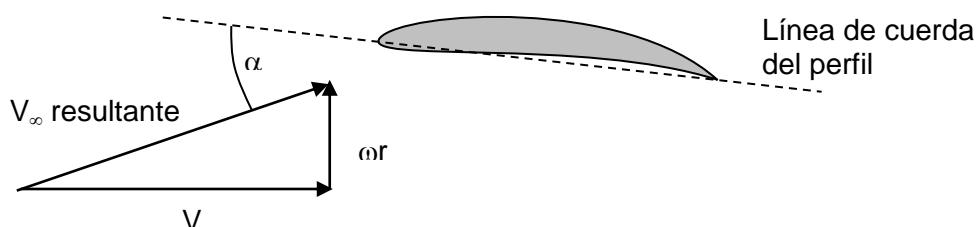
Veamos otro ejemplo, correspondiente a una hélice o una turbina eólica:



El viento físico es una velocidad vista por el perfil aerodinámico, es decir ya es velocidad relativa al perfil. La velocidad por rotación que posee el propio perfil debe ser invertida para convertirla a velocidad relativa al perfil. Todas las velocidades deben plantearse vistas en una referencia fija en el perfil. En la referencia fija al perfil las velocidades entones quedan como la figura inferior.

La composición de las velocidades relativas al perfil determina por un lado la magnitud de una velocidad resultante, la cual es la "velocidad de corriente libre" en la que el perfil aerodinámico está inmerso, y con la cual se calcula la presión dinámica. Por otro lado, dicha composición de velocidades determina el ángulo de ataque resultante al que el perfil se encuentra trabajando.

Con esta velocidad y éste ángulo de ataque es que se plantean las fuerzas aerodinámicas sobre el perfil.



Este concepto de velocidad relativa se aplicará frecuentemente para el análisis de las fuerzas aerodinámicas sobre partes del avión.

SOBREPRESIONES Y SUCCIONES

Las fuerzas netas de presión están generadas por la variación de la presión respecto de la presión ambiente circundante, de manera que es norma conveniente trabajar en términos de presión manométrica o relativa:

$$p_m \equiv p - p_{amb} = p - p_\infty$$

Normalmente se trabaja con la presión manométrica adimensionalizada con la presión dinámica de la corriente libre:

$$C_p \equiv \frac{p_m}{q_\infty} = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}$$

Asumiendo flujo incompresible en ausencia de separación de flujo, se puede emplear la ecuación de Bernoulli para relacionar presión local p sobre el cuerpo y velocidad local V en el borde de la capa límite:

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = p + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

De donde se obtiene la expresión del coeficiente de presión local:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty} \right)^2$$

La mínima velocidad local que se puede dar es el valor nulo, de manera que todas las zonas de velocidad local menor a la de velocidad de corriente libre son zonas de sobrepresión (presión manométrica positiva) en las cuales el coeficiente de presión se encuentra en el rango de 1 a 0:

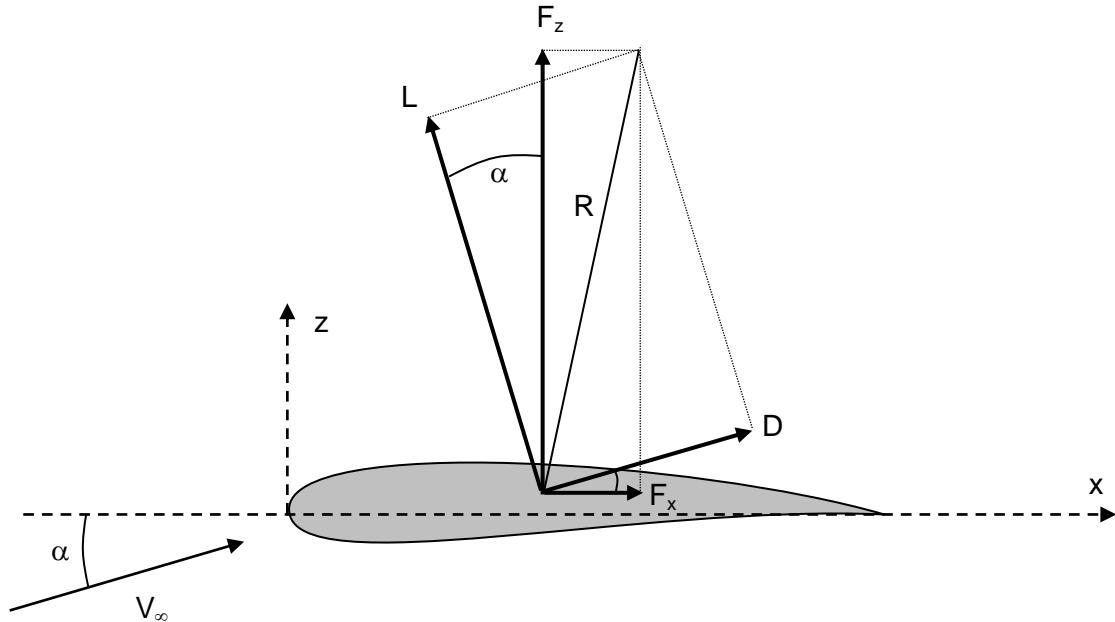
En cambio, la máxima velocidad local que puede alcanzar el flujo no está acotada, pudiendo ser arbitrariamente alta dependiendo de la geometría, del ángulo de ataque y otras condiciones. Entonces, todas las zonas de velocidad local mayor a la de velocidad de corriente libre son zonas de succión (presión manométrica negativa) en las cuales el coeficiente de presión se encuentra en un rango prácticamente no acotado, entre 0 y un valor negativo muy grande.

Este planteo muestra que las fuerzas originadas en la succión pueden ser mucho más grandes que las fuerzas que nacen de las sobrepresiones.

Esto es así especialmente en el caso de cuerpos sustentadores (perfils o alas), en los cuales la fuerza debida a las succiones, mayoritarias en el extradós, superan ampliamente a la fuerza debida a las sobrepresiones, mayoritarias en el intrados.

MOMENTO DE CABECEO Y CENTRO AERODINAMICO

Asumiendo una situación de aerodinámica longitudinal, se ha visto que la fuerza resultante aerodinámica R sobre el cuerpo que sea, puede ser descompuesta en dos componentes: sustentación L y resistencia D si se adoptan los denominados "ejes viento" o fuerza normal F_z y fuerza axial F_x si se trabaja en los ejes cuerpo $x-z$.



La relación entre ambos pares de fuerzas está dada por:

$$L = F_z \cos \alpha - F_x \sin \alpha$$

$$D = F_z \sin \alpha + F_x \cos \alpha$$

$$F_z = L \cos \alpha + D \sin \alpha$$

$$F_x = D \cos \alpha - L \sin \alpha$$

$$= L \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{L/D} \tan \alpha \right)$$

$$= D \cos \alpha \left(1 - \frac{L}{D} \tan \alpha \right)$$

Si se cumple que:

- El ángulo de ataque es moderado (
- La relación de fineza es elevada: $L/D \gg 1$

resultan las siguientes aproximaciones:

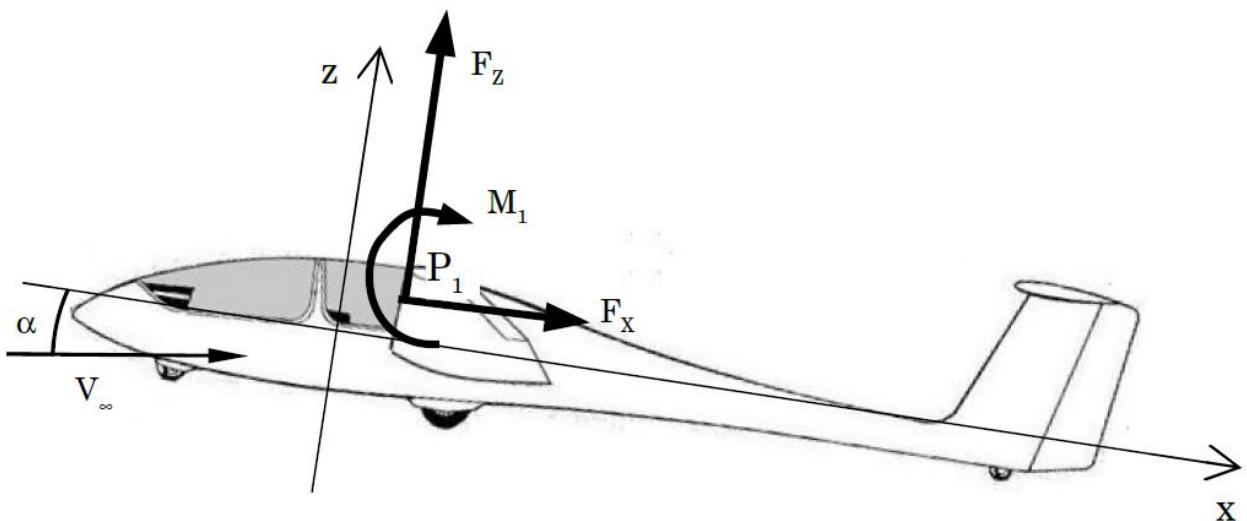
$$F_z \approx L \quad F_x \approx D - L \alpha$$

Si se cumplen las condiciones citadas entonces:

- La fuerza normal y la sustentación pueden ser equiparadas en cuanto a magnitud
- La fuerza axial es comparativamente despreciable frente a la fuerza normal.

$$\left| \frac{F_x}{F_z} \right| \approx \left| \frac{1}{L/D} - \alpha \right| \ll 1$$

Consideremos ahora que son conocidas la fuerza aerodinámica y el momento de cabeceo respecto de un punto dado $P_1 (x_1, z_1)$. Esta información puede ser originada indistintamente en cálculo o en ensayos.



El momento de cabeceo respecto de otro punto P_2 , conocido el momento de cabeceo respecto del punto P_1 se plantea en la forma ya sabida:

$$M_2 = M_1 + F_z (x_2 - x_1) - F_x (z_2 - z_1)$$

Bajo las condiciones de ángulo de ataque moderado y fineza elevada, la influencia de la fuerza axial puede despreciarse de manera que la relación queda aproximadamente como:

$$M_2 \approx M_1 + F_z (x_2 - x_1)$$

Se define **centro aerodinámico** del cuerpo como el punto fijo, invariable con el ángulo de ataque, respecto al cual el momento de cabeceo es independiente de dicho ángulo de ataque:

$$M_{ca} \equiv M_1 + F_z (x_{ca} - x_1)$$

$$\frac{\partial M_{ca}}{\partial \alpha} = 0 \equiv \frac{\partial M_1}{\partial \alpha} + \frac{\partial F_z}{\partial \alpha} (x_{ca} - x_1)$$

La relación anterior plantea que si el centro aerodinámico existe como un punto fijo, invariable, la fuerza normal (y por ende la sustentación) y el momento de cabeceo respecto de un punto cualquiera deben ser funciones lineales del ángulo de ataque.

$$x_{ca} = x_1 - \frac{\frac{\partial M_1}{\partial \alpha}}{\frac{\partial F_z}{\partial \alpha}}$$

¿Se cumple esta condición en la aerodinámica de aviones y alas?. Felizmente se cumplen aproximadamente, en el sentido de tendencias predominantes en la zona de ángulo de ataque moderado antes de la perdida de sustentación. Excepto en teorías simplificadas, las relaciones lineales y sus pendientes correspondientes no tienen existencia analíticamente exacta sino que deben ser obtenidas en base a aproximaciones lineales de mínimos cuadrados.

Obsérvese además que el momento respecto al centro aerodinámico también es el valor del momento respecto cualquier punto de referencia cuando la sustentación es nula:

$$M|_{L=0} = M_{ca} + 0(x - x_{ca}) = M_{ca}$$

¿Cuál es la importancia del centro aerodinámico?. La menor importancia, de carácter trivial, es simplificar la dependencia con el ángulo de ataque del momento de cabeceo.

La importancia crucial, de fondo, es que está directamente vinculado con la estabilidad en cabeceo de un avión, como se verá a continuación

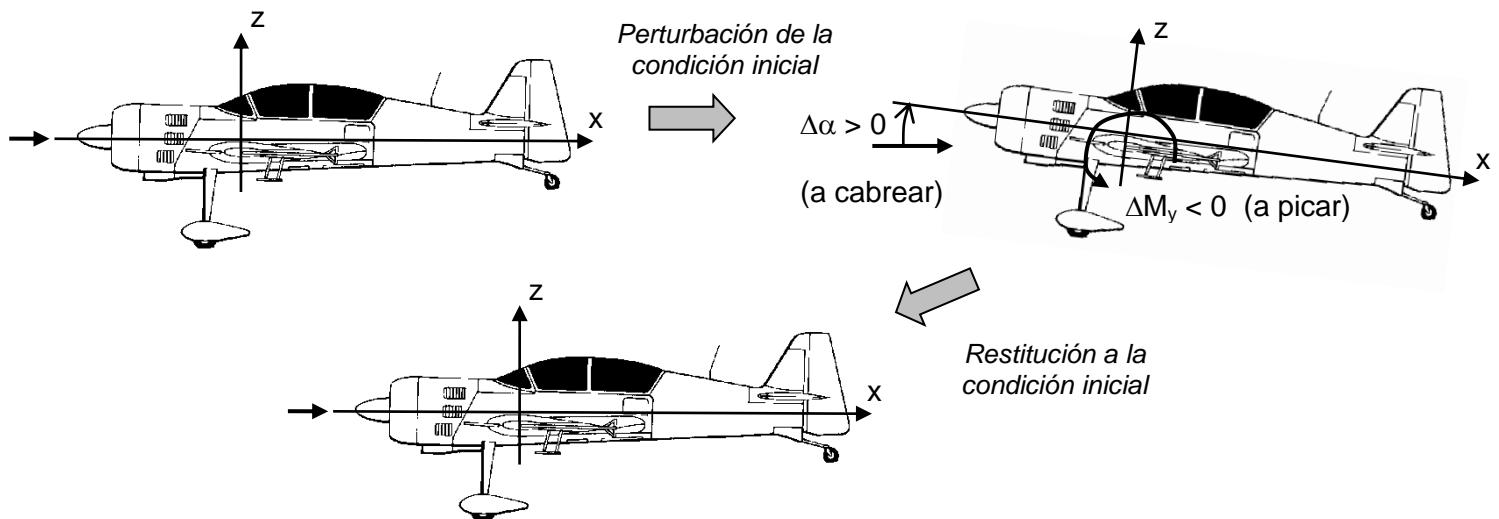
CONCEPTO DE ESTABILIDAD EN CABECEO Y RELACION CON CENTRO AERODINAMICO

Considere al avión en una condición de vuelo equilibrado (suma neta nula de fuerzas y de momentos) y que aparece una perturbación externa que lo aparta angularmente de ese estado de vuelo en equilibrio, cómo una ráfaga de viento, etc.

Existe estabilidad de carácter natural cuando sin intervención del piloto o de un sistema de control y con un origen puramente aerodinámico surge un efecto que tiende a regresar al avión a la condición de vuelo de equilibrio inicial.

Existe estabilidad natural en cabeceo (o estabilidad longitudinal) y existe estabilidad natural en guiñada (o estabilidad direccional). Normalmente en aviones, no existe estabilidad natural en rolido.

En el caso de cabeceo, la perturbación externa se traduce en un cambio de ángulo de ataque a partir del valor que posee en la situación de equilibrio. Habrá estabilidad si para una tendencia de aumentar α , es decir $\Delta\alpha > 0$, aparece un cambio de momento de cabeceo $\Delta M_y < 0$ a picar que tiende a disminuir α a su valor inicial. Se aplica también viceversa.



Planteando en términos de diferenciales de ángulo de ataque y de momento de cabeceo, la condición de estabilidad natural positiva es entonces: $\frac{\partial M_y}{\partial \alpha} < 0$

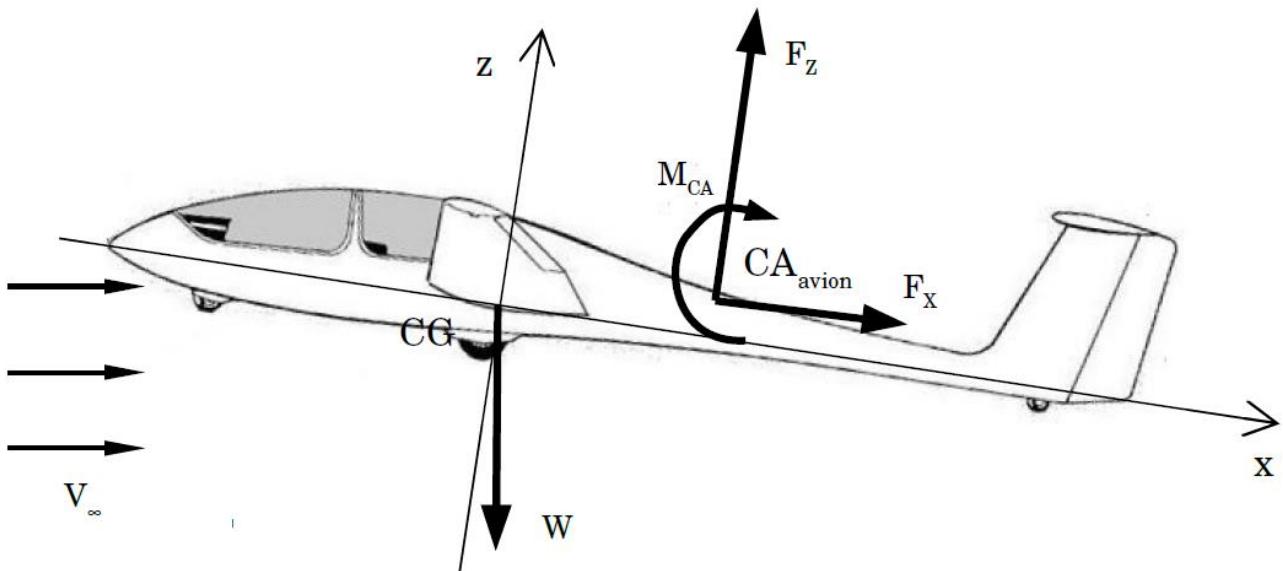
Consideremos la situación de vuelo bajo las siguientes condiciones:

Vuelo no cercano a la pérdida de sustentación, lo cual implica angulo de ataque moderado a bajo.
No consideramos efectos de la fuerza propulsiva.

El momento neto alrededor del CG del avión esta dado por:

$$M_{CG} = M_{CA} - F_z(x_{CA} - x_{CG}) + F_x(z_{CA} - z_{CG})$$

Volando en una condición de equilibrio, se cumple: $M_{CG} = 0$



Bajo las condiciones de estudio, siempre se cumple que:

$$|F_x| \ll |F_z|$$

$$F_z \approx L$$

Por otra parte, normalmente: $(z_{CA} - z_{CG}) < (x_{CA} - x_{CG})$

Con lo cual se llega a:

$$M_{CG} \approx M_{CA} - L(x_{CA} - x_{CG}) \approx 0$$

Considerando una perturbación de ángulo de ataque, que aparte al avión de la condición de equilibrio:

$$\frac{\Delta M_{CG}}{\Delta \alpha} \approx \frac{\Delta M_{CA}}{\Delta \alpha} - \frac{\partial L}{\partial \alpha} (x_{CA} - x_{CG})$$

La condición de estabilidad natural es: $\frac{\Delta M_{CG}}{\Delta \alpha} < 0$

$$-\frac{\partial L}{\partial \alpha} (x_{CA} - x_{CG}) < 0$$

Fuera de la pérdida de sustentación, la magnitud $\frac{\partial L}{\partial \alpha} < 0$ es siempre positiva, por lo tanto la condición de estabilidad natural en cabeceo es:

$$x_{CA} - x_{CG} > 0$$

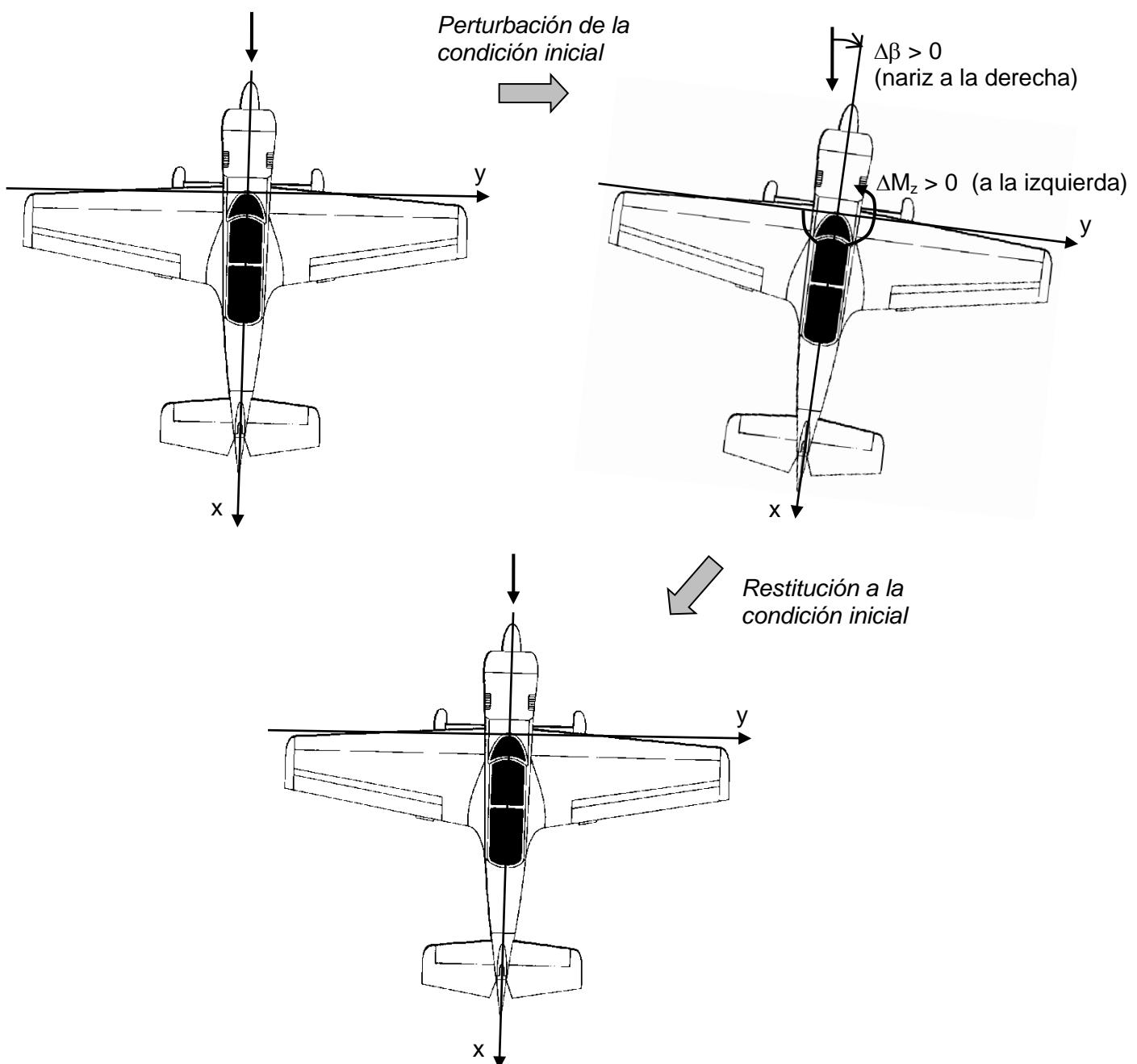
Lo que se traduce en que el CG debe situarse por delante del CA del avión para que éste tenga naturalmente tendencia estable en cabeceo.

La estabilidad natural positiva no significa la imposibilidad del vuelo sino que es una condición altamente deseable. Se la impone como una exigencia para tener cualidades de vuelo seguras.

CONCEPTO DE ESTABILIDAD EN GUIÑADA

En el caso de guiñada, la perturbación externa se traduce en un cambio de ángulo de deslizamiento a partir del valor nulo de vuelo normal.

Por ejemplo, si una perturbación hace inclinar la nariz del avión hacia la derecha o estribor (el avión se encuentra momentáneamente “cruzado” respecto de su dirección de vuelo), se produce un $\Delta\beta > 0$. Habrá estabilidad direccional si ese $\Delta\beta$ positivo hace surgir un momento de guiñada tendiente a volver la nariz hacia la izquierda, es decir un $\Delta M_z > 0$ (vea la convención de momentos y ángulos más atrás en el texto)



Es decir que la condición de estabilidad natural positiva es: $\frac{\partial M_z}{\partial \beta} > 0$

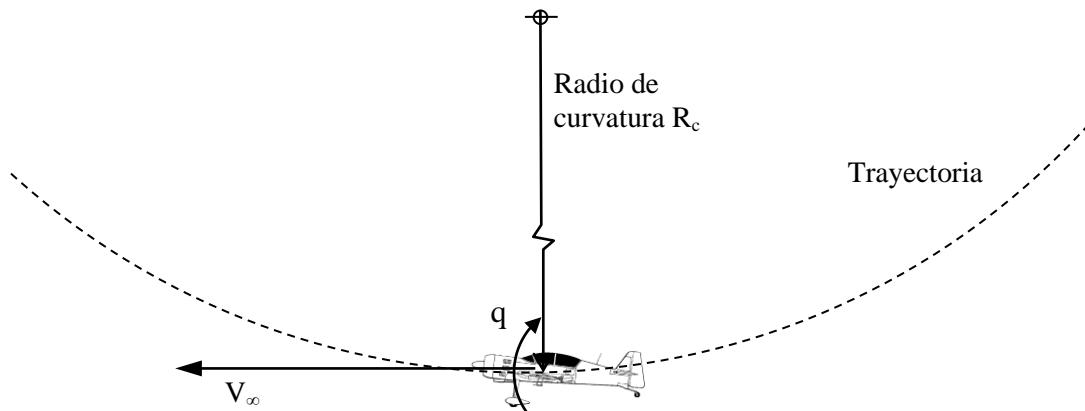
Esta estabilidad, por razones obvias, se denomina “estabilidad de veleta” (weathercock stability)

MANIOBRAS SIMPLES

En el vuelo del avión es práctica estándar de ingeniería considerar maniobras idealizadas destinadas al análisis y diseño. Se trata de movimientos simplificados, representativos de situaciones de vuelo del avión de manera ideal. Las maniobras más comunes son:

- Recuperación de una picada (pull-out maneuver)
- Rollo puro (roll)
- Viraje horizontal coordinado, es decir sin deslizamiento (Non slip turn o banked turn)

MANIOBRA DE RECUPERACIÓN (pull-up)



El avión se encuentra en una translación combinada con una rotación en cabeceo.

$$\text{Velocidad angular de cabeceo en la maniobra de recuperación (pull-up): } q = \frac{V_\infty}{R_c}$$

La sustentación excede al peso y la diferencia provee la fuerza centrípeta del movimiento. Una ecuación de equilibrio, denominada ecuación de sustentación, es:

$$L \equiv n_z W$$

Dónde W es el peso de la aeronave y $n_z > 1$ es el factor de carga normal, el cual comprende el efecto de la gravedad y de la aceleración centrípeta.

Otra ecuación de equilibrio, denominada ecuación de empuje, es:

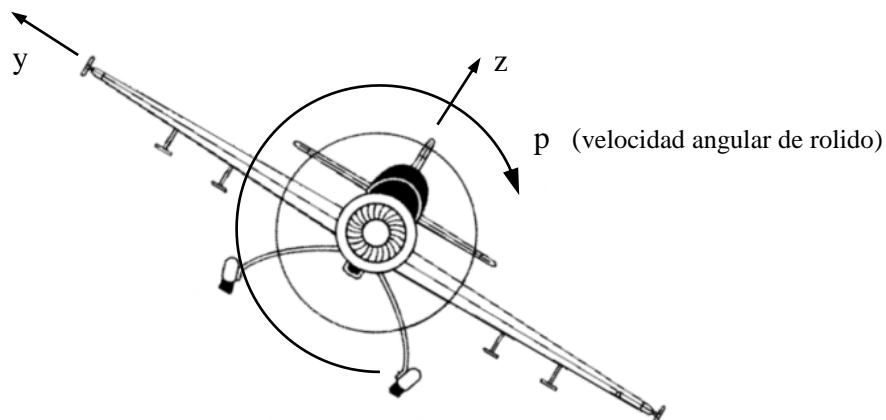
$$T - D \equiv \frac{W}{g} \frac{dV_\infty}{dt}$$

Si se asume que la velocidad de vuelo es aproximadamente constante en un cierto lapso esto significa que el empuje, o tracción, T iguala a la resistencia D y se habla de maniobra de "recuperación sostenida".

La situación en que el empuje iguala a la resistencia aerodinámica no necesariamente es posible. En ésta situación sólo se plantea el equilibrio $L = n_z W$ y se habla de "recuperación instantánea".

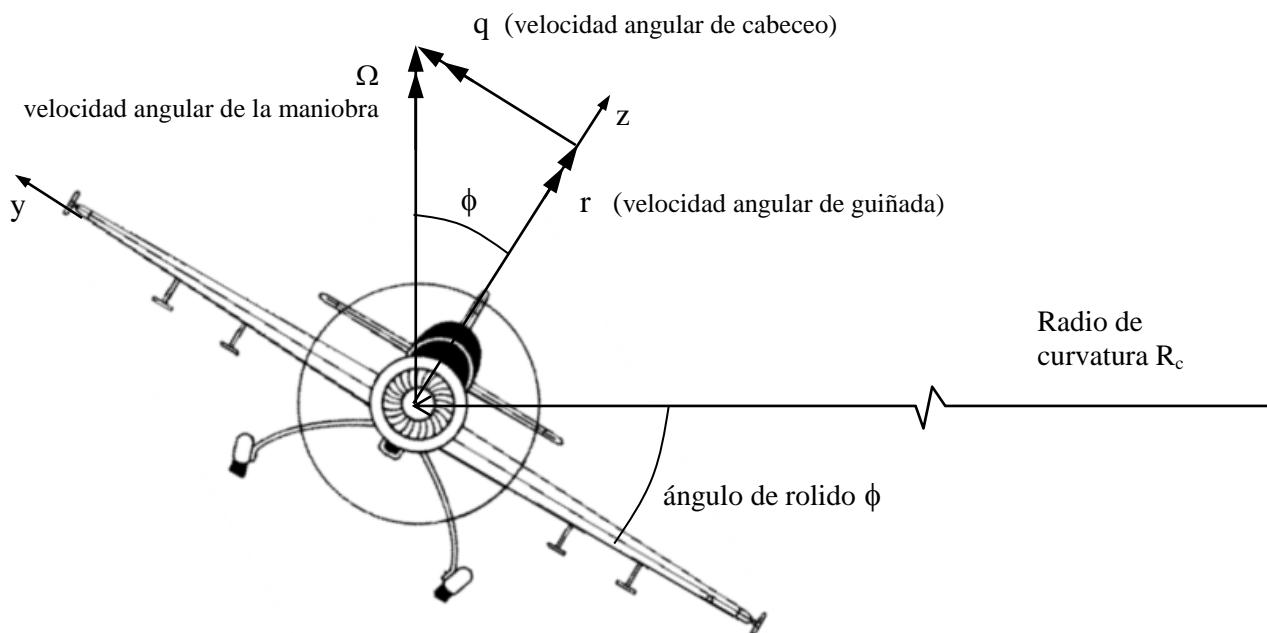
ROLIDO PURO

Se trata de un movimiento de roldo puro alrededor del eje x en el cual se desprecia toda pérdida de altura y cualquier clase de acoplamiento con guiñada.



VIRAJE HORIZONTAL (level turn)

Cuando el avión está en un viraje coordinado, vira con las alas inclinadas un cierto ángulo de roldo ϕ sin pérdida de altura ni ángulo de deslizamiento. El vector velocidad está contenido en el plano de simetría sin embargo el avión se encuentra sufriendo dos movimientos de rotación. La velocidad angular del movimiento se descompone en un movimiento de guiñada con $\beta = 0$ y en un movimiento de cabeceo con $\alpha = \text{cte}$ como se muestra:



$$\text{Velocidad angular de viraje: } \Omega = \frac{V_\infty}{R_c}$$

$$\text{Velocidad angular de cabeceo: } q = \frac{V_\infty}{R_c} \sin \phi$$

$$\text{Velocidad angular de guiñada: } r = \frac{V_\infty}{R_c} \cos \phi$$

Una componente de la sustentación equilibra al peso y otra provee la fuerza centrípeta del movimiento de giro. El equilibrio entre fuerzas aerodinámicas y másicas se plantea como:

$$\left. \begin{array}{l} L \cos \phi = W \\ L \sin \phi = \frac{W}{g} \Omega^2 R_c \end{array} \right\} \quad \tan \phi = \frac{\Omega^2 R_c}{g} = \frac{V_\infty^2}{g R_c} \quad \left. \right\} \quad R_c = \frac{V_\infty^2}{g \sqrt{n_z^2 - 1}}$$

$$n_z = \frac{1}{\cos \phi} \quad \longrightarrow \quad \tan^2 \phi = \frac{1}{\cos^2 \phi} - 1 = n_z^2 - 1$$

Si la velocidad de vuelo se mantiene constante en razón de que el empuje equilibra a la resistencia aerodinámica, se habla de “viraje sostenido” y es una maniobra estacionaria. Cuando el empuje es insuficiente para equilibrar la resistencia, se habla de “viraje instantáneo”.

AVIÓN CLÁSICO

El avión que se tratará a lo largo de la materia es aquel que posee un plano de simetría definido y puede ser descompuesto en partes componentes claramente diferenciadas según su función.

Los aviones son de formas y configuraciones muy diversas. Sin embargo, todos poseen partes componentes diferenciadas con funciones específicas. En lo que se denomina avión clásico (también denominado concepto de avión de Cayley), las partes componentes del avión son analizadas por separado, para luego integrarlas en el avión completo.

Las partes componentes del avión clásico son:

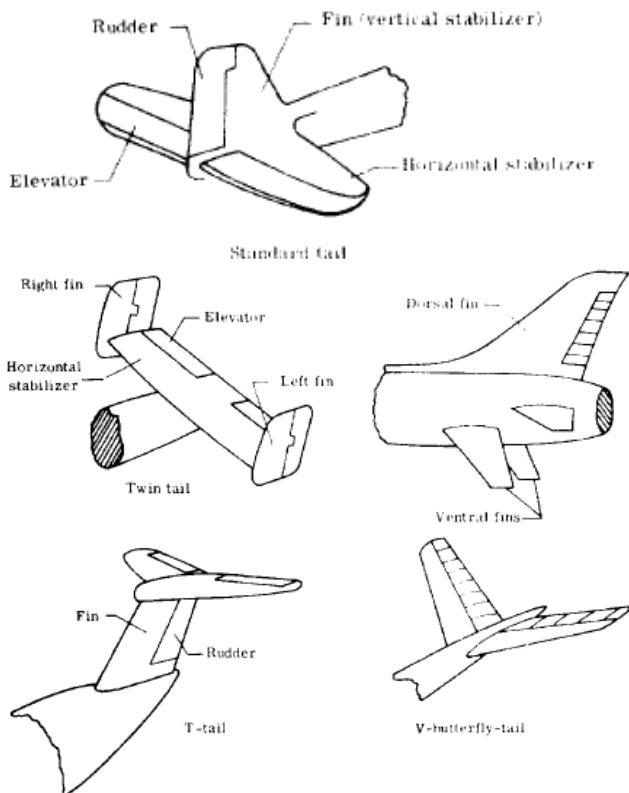
- Ala
- Fuselaje
- Empenajes
- Tren de aterrizaje
- Sistema propulsivo

La función del ala es proveer la casi totalidad de la sustentación necesaria para equilibrar la fuerza gravitatoria sobre el avión completo.

La función del fuselaje es utilitaria: provee el volumen para los tripulantes y la carga útil, sean pasajeros., carga o armamento.

La función de los empenajes, horizontal y vertical, es doble:

- **estabilización** del avión: mantener al avión en una condición de vuelo dada que sea de equilibrio estable sin intervención del pilotaje.
- **control** del avión: dar al piloto la capacidad para cambiar de una condición de vuelo a otra.



La función del sistema propulsivo es proveer la fuerza de empuje o tracción para mantener una condición de vuelo dada o cambiar de una condición de vuelo a otra.

La función del tren de aterrizaje es proveer la interface avión-suelo en el decolaje, aterrizaje, carretero y estacionamiento.

GEOMETRÍA DEL ALA

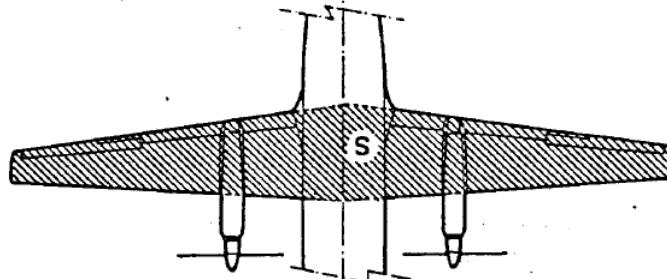
La forma geométrica del ala está determinada esencialmente por su forma en planta, los perfiles alares que la conforman, el alabeo y el ángulo diedro.

Forma en planta (planform)

En el avión clásico, el ala es analizada extendiendo hasta el plano de simetría del avión la forma en planta. Esta parte del ala en realidad es inexistente pues allí existe fuselaje, sin embargo se considera para lo que se denomina el análisis de ala aislada.

La experiencia y práctica de la aerodinámica han mostrado que la presencia del fuselaje introduce una reducción de la sustentación aportada por esa zona, que en primera aproximación es devuelta por la pequeña sustentación producida por todo el fuselaje. La consecuencia práctica es que para estudios preliminares, el ala se analiza como aislada extendiéndola hasta el plano de simetría del avión.

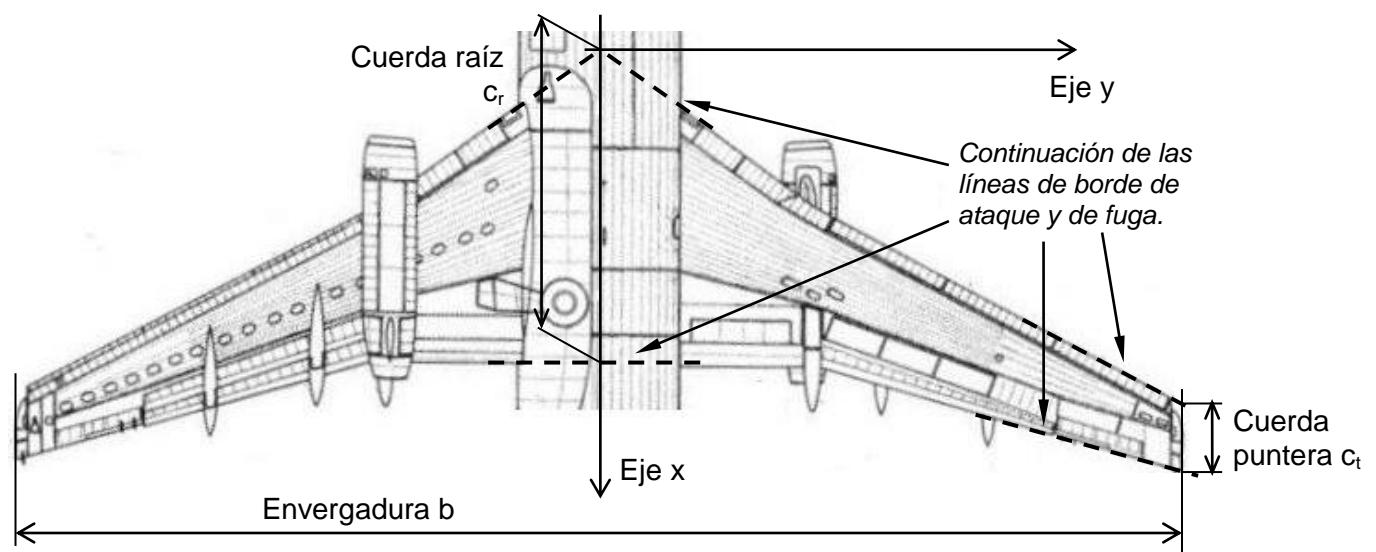
De esta manera, la cuerda raíz del ala es la sección en el plano de simetría del avión y la denominada “superficie alar” (“gross wing area” o “design wing area”) es el área en planta (área proyectada) que incluye el tramo central inexistente dentro del fuselaje. Prácticamente no tiene uso la superficie en planta del ala expuesta realmente o área alar neta (“net wing área”).



La geometría del ala suele describirse con un sistema de coordenadas ubicado en el borde de ataque de la sección raíz, en el plano de simetría del avión.

La envergadura (span) b del ala es la dimensión del ala en la dirección del eje lateral y . La superficie alar S se define como la proyección del ala en el plano $x-y$.

La forma en planta de manera completa está especificada dando la distribución de cuerda $c(y)$ y de coordenadas $x_{LE}(y)$ de la línea de borde de ataque, desde raíz ($y=0$) hacia puntera ($y=b/2$).



La cuerda media geométrica se define como $\bar{c} = \frac{S}{b}$ y es una longitud de referencia empleada frecuentemente.

Los siguientes tres parámetros geométricos de la forma en planta del ala son muy importantes en las características aerodinámicas de ella:

$$\text{Alargamiento (aspect ratio): } A = \frac{\text{envergadura}}{\text{cuerda media geométrica}} = \frac{b}{\bar{c}} = \frac{b^2}{S}$$

$$\text{Ahusamiento (taper ratio): } \lambda = \frac{\text{cuerda puntera}}{\text{cuerda raíz}} = \frac{c_t}{c_r}$$

Genéricamente se denomina ala ahusada (tapered) cuando la cuerda puntera es menor que la cuerda raíz.

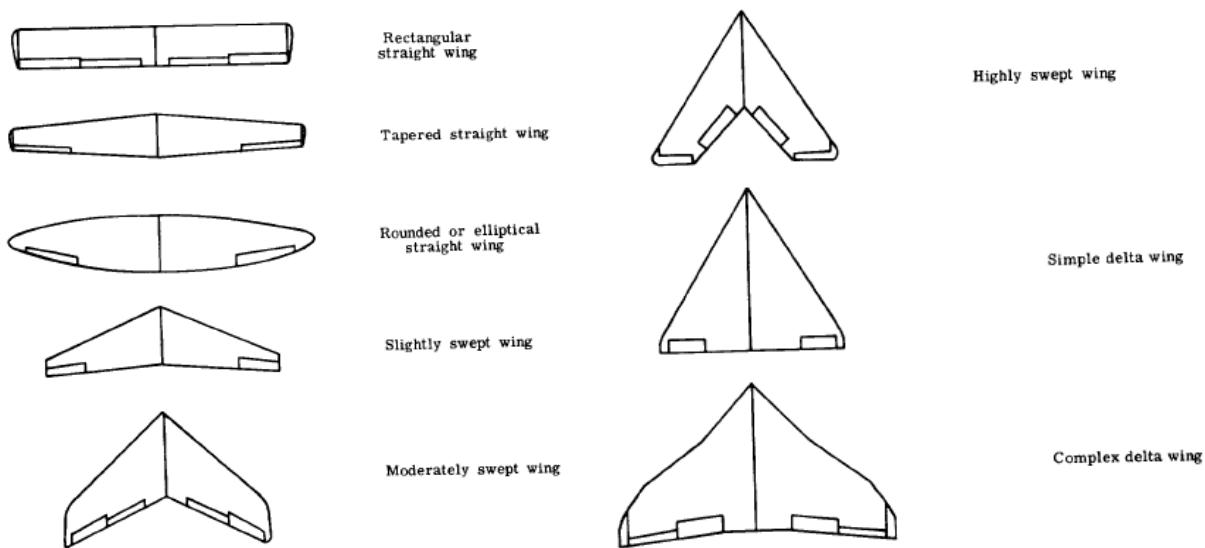
Ángulo de flecha (sweep angle):

Δ , es el ángulo de alguna línea de determinado porcentaje de cuerda respecto del eje y. Lo más frecuente es la línea de borde de ataque (0% de cuerda) o la línea del 25% de la cuerda local.

Se denomina ala trapezoidal a un ala con un único ángulo de flecha en cualquier estación.

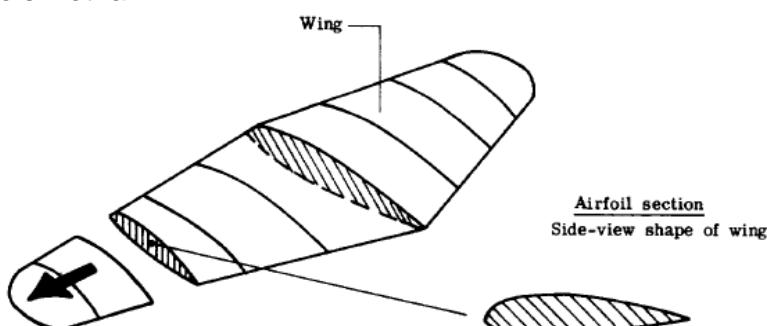
Se denomina ala recta (straight) a un ala que no posee flecha al 25% de la cuerda.

Se denomina ala rectangular a un ala sin flecha y cuerda constante.



Perfil alar (wing section)

Se entiende como perfil alar, la línea de forma externa que posee una sección del ala, en planos paralelos al plano de simetría.

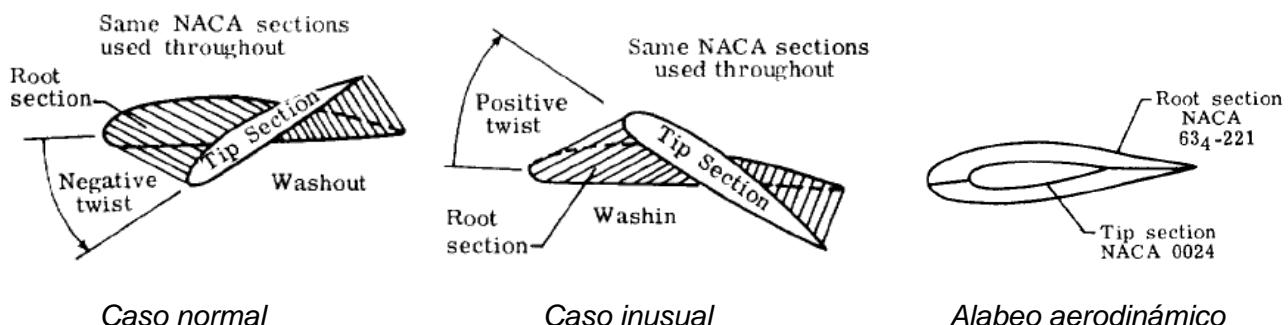


Alabeo (twist)

El alabeo generalmente se refiere al torsionado (o alabeado) de la estructura de la semi ala respecto del eje "y" de manera que los perfiles a lo largo de la semi envergadura van cambiando su ángulo de ataque. Habitualmente se reafirma el carácter constructivo llamándolo "alabeo geométrico". Se realiza alrededor de un eje que generalmente coincide con el larguero principal del ala o con el eje medio del cajón del ala.

Usualmente, el ángulo de alabeo posee una distribución lineal o casi lineal a lo largo de la envergadura y siempre es en el sentido de reducir el ángulo de ataque hacia la puntera del ala (en este caso, el alabeo se conoce como "wash-out").

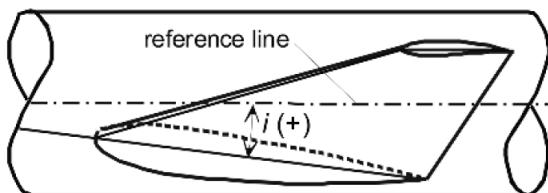
El valor de alabeo de puntera es un ángulo pequeño que usualmente no supera los -4° respecto a la raíz del ala.



Se denomina "alabeo aerodinámico" cuando, sin existir un torsionado constructivo de la estructura, se cambia el tipo de perfil a lo largo de la semi ala de manera que exista modificación de la dirección de sustentación nula, lo cual sucede cuando cambia la combadura. Esto incluye la deflexión de una superficie de control de borde de fuga: alerón, flap o timón genérico.

El alabeo, sea de cualquier tipo, provee una forma de controlar cómo es la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura del ala. No necesariamente un ala debe poseer alabeo.

Calaje del ala (incidence)



Se trata del ángulo de implante de la sección raíz del ala respecto del eje del fuselaje. Es un ángulo muy importante en el diseño de aviones comerciales, pues determina la condición de funcionamiento del ala en la condición de crucero, estando el fuselaje con ángulo de ataque cero (pasillos horizontales y fuselaje aproximadamente en la condición de menor resistencia). Se suele denominar α_C o i_W .

Diedro (dihedral, anhedral)

La inclinación de las dos semi-alas con respecto el plano horizontal x-y se denomina ángulo diedro: positivo (dihedral) cuando las alas se disponen hacia arriba; negativo (anhedral) cuando es hacia abajo. Este ángulo se adopta pura y exclusivamente por razones de estabilidad lateral (cuando el avión rola y guña). Es un ángulo pequeño (generalmente no mayor de 5°) el cual puede despreciarse en el estudio aerodinámico inicial de un ala.

No necesariamente un ala debe poseer ángulo diedro. Cuando existe, usualmente es positivo para alas bajas, rectas o con flecha moderada (Piper Cherokee, Boeing 737); suele ser negativo para alas altas con flecha o alas bajas con flecha muy grande (BAE 146, Harrier, Mirage III). Normalmente es nulo o casi para alas altas sin flecha (Hercules, Piper Cub, Cessna 172).



El control del avión alrededor del eje X se realiza por medio de los alerones, situados de manera simétrica en los extremos del ala, hacia el borde de fuga. Son deflectados de manera antisimétrica con el fin de generar un cambio de sustentación positiva en una semiala y esa misma magnitud pero negativa en la semiala opuesta. De esa forma permiten introducir un momento de rolido sin afectar la sustentación total.

En numerosos aviones, el control de rolido es realizado total o parcialmente por spoilers, o disruptores de flujo, los cuales afectan la sustentación total pero poseen ventajas que se verán más adelante.

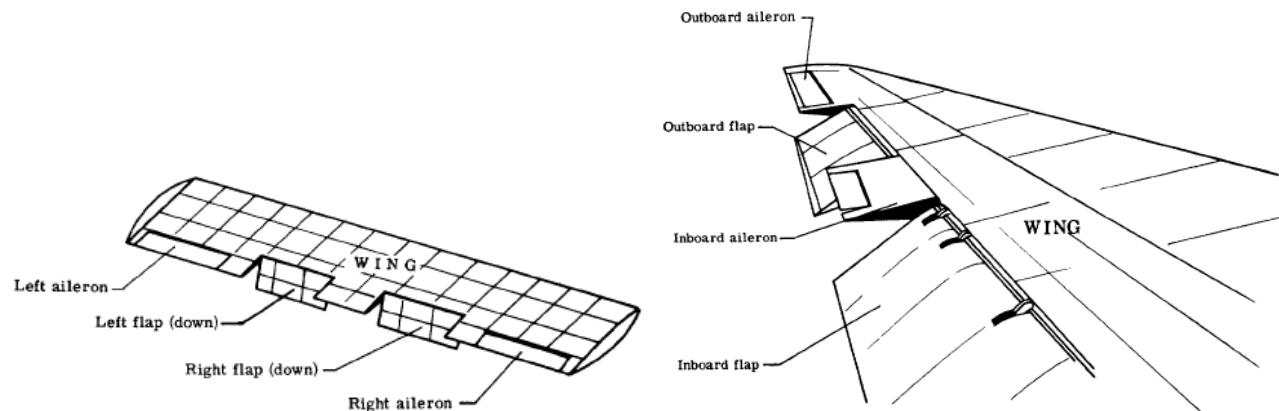
El control del avión alrededor del eje Y se realiza por medio del elevador (elevator) o timón de profundidad, situado en el empenaje horizontal. Introduce un momento de cabeceo así como fuerzas adicionales de sustentación y resistencia, generalmente pequeñas. En numerosos aviones, el control de cabeceo se realiza modificando el ángulo de todo el empenaje horizontal. En algunos aviones, los elevadores pueden ser deflectados de manera antisimétrica de manera de introducir control de rolido. En ese caso, se denominan elevones (F-14 Tomcat, Tornado).

El control del avión alrededor del eje Z se realiza por medio del timón de dirección (rudder), situado en el empenaje vertical. Introduce un momento de guiñada y una fuerza lateral, generalmente pequeña. En algunos pocos aviones se modificaba el ángulo de todo el empenaje vertical.

Sistemas hipersustentadores (flaps)

No son superficies de control sino que específicamente cumplen la función primaria de reducir la velocidad de pérdida del avión y por consiguiente las velocidades de operación del avión en las zonas de vuelo cercanas al despegue, la aproximación y al aterrizaje. Por norma, dichas velocidades están directamente relacionadas a la velocidad de pérdida.

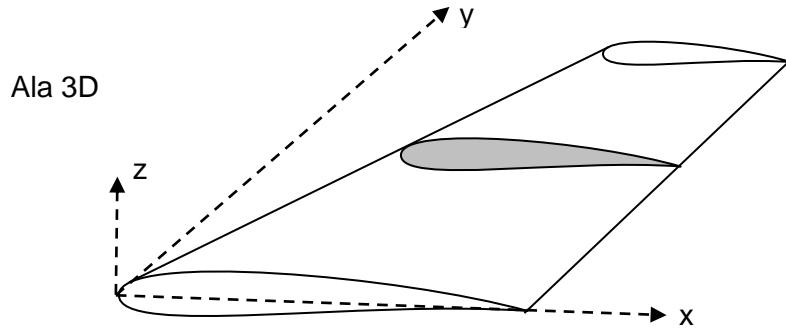
El empleo de los flaps generalmente está restringido a dichas zonas de vuelo.



Introducción a la aerodinámica de perfiles

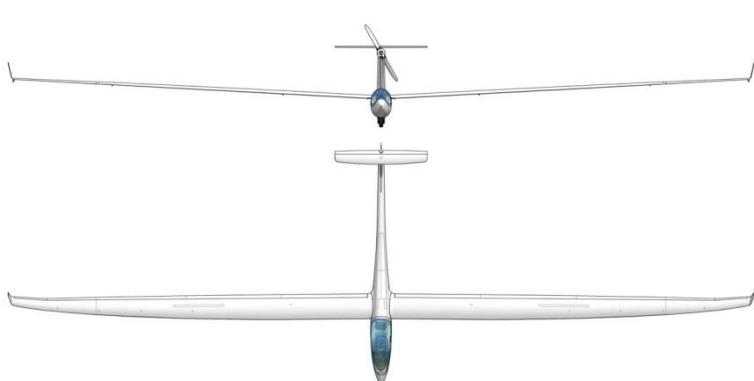
Generalidades

Se denomina “perfil aerodinámico” a la geometría plana de las secciones de una superficie sustentadora, la cual puede ser un ala, un empenaje horizontal o vertical.

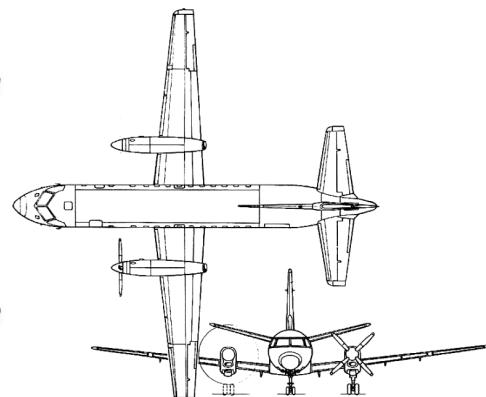


La enorme importancia de los perfiles aerodinámicos radica en que en la mayoría de los diseños de aviones convencionales, pasados y actuales, el comportamiento aerodinámico del ala y demás superficies sustentadoras en tres dimensiones, está determinado en gran parte por el comportamiento de dichos perfiles en flujo plano bidimensional. Lo expuesto anteriormente es aplicable también a elementos de máquinas tales como palas de hélices y de turbinas eólicas, alabes de compresores y turbinas, etc.

Para grandes alargamientos, digamos $A > 4$, el comportamiento del perfil 2D es decisivo para las características del ala 3D. Este es el caso, por ejemplo, de planeadores y de aviones de transporte.

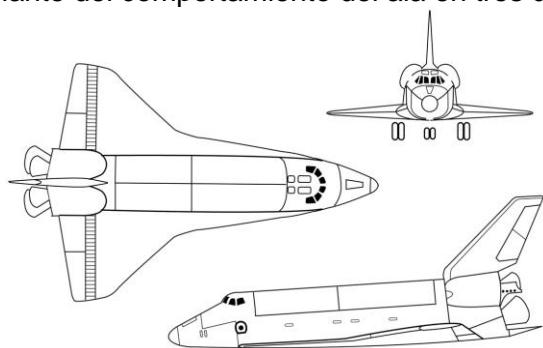


Antares 20: $A = 31$

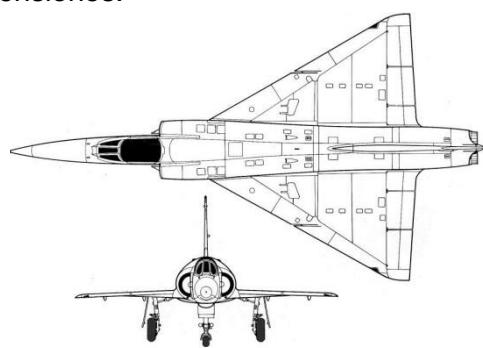


Saab 340: $A = 11$

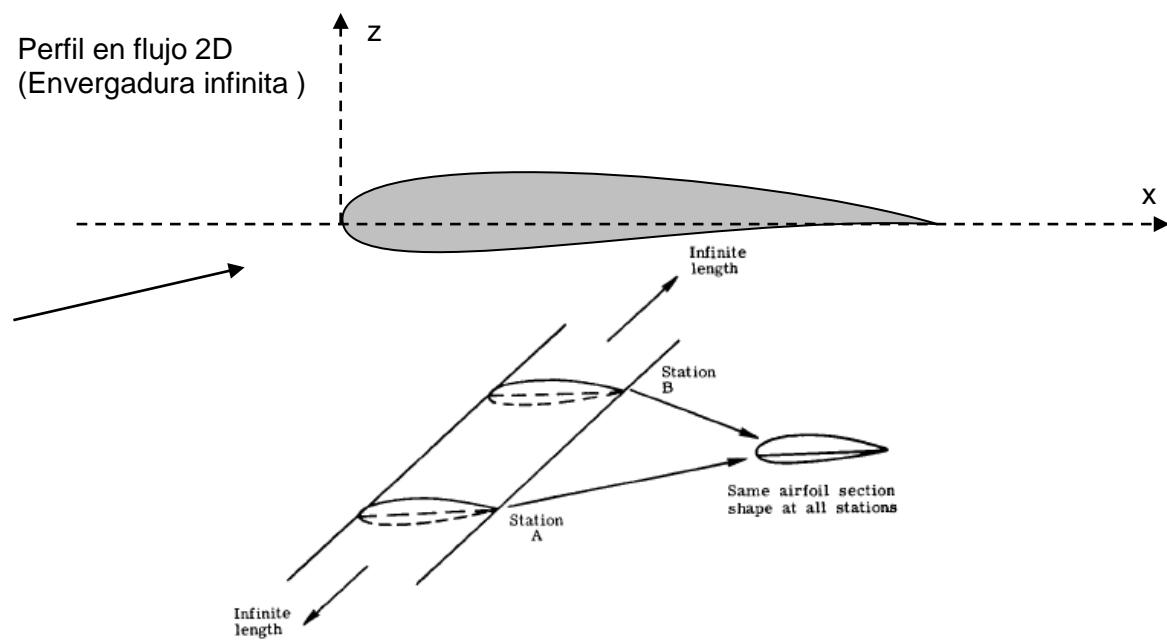
En cambio, en el otro extremo, cuando el alargamiento de la superficie sustentadora es muy bajo, para $A < 2$, el comportamiento del perfil bidimensional no posee importancia pues no es determinante del comportamiento del ala en tres dimensiones.



Space Shuttle: $A = 1.7$

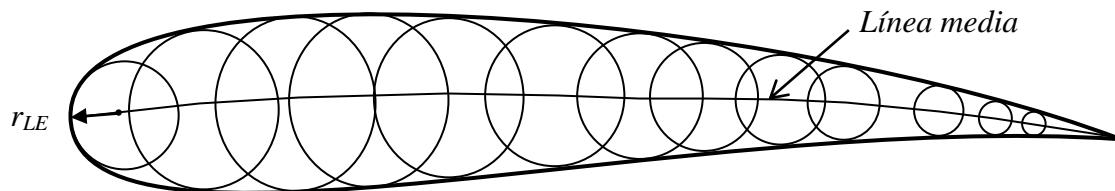


Mirage III: $A = 1.9$

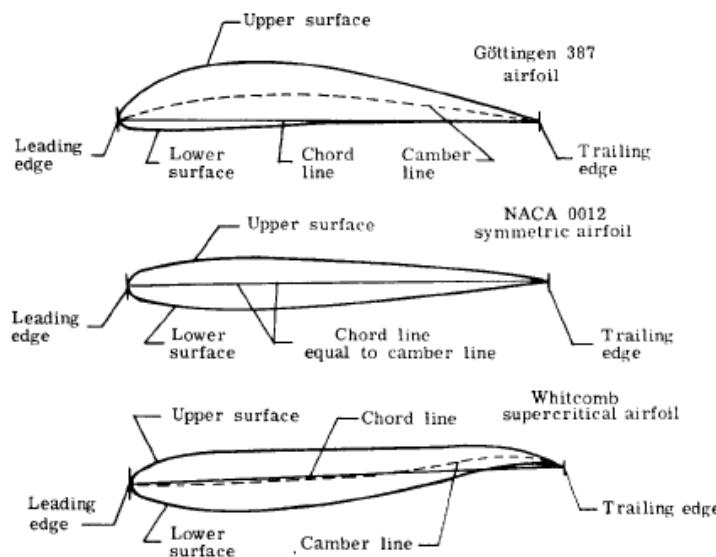


Geometría del perfil

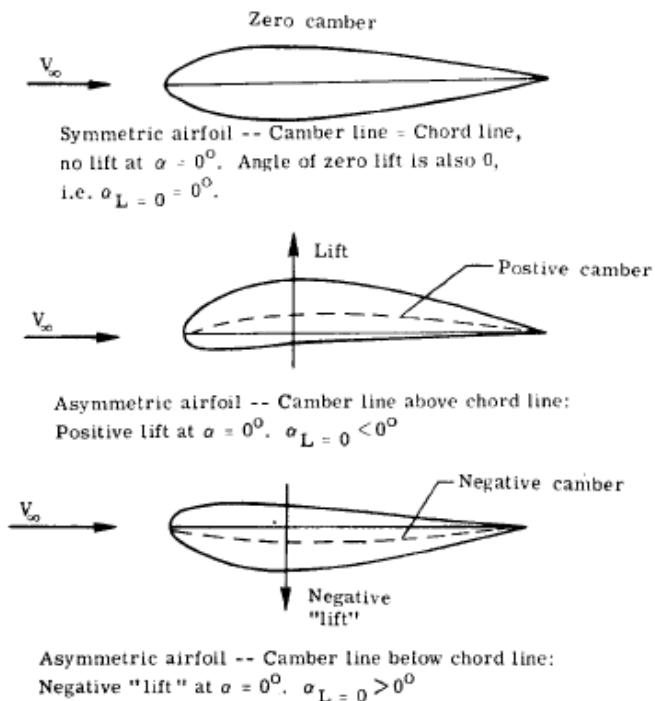
Desde el punto de vista geométrico, el perfil aerodinámico es descompuesto en una línea media y en una distribución de espesor. La interpretación está dada por la figura siguiente: la distribución de radios de los círculos inscriptos dentro del perfil es la distribución de espesor y la curva que une todos los centros de dichos círculos es la línea media. El primer círculo inscripto en el borde de ataque determina el radio de borde de ataque.



De la distribución de espesor y la línea media, los parámetros más importantes son: el espesor máximo t/c , la máxima combadura f/c y el radio de borde de ataque r_{LE}



Los diferentes aspectos de la forma del perfil (distribución de espesor, forma de línea media y radio de borde de ataque como los más relevantes) influyen de manera específica en el comportamiento aerodinámico del perfil bidimensional.



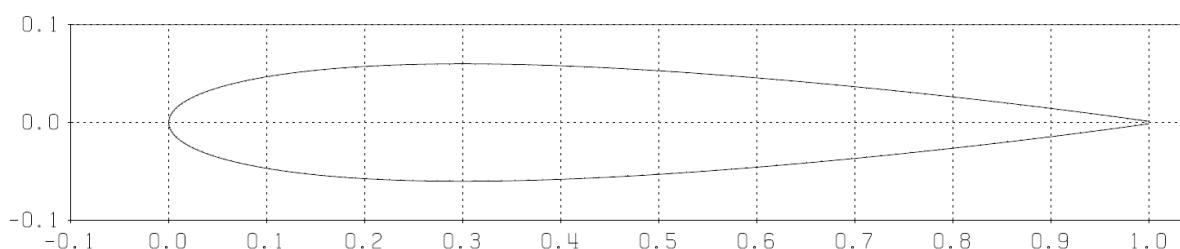
Características aerodinámicas genéricas

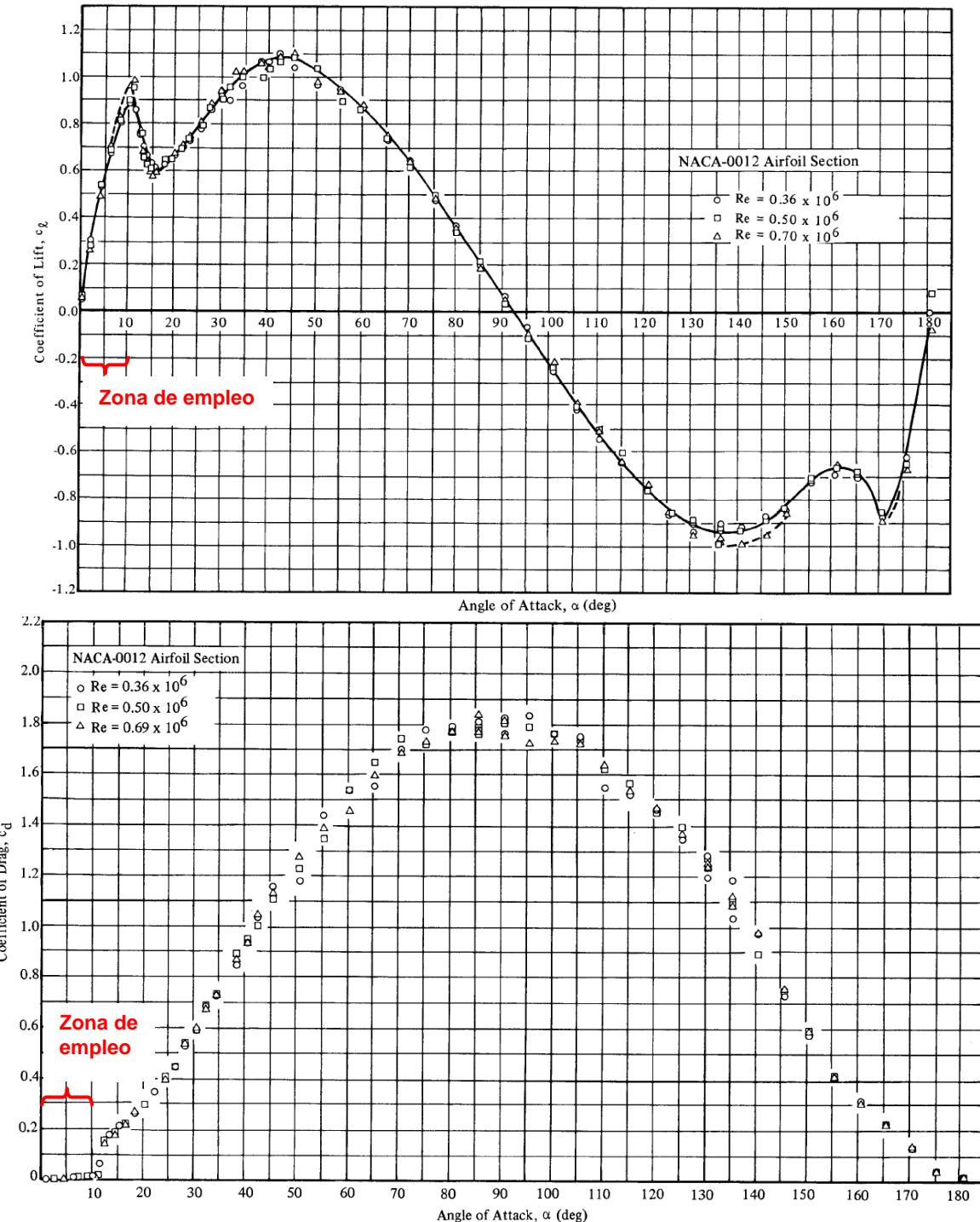
El perfil aerodinámico es un cuerpo muy particular analizado en flujo puramente 2D. Esto es equivalente a considerarlo como un ala de envergadura infinita, en la cual cualquier fuerza aerodinámica está distribuida de manera uniforme a lo largo de la misma. Por ello se escribe:

$$\frac{dL}{dy} = \frac{L}{b} \quad L = C_l q_\infty c b$$

Los perfiles son formas aerodinámicas diseñadas en general con el objeto de generar sustentación a costa de una baja resistencia aerodinámica, es decir son formas generadoras de relaciones de fineza L/D o C_l/C_d muy elevadas. Su mejor comportamiento desde éste punto de vista se encuentra en un rango de bajos ángulos de ataque.

Las figuras siguientes muestran los resultados experimentales de coeficientes de sustentación y de resistencia del perfil NACA 0012 en un rango de 0 a 180° :





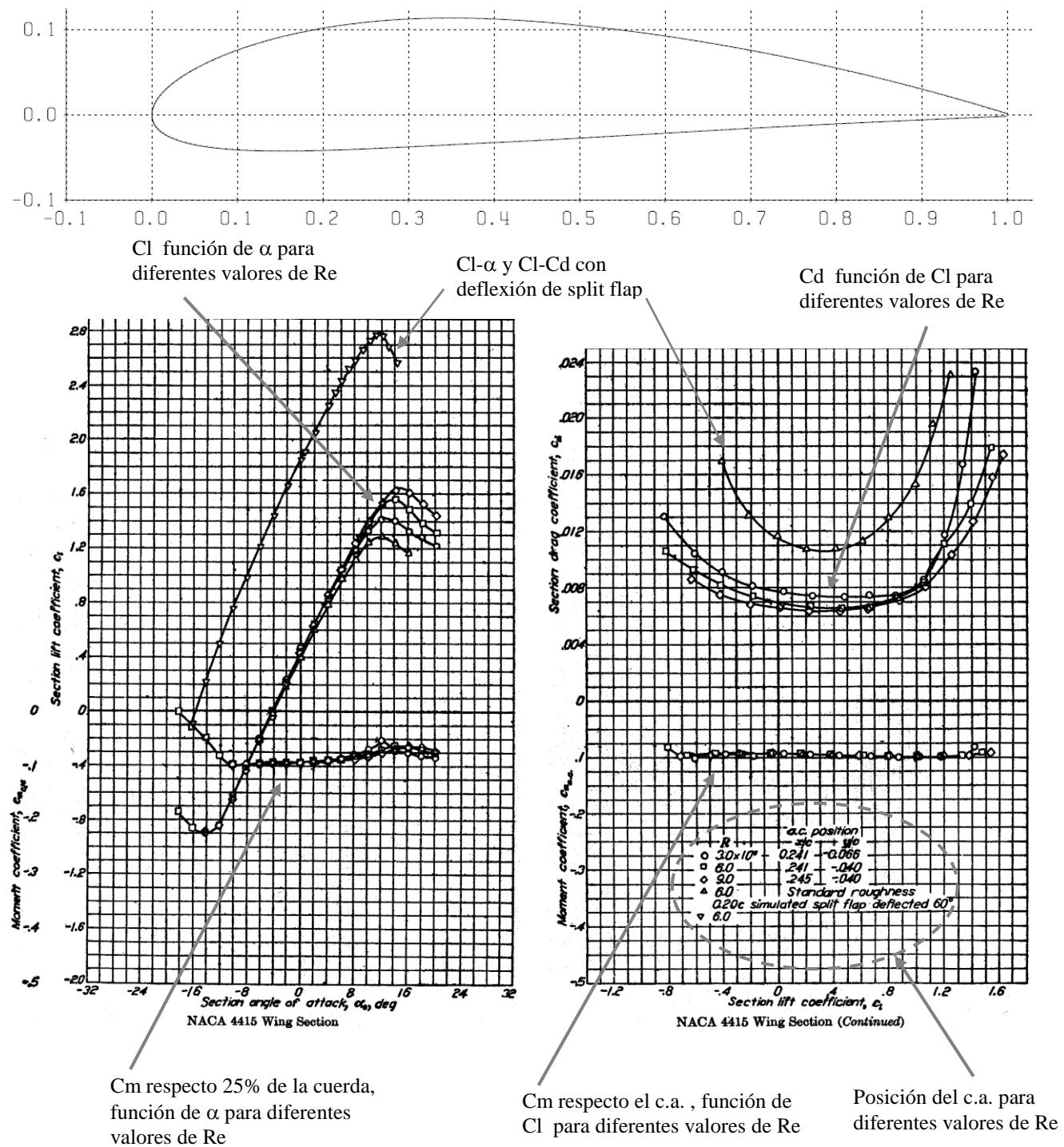
Se observa que hay un máximo local de sustentación alrededor de alfa algo mayor a 10° pero luego de una caída se alcanza un máximo global alrededor de alfa 45° . La resistencia es muy baja hasta dicho ángulo algo mayor a 10° y crece abruptamente a partir de ese valor, lo cual hace que la fineza caiga abruptamente a valores cercanos a 1. El primer máximo local de sustentación se denomina el punto de “pérdida de sustentación” (“stall”), a partir del cual el flujo incluye zonas masivas de flujo separado y por ende inestacionario.

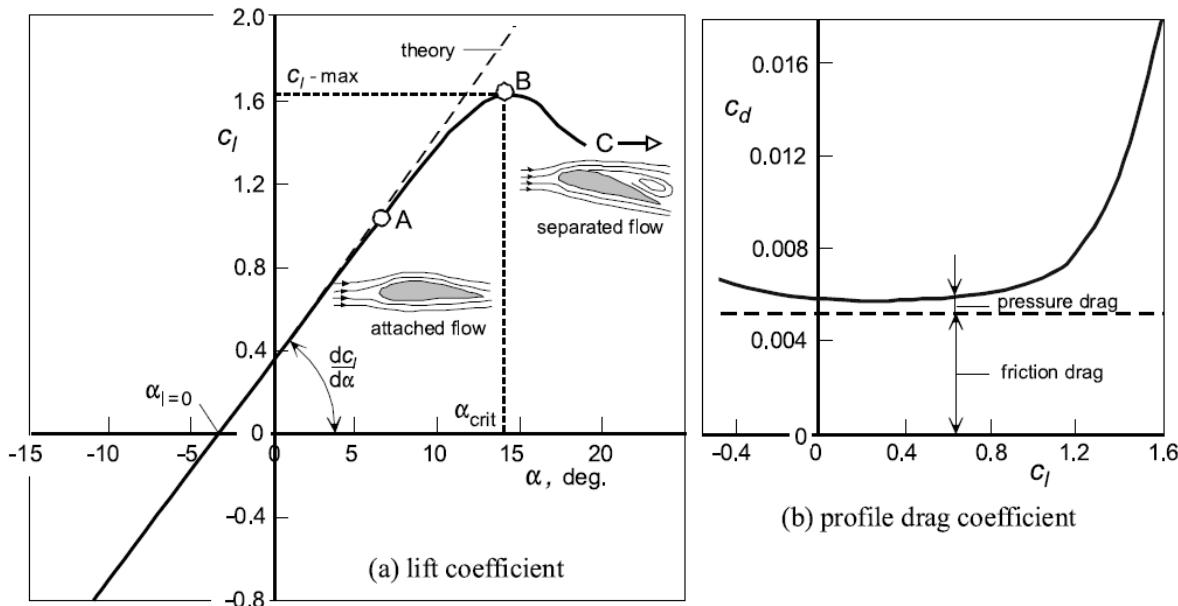
El empleo usual de los perfiles en aplicaciones aeronáuticas se realiza en el rango previo a la “pérdida de sustentación”, lo cual sucede a un ángulo de ataque que depende del perfil y del número de Reynolds pero que se encuentra entre 10° y 15° aproximadamente.

Más allá de la “pérdida de sustentación” vemos que la sustentación no cae a valores despreciables e incluso sigue aumentando, pero del punto de vista aeronáutico la fineza es tan

baja que no es una zona de utilidad, sin contar con los problemas de control, de vibraciones y eventualmente estructurales que supone el carácter inestacionario del flujo separado.

A continuación se muestran los resultados típicos en la zona de bajos ángulos de ataque, que es la de aplicación práctica de los perfiles. El ejemplo mostrado corresponde al perfil NACA 4412: 12% de espesor relativo y 4% de combadura máxima de la línea media.





Lift and drag curves of the NACA 4412 section for $Re_c = 9 \times 10^6$.

Puntualicemos las siguientes observaciones, que son sistemáticas en la mayoría de los perfiles:

- La relación $Cl-\alpha$ posee linealidad hasta un cierto ángulo α^* (punto A) a partir del cuál se inicia la separación de flujo. Finalmente se alcanza la pérdida de sustentación al ángulo α_{\max} (punto B) al cuál la separación de flujo es masiva en el extrados.
- El coeficiente de momento respecto el 25%c es casi constante indicando la proximidad de dicho punto respecto del c.a.
- Cl , Cm y posición de c.a. son prácticamente independientes de Re en la zona lineal.
- El coeficiente de resistencia Cd y el comportamiento de Cl cerca de la pérdida son notoriamente dependientes del número de Reynolds. Hasta el inicio de la separación de flujo, la resistencia es mayoritariamente fricción.

Las tres primeras observaciones son características de un rango de Re elevados, digamos por encima de un millón, que es la situación usual de las aplicaciones aeronáuticas (aviones y planeadores) y mecánicas (hélices y turbinas). La influencia de Re por debajo de dicho rango, caso de aeromodelos o microUAV's, es muy importante en todas las variables aerodinámicas, siéndolo más cuanto menor sea Re . **Vea McCormick, capítulo "Lift".**

En términos generales y esquemáticos:

- La forma de la línea media es determinante de las características de sustentación y de momento de cabeceo del perfil en la zona lineal, es decir a bajos ángulos de ataque.
- La distribución de espesores es determinante de la mínima resistencia.
- El radio de borde de ataque y el espesor máximo son determinantes de cómo entra en pérdida el perfil, lo cual se desarrollará más adelante.

En la zona lineal, el coeficiente de sustentación se escribe como:

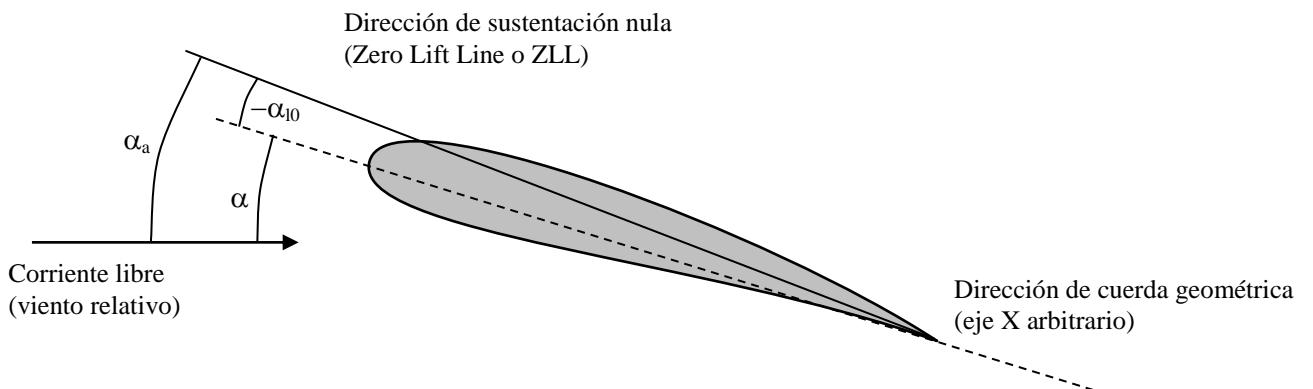
$$C_l = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_{l0}) = C_{l0} + \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \alpha$$

$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \equiv C_{l\alpha}$ se denomina "pendiente de sustentación"

α es el llamado "ángulo de ataque geométrico"

α_{l0} se denomina "ángulo de sustentación nula" (Zero Lift Angle). Depende de la línea media.

$\alpha_a = \alpha - \alpha_{l0}$ se denomina "ángulo de ataque aerodinámico o absoluto"



Otra característica típica del comportamiento de perfiles a alto Re y en ausencia de separación de flujo es que la relación de fineza sustentación/resistencia o $\frac{L}{D} \equiv \frac{C_l}{C_d}$ toma valores muy altos, extremadamente mayores a 1. Valores típicos dependen de la geometría del perfil, del ángulo de ataque y del número de Reynolds pero se trata normalmente de valores del orden de 80 a 120

Centro aerodinámico y centro de presiones

Se ha visto anteriormente la definición general de centro aerodinámico y la importancia de dicho punto en el avión completo.

Un simple perfil aerodinámico bidimensional posee también su centro aerodinámico, cuya sola importancia radica en que será contribuyente a la posición del centro aerodinámico del ala, y a su vez este último será contribuyente al del avión.

Como ya se vio, si se asumen las hipótesis de ángulo de ataque moderado y fineza elevada resultan las siguientes aproximaciones:

$$\begin{aligned} F_z &\approx L & \text{o} & \quad C_z \approx C_l \\ F_x &\approx D - L \alpha & \quad C_x \approx C_d - C_l \alpha \end{aligned}$$

$$\left| \frac{C_x}{C_z} \right| \approx \left| \frac{1}{C_l/C_d} - \alpha \right| \ll 1$$

Por lo tanto, el momento de cabeceo respecto de un punto P_2 , conocido el momento de cabeceo respecto de otro punto P_1 queda planteado como:

$$M_2 \approx M_1 + F_z (x_2 - x_1)$$

En términos de coeficientes adimensionales:

$$C_{m2} \approx C_{m1} + C_l \left(\frac{x_2}{c} - \frac{x_1}{c} \right)$$

Empleando el concepto de centro aerodinámico:

$$C_{m2} \cong C_{mca} + C_l \left(\frac{x_2}{c} - \frac{x_{ca}}{c} \right)$$

Obsérvese que el momento respecto al centro aerodinámico también es el valor del momento respecto cualquier punto de referencia cuando la sustentación es nula:

$$C_{m2} \cong C_{mca} + C_l \left(\frac{x_2}{c} - \frac{x_{ca}}{c} \right)$$

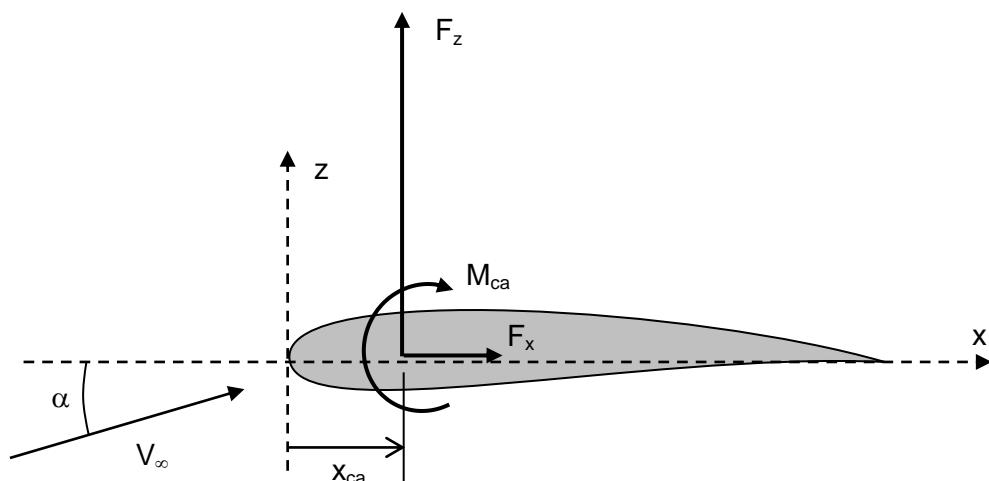
$$(C_{m2})_{Cl=0} \cong C_{mca}$$

Por lo tanto se habla de C_{mca} como de C_{m0} indistintamente.

El centro aerodinámico existirá como un punto útil invariable sólo cuando el coeficiente de sustentación y el coeficiente de momento respecto un punto cualquiera son lineales con respecto al ángulo de ataque. Esto se da sólo en un rango de ángulos de ataque moderados.

$$\frac{x_{ca}}{c} \cong \frac{x_2}{c} - \frac{\frac{\partial C_{m2}}{\partial \alpha}}{\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}} = \frac{x_2}{c} - \frac{\partial C_{m2}}{\partial C_l}$$

En la práctica, la posición del centro aerodinámico en x se encuentra invariablemente alrededor del 25% de la cuerda y en z es despreciable, alrededor de 0.



Se define Centro de Presiones del perfil como el punto respecto al cual el coeficiente de momento de cabeceo es nulo.

Este punto es entonces el punto de aplicación real de las fuerzas aerodinámicas, aunque no es de utilidad práctica pues su posición varía fuertemente con el ángulo de ataque. Sólo en perfiles simétricos es invariable y coincide con el centro aerodinámico.

Distribución de presiones y de carga

Un perfil posee una distribución de presiones sobre su contorno. En el caso de generar sustentación positiva, predominan las succiones sobre el extradós y las sobre-presiones en el intradós. La forma de la distribución de presiones está determinada por el ángulo de ataque y la geometría integral del perfil, tanto de la distribución de espesor como de la línea media.

La distribución de presiones se representa mediante un gráfico cartesiano de coeficiente de presiones en función de la fracción o porcentaje de cuerda, como se muestra a la derecha. izquierda Normalmente las depresiones (p negativas) se ponen en el sentido positivo del eje de ordenada, en razón de que usualmente son más relevantes que las sobrepresiones (p positivas).

Raramente y sólo con interés descriptivo, la distribución de presiones se representa de manera vectorial alrededor del contorno del perfil, en el sentido de las normales al mismo, como se muestra a la izquierda.

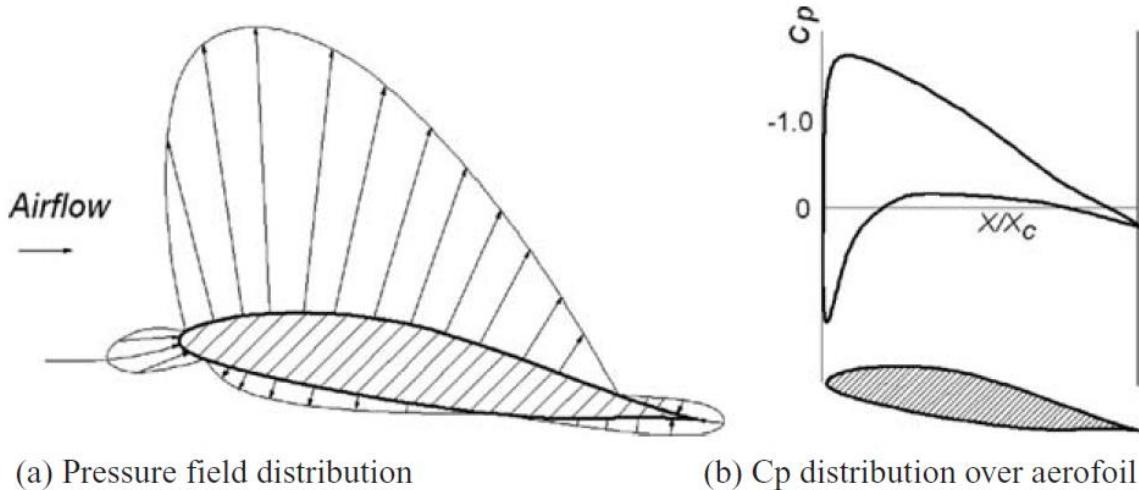
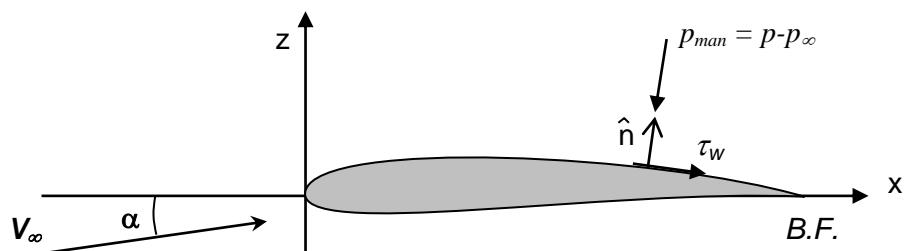


Figure 3.13. Pressure field representations around aerofoil

Por otra parte, también existe una distribución de tensiones de corte a lo largo de su contorno.



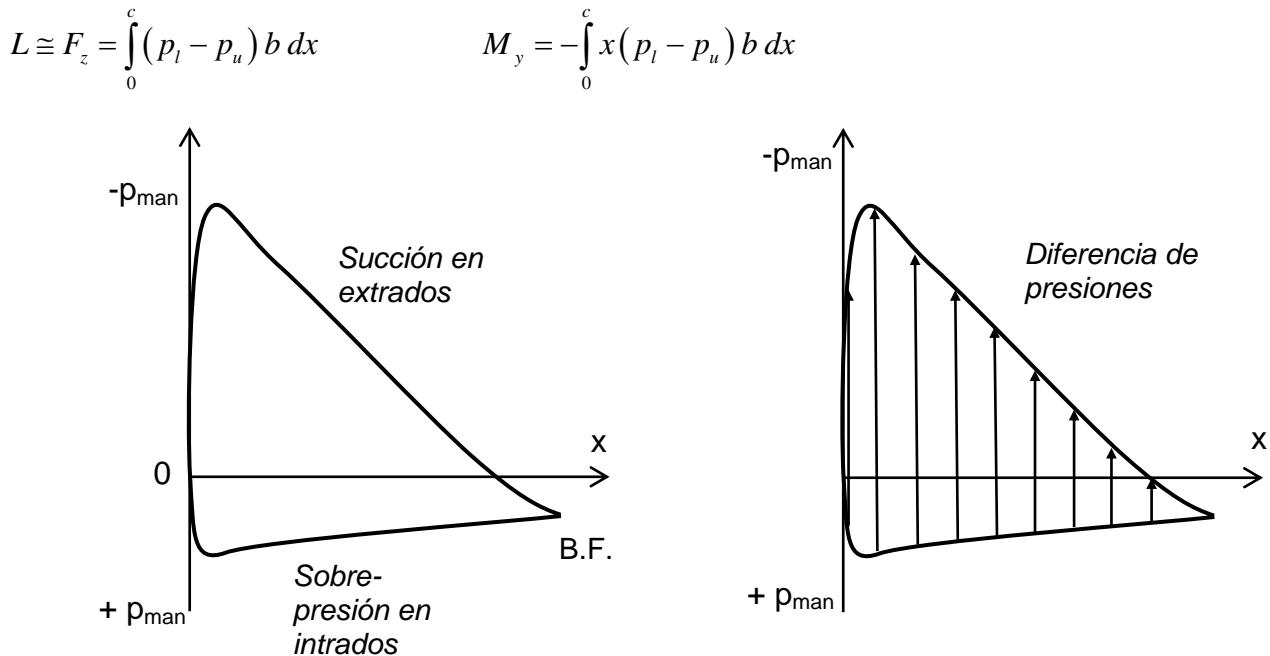
En base a ambas distribuciones, se pueden plantear las fuerzas normal y axial:

$$F_z = \int_{\text{contorno}} p_{\text{man}} b dx + \int_{\text{contorno}} \tau_w b dz$$

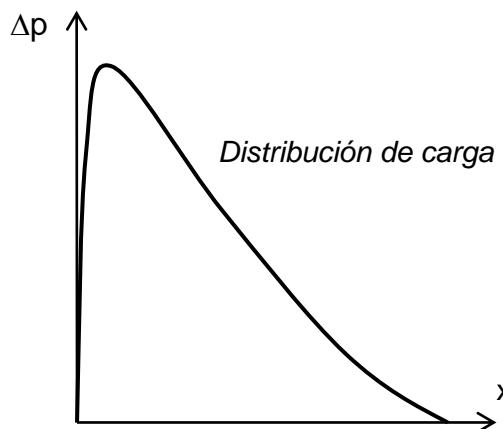
$$F_x = \int_{\text{contorno}} p_{\text{man}} b dz + \int_{\text{contorno}} \tau_w b dx$$

Asumiendo que el perfil aerodinámico es relativamente delgado (espesor relativo menor a 20%) y la máxima combadura es relativamente baja (inferior a 10%), la influencia de la fricción sobre la fuerza normal es despreciable. La influencia de la tensión de corte sobre la fuerza axial siempre es relevante

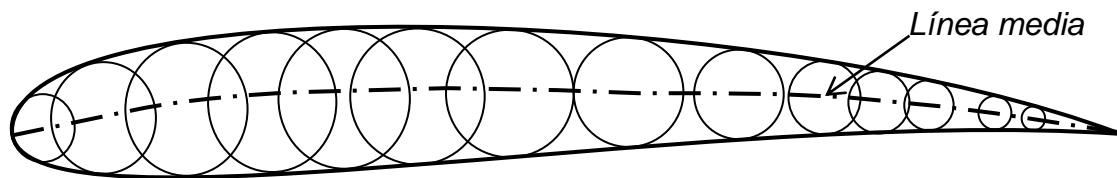
De esta manera, tanto la fuerza normal como el momento de cabeceo pueden plantearse en base a la diferencia de presiones entre el intradós y el extradós. A su vez, ya se ha visto que para ángulos de ataque relativamente bajos ($<20^\circ$) y finezas elevadas (>10), la fuerza normal es prácticamente igual a la sustentación:



A los efectos de la sustentación y el momento sobre el perfil es suficiente entonces conocer la distribución de la diferencia de presiones, lo que se denomina "distribución de carga".



Como ya se vió, el perfil puede ser descompuesto desde el punto de vista geométrico en una línea media (o perfil esqueleto) y una distribución de espesores montada sobre dicha línea.



Al sólo efecto de determinar la distribución de carga sobre el perfil y por ende la sustentación producida, el efecto del espesor puede ser despreciado y en consecuencia el perfil es estudiado matemáticamente como un perfil esqueleto efectivamente, con la forma de su línea media:



Esta hipótesis es válida para perfiles relativamente delgados y ángulos de ataque que no generen separación de flujo, lo cual es una situación usual de interés.

El coeficiente de sustentación del perfil está dado, aproximadamente, por la integración de la carga a lo largo de la cuerda de dicha sección. También puede plantearse a partir de una diferencia de presión media entre intradós y extradós o a partir de la definición del coeficiente de sustentación:

$$\frac{L}{b} \equiv \int_0^c \Delta p \, dx = \Delta \bar{p} \, c = C_l \, q_\infty \, c$$

El significado físico del C_l puede entenderse, cuando se lo multiplica por la presión dinámica, como un Δp promedio en la cuerda, o más directamente como una diferencia entre coeficientes de presiones medios:

$$C_l = \frac{\Delta \bar{p}}{q_\infty} = \Delta \bar{C}_p$$

Recordemos, para flujo incompresible, la relación entre la presión local en un punto sobre el perfil y la velocidad local en dicho punto por fuera de la capa límite:

$$\begin{aligned} p_{local} + \frac{1}{2} \rho V_{local}^2 &= p_\infty + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \\ \frac{p_{local} - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} &= 1 - \frac{V_{local}^2}{V_\infty^2} \\ C_p &= 1 - \frac{V_{local}^2}{V_\infty^2} \end{aligned}$$

La máxima presión positiva se produce en los puntos de estancamiento, donde la velocidad local del flujo es nula, y está limitada al valor de la presión dinámica, como se ve de las relaciones anteriores. En los puntos de presión máxima (para flujo incompresible) $C_{p \max} = 1$

La máxima presión negativa (o pico de succión) no está limitada y toma valores cada vez más grandes, cuanta más alta es la velocidad local máxima. $C_{p \min}$ es una magnitud que, en teoría, no está acotada. Para un perfil dado, cuanto mayor sea el ángulo de ataque, mayor será el pico de succión.

En un perfil que genera sustentación positiva, las presiones sobre el intradós son generalmente de sobrepresión. Esto significa que el C_p promedio es una fracción del valor máximo positivo:

$$\bar{C}_{pl} = k \, C_{p \max} = \text{valor entre } 0 \text{ y } 1$$

O dicho de otra forma, \bar{C}_{pl} es de orden de magnitud unitaria: $\bar{C}_{pl} \approx O(1)$

Sobre el extradós, las presiones son de succión. Esto significa que el C_p promedio es una fracción del valor máximo negativo, o pico de succión:

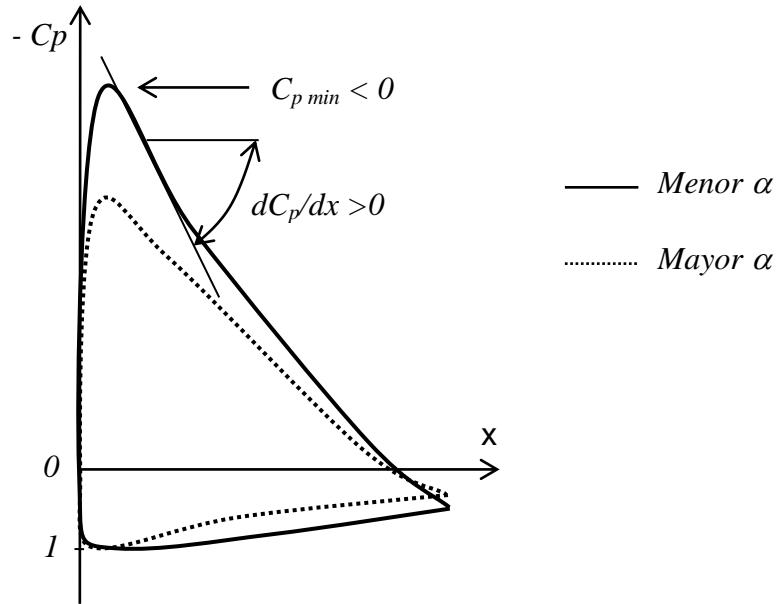
$$\bar{C}_{pu} = k \, C_{p \min} = \text{valor negativo no acotado}$$

O dicho de otra forma, \bar{C}_{pu} es de orden de magnitud no acotado: $\bar{C}_{pu} \approx O(C_{p \min})$

Con éste análisis queda claro que el coeficiente de sustentación C_l está directamente vinculado al pico de succión:

$$C_l = \bar{C}_{pl} - \bar{C}_{pu} \approx O(1) - O(C_{p\min})$$

Por otra parte, un elevado pico de succión está vinculado a un valor elevado del gradiente de presión adverso y por lo tanto al riesgo de separación de capa límite:



De esta manera, queda en evidencia que un elevado valor del C_l está directamente relacionado a un valor elevado del gradiente de presión adverso y por lo tanto al riesgo de separación:

$$C_l \iff C_{p\min} \iff \left(\frac{\partial C_p}{\partial x} \right)_{\max}$$

Se volverá a esta relación cuando se estudie la aerodinámica de alas.

Ejemplos de distribución de presiones

Ejemplo 1: perfil NACA 2412

Se trata de un perfil clásico, de la década de 1930 pero muy empleado para aviación general, de espesor relativo 12%, con línea media convencional, es decir simplemente convexa con su máxima combadura, 2% ubicada al 40% de la cuerda. Su coeficiente de sustentación de diseño es 0.3 (mínimo Cd).

Se presenta la distribución de presiones para alfa creciente. Observe que el pico de succión, y en general la zona de succión de extradós, crece proporcionalmente al ángulo de ataque mientras que las sobrepresiones de intradós se mantienen relativamente acotadas.

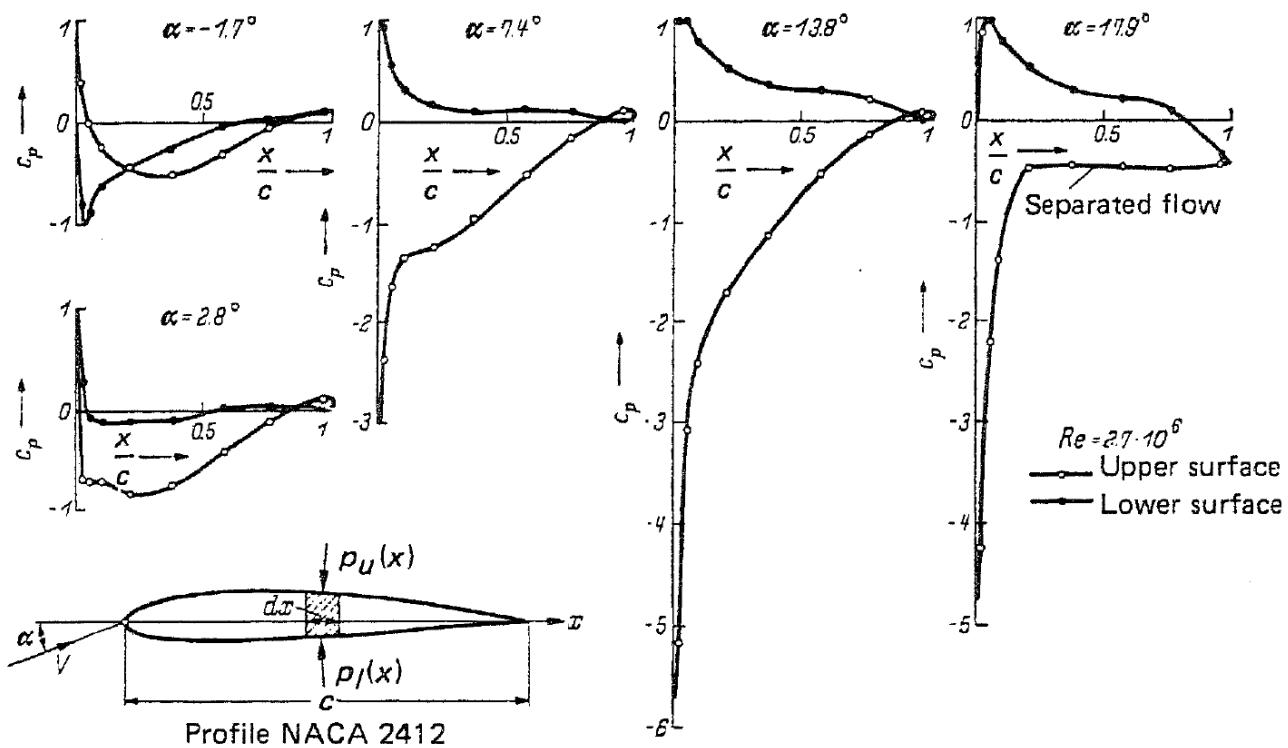


Figure 2-3 Pressure distribution at various angles of attack α of an airfoil of infinite aspect ratio with the profile NACA 2412 [12]. Reynolds number $Re = 2.7 \cdot 10^6$. Mach number $M_\infty = 0.15$. Normal force coefficients according to the following table:

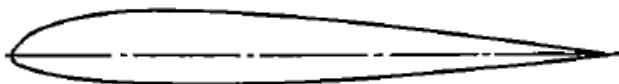
α	-1.7°	2.8°	7.4°	13.8°	17.8°
$-C_Z$	0.024	0.433	0.862	1.356	0.950

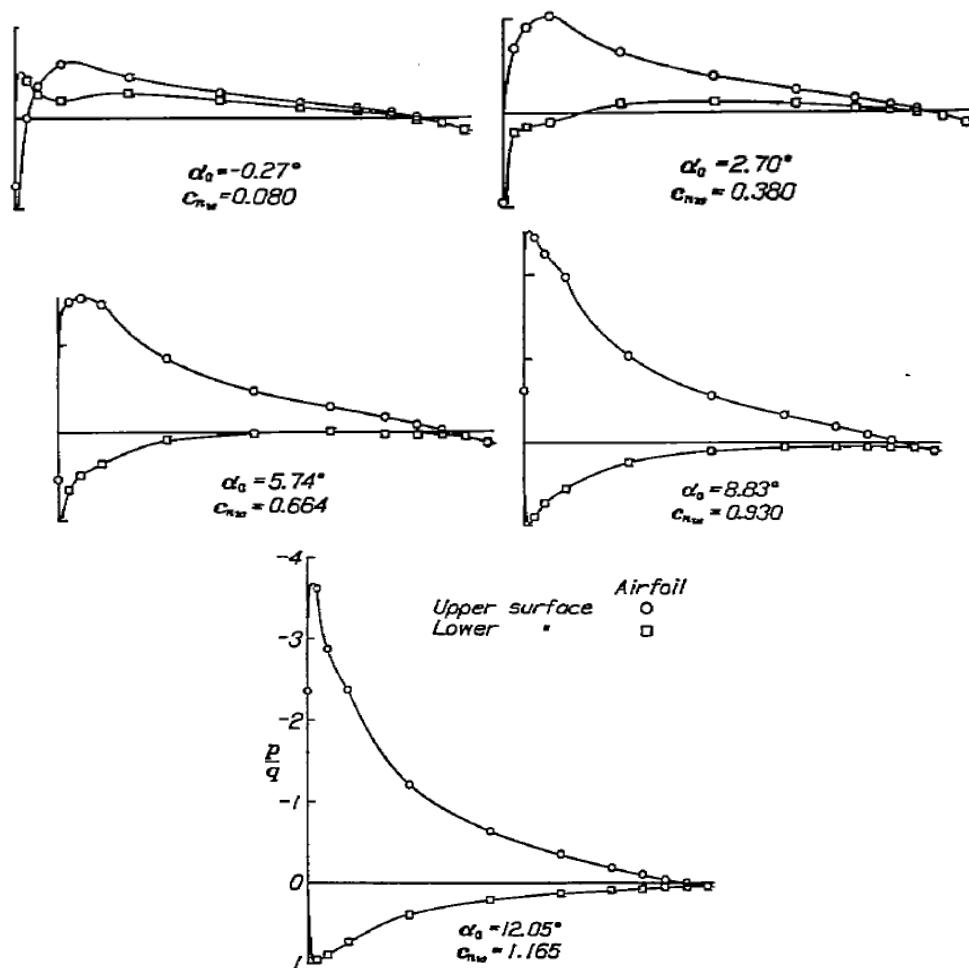
Ejemplo 2: perfil NACA 23012

Como en el ejemplo anterior, se trata de un perfil clásico, diseñado a fines de la década de 1930 pero aún muy empleado para un conjunto de aviones, de espesor relativo 12%, con línea media convencional, es decir simplemente convexa con su máxima combadura, 1.8%, bastante cerca del LE. Su coeficiente de sustentación de diseño es 0.3 (mínimo Cd).

Se presenta la distribución de presiones para alfa creciente, donde se detalla además el valor del coeficiente de fuerza normal.

Como antes, observe que el pico de succión, y en general la zona de succión de extradós, crece proporcionalmente al ángulo de ataque mientras que las sobrepresiones de intradós se mantienen relativamente acotadas.





Ejemplo 3: perfil NASA MS (1)-0317

Se trata de un perfil moderno, de espesor relativo 17%, con línea media de combadura trasera (rear camber). Su coeficiente de sustentación de diseño es 0.3 (mínimo Cd).

Observe la ausencia de un pico de succión pronunciado a un $C_l = 0.33$, cercano al de diseño, así como un acentuado pico con fuerte gradiente de presión adverso a un elevado $C_l = 1.6$

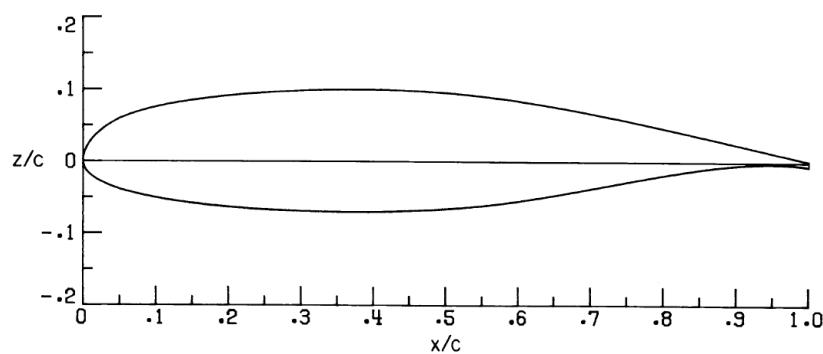


Figure 1.- Section shape for MS(1)-0317 airfoil.

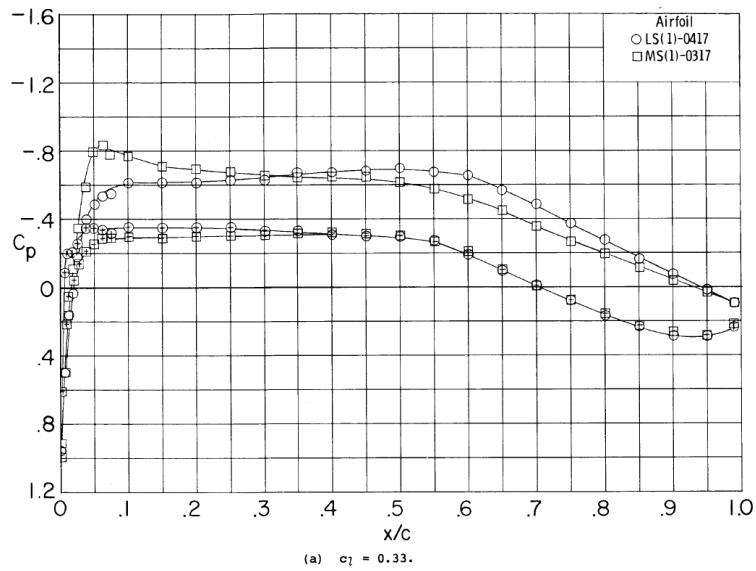
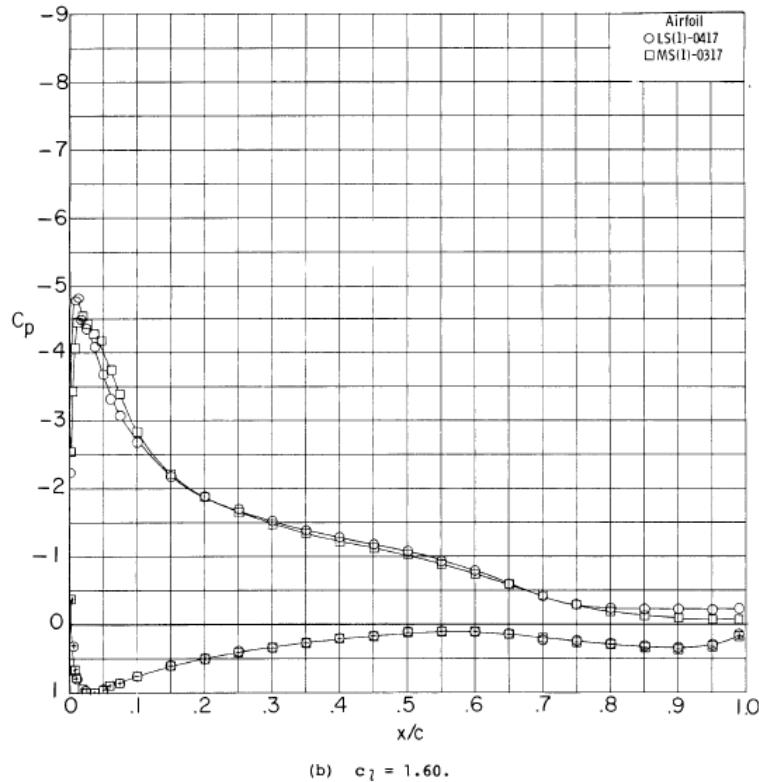


Figure 16.- Comparison of chordwise pressure distributions for LS(1)-0417 and MS(1)-0317 airfoils.
Roughness on; $M = 0.15$; $R = 4.0 \times 10^6$. (Symbols with + inside designate lower surface.)



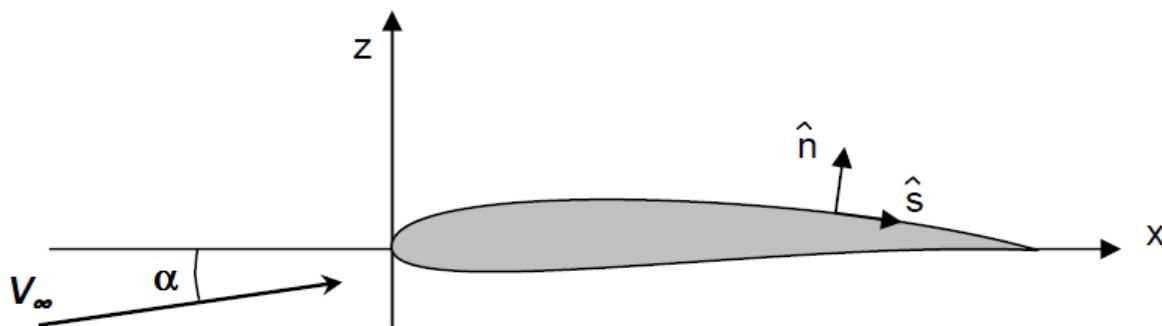
Influencia de la distribución de presiones sobre la capa límite

La capa límite se desarrolla hacia ambos lados del perfil a partir del punto de estancamiento (o de impacto).

Si s es la distancia sobre el perfil desde el punto de estancamiento y V_e es la velocidad local fuera de la capa límite, se define un número de Reynolds local: $Re_s = \frac{\rho_\infty V_e s}{\mu_\infty}$

El gradiente de presión $\frac{\partial p}{\partial s}$ a lo largo del flujo queda determinado por el flujo externo, gracias a la propiedad de toda capa límite de que el gradiente normal de presión es despreciable o nulo:

$$\frac{\partial p}{\partial n} \approx 0$$



Recordemos que para una superficie lisa y gradiente de presión nulo $\frac{\partial p}{\partial s} = 0$, se tendrá capa límite laminar si $Re < 500000$ aproximadamente. Si $Re > 500000$ aprox, la capa límite será mixta, laminar + turbulenta. La rugosidad superficial reduce el valor del Re de transición, pudiendo hacer que la capa límite sea prácticamente turbulenta en su totalidad.

Recordemos también que una capa límite laminar produce menores tensiones de fricción, por lo tanto menor fuerza de resistencia de fricción pero posee mayor facilidad para la separación de flujo. En cambio, una capa límite turbulenta se caracteriza por exactamente lo contrario: produce mayor resistencia de fricción pero posee mayor fortaleza para la separación de flujo. Aumentar la turbulencia permite eventualmente posponer la separación de flujo.

¿Cómo influye el gradiente de presiones?:

Un gradiente de presión favorable $\frac{\partial p}{\partial s} < 0$ garantiza la ausencia de separación de flujo y favorece la permanencia de la capa límite laminar. En éste caso la capa límite puede continuar laminar hasta Re local mayores a 500000.

En cambio, un gradiente de presión desfavorable (o adverso) $\frac{\partial p}{\partial s} > 0$ es condición necesaria para la separación de flujo y además facilita la transición a flujo turbulento. La capa límite se hace turbulenta a un Re local menor a 500000.

Un criterio aproximado de transición está dado por el punto de mínima presión (o pico de succión), que es donde comienza el gradiente de presión adverso. En ese punto, o muy poco más allá del mismo, la capa límite se hace turbulenta. Esto significa que la capa límite laminar, si existe, no sobrevive mucho más allá del pico de succión.

Los perfiles denominados "laminares" están diseñados para poseer una zona extensa de gradiente favorable de presión en el extradós y un pico de succión bajo. Esto permite la supervivencia de una capa límite laminar relativamente extensa. Evidentemente, esta condición se logra en un cierto rango de alfa y de C_l de diseño.

Importancia conceptual del radio de borde de ataque

La forma redondeada del borde ataque, con una forma del mismo que no sea afilada, es una característica geométrica esencial en todo perfil aerodinámico destinado al vuelo en régimen incompresible o subsónico, a los efectos de poseer una relación de fineza elevada. Veamos el origen físico de ésta característica, efectuando la comparación entre:

- un perfil muy delgado, sin combadura, con un borde de ataque redondeado
- una placa plana delgada, con un radio de borde de ataque nulo (agudo) o muy bajo, ambos con ángulo de ataque.

La única diferencia geométrica entre ambas geometrías es el engrosamiento de la zona de LE del perfil a fin de darle un borde redondeado.

En el caso del perfil, la geometría redondeada del LE produce un pico de succión sin que se produzca separación de flujo, a menos que el ángulo de ataque sea alto, el pico de succión crezca demasiado y, en consecuencia, el gradiente de presión adverso subsiguiente sea excesivo.

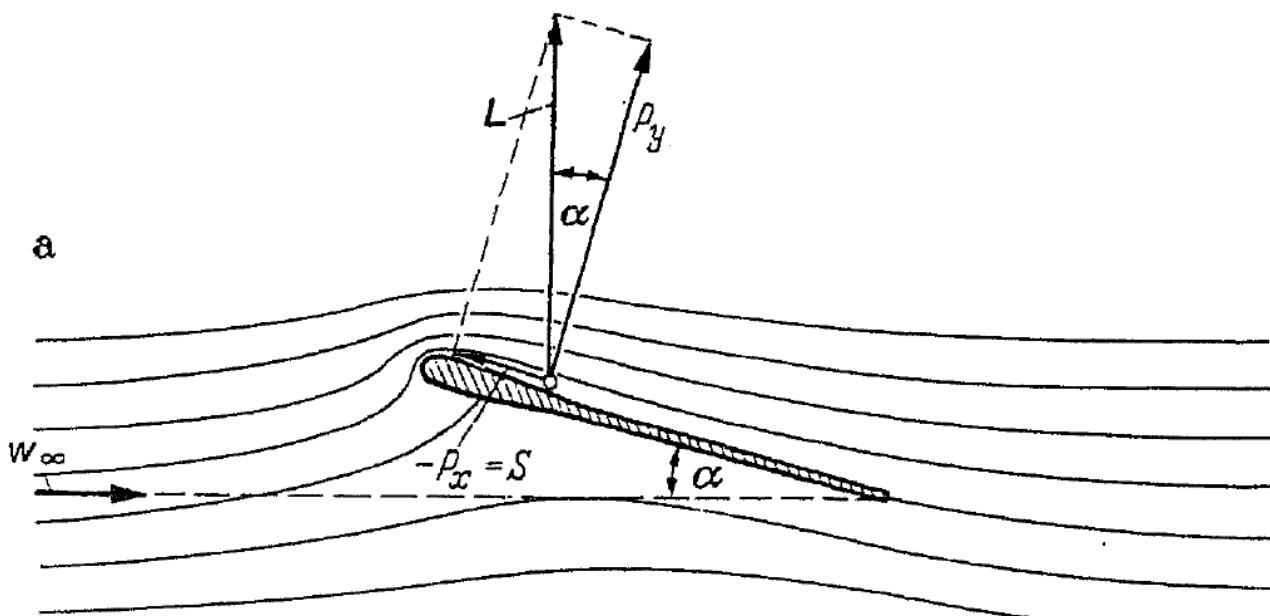
La presencia de esta succión importante en el LE, a pesar del bajo espesor, hace que exista una fuerza axial hacia adelante (negativa en ejes cuerpo de Aerodinámica) significativa.

Este efecto es producir que la resultante aerodinámica \vec{R} , en lugar de ser cercana a la normal al perfil, sea cercana a la normal a la corriente libre: aproximadamente $\vec{R} \perp \vec{V}_\infty$.

Esto significa que la resultante aerodinámica es mayoritariamente sustentación, con una muy baja componente de resistencia.

La "fuerza de succión de borde de ataque" se denomina F_S o S , y es la causa de que la fuerza axial de un perfil aerodinámico sea negativa en un amplio rango de ángulo de ataque.

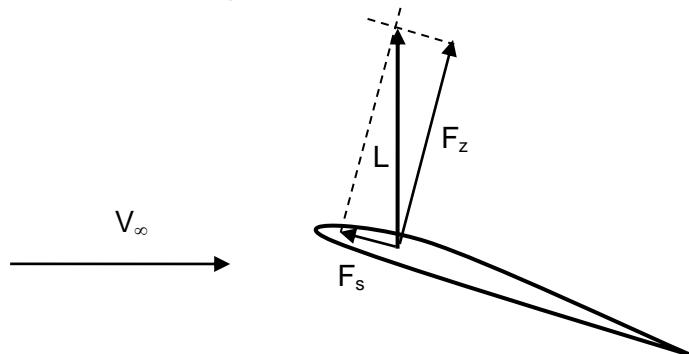
La reducida resistencia generada se explica debido a que se compone esencialmente de fricción, siendo bajísima o despreciable la resistencia de presión, gracias a la ausencia de separación de flujo y a la existencia de la fuerza de succión.



Mejorando la distribución de espesores en toda la cuerda, es decir adoptando ya una forma plena de perfil aerodinámico, se favorece la permanencia del flujo adherido y de la fuerza de succión de LE a mayores ángulos de ataque.

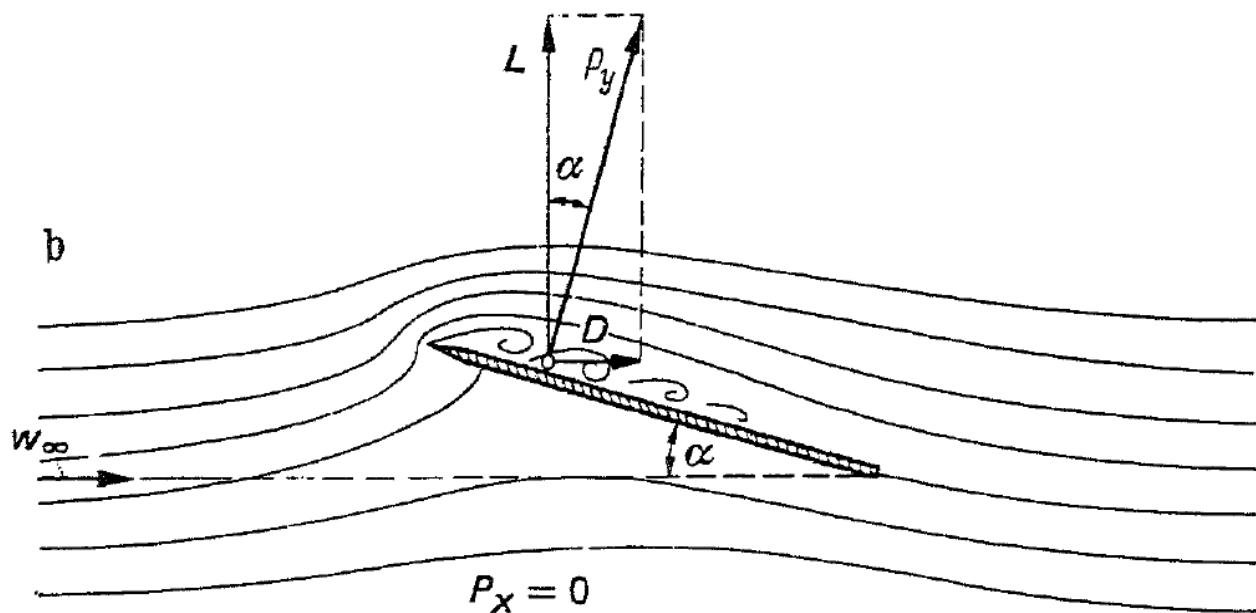
En el caso de flujo ideal no viscoso (sin tensiones de fricción), la explicación teórica de que la resistencia aerodinámica sea nula en flujo bidimensional (denominado Paradoja de D'Alembert) se basa en la existencia de la elevada succión en la zona de borde de ataque.

La composición de la fuerza normal con una fuerza de succión de borde de ataque (axial), conducen a una fuerza resultante total que es exclusivamente de sustentación, como se muestra:



En el caso de la placa plana, aún con un ángulo de ataque muy bajo, cercano a cero, se produce desprendimiento de flujo en la zona de borde ataque, haciendo que no exista pico de succión. La inexistencia de la fuerza de succión de borde de ataque, sumado a que la fuerza axial de fricción es reducida, tiene como consecuencia que la resultante aerodinámica total es prácticamente normal a la placa, de manera que existe una importante componente de resistencia.

Esta resistencia comparativamente elevada es debida predominantemente a presión, a causa de la mayor o menor extensión de la zona de separación de flujo, y posee sólo una parte minoritaria debida a la fricción.



$$D = F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha \approx F_x + L \alpha$$

$$D \approx (F_x)_{pres} + (F_x)_{fric} + (F_z)_{pres} \alpha$$

Los dos últimos términos son siempre positivos y aportan a la resistencia aerodinámica (al ser L lineal con alfa, se entiende el comportamiento cuadrático de D con alfa).

El primer término, compuesto mayoritariamente por la fuerza de succión de borde de ataque, es de signo negativo y es contribuyente a que un perfil aerodinámico posea elevada fineza.

Cuando el flujo se desprende en la zona de borde de ataque, esta fuerza de succión prácticamente desaparece y la resistencia aumenta, con la consiguiente reducción de fineza.

A continuación se muestran resultados experimentales comparativos entre un perfil simétrico delgado y una placa plana de borde agudo, a número de Reynolds 400000, tomado de la ref. "Aerodynamics of the Airplane", de Schlichting & Truckenbrodt.

Por un lado se presentan las curvas polares $CL-CD$ y por otro, las curvas de inversa de la fineza (denominada "ángulo de planeo"). El segundo gráfico es un posprocesado del primero.

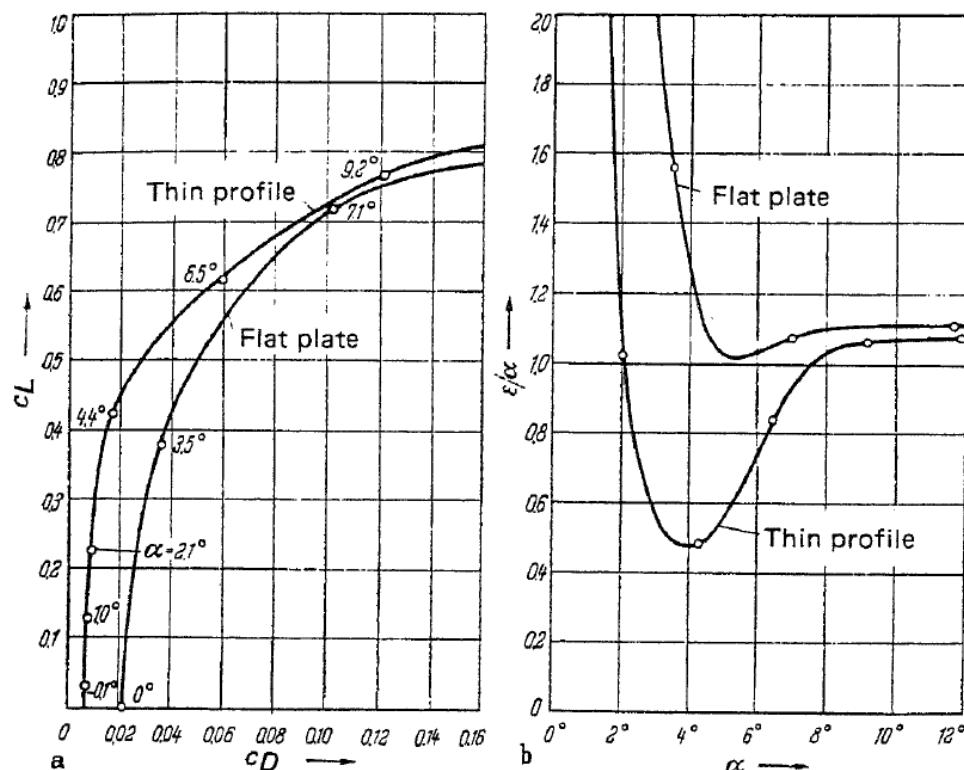
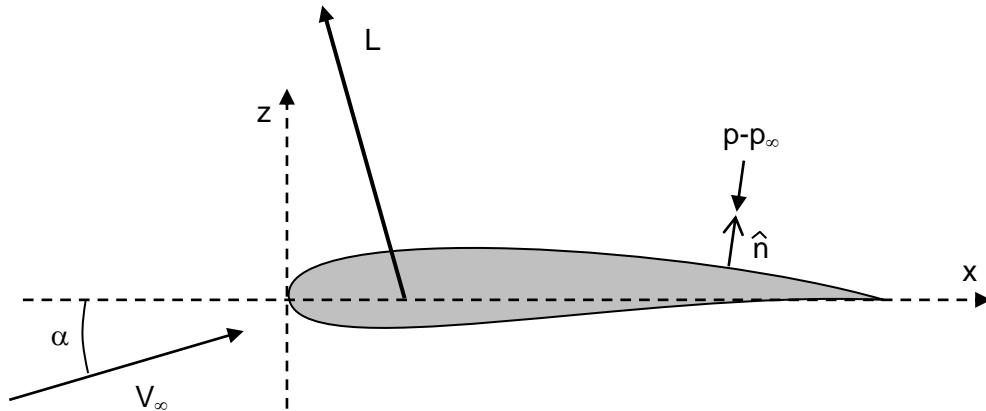


Figure 2-13 Aerodynamic coefficients of a sharp-edged flat plate and a thin symmetric profile for $Re = 4 \cdot 10^5$, $\Delta = \infty$, from Prandtl and Wieselsberger [47]. (a) Polar curves, c_L vs. c_D . (b) Glide angle, $\epsilon = c_D/c_L$.

Aspectos matemáticos de la teoría de aerodinámica de perfiles

Teorema de Kutta-Joukowsky

El modelo fundamental de análisis de perfiles es el de flujo potencial: flujo irrotacional sin fricción. En flujo incompresible bidimensional, el perfil en flujo sin fricción no genera resistencia aerodinámica, sólo genera sustentación, perpendicular a la velocidad de la corriente libre.



El análisis de la sustentación puede plantearse como integración de la distribución de presiones sobre el perfil:

$$\frac{L}{b} = L' = \oint_{\text{perfil}} -(p - p_{\infty}) \hat{n} \bullet \hat{t} \, ds$$

Con: $\hat{t} = -\sin \alpha \, \hat{i} + \cos \alpha \, \hat{j}$

Es posible por otro lado vincular la sustentación al campo de velocidades del flujo que rodea al perfil con lo que se conoce como **Teorema de Kutta-Joukowsky**:

$$\frac{L}{b} = \rho V_{\infty} \Gamma$$

Donde Γ es la circulación: integral de línea del campo de velocidades sobre una curva cerrada cualquiera que rodee al perfil:

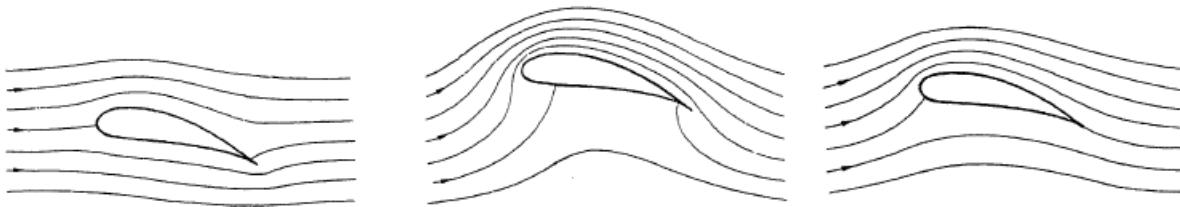
$$\Gamma = \oint_C \vec{V} \bullet d\vec{l}$$

Este resultado es lo que fundamenta el empleo de singularidades del tipo vórtice irrotacional para modelar matemáticamente el flujo potencial alrededor de perfiles aerodinámicos.

Condición de Kutta

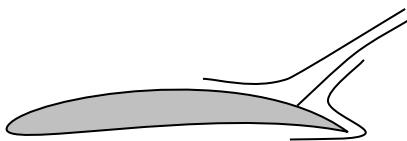
Otro aspecto matemático importante de la teoría de flujo potencial es la denominada **Condición de Kutta**.

En flujo potencial, la corriente fluida admite velocidades infinitas y flujo continuo alrededor de aristas agudas. Esta situación puede darse alrededor del borde de fuga (TE) de los perfiles.

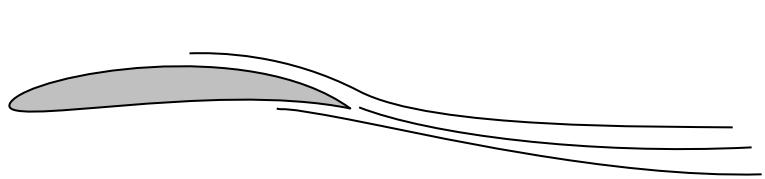


En flujo real estas características: velocidades infinitas y flujo no separado alrededor de aristas agudas (como en las dos situaciones de la izquierda) no existen, de manera que debe imponerse una condición en el flujo potencial estacionario para que reproduzca el tipo de flujo real sin separación alrededor del borde de fuga. Esta es la condición de Kutta y se impone de muy diversas maneras, por ejemplo:

- La velocidad es nula en el borde de fuga, o sea TE es un punto de estancamiento.
- La velocidad finita en el borde de fuga.
- La diferencia de presiones entre extradós e intradós en el TE es nula.
- La diferencia de magnitud de velocidad del flujo entre extradós e intradós en el TE es nula.
- El punto de borde de fuga es origen de partida de una línea de corriente.



Situación irreal a evitar



Situación del flujo a modelar

¿Cuál es la relación entre el teorema de Kutta-Joukowsky y la condición de Kutta?. Puede resumirse de la siguiente forma:

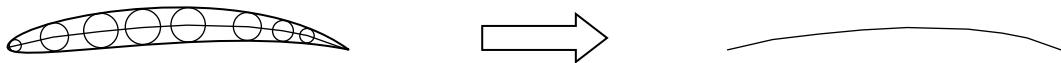
El teorema de K-J establece la relación entre L y Γ pero no el valor de alguno de ellos. La condición de Kutta, es decir la condición de que el flujo potencial modele un flujo suave en el TE, es la que fija el valor correcto de la circulación Γ para la condición de análisis que se está considerando. Es decir, se impone el valor de Γ que hace cumplir la condición de Kutta y con dicho valor se obtiene el valor correcto de la sustentación generada.

Teoría de perfiles delgados

El perfil se modela como un perfil esqueleto con la forma de la línea media y con espesor despreciable. Del punto de vista formal, se modela como una superficie de vórtices que permiten generar una discontinuidad de velocidad entre extradós e intradós: puede entenderse como una sucesión de gran cantidad de vórtices de pequeña intensidad.

A pesar del grado de idealización del perfil, esta teoría posee aún un alto valor formativo y práctico pues aproxima razonablemente el comportamiento aerodinámico y cuáles son sus influencias en la zona de comportamiento lineal, en ausencia de separación de flujo. Esto corresponde a una zona de utilización normal del perfil.

Más adelante se verán métodos más detallados de análisis que contemplan los efectos viscosos.



La distribución de intensidad de vórtices está dada por: $\gamma = \frac{d\Gamma}{dx}$

La circulación total está dada por: $\Gamma = \int_0^c \gamma dx$

La sustentación por unidad de longitud está dada por:

$$\frac{L}{b} = \rho V_\infty \Gamma = \int_0^c \Delta p dx$$

Comparando las dos fórmulas anteriores se llega a vincular la distribución de vórtices a la distribución de diferencia de presiones, denominada distribución de carga:

$$\Delta p = \rho V_\infty \gamma$$

En términos de coeficiente de presiones $C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}$: $\Delta C_p = 2 \frac{\gamma}{V_\infty}$

La condición de Kutta puede imponerse entonces como: $\gamma_{TE} = 0$

Desarrollando la teoría [ver bibliografía de la materia] se llega a una ecuación integral que vincula γ con la geometría de la línea media $z(x)$ habiendo introducido el cambio de variables:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\gamma \sin \theta}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' = V_\infty \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right)$$

$$\frac{x}{c} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

La solución es planteada como serie trigonométrica:

$$\Delta C_p = 2 \frac{\gamma}{V_\infty} = 4 \left(A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right)$$

Los coeficientes resultan:

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} d\theta = \alpha - A_0'$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos n\theta d\theta$$

Integrando la distribución de carga ΔC_p se llega a los coeficientes de sustentación y de momento:

$$C_l = 2\pi A_0 + \pi A_1 = 2\pi \left(\alpha - A_0' + \frac{1}{2} A_1 \right)$$

$$C_{mLE} = -\frac{\pi}{2} \left(A_0 + A_1 - \frac{1}{2} A_2 \right) = -\frac{1}{4} C_l - \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2)$$

De dónde se obtiene que:

$$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 2 \pi \quad \alpha_{l0} = A_0 - \frac{1}{2} A_1 \quad \frac{x_{ca}}{c} = \frac{1}{4} = 25\% \quad C_{mca} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1)$$

Observe entonces que de acuerdo a ésta teoría:

- La pendiente de sustentación y la posición del c.a. son independientes de la línea media.
- El ángulo de sustentación nula y el coeficiente de momento respecto c.a. son fuertemente dependientes de la línea media.

Volvamos a la distribución de carga sobre el perfil escrita como:

$$\Delta C_p = 2 \frac{\gamma}{V_\infty} = 4 \left((\alpha - A_0) \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right)$$

Obsérvese que en el borde de ataque $\theta = 0$ la diferencia de presiones tiende a infinito para cualquier ángulo de ataque excepto un valor dado por: $\alpha = A_0$

Este valor de α que no genera discontinuidad en el borde de ataque se denomina ángulo de ataque de diseño de la línea media (también llamado α_{SLEF} : Smooth Leading Edge Flow):

$$\alpha_d = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} d\theta$$

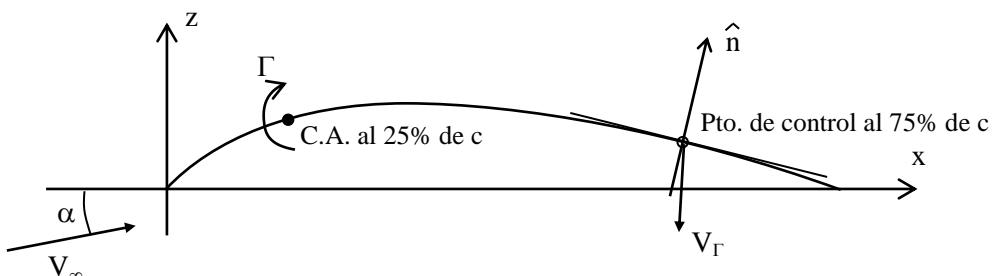
El coeficiente de sustentación que corresponde a éste ángulo teórico es aproximadamente el correspondiente a mínimo C_d en el comportamiento en flujo real.

Modelo de Weissinger o del punto al 75%

La aproximación de Weissinger para el análisis de un perfil delgado (o método del punto al 75% de la cuerda) establece que un único vórtice concentrado al 25% de la cuerda y con su intensidad ajustada a fin de que la condición de contorno de velocidad normal nula se cumpla en el punto del 75% de la cuerda, predice el valor correcto del coeficiente de sustentación del perfil.

Este modelo es válido mientras no existan discontinuidades en la forma de la línea media. Se trata de un método sin fundamentos teóricos formales, sin embargo es la base para los modelos de ala finita que se verán más adelante.

A modo de ejemplo podemos verificar el modelo de Weissinger para el caso de la placa combada parabólica.



Según éste modelo el ángulo de ataque de sustentación nula estará dado por la pendiente de la línea media al 75% de la cuerda.

Caso de ejemplo: línea media parabólica

$$\frac{z_m}{c} = 4 \frac{f}{c} \frac{x}{c} \left(1 - \frac{x}{c}\right) \quad \frac{d\left(\frac{z_m}{c}\right)}{d\left(\frac{x}{c}\right)} = \frac{dz_m}{dx} = 4 \frac{f}{c} \left(1 - 2 \frac{x}{c}\right) = 4 \frac{f}{c} \cos \theta$$

$$A_0' = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi 4 \frac{f}{c} \cos \theta d\theta = -\frac{1}{\pi} 4 \frac{f}{c} \sin \theta \Big|_0^\pi = 0$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos \theta d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi 4 \frac{f}{c} \cos^2 \theta d\theta = \frac{8}{\pi} \frac{f}{c} \left[\frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta \right]_0^\pi = 4 \frac{f}{c}$$

$$A_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dz}{dx} \cos 2\theta d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi 4 \frac{f}{c} \cos \theta \cos 2\theta d\theta = \frac{8}{\pi} \frac{f}{c} \left[\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{1}{6} \sin 3\theta \right]_0^\pi = 0$$

$$\alpha_{l0} = A_0' - \frac{1}{2} A_1 = -2 \frac{f}{c} \quad C_l = 2\pi \left(\alpha + 2 \frac{f}{c} \right)$$

$$C_{mca} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1) = -\pi \frac{f}{c}$$

Se puede mostrar que: $A_n = 0 \quad \forall n \geq 2$

$$\begin{aligned} \Delta C_p &= 2 \frac{\gamma}{V_\infty} = 4 \left(A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + A_1 \sin \theta \right) \\ &= 4 \left(\alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + 4 \frac{f}{c} \sin \theta \right) \end{aligned}$$

$$\alpha_d = \alpha_{SLEF} = 0$$

Aplicación de la teoría de perfil delgado a los efectos de la deflexión de una superficie de comando de borde de fuga:

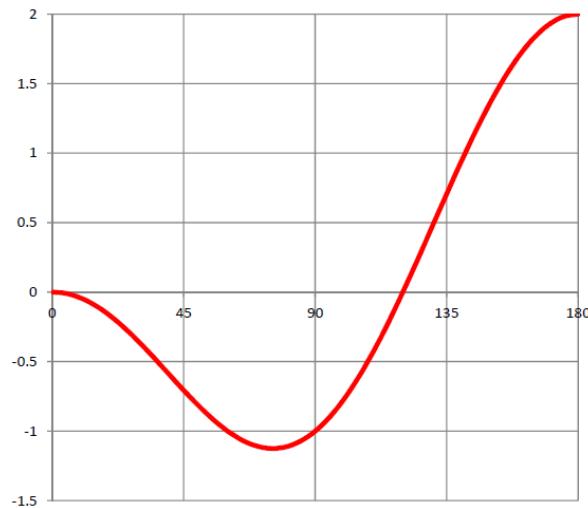
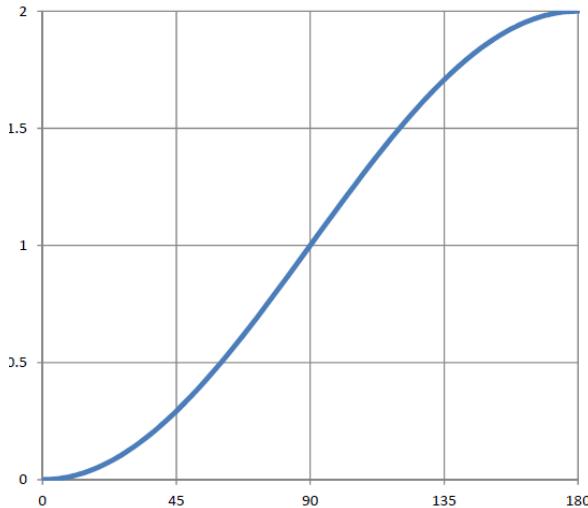
Un concepto relevante que surge de la teoría de perfiles delgados, mientras estemos alejados de la separación de flujo, es que la dependencia del momento de cabeceo y del ángulo de sustentación nula con cambios de pendiente de la línea media es mucho más importante con cambios de pendiente en la zona trasera del perfil que en la zona de borde de ataque.

Esto se observa en las expresiones teóricas, en las que aparecen coeficientes de peso de los cosenos:

$$\alpha_{l0} = A_0 - \frac{1}{2} A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} (1 - \cos \theta) d\theta$$

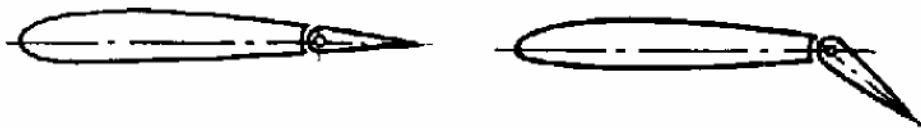
$$C_{m0} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} (\cos 2\theta - \cos \theta) d\theta$$

Estos coeficientes de peso respectivamente tienen el siguiente grafico a lo largo de la cuerda, en función de la variable angular:



Observe que todo cambio de pendiente de línea media posee una mayor influencia si se produce en la zona de borde de fuga del perfil.

Consideremos entonces un perfil que tenga un comando de borde de fuga, como sería el caso de un timón de profundidad o dirección o un flap de tipo "plain":



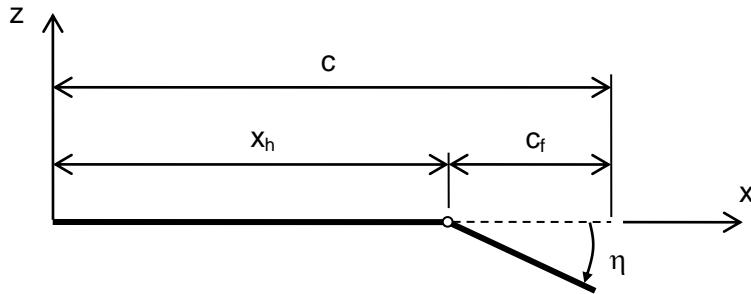
El perfil sin deflexión posee una línea media de base. Cuando se da una deflexión, se produce un cambio de línea media:

$$z_m = (z_m)_{base} + \Delta z_m$$

Existe un pivote, denominado "eje de charnela" a partir del cual se tiene el comando, de dimensión c_f , denominado "cuerda del comando". Esta cuerda normalmente está entre el 20% y 30% de la cuerda, dependiendo de la aplicación. El cambio de línea media es muy simple:

$$x < x_h : \Delta \frac{dz_m}{dx} = 0$$

$$x > x_h : \Delta \frac{dz_m}{dx} = -\tan \eta \approx -\eta \quad (\text{para ángulos bajos de deflexión})$$



Las fórmulas de la teoría de perfil delgado involucran integrales de $\frac{dz_m}{dx}$, de manera que las mismas pueden descomponerse en el término correspondiente al perfil base $\frac{dz_m}{dx}$, sin deflexión, y el término correspondiente a la deflexión $\Delta \frac{dz_m}{dx}$.

Introduciendo $\Delta \frac{dz_m}{dx}$ en las fórmulas vistas de los coeficientes A_0 , A_1 y A_2 , se llega a las siguientes expresiones de ΔC_l y ΔC_{mca} :

$$\begin{aligned}\Delta C_l &= 2(\pi - \theta_h + \sin \theta_h) \eta \\ \Delta C_{mca} &= -\frac{1}{2}(1 - \cos \theta_h) \sin \theta_h \eta\end{aligned}$$

Siendo θ_h la variable angular del cambio de variables de la teoría, correspondiente al punto de charnela:

$$\frac{1 - \cos \theta_h}{2} = \frac{x_h}{c} = 1 - \frac{c_f}{c} \quad \text{de donde:} \quad \cos \theta_h = 2 \frac{c_f}{c} - 1$$

Sabiendo que en teoría la pendiente de sustentación es 2π pero en la práctica puede diferir algo de dicho valor, la fórmula de ΔC_l se mejora permitiendo la posibilidad de introducir la pendiente que corresponda, si se la conoce:

$$\Delta C_l = C_{l\alpha} \frac{1}{\pi} (\pi - \theta_h + \sin \theta_h) \eta$$

Otra forma de escribir las mismas fórmulas es la siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta C_l &= \frac{\partial C_l}{\partial \eta} \eta \\ \Delta C_{mca} &= \frac{\partial C_{mca}}{\partial \eta} \eta\end{aligned}$$

$$\text{Con: } \frac{\partial C_{mca}}{\partial \eta} = -\frac{1}{2}(1 - \cos \theta_h) \sin \theta_h$$

$$\frac{\partial C_l}{\partial \eta} = C_{l\alpha} \frac{1}{\pi} (\pi - \theta_h + \sin \theta_h)$$

Una forma alternativa es:

$$\Delta C_l = -C_{l\alpha} \frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} \eta$$

Con:

$$\frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} = -\frac{1}{\pi} (\pi - \theta_h + \sin \theta_h)$$

Para el perfil completo se puede escribir entonces:

$$\begin{aligned} C_l(\alpha, \eta) &= C_{l\alpha} \left(\alpha - \alpha_{l0}^{base} \right) + \frac{\partial C_l}{\partial \eta} \eta \\ &= C_{l\alpha} \left(\alpha - \alpha_{l0}^{base} - \frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} \eta \right) \end{aligned}$$

$$C_{mca}(\eta) = C_{mca}^{base} + \frac{\partial C_{mca}}{\partial \eta} \eta$$

Los valores denominados “base” son los correspondientes al perfil sin deflexión.

Recuerde que la deflexión del comando no modifica ni la pendiente de sustentación ni la posición del centro aerodinámico.

Las fórmulas previas de ΔC_l y ΔC_{mca} se corrigen con ciertos factores empíricos a fin de que se ajusten mejor a la realidad. Esto será visto más adelante, en el capítulo de dispositivos hipersustentadores.

Familia NACA de perfiles

NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) fue la organización predecesora de la actual NASA (National Air & Space Administration), hasta la formación de ésta última en 1958. En el nuevo nombre de la institución se incorporó la actividad espacial que había comenzado ya desde fines de la década del 40. NACA fué la organización federal de USA que lideró y concentró la investigación y el desarrollo en aeronáutica, desde su creación durante la 1^a Guerra Mundial.

Los perfiles NACA, a pesar de tratarse de perfiles diseñados y desarrollados entre 1930 y 1950, poseen actualidad por dos motivos:

- Son extensamente empleados en aeronaves actuales, ya sea en su forma original, ya sea como base de perfiles modificados.
- Poseen características aerodinámicas probadas y respaldadas con gran cantidad de información experimental de carácter público.

Constituyen el único conjunto de perfiles cuyas geometrías y características fueron organizadas y sistematizadas bajo la forma de familias. La tabla siguiente ilustra la actualidad de su empleo:

Avión	Tipo	Perfil raíz - puntera
Cessna 206 Skylane	Aviación General: utilitario	2412 - 0012
PZL Kruk	Agrícola	2415
Cessna 172 , 182	Aviación General	2412 , luego 2412 mod
Cessna Caravan	Aviación General: utilitario	23017 - 23012
Cessna Citation I al V	Jet ejecutivo	23014 - 23012
Embraer Tucano	Entrenador turbohélice	63 A415 - 63 A212
De Havilland Canada Dash 7	Transporte comercial, cat. Commuter	63 A418 - 63 A415
Lockheed C-130 Hercules	Carguero	64 A318 - 64 A412
Aeritalia (Fiat) G222 o C-27	Carguero	64 A315
familia Learjet	Jet ejecutivo	64A109 mod
Pilatus PC-7 Turbo-Trainer	Entrenador turbohélice	64A415 - 64A612
Aermacchi 339	Entrenador jet	64 A114 - 64 A212
General Dynamics F-16	Combate	64A204

Nota: En las fórmulas siguientes, todas las dimensiones geométricas, tales como abscisas, ordenadas, espesor, radio, combadura, etc. , están expresadas como fracción de la cuerda, a menos que se especifique lo contrario.

Perfiles NACA de 4 cifras

Se trató de la primera familia de perfiles, desarrollada a principios de la década del 30.

Distribución de espesores:

La distribución de espesor se obtuvo aproximando la correspondiente de unos perfiles de buenas características y populares en esa época, como el famoso Clark Y (desarrollado empíricamente en la U.S. Navy a principios de los años 20) y el Gottingen 398 (desarrollado en la Universidad de Gottingen, Alemania, también en los años 20).

La geometría de la distribución de espesor está dada por :

$$z_t = \pm \frac{t}{0.2} \left(0.2969 \sqrt{x} - 0.126 x - 0.3516 x^2 + 0.2843 x^3 - 0.1015 x^4 \right)$$

El espesor máximo t está ubicado aproximadamente al 30% de la cuerda.

El radio de borde de ataque en fracción de cuerda está dado por: $r_{LE} = 1.1019 t^2$

Línea media:

La línea media es muy simple y se compone de dos parábolas de 2º grado que empalman en el punto de máxima combadura f , en la abscisa p . Los parámetros que determinan una línea media de esta familia son directamente los valores de la combadura máxima y su abscisa.

$$z_m = \frac{f}{p^2} (2 - p - x - x^2) \quad 0 \leq x \leq p$$

$$z_m = \frac{f}{(1-p)^2} (1 - 2p + 2 - p - x - x^2) \quad p \leq x \leq 1$$

Nomenclatura:

Dígito	Descripción
1º	combadura, en porcentaje de cuerda
2º	posición en x de la combadura, en décimos de cuerda
3º y 4º	espesor, en porcentaje de cuerda

Ejemplo:

NACA 2415: perfil de combadura máxima 2% al 40% y espesores relativos 15%.

Perfiles NACA de 5 cifras

Desarrollada a fines de la década del 30, esta familia emplea la misma distribución de espesores que los perfiles de 4 cifras.

Línea media:

Está determinada por una variable aerodinámica pues, a pesar de que la línea media está dada por funciones analíticas simples, a diferencia de la familia anterior, no se especifica un valor explícito de la combadura sino del coeficiente de sustentación C_l de diseño: éste valor determina un valor de la combadura y no al revés.

Otra característica es que la máxima combadura se encuentra bastante más cerca del borde de ataque.

Se compone de dos tramos. El primer tramo se adoptó como un polinomio de 3º grado pues permite mayor suavidad para posiciones adelantadas de la combadura máxima. El último como una recta.

$$z_m = \frac{1}{6} k_1 \left[x^3 - 3m x^2 + m^2 (3-m) x \right] \quad 0 \leq x \leq m$$

$$z_m = \frac{1}{6} k_1 m^3 (1-x) \quad m \leq x \leq 1$$

El factor k_1 fue calculado a fin de obtener un coeficiente de sustentación de diseño $(Cl)_d = 0.3$ de referencia. La geometría de una línea media para un valor diferente de $(Cl)_i$ se obtiene por simple proporcionalidad mediante el factor $(Cl)_i / 0.3$

Línea media	Posición p de la máxima combadura	Abscisa de empalme m	Valor de k_1 para $(Cl)_d = 0.3$
210	0.05	0.0580	361.400
220	0.10	0.1260	51.640
230	0.15	0.2025	15.957
240	0.20	0.2900	6.643
250	0.25	0.3910	3.230

Nomenclatura :

Dígito	Descripción
1º	20/3 del C_l de diseño de la línea media (proporcional a la combadura)
2º y 3º	duplo de la posición en x de la combadura, en % de cuerda
4º y 5º	espesor, en porcentaje de cuerda

Ejemplo:

NACA 23012: perfil con C_l de diseño 0.3, combadura máxima al 15% y espesor relativo 12%.

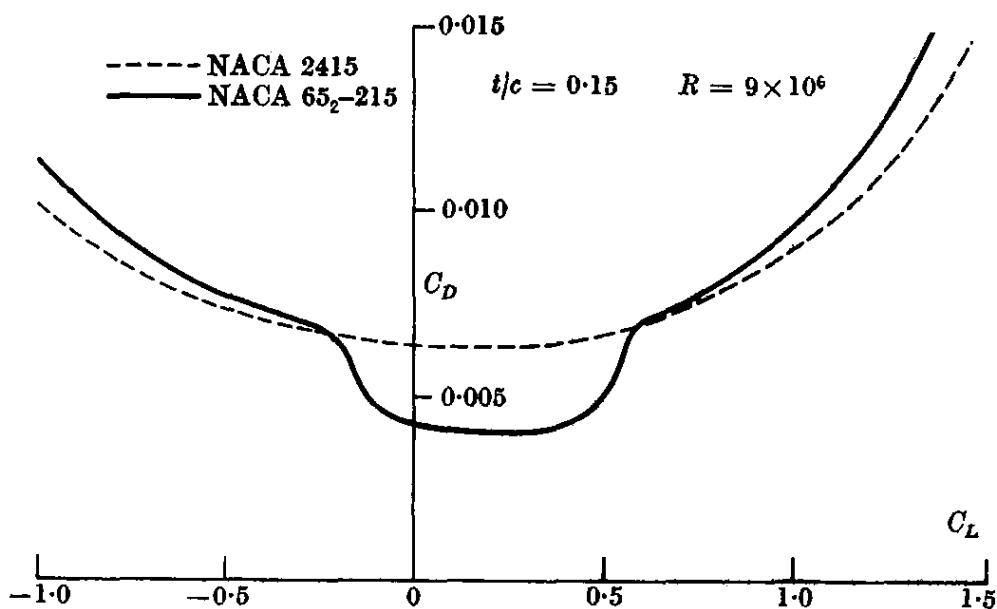
Perfiles NACA de la serie 6

Desarrollada durante la Segunda Guerra Mundial, la geometría de ésta familia, tanto línea media como distribución de espesores, fue desarrollada enteramente bajo criterios aerodinámicos, y no geométricos.

Estos perfiles se conocen como “**profiles laminares**” pues fueron desarrollados a fin de lograr que en cierto rango de α , denominado zona de diseño, tengan muy bajos picos de succión, con una distribución de presiones quasi - meseta en el extradós, con gradientes de presión favorables en gran parte de la cuerda.

Esto favorece la supervivencia de la capa límite laminar, asumiendo que la terminación superficial del perfil sea perfectamente lisa y suave.

A causa de lo expuesto, estos perfiles se caracterizan en que la polar de resistencia: C_d función de α o C_l posee una zona de meseta invertida con un valor muy bajo de C_d , conocida como “bolsa laminar” o “bolsa de baja resistencia” (laminar bucket o low drag bucket).

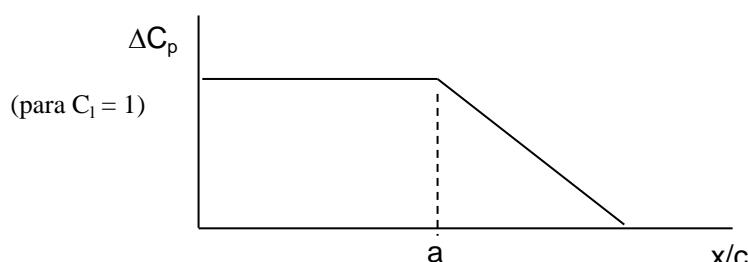


Es importante remarcar que esta característica de baja resistencia se dará siempre y cuando se cumpla con la condición de terminación superficial perfectamente suave y lisa, y que el perfil trabaje dentro de la zona de diseño, la mencionada “bolsa laminar”.

Por fuera de dicha zona, las características de estos perfiles se degradan muy fuertemente, poseyendo menos fineza que perfiles convencionales como los de 4 y 5 cifras.

Línea media:

La línea media es definida a través de una distribución de carga de la forma siguiente, para un valor unitario del coeficiente de sustentación de diseño: $(C_l)_d = 1$.



Una línea media determinada queda especificada con el valor de la abscisa a y con el valor del coeficiente de sustentación de diseño. Si este último no es unitario, las ordenadas de la línea media deben ser multiplicadas por un factor igual al C_l de diseño deseado.

Las geometrías están especificadas por fórmulas analíticas complicadas de manera que usualmente se trabaja con tablas.

Distribución de espesores:

Las distribuciones de espesor fueron desarrolladas a través de experimentación en túnel de viento. Su geometría no está dada por fórmulas analíticas sino mediante tablas de coordenadas de la NACA.

El criterio de diseño de los perfiles simétricos que dan origen a la distribución de espesor fue el de no poseer picos de succión pronunciado sino una distribución más bien uniforme. Esto limita los valores del gradiente de presión adverso en extradós y permite la existencia, bajo la condición de terminación superficial lisa, de una capa límite laminar hasta porcentajes avanzados de la cuerda, entre 40 a 60%, dando origen a la característica de "low drag bucket".

La distribución de presiones relativamente uniforme los hizo convenientes como perfiles para alta velocidad, denominados "roof top", como se verá oportunamente.

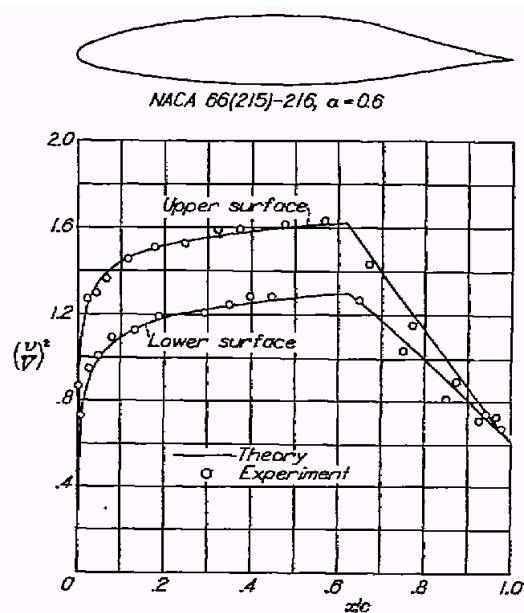
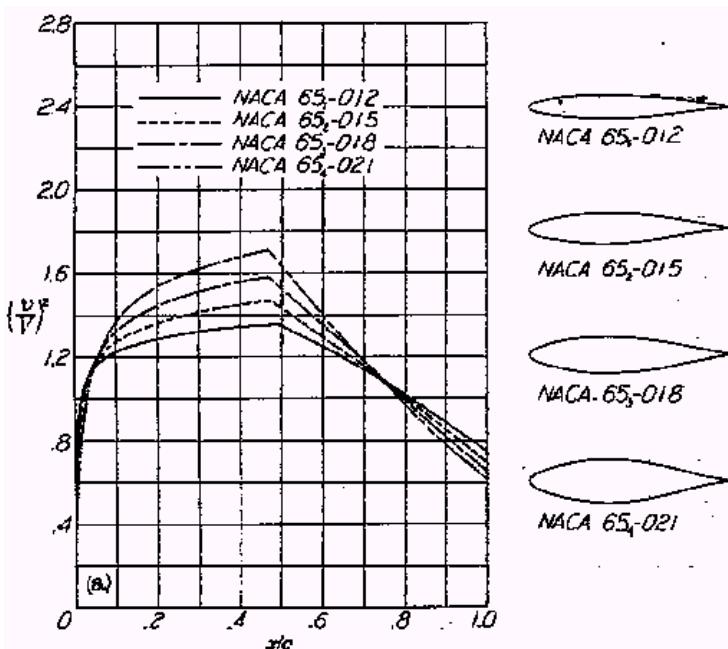


FIGURE 7.—Comparison of theoretical and experimental pressure distributions for the NACA 66(215)-216, $\alpha = 0.6$ airfoil. $c_l = 0.23$.

Los gráficos emplean una notación de NACA basada en la ecuación de Bernoulli (flujo

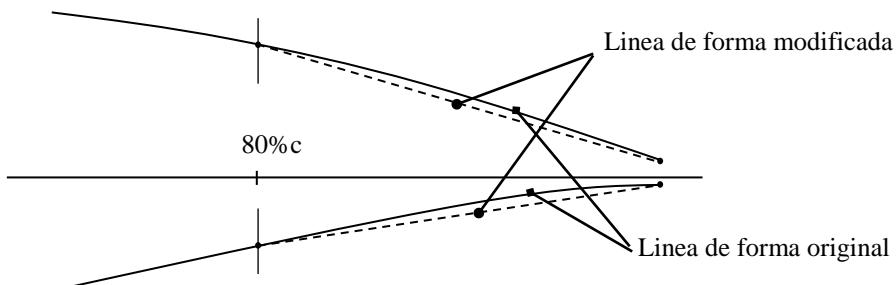
incompresible): $\left(\frac{v}{V}\right)^2 = 1 - C_p$ donde v es la velocidad sobre el perfil en flujo potencial o aquella exterior a la capa límite en flujo real.

Nomenclatura:

Dígito	Descripción
1º	número fijo, indicativo de la serie
2º	posición de $C_{p\min}$ del perfil simétrico a C_l cero.
3º	rango aprox. de la zona de mínimo C_d por encima y por debajo del C_l de diseño, en décimos
4º	C_l de diseño, en décimos (punto medio de la bolsa laminar)
5º y 6º	espesor, en porcentaje de cuerda
7º	indicativo del tipo de línea media (cuando no se especifica, a es el valor unitario)

Una modificación frecuente de la geometría original ha sido realizada por NACA por simplicidad constructiva: la geometría ha sido rectificada en extradós e intrados desde el 80% c hasta el borde

de fuga. Esta modificación es indicada con una letra **A** luego de los 3 primeros dígitos, por ejemplo: NACA 64₁-A212



Ejemplos:

NACA 65₂ – 015

Perfil simétrico de espesor relativo 15%, con el pico de succión a sustentación nula al 50% c , C_l de diseño igual a 0, con un rango de baja resistencia en ± 0.2 alrededor del C_l de diseño. (Vea Figura 4.42 McCormick)

NACA 65, – 212 $a=0.6$

Perfil combado de espesor relativo 12%, con el pico de succión de la distribución de espesores a sustentación nula al 50% c , línea media del tipo $a=0.6$ con C_l de diseño igual a 0.2, con un rango de baja resistencia en ± 0.1 alrededor del C_l de diseño. (Vea Figura 3.9 McCormick)

Resumen de las familias

Familia	Ventajas	Desventajas	Uso en general
4 dígitos	<ul style="list-style-type: none"> - Características de pérdida suave - Poco sensibles a una terminación superficial imperfecta. 	<ul style="list-style-type: none"> - Bajos $C_{l\max}$ - Baja fineza 	<ul style="list-style-type: none"> - Aviación general - Empenajes - Carenados
5 dígitos	<ul style="list-style-type: none"> - $C_{l\max}$ más altos - Poco sensibles a una terminación superficial imperfecta. 	<ul style="list-style-type: none"> - Características de pérdida abrupta - Baja fineza 	<ul style="list-style-type: none"> - Aviación general - Commuters
Serie 6	<ul style="list-style-type: none"> - $C_{l\max}$ más altos. - Elevada fineza en la zona de diseño - Convenientes para alto subsónico 	<ul style="list-style-type: none"> - Características de pérdida menos suave. - Muy susceptibles a una terminación superficial imperfecta. - Gran deterioro de fineza fuera de la zona de diseño 	<ul style="list-style-type: none"> - Commuters - Jets ejecutivos - Entrenadores - Aviones de combate - Planeadores

Combinación de una línea media con una distribución de espesor

La línea media está definida como el lugar geométrico de los centros de los círculos inscriptos dentro del perfil. La distribución de espesor es la distribución de los radios de estos círculos. El radio de borde de ataque es el radio del círculo límite (el mínimo) que puede ser dispuesto inscripto en el borde de ataque. De estas definiciones surge que cuando se dispone de una forma de línea media que desea combinarse con una forma de perfil simétrico para generar un perfil combado, la distribución de espesores se distribuye a ambos lados de la línea media, perpendicular en cada punto de ella.

Subíndices: U extrados ("Upper", cara superior del perfil)
L intrados ("Lower", cara inferior del perfil)

Se obtienen las siguientes fórmulas :

$$\begin{aligned} z_U(x) &= z_m(x) + z_t(x) \cos \theta(x) & z_L(x) &= z_m(x) - z_t(x) \cos \theta(x) \\ x_U(x) &= x - z_t(x) \sin \theta(x) & x_L(x) &= x + z_t(x) \sin \theta(x) \end{aligned}$$

Dónde : $\theta(x) = a \tan \frac{dz_m}{dx}$ es el ángulo de la pendiente de la línea media en cada punto x.

En la práctica, para bajas combaduras y bajos espesores: aproximadamente $f/c < 0.04$ y $t/c < 0.15$ pueden emplearse las fórmulas aproximadas siguientes:

$$\begin{aligned} x_U &= x_L = x & z_m(x) &= \frac{z_U(x) + z_L(x)}{2} \\ z_U(x) &= z_m(x) + z_t(x) \\ z_L(x) &= z_m(x) - z_t(x) & z_t(x) &= \frac{z_U(x) - z_L(x)}{2} \end{aligned}$$

Referencias

- Theory of Wing Sections. With a summary of airfoil data. Abbott y Von Doenhoff.
- NACA Report 824 (*disponible en aula virtual*)

Pérdida de sustentación y sustentación máxima de perfiles

Las características de pérdida de un perfil se entienden como el comportamiento alrededor de la sustentación máxima, incluyendo tanto la forma de la curva C_l - α como las características del flujo alrededor del perfil.

Deben distinguirse entonces dos aspectos distintos:

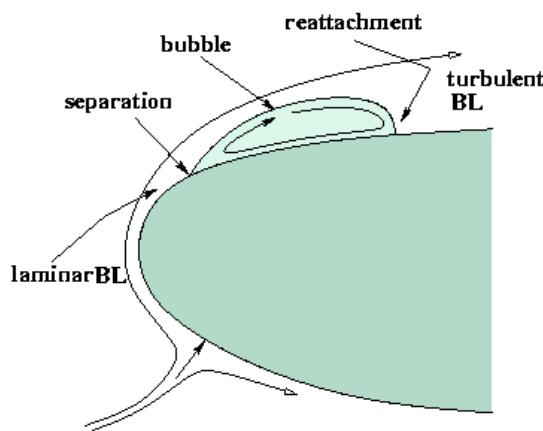
- 1) el coeficiente de sustentación máximo, como valor puntual.
- 2) la forma de la perdida, es decir cómo se alcanza dicho valor de $C_{l\max}$ y cómo es la curva C_l - α alrededor de $C_{l\max}$

El inicio de la separación de flujo (ángulo α^*) es la condición previa a que se alcance la “pérdida de sustentación” o “stall” (ángulo α_{\max}), definida ésta como el punto de $C_{l\max}$ del perfil. La separación de flujo es entonces una condición que precede a la pérdida.

Esta separación de flujo puede darse de manera progresiva en cuyo caso se alcanza la pérdida de manera suave, o puede darse de manera más o menos abrupta, sin aviso previo.

Las situaciones típicas de separación de flujo en un perfil son:

- a) separación de una capa límite turbulenta cerca del borde de fuga, lo que conduce a una pérdida de tipo progresiva, no abrupta.
- b) separación de una capa límite laminar cerca del borde de ataque, con posterior readherencia. Una característica del flujo de la capa límite laminar en un perfil es que se produce la separación apenas encuentra un pico de succión pronunciado, lo cual frecuentemente sucede en una zona cercana al borde de ataque. Para ángulos de ataque moderados, se produce la re-adherencia del flujo como turbulento, formándose así una burbuja de flujo separado. Se distinguen burbujas largas y cortas. Esta situación conduce a dos formas de perdida diferente: una abrupta y otra progresiva, como se verá.



Tipos de pérdida del perfil 2D

A continuación se presenta una descripción fenomenológica de los tipos de pérdida, prescindiendo de explicaciones teóricas, en base a la referencia *Incompressible Aerodynamics*, de Bryan Thwaites, en el punto “Characteristics of Flow near the Stall”, del capítulo correspondiente.

Experimentalmente se observan tres tipos de pérdida característicos:

“Pérdida de borde de fuga”:

Involucra la separación de flujo de una capa límite turbulenta, que se inicia en el borde de fuga y progresiva hacia adelante a medida que aumenta el ángulo de ataque. El Clmax se alcanza cuando la separación abarca aproximadamente la mitad de la cuerda. A dicho Clmax se llega de manera progresiva, con un estado creciente de flujo separado.

“Pérdida de borde de ataque” o “de burbuja corta”:

Involucra la separación de flujo de una capa límite laminar, que se inicia en cercanías del borde de ataque y posteriormente se readhiere, formando una pequeña burbuja de flujo separado. La burbuja corta abarca alrededor de 0.5 a 1% de la cuerda.

A medida que aumenta el ángulo de ataque, la burbuja permanece prácticamente inalterada hasta que, a un valor crítico, se produce bruscamente su ruptura formando una gran región de separación produciendo una caída pronunciada y abrupta de la sustentación.

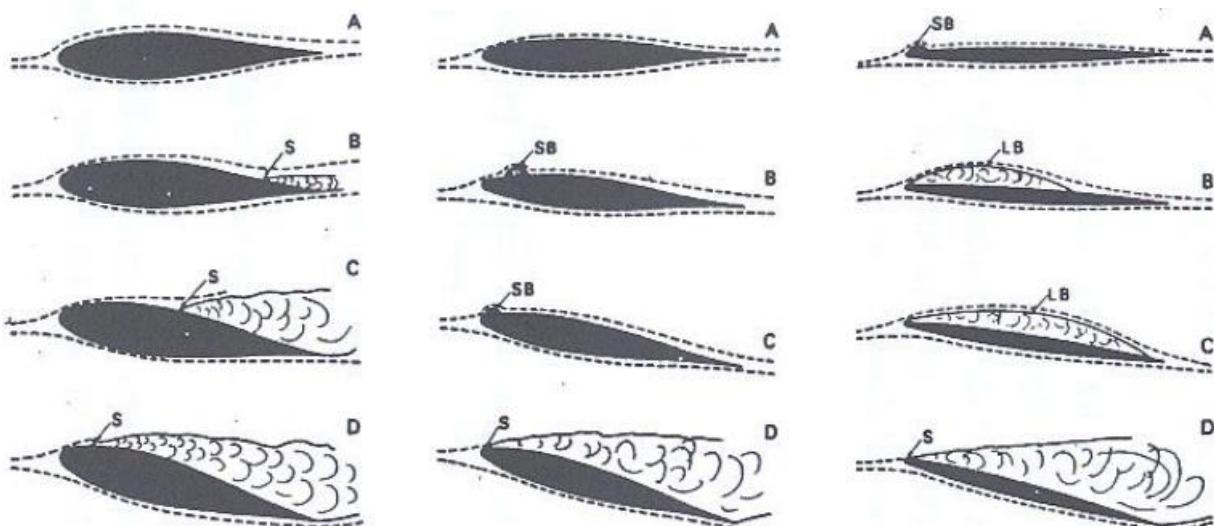
Se pasa de un flujo adherido, a excepción de la pequeña burbuja, a un flujo separado prácticamente en todo el extrados, con una caída brusca de la sustentación (sin decaimiento progresivo) y un brusco aumento en la resistencia.

“Pérdida de perfil delgado” o “de burbuja larga”:

También involucra la separación de flujo de una capa límite laminar, que se inicia muy cerca del borde de ataque y posteriormente se readhiere, formando una pequeña burbuja de flujo separado, aunque mayor que el caso anterior. La burbuja larga abarca al formarse alrededor de 2 a 3% de la cuerda.

A medida que aumenta el ángulo de ataque, la burbuja de flujo separado se va extendiendo de forma progresiva hacia atrás. A medida que se extiende, la sustentación va decayendo progresivamente alcanzando un máximo suave y continuando después de la pérdida en forma suave.

En esta “pérdida de perfil delgado” o de burbuja larga, el Clmax se alcanza cuando la burbuja de separación se extiende más de aproximadamente hasta la mitad de la cuerda.



Desarrollos de los tres tipos característicos de perdida

La figura inferior derecha presenta las curvas experimentales Cl-alfa de tres perfiles NACA simétricos de diferentes espesores relativos, a un mismo número de Reynolds.

- El comportamiento de la curva (a), perfil NACA 63-018, corresponde al tipo de pérdida no abrupta denominada “pérdida de borde de fuga”, debida a separación progresiva de capa límite turbulenta cerca del borde de fuga.
- El comportamiento de la curva (b), perfil NACA 63-009, corresponde al tipo de pérdida abrupta denominada “pérdida de borde de ataque”, debida a una separación brusca de capa límite laminar cerca del borde de ataque, en forma de ruptura de burbuja corta.
- El comportamiento de la curva (c), perfil NACA 63-006, corresponde al tipo de pérdida no abrupta denominada “pérdida de perfil delgado”, debida a una separación progresiva de capa límite laminar cerca del borde de ataque, en forma de burbuja larga.

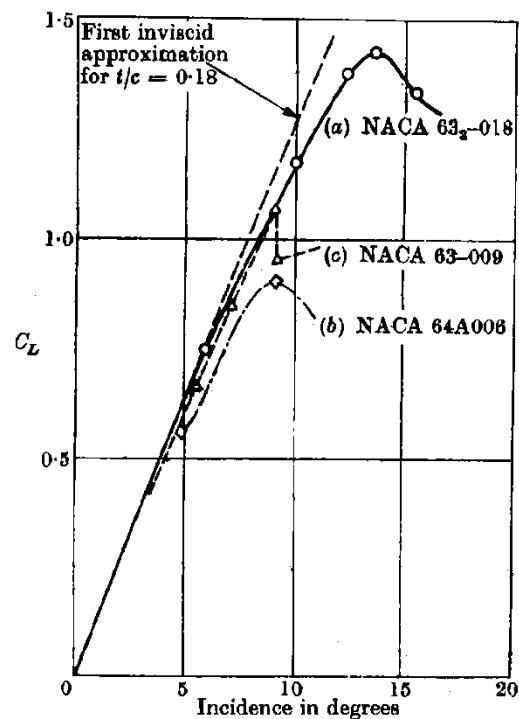
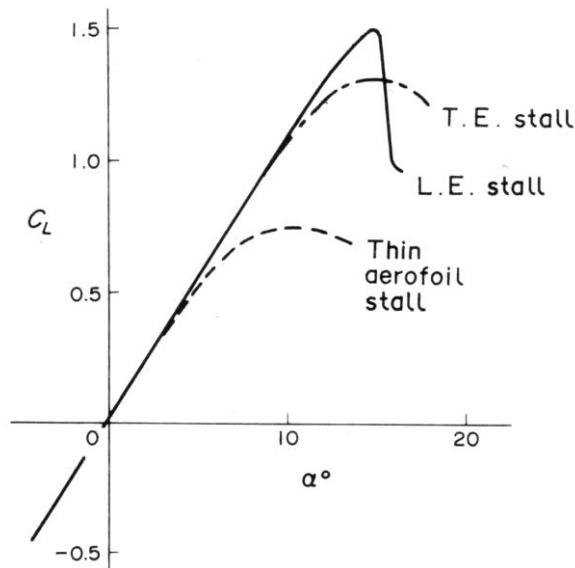
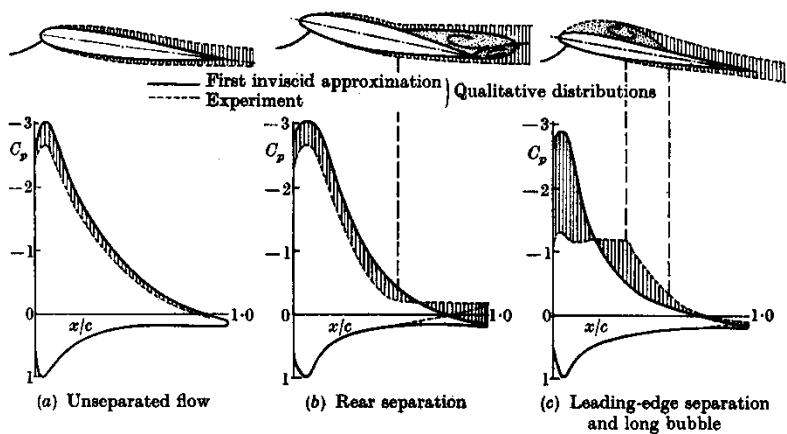


Fig. V. 14. Lift curves illustrating three types of stall.

Observación descriptiva importante:

Los resultados experimentales muestran que en el interior de una región de flujo separado, la presión es aproximadamente uniforme. Esto permite a veces identificar zonas de flujo separado en un gráfico de distribución de presiones, cuando se observa que la presión forma una especie de meseta.



Predicción es

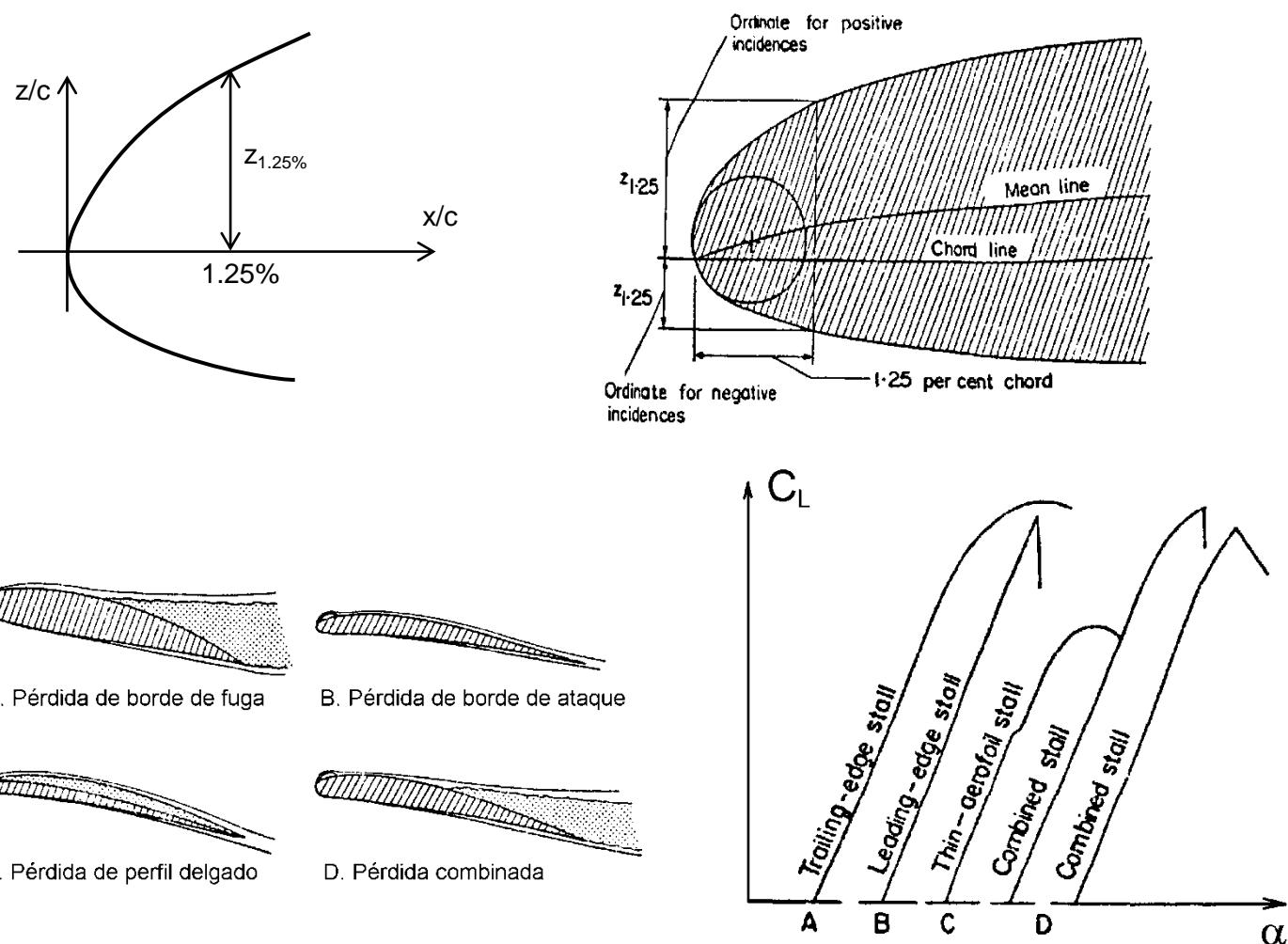
Fig. V. 13. Diagrams illustrating some of the principal effects of the boundary layer on the pressure distribution on aerofoils at incidence.

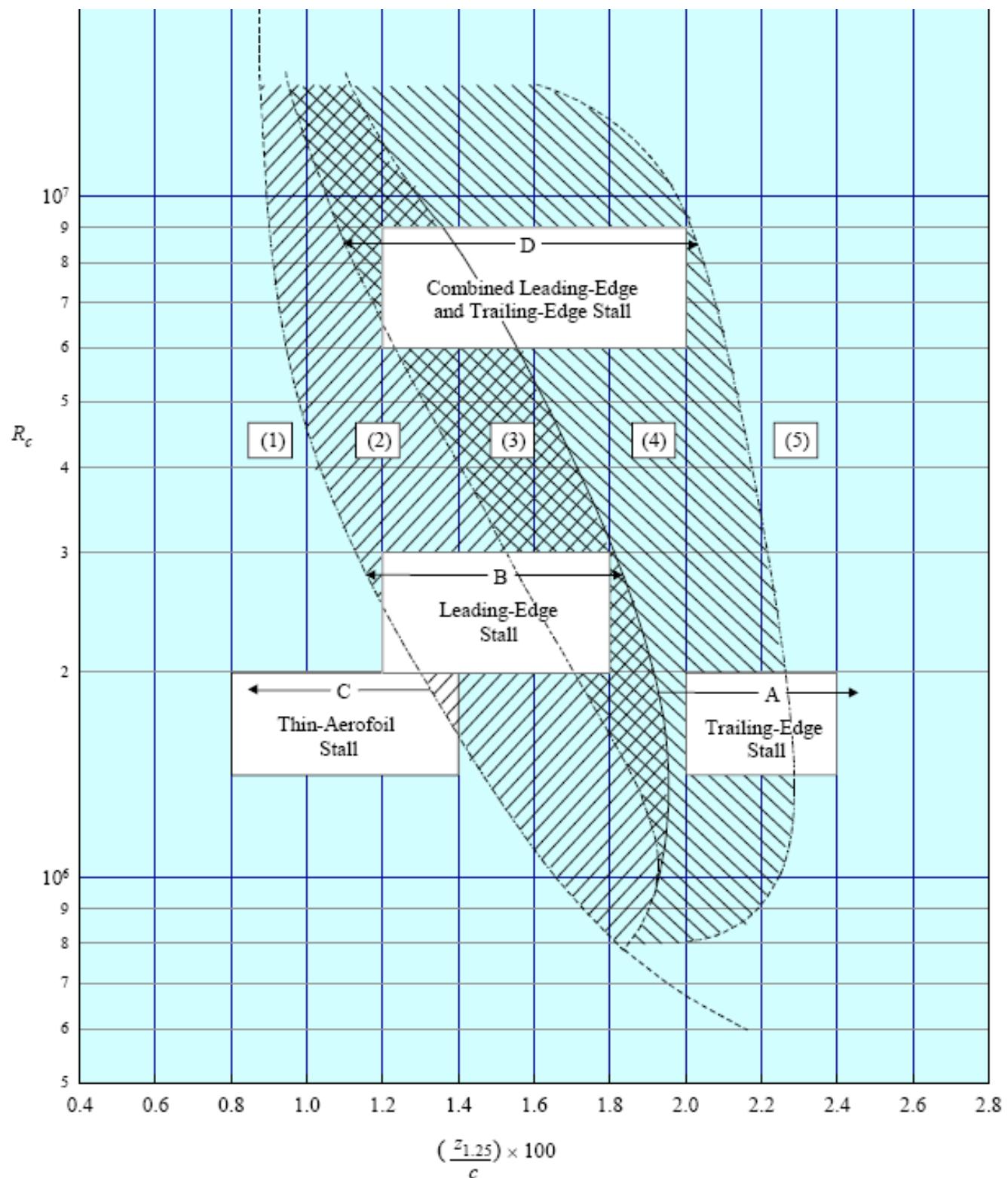
La única forma de conocer a ciencia cierta el tipo de perdida que sufre un perfil determinado, a determinado número de Reynolds, es disponer de resultados experimentales de un ensayo.

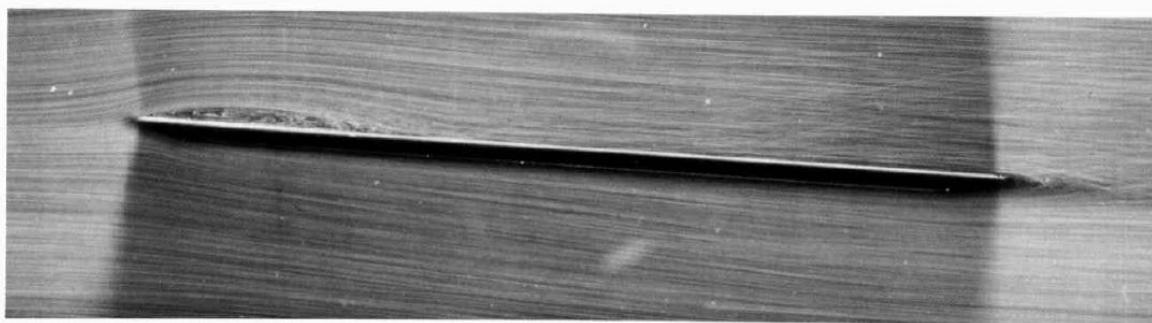
Cuando dicha información no está disponible o es inexistente, existe una forma de realizar una predicción del tipo de pérdida esperable, en base a información empírica estadística.

Este método es presentado en el documento ESDU 66034 en dónde se correlaciona el tipo de pérdida con dos variables: el número de Reynolds (basado en la cuerda) y un parámetro geométrico que depende tanto del radio de borde de ataque como de la combadura en la zona del borde de ataque.

Dicho parámetro ha sido establecido como la cota del perfil al 1.25% de la cuerda.







35. Leading-edge separation on a plate with laminar reattachment. A flat plate 2 per cent thick with beveled edges is inclined at 2.5° to the stream. The laminar boundary layer separates at the leading edge over the upper sur-

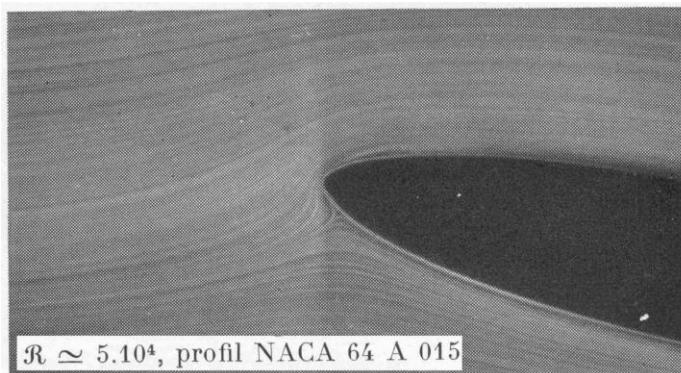
face. At this Reynolds number of 10,000 based on length it then reattaches while still laminar, enclosing a long leading-edge "bubble" of recirculating fluid. Visualization is by air bubbles in water. ONERA photograph, Werlé 1974



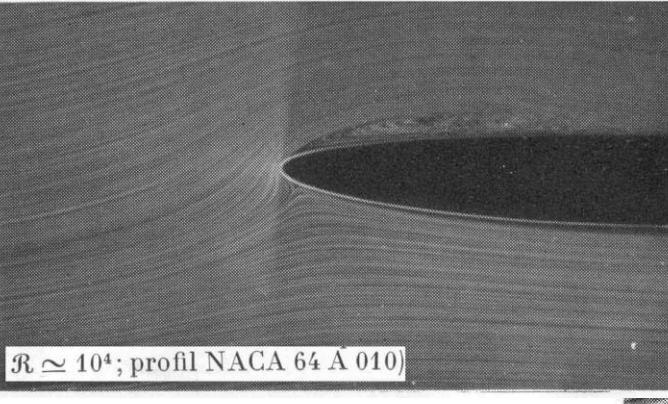
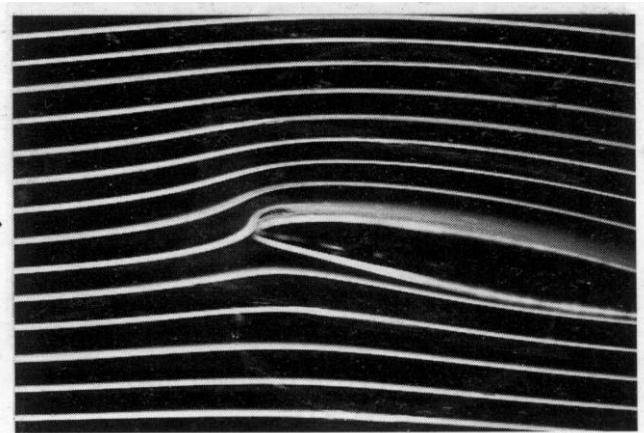
36. Leading-edge separation on a plate with turbulent reattachment. The plate is again at an angle of attack of 2.5°, but at a higher Reynolds number of 50,000. The boundary layer now becomes turbulent before reattaching,

and as a consequence encloses a short recirculating region. Air bubbles show the flow of water. ONERA photograph, Werlé 1974

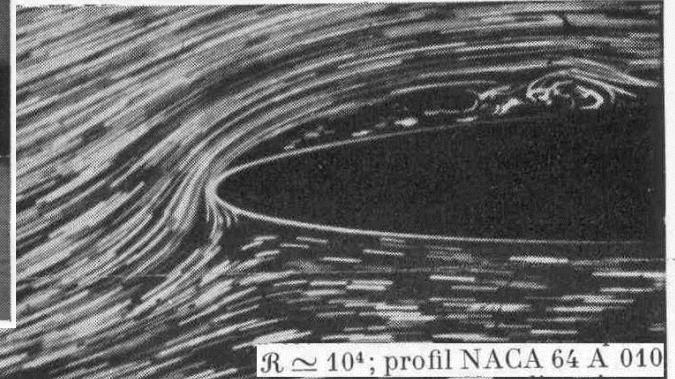
Visualizaciones de burbujas de separación



$\mathcal{R} \approx 5 \cdot 10^4$, profil NACA 64 A 015

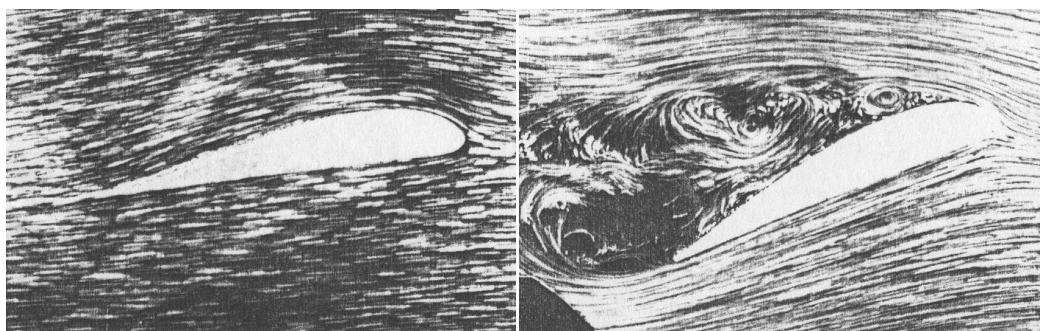
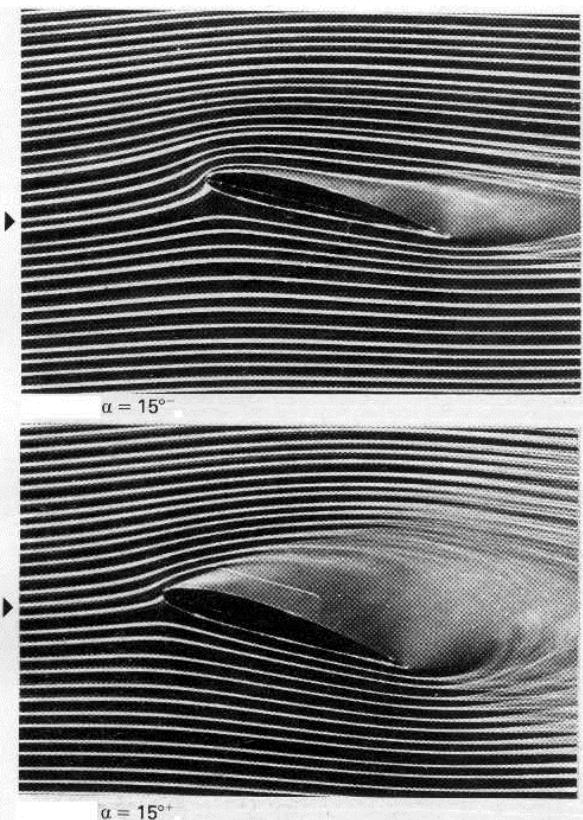
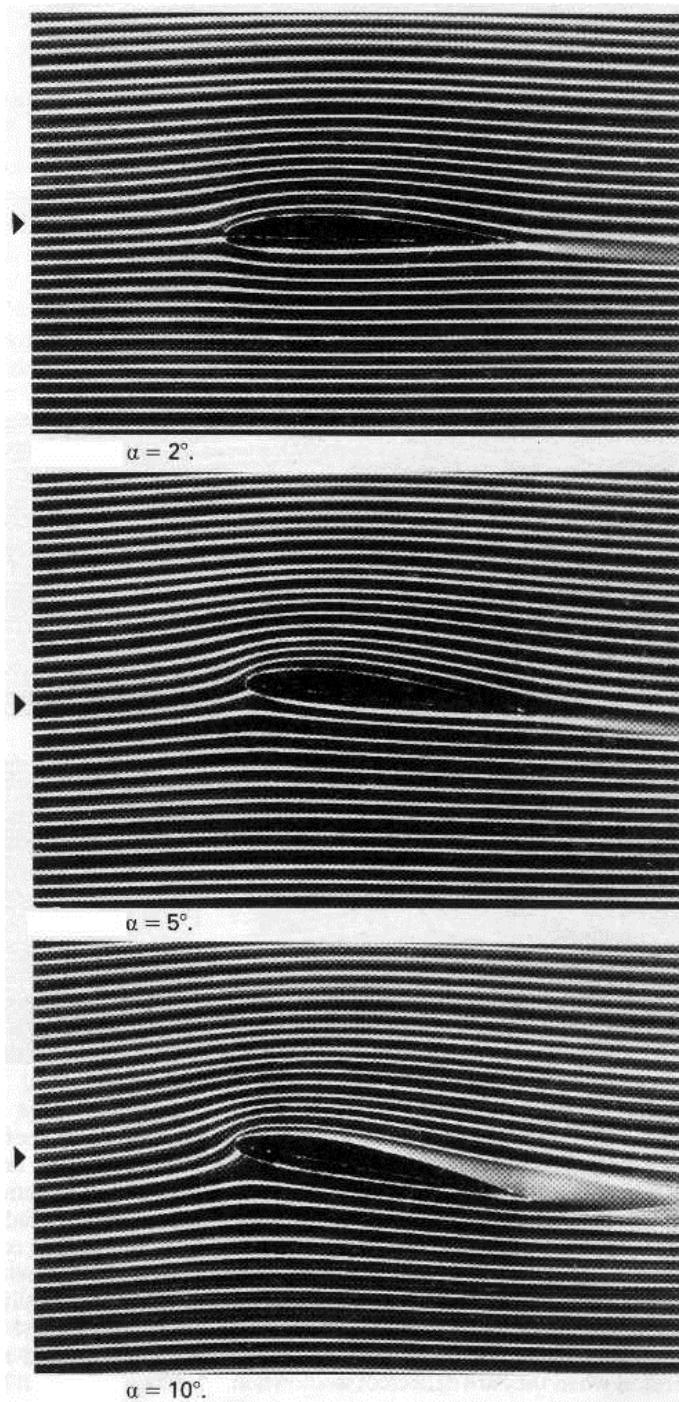


$\mathcal{R} \approx 10^4$; profil NACA 64 A 010



$\mathcal{R} \approx 10^4$; profil NACA 64 A 010

Desarrollo de una pérdida de borde de fuga:



Desarrollo de una pérdida de perfil delgado:

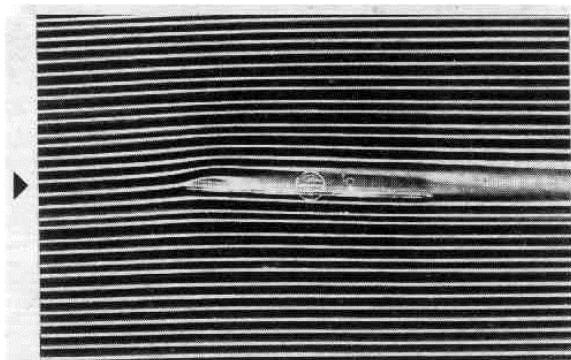


Fig. 127. $\alpha = 3^\circ$.

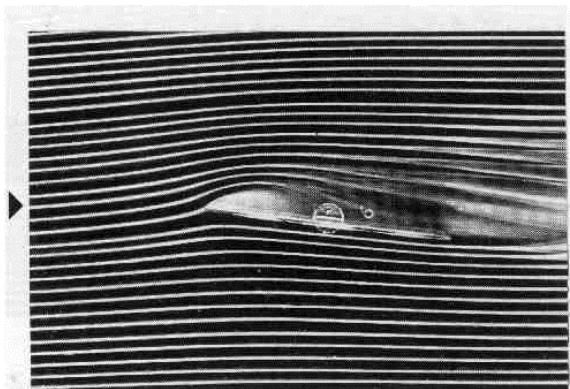


Fig. 128. $\alpha = 7^\circ$.

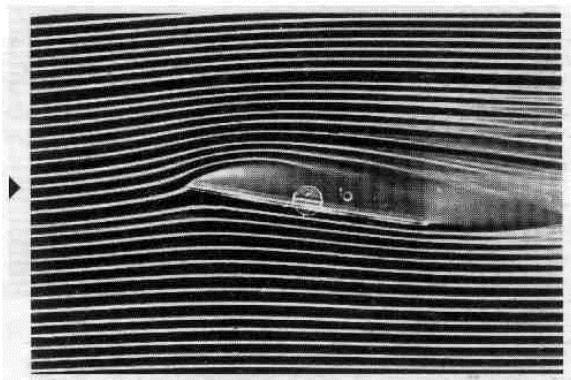


Fig. 129. $\alpha = 9^\circ$.

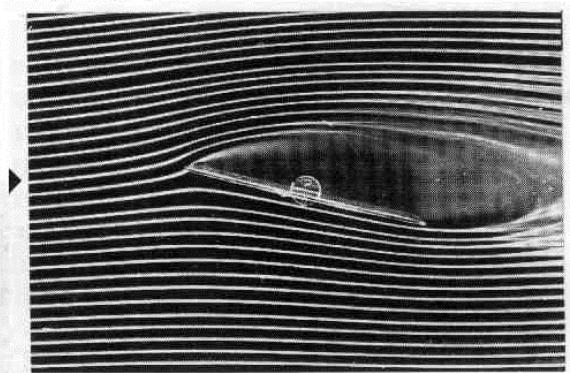
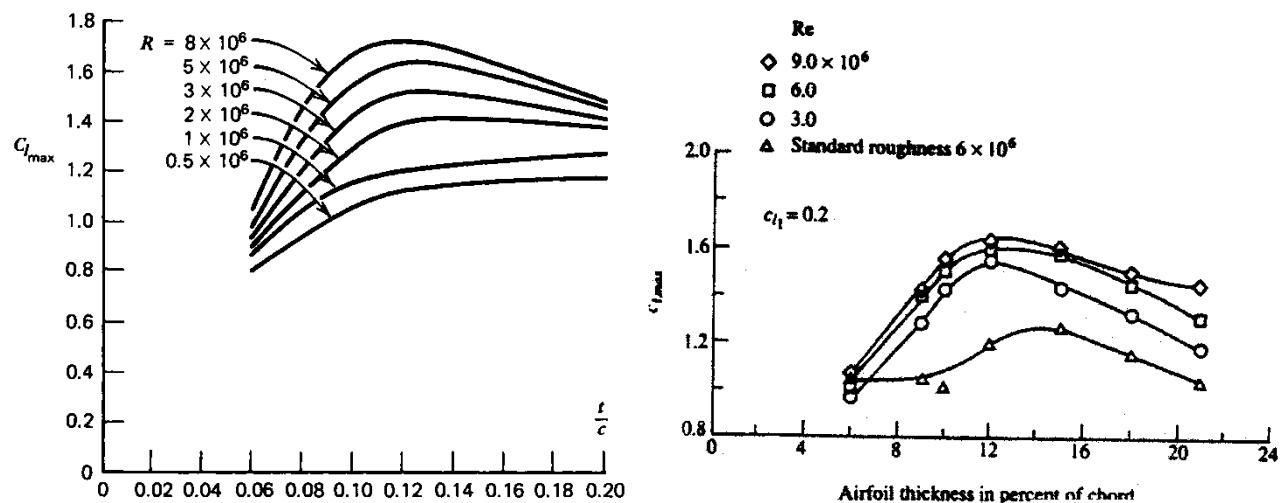


Fig. 130. $\alpha = 15^\circ$.

Coeficiente de sustentación máxima de perfiles 2D

Los perfiles aeronáuticos convencionales sin ninguna clase de dispositivo hipersustentador producen valores de $C_{l_{max}}$ en un rango usual de 1.3 a 1.8, dependiendo del tipo de perfil y del número de Reynolds. Perfiles aeronáuticos modernos pueden alcanzar a lo sumo valores próximos a 2.

El efecto de Reynolds es importante, como puede ser ejemplificado en las figuras siguientes, de la Ref.[3].



La figura izquierda muestra la correlación experimental de perfiles NACA de 4 cifras, de una familia 24xx. La figura derecha muestra la correlación experimental de perfiles NACA de la serie 6, de una familia 64-2xx

Se pueden resumir dos tendencias generales casi sistemáticas:

- $C_{l_{max}}$ aumenta con el número de Reynolds, siendo la influencia menor cuanto mayor sea Re.
- $C_{l_{max}}$ es óptimo para un rango de espesor relativo entre 12% y 14%
- $C_{l_{max}}$ aumenta con la combadura positiva en la zona de borde de ataque.

En el caso de un perfil determinado, de geometría fija, y a Reynolds dado, la forma más eficaz de aumentar $C_{l_{max}}$ es mediante el uso de "dispositivos hipersustentadores" o más comúnmente "flaps", lo cual se tratará más adelante. Estos elementos permiten incrementos considerables y muy significativos de $C_{l_{max}}$ pero requieren de sistemas mecánicos más o menos complejos.

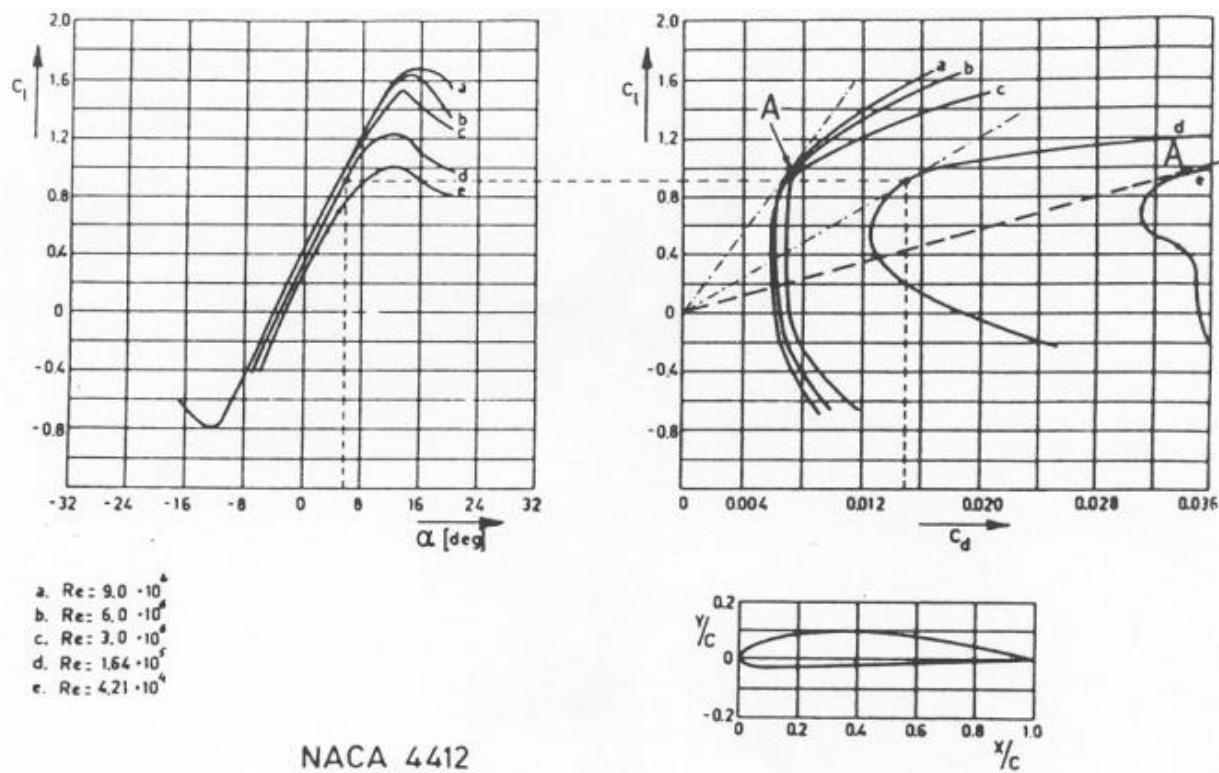
Otras formas menos eficaces de incrementar el $C_{l_{max}}$ y/o mejorar el tipo de pérdida del ala completa son leves modificaciones realizadas de manera fija en el perfil del ala. Se trata de medios pasivos entre los cuales pueden comentarse los generadores de vórtices, la modificación del borde de ataque del perfil denominada "nose droop" y el agregado de "stall strip" (cuña de borde de ataque).

No deben verse como soluciones generales sino que se trata de medios muy específicos, a poner a punto de manera particular para un determinado perfil en determinadas condiciones de vuelo.

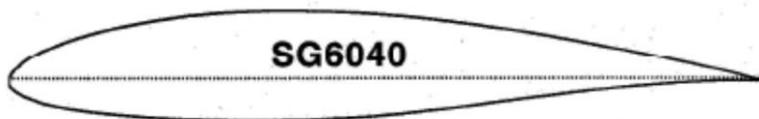
Otros casos de ejemplo:

Se presentan a continuación los resultados experimentales de un perfil NACA 4412, para números de Reynolds 9 millones, 6 millones, 3 millones, 164000 y 42100

Observe la fuerte influencia de Re sobre el $C_{l_{max}}$ y la aún mayor influencia sobre C_d cuando Re es inferior a 1 millón.



El perfil SG6040 fue desarrollado en la universidad de Illinois Urbana-Champaign (UIUC) para su empleo en pequeñas turbinas eólicas. Se trata de un perfil para números de Reynolds comparativamente bajos, por debajo del millón.



Se presentan a continuación los resultados experimentales para números de Reynolds desde 500 mil hasta 100 mil. Observe la influencia de Reynolds y saque conclusiones.

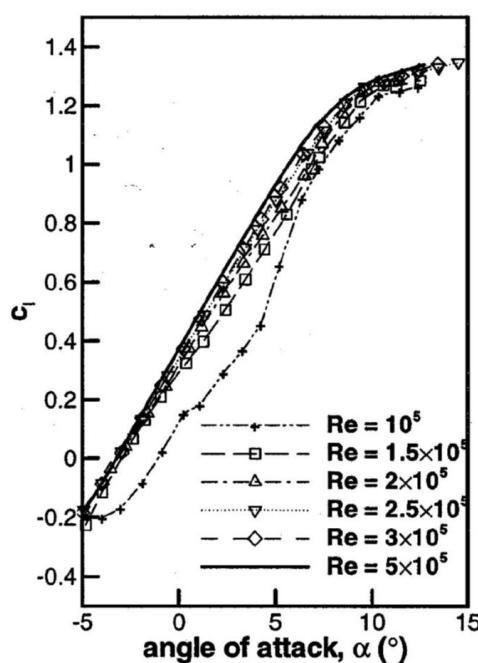


Figure 4.3: Lift coefficient for SG6040 aerofoil.

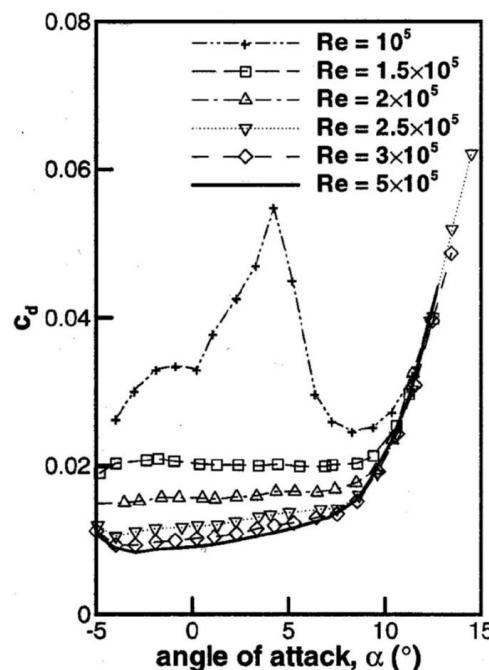


Figure 4.4: Drag coefficient for SG6040 aerofoil.

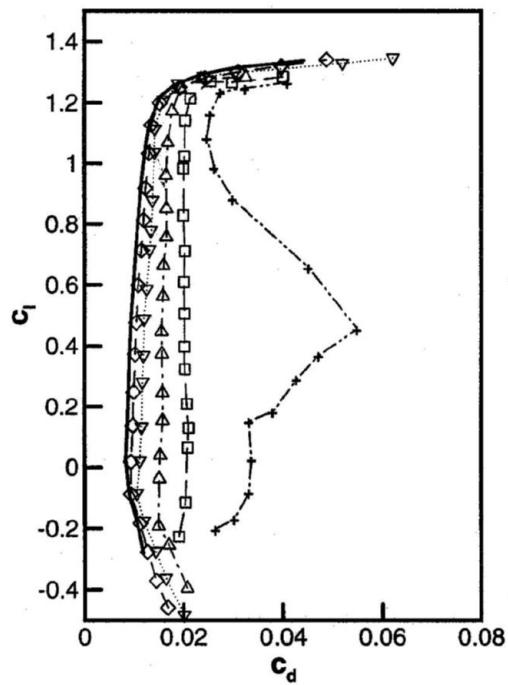


Figure 4.5: Drag polars for SG6040 aerofoil.

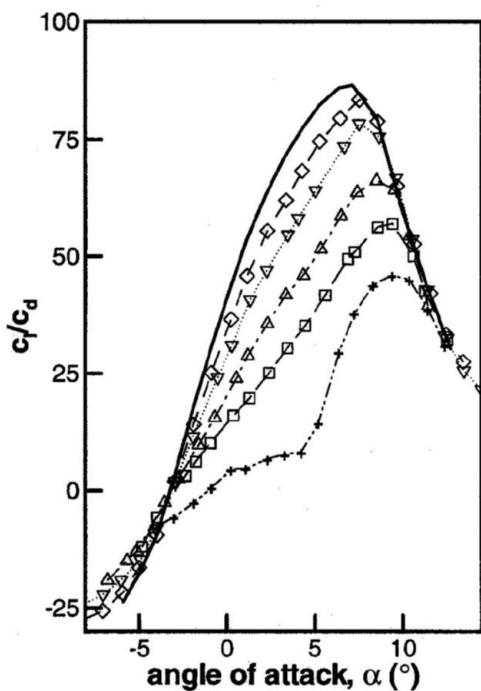


Figure 4.6: Drag polars for SG6040 aerofoil.

Análisis de Perfiles Arbitrarios en Flujo Viscoso

El estudio más sencillo y usual de perfiles en flujo real es mediante un modelo viscoso de capa límite. Este modelo requiere de información del flujo fuera de la capa límite, el cual es modelado con distribución de singularidades de flujo potencial.

Método de capa límite acoplado a modelo de flujo potencial.

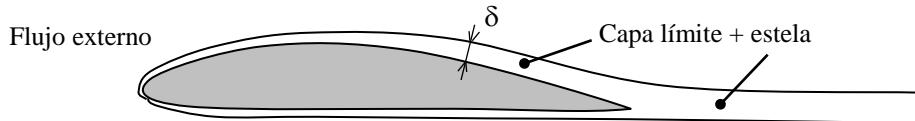
Se trata de un análisis aproximado, a través de un método de acoplamiento de cálculos de flujo potencial y de capa límite. El método es válido cuando el concepto de capa límite es aplicable, es decir cuando el número de Reynolds es suficientemente alto y cuando no existe separación de flujo.

El modelo físico del flujo se compone de:

- **Flujo externo:** asumido como potencial (no viscoso e irrotacional)
- **Capa límite:** flujo viscoso, incluyendo la estela aguas abajo del perfil

Recuérdense los conceptos y definiciones de los espesores de capa límite: espesor geométrico δ y espesor de desplazamiento δ^* , así como los aspectos siguientes:

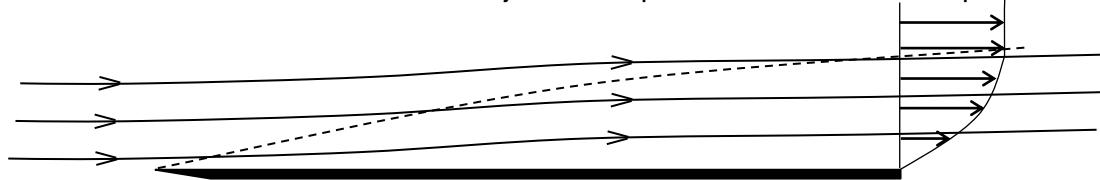
- El contorno de la capa límite no es una línea de corriente. La capa límite va aumentando su espesor a medida que ingresan a ella líneas de corriente provenientes del flujo externo.
- El flujo en la capa límite no es rigurosamente paralelo: es quasi-unidireccional pero existe una componente $v \ll u$



Entre el flujo externo y el flujo viscoso existen influencias mutuas, que pueden sintetizarse en:

1. Influencia de la capa límite sobre el flujo externo:

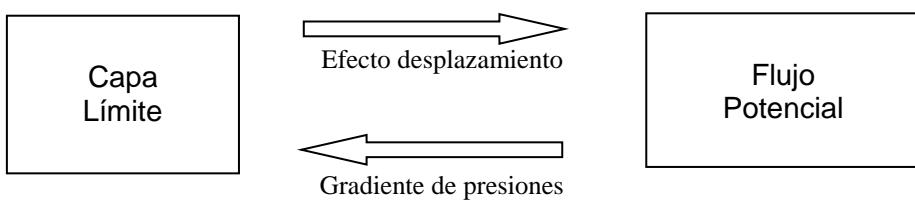
Es el denominado efecto de desplazamiento de la capa límite, consistente en el efecto de distorsión de las líneas de corriente del flujo externo por el desarrollo de la capa límite.



Por ejemplo en el caso de la capa límite más simple, sobre una placa plana con ángulo de ataque nulo, las líneas de corriente no son paralelas a la placa sino que van sufriendo éste efecto de desplazamiento a lo largo de ella, a medida que va creciendo el espesor de la capa límite.

2. Influencia del flujo externo sobre la capa límite:

El gradiente de presiones $\frac{\partial p}{\partial x}$ que determina cómo se desarrolla la capa límite a lo largo del cuerpo y cómo son los perfiles de velocidad es el gradiente de presiones correspondiente al flujo externo, pues la presión no sufre variación a en dirección transversal a la capa límite.

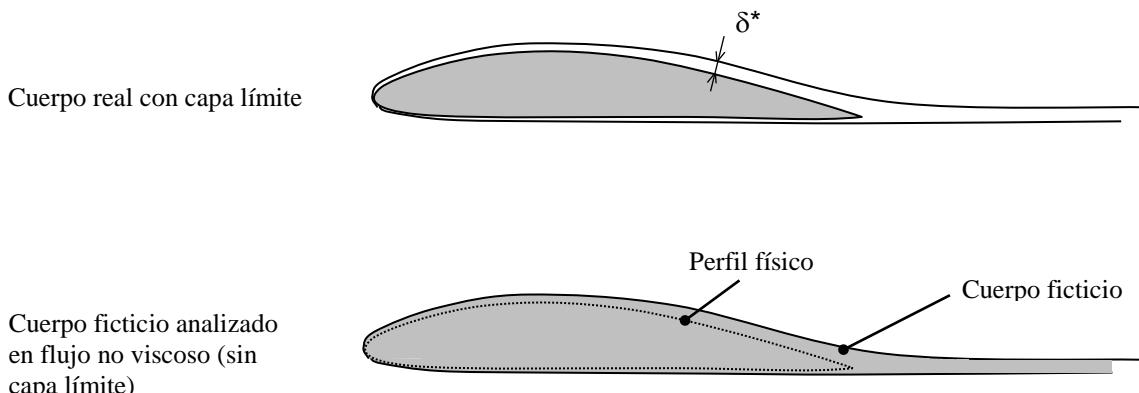


Métodos de acoplamiento capa límite - flujo potencial.

Los métodos de acoplamiento entre la capa límite y el flujo potencial pueden agruparse en dos variantes:

Métodos de espesor de desplazamiento

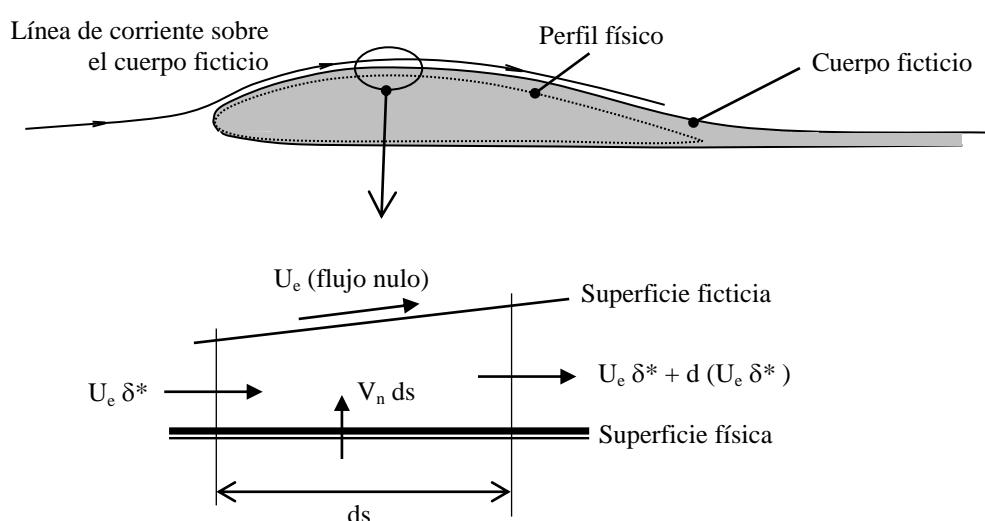
Con el flujo potencial alrededor del perfil físico se calcula el desarrollo de la capa límite sobre la superficie. El efecto de desplazamiento se simula estudiando en flujo potencial un cuerpo ficticio que resulta de engrosar el cuerpo físico con el espesor de desplazamiento calculado. Este da como resultado una distribución de presiones sobre el cuerpo con influencia de la viscosidad. En variantes del método, esta técnica se plantea de manera iterativa, con más de un ciclo de acoplamiento entre el cálculo de flujo potencial y el cálculo de capa límite.



Métodos de superficie transpirada

En estos métodos, el efecto de desplazamiento se simula introduciendo sobre la superficie del cuerpo físico no la condición de contorno de cuerpo sólido sino una velocidad normal positiva, como si a lo largo de la superficie del cuerpo se inyectara caudal.

La velocidad normal que debe plantearse como condición de contorno sobre el cuerpo está determinada por la derivada del espesor de desplazamiento respecto la distancia a lo largo de la superficie del cuerpo.



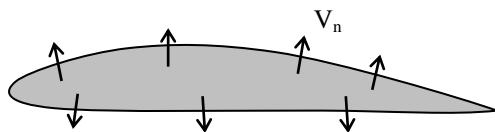
Por conservación del caudal volumétrico (pues estamos en flujo incompresible), la tangencia del flujo externo sobre el cuerpo ficticio se debe corresponder con un flujo positivo sobre al superficie del perfil físico, como se muestra en la figura. Por lo tanto:

$$V_n = \frac{d(U_e \delta^*)}{ds}$$

U_e : distribución de velocidad del flujo externo, obtenida del cálculo de flujo potencial.

s : coordenada curvilínea sobre la superficie del cuerpo.

V_n : velocidad normal a establecer como condición de contorno sobre el cuerpo, en reemplazo de la condición de contorno de cuerpo sólido.



En todos los casos de variantes de los métodos:

El cálculo de flujo potencial provee las distribuciones de:

- presiones C_p
- velocidades fuera de la capa límite U_e .

El cálculo de capa límite provee:

- distribución de tensión de corte de pared τ_w
- distribuciones de espesores de capa límite δ y δ^*
- indicaciones acerca de la separación de flujo o de la cercanía de ella.

Método de panel vorticoso lineal (linear vortex panel)

El método es planteado y desarrollado en Kuethe-Chow – Foundations of Aerodynamics, capítulo de Airfoils.

Se basa en discretizar la periferia del perfil en N paneles resultando N+1 puntos nodales pues en general se asume que el borde de fuga es abierto. Luego se propone sobre la superficie del perfil una distribución continua de la distribución de vórtice $\gamma = d\Gamma/ds$ pero lineal de a tramos, por cada panel. De ésta manera resultan como valores incógnita los N+1 valores de γ en los puntos nodales definidos.

La obtención de los valores nodales γ de la distribución de vórtice surge de un sistema de N+1 ecuaciones: la condición de contorno de velocidad normal nula en los puntos medios de cada uno de los N paneles provee N ecuaciones; la ecuación adicional la provee la condición de Kutta impuesta entre los dos puntos nodales de borde de fuga.

Obtenidos los valores de γ nodales se aplican fórmulas para calcular la velocidad sobre el perfil y la presión. Estos valores serán los valores correspondientes al flujo externo inmediatamente por fuera de la capa límite.

Código XFOIL^(R)

Se trata de un programa de análisis y diseño realizado básicamente en lenguaje Fortran 77 por el Dr. Mark Drela del Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.).

El módulo de cálculo de flujo no viscoso se basa en el método de panel vorticoso lineal.

El módulo de cálculo de capa límite se basa en un método avanzado desarrollado por Drela en su tesis de doctorado, basado en el modelo de superficie transpirada el cuál permite tratar zonas limitadas de flujo separado, especialmente burbujas de separación laminar con readherencia.

El modelo de transición natural también es propio y se basa en una escala empírica según el nivel de turbulencia de la corriente libre.

Para mayores detalles remitirse a: <http://raphael.mit.edu/xfoil/>

Tabla de los comandos XFOIL más frecuentemente usados

Comandos bajo el prompt de inicio: **XFOIL c>**

LOAD: para cargar un archivo ASCII con las coordenadas del perfil a analizar.

NACA: se prescribe un determinado perfil NACA de 4 o 5 dígitos mediante su nomenclatura.

XYCM: para cambiar el punto de referencia de momento de cabeceo (default al 25%*c*)

PPAR: para ver y/o modificar la panelización

Dentro de PPAR:

Z: Zoom o Unzoom en la pantalla gráfica
U

La modificación más frecuente en PPAR es modificar la cantidad de paneles N : se sugiere no menos de 160, 200 más aconsejable para la mayoría de los perfiles.

PSAV: escribe coordenadas del perfil en archivo de texto

OPER: cambia al modo de análisis, apareciendo el prompt OPER*i* *c>* de análisis no viscoso (*La i en OPERi es por “inviscid”*).

VISC: pasa a análisis viscoso, bajo el prompt OPER*v* *c>* (*la v en OPERv es por “viscous”*)

Comandos bajo el prompt de análisis viscoso: **.OPERV c>**

Estos son los comandos usuales necesarios para el análisis de un perfil dado.

VPAR: para cambiar los parámetros de capa límite

De principal interés:

- Posición x de transición fija en extrados
- Posición x de transición fija en intrados
- Parámetro n para el criterio de transición natural (ver tabla en manual de usuario de XFOIL)

PACC: pide nombre de archivo de texto donde se almacenaran los cálculos de coeficientes de fuerzas y de momento.

CPWR: almacena la última distribución de Cp calculada en archivo de texto.

INIT: reinicia el cálculo de capa límite si tomar el caso anterior calculado como solución de inicio

ITER: cambia el número máximo de iteraciones del cálculo de acoplamiento flujo potencial-capas límite

ASEQ: se prescribe una secuencia de ángulos de ataque para calcular.

ALFA: se prescribe un único ángulo de ataque de cálculo.

CL: se prescribe un coeficiente de sustentación de cálculo.

CSEQ: se prescribe una secuencia de coeficiente de sustentación para calcular.

TYPE: se cambia el criterio de análisis viscoso

- 1: cálculo para Re fijo (caso default)
- 2: cálculo para $Re \sqrt{C_l} = cte$: caso representativo de un avión en vuelo recto y nivelado variando la velocidad de vuelo a altitud y fuerza de sustentación (peso) fijados (caso de utilidad real).
- 3: cálculo para $Re C_l = cte$: caso de fuerza de sustentación, velocidad y altitud fijadas en vuelo recto y nivelado variando la cuerda (caso de poco interés práctico)

HARD: genera el hardcopy del gráfico que esté visible en formato .ps (postscript)

BL: grafica los perfiles de velocidad en la capa límite en puntos fijos.

BLC: grafica los perfiles de velocidad en la capa límite en el punto que se indique con el cursor.

Z: Zoom o Unzoom en la pantalla gráfica
U

CPV: plotea la distribución de C_p en forma vectorial.

Comandos bajo el prompt de modificación de geometría: **GDES c>**

TCPL: se visualizan línea media y distribución de espesor.

FLAP: pide datos para deflexión de flap: punto pivote en X e Y y ángulo de deflexión.

X o EXEC: setea el perfil modificado en memoria provisional ("buffer airfoil") como el perfil de cálculo ("current airfoil").

DERO: setea horizontal la línea de cuerda.

Opciones en CAMB:

TFAC: escala t/c , f/c

TSET: cambia valores de t/c , f/c

WRTC: exporta la línea media del perfil a un archivo

RDAC: lee delta combadura desde archivo

ADD: agrega el delta combadura a la línea media

GSET: perfil CURRENT --> perfil BUFFER

eXec: perfil BUFFER --> perfil CURRENT

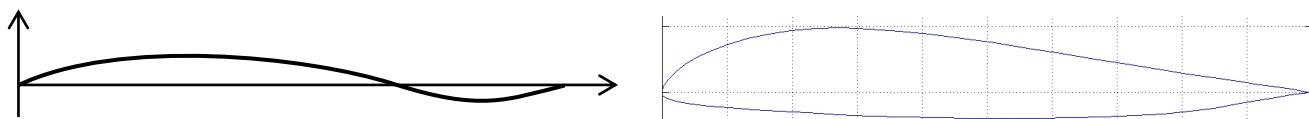
Líneas medias especiales

Línea media réflex

Consiste en una línea media con doble curvatura, con combadura positiva en un tramo delantero y combadura negativa en el tramo posterior restante.

Con ésta geometría se pueden lograr perfiles con ángulo de sustentación nula negativo pero con un coeficiente de momento libre nulo o incluso positivo.

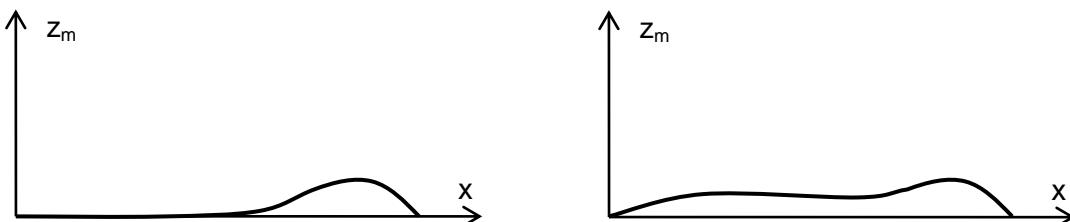
Se trata de una geometría estudiada para el uso en perfiles específicamente destinados a cierto tipo de alas volantes.



Línea media de combadura trasera

Consiste en una línea media con un máximo de combadura positiva, local o global, en la zona trasera del perfil, dentro de la mitad posterior de la cuerda.

Las formas usuales de estas líneas medias son:



El efecto de dicha combadura trasera elevada es el de generar un aumento considerable de sobrepresiones en el intradós, de manera que, para dos perfiles similares, de igual espesor relativo, uno con línea media convencional y el otro con combadura trasera, se pueden realizar las siguientes comparaciones:

a) **Al mismo ángulo de ataque:** el perfil con combadura trasera genera mayor coeficiente de sustentación, mayoritariamente debido a las sobrepresiones en la zona trasera del intradós.

b) **Al mismo coeficiente de sustentación:** el perfil con combadura trasera posee menor pico de succión y menor gradiente de presión adverso, lo cual favorece la existencia de la capa límite laminar.

Esto es debido a que en el perfil con combadura trasera, el mismo valor de sustentación que el perfil convencional, está aportado en mayor proporción por las sobrepresiones de intradós que por las succiones del extradós. Es decir que el extradós se encuentra "aliviado" desde el punto de vista de la succión.

La combadura trasera es la principal característica que incorpora la generación moderna de perfiles laminares.

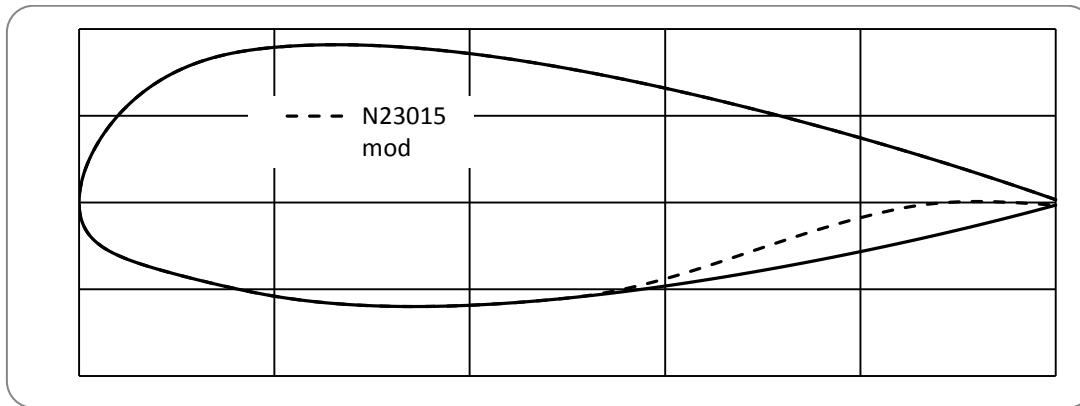
Los perfiles laminares son aquellos que poseen una zona de diseño con una meseta invertida de Cd inusualmente bajo, gracias a una extensa laminaridad de la capa límite, la cual obedece al reducido gradiente de presión adverso y a la terminación superficial perfectamente lisa.

El reducido gradiente de presión adverso y la ausencia de pico de succión, dentro de la zona de diseño, se logran con el empleo de combadura trasera, pero ésta como un aspecto de diseño entre otros más.

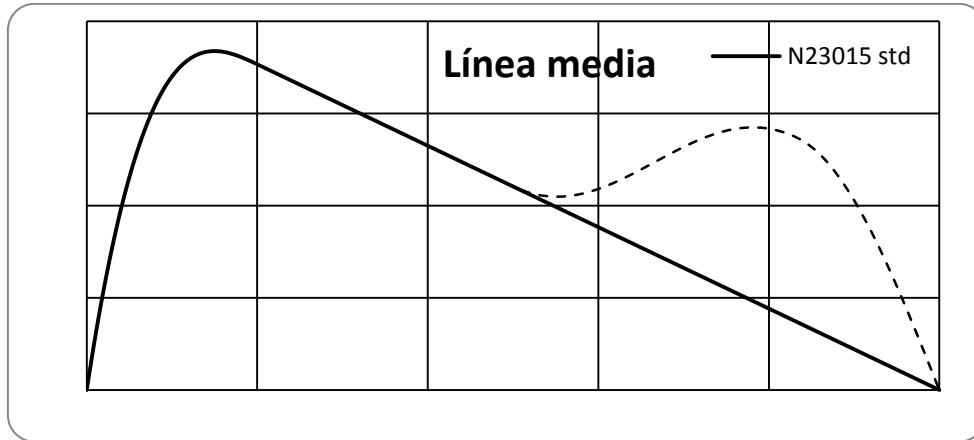
La desventaja de un perfil con combadura trasera (rear camber airfoil) es que su momento de cabeceo a picar es mucho mayor que en el de un perfil convencional.

Veamos los resultados del siguiente ejercicio de ejemplo:

Se ha tomado el perfil NACA 23015, de 15% de espesor relativo, y se modificó su mitad trasera del intradós incorporando concavidad, y por lo tanto combadura, de la manera siguiente:



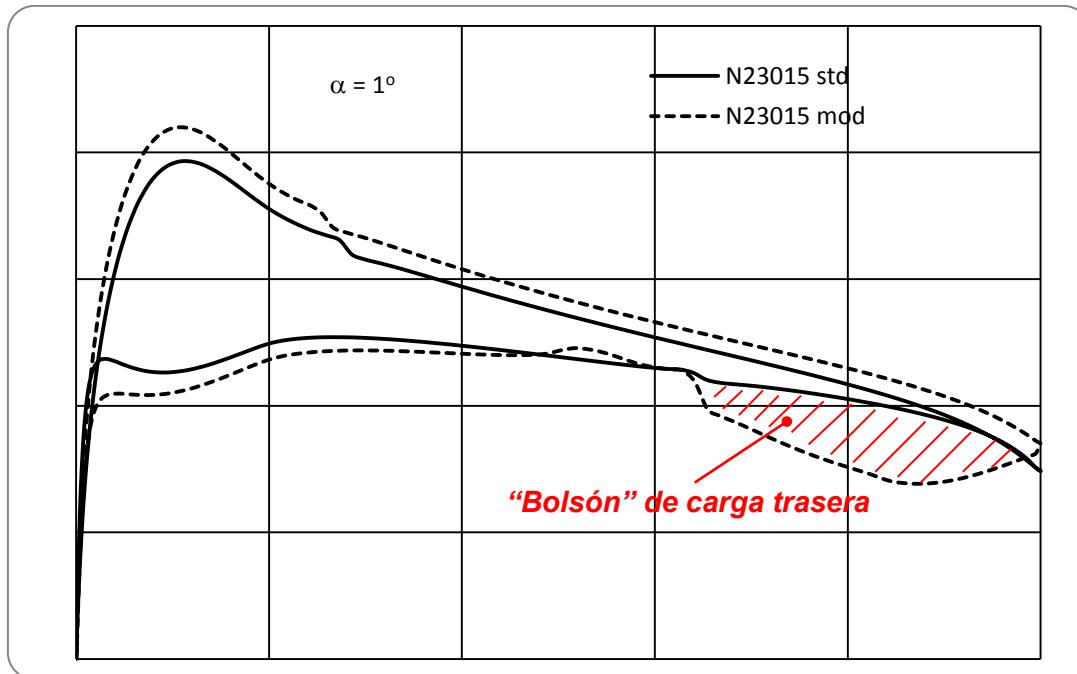
Las líneas medias de ambos perfiles, el NACA 23015 estándar y el modificado son las siguientes:



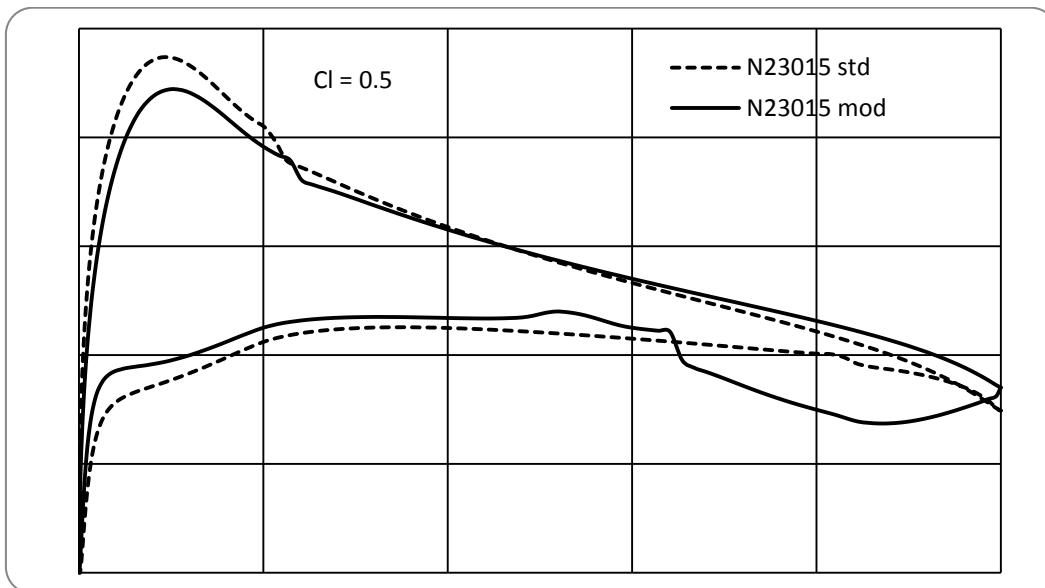
Ambos perfiles fueron analizados mediante XFOIL®, a un número de Reynolds 3 millones y condiciones de transición natural de capa límite.

Se presentan a continuación y comparativamente para ambos, las distribuciones de presiones para un determinado ángulo de ataque: $\alpha = 1^\circ$ y para un determinado coeficiente de sustentación: $C_l = 0.5$

Para el mismo ángulo de ataque de 1° , el perfil 23015 estándar produce un coeficiente de sustentación de 0.24 frente a un valor de 0.42 del perfil modificado con combadura trasera. Para éste último, se observa en la zona trasera de intradós una especie de ‘bolsón’ de incremento de las sobrepresiones: ese es el efecto de la combadura trasera y se denomina “carga trasera” (“rear loading”). Es el principal responsable del incremento de la sustentación, aunque también la mayor combadura positiva de la zona de borde de fuga posee un efecto análogo al de un flap y también aumentas las succiones en el extradós.



Para el mismo coeficiente de sustentación de 0.5 para ambos perfiles, aquel modificado con combadura trasera lo genera con menor pico de succión (-1.2 frente a -1.4) y con menor gradiente de presión adverso máximo:



Sin embargo, el perfil modificado con combadura trasera posee un coeficiente de momento libre (alrededor de su centro aerodinámico) de -0.056 frente a un valor -0.01 del perfil estándar, un valor más de 4 veces más alto

Es muy importante enfatizar que el ejemplo precedente es útil a fin de comprender los efectos de la combadura trasera, pero no pretende transmitir la idea de que la metodología de desarrollo de perfiles con combadura trasera parte de modificar perfiles convencionales preexistentes.

Tabla resumen de características aerodinámicas de perfiles NACA.

Fuente: USAF Datcom

Valores experimentales a $Re = 9$ millones y superficie lisa. Son valores representativos útiles para emplearlos aproximadamente mientras sea Re mayor al millón.

TABLE 4.1.1-A
EXPERIMENTAL LOW SPEED AIRFOIL SECTION AERODYNAMIC CHARACTERISTICS *
 $R = 9 \times 10^6$, Smooth Leading Edge
4- and 5-Digit Airfoils

Airfoil	α_0 (deg)	c_{m_0}	c_{l_A} (per deg)	a. c.	$\alpha_{c_l} l_{max}$ (deg)	$c_{l_{max}}$	α^* (deg)
0006	0	0	.108	.250	9.0	.92	9.0
0009	0	0	.109	.250	13.4	1.32	11.4
1408	-0.8	-.023	.109	.250	14.0	1.35	10.0
1410	-1.0	-.020	.108	.247	14.3	1.50	11.0
1412	-1.1	-.025	.108	.252	15.2	1.58	12.0
2412	-2.0	-.047	.105	.247	16.8	1.68	9.5
2415	-2.0	-.049	.106	.246	16.4	1.63	10.0
2418	-2.3	-.050	.103	.241	14.0	1.47	10.0
2421	-1.8	-.040	.103	.241	16.0	1.47	8.0
2424	-1.8	-.040	.098	.281	16.0	1.29	8.4
4412	-3.8	-.093	.105	.247	14.0	1.67	7.5
4415	-4.3	-.093	.105	.245	16.0	1.64	8.0
4418	-3.8	-.088	.105	.242	14.0	1.53	7.2
4421	-3.8	-.085	.103	.238	16.0	1.47	6.0
4424	-3.8	-.082	.100	.239	16.0	1.38	4.8
23012	-1.4	-.014	.107	.247	18.0	1.79	12.0
23015	-1.0	-.007	.107	.248	18.0	1.72	10.0
23018	-1.2	-.005	.104	.248	18.0	1.60	11.8
23021	-1.2	0	.108	.288	18.0	1.50	10.3
23024	-0.8	0	.097	.281	18.0	1.40	9.7

α^* = angle of attack at which lift curve ceases to be linear.

TABLE 4.1.1-B
EXPERIMENTAL LOW SPEED AIRFOIL SECTION AERODYNAMIC CHARACTERISTICS **
 $R = 9 \times 10^6$, Smooth Leading Edge
6-Series Airfoils

Airfoil	α_0 (deg)	c_{m_0}	c_{l_A} (per deg)	a. c.	$\alpha_{c_l} l_{max}$ (deg)	$c_{l_{max}}$	α^* (deg)
63-006	0	.005	.112	.258	10.0	.87	7.7
-009	0	0	.111	.258	11.0	1.15	10.7
63-206	-1.9	-.037	.112	.254	10.5	1.06	6.0
-209	-1.4	-.032	.110	.262	12.0	1.4	10.8
-210	-1.2	-.035	.113	.261	14.5	1.56	9.6
63-012	0	0	.116	.265	14.0	1.45	12.8
-212	-2.0	-.035	.114	.268	14.5	1.63	11.4
-412	-2.8	-.075	.117	.271	16.0	1.77	9.6

(Contd.)

** LIFT COEFFICIENTS USED IN THESE CHARTS IS BASED ON CHORD

TABLE 4.1.1-B (Contd)

Airfoil	α_0 (deg)	c_{m_0}	c_{ℓ_A} (per deg)	a.e.	$\alpha_{c\ell_{max}}$ (deg)	$c_{\ell_{max}}$	α^* (deg)
63 ₂ -015	0	0	.117	.271	14.5	1.47	11.0
-215	-1.0	-.030	.118	.267	15.0	1.60	8.8
-415	-2.8	-.069	.118	.262	15.0	1.68	10.0
-615	-3.6	-.108	.117	.266	15.0	1.67	8.6
63 ₃ -018	0	0	.118	.271	15.5	1.54	11.2
-218	-1.4	-.033	.118	.271	14.5	1.85	8.0
-418	-2.7	-.064	.118	.272	16.0	1.57	7.0
-618	-3.8	-.097	.118	.267	16.0	1.59	4.2
63 ₄ -021	0	0	.118	.278	17.0	1.38	9.0
-221	-1.5	-.035	.118	.269	15.0	1.44	9.2
-421	-2.8	-.062	.120	.275	16.0	1.48	6.7
63,4-420	-2.2	-.059	.109	.265	14.0	1.42	7.6
63,4-420 $\alpha = .3$	-2.4	-.037	.111	.265	16.0	1.35	6.0
63(420)-422	-3.2	-.065	.112	.271	14.0	1.36	6.0
63(420)-517	-3.0	-.084	.108	.264	15.0	1.60	8.0
64-006	0	0	.109	.256	9.0	.8	7.2
-009	0	0	.110	.262	11.0	1.17	10.0
64-108	0	-.015	.110	.255	10.0	1.1	10.0
-110	-1.0	-.020	.110	.261	13.0	1.4	10.0
64-206	-1.0	-.040	.110	.258	12.0	1.03	8.0
-208	-1.2	-.039	.113	.257	10.5	1.23	8.8
-209	-1.5	-.040	.107	.261	13.0	1.40	8.9
-210	-1.6	-.040	.110	.258	14.0	1.45	10.8
64 ₁ -012	0	0	.111	.262	14.5	1.45	11.0
-112	-0.8	-.017	.113	.267	14.0	1.50	12.2
-212	-1.3	-.027	.113	.262	15.0	1.55	11.0
-412	-2.6	-.065	.112	.267	15.0	1.67	8.0
64 ₂ -015	0	0	.112	.267	15.0	1.48	13.0
-215	-1.6	-.030	.112	.265	15.0	1.57	10.0
-415	-2.8	-.070	.115	.264	15.0	1.65	8.0
4 ₃ -018	0	.004	.111	.266	17.0	1.50	12.0
-218	-1.3	-.027	.115	.271	16.0	1.53	10.0
-418	-2.9	-.065	.116	.273	14.0	1.57	8.0
-618	-3.8	-.095	.116	.278	16.0	1.58	5.6
64 ₄ -021	0	+.005	.110	.274	14.0	1.30	10.8
-221	-1.2	-.029	.117	.271	13.0	1.32	6.8
-421	-2.8	-.068	.120	.276	13.0	1.42	6.4
65-006	0	0	.105	.258	12.0	.92	7.6
-009	0	0	.107	.264	11.0	1.08	9.8
65-206	-1.6	-.031	.105	.257	12.0	1.03	6.0
-209	-1.2	-.031	.106	.259	12.0	1.30	10.0
-210	-1.6	-.034	.108	.262	13.0	1.40	9.6
65-410	-2.5	-.067	.112	.262	14.0	1.52	8.0

(Contd.)

TABLE 4.1.1-B (Contd.)

Airfoil	α_0 (deg)	c_{m_0}	c_l/c_a (per deg)	a.c.	$\alpha_{c_l \text{ max}}$ (deg)	$c_l \text{ max}$	α^* (deg)
65 ₁ -012	0	0	.110	.261	14.0	1.36	10.0
	-212	-1.0	-.032	.261	14.0	1.47	9.4
	-212 a = .6	-1.4	-.033	.269	14.0	1.50	9.6
	-412	-3.0	-.070	.265	15.6	1.66	10.5
65 ₂ -015	0	0	.111	.257	15.0	1.42	11.2
	-215	-1.2	-.082	.269	15.6	1.53	10.0
	-415	-2.6	-.060	.268	16.0	1.61	8.7
	-415 a = .5	-2.6	-.051	.264	20.0	1.60	7.0
65 _{215} -114	-0.7	-.019	.112	.265	15.0	1.44	10.5
65(216)-415 a = .5	-3.0	-.057	.106	.267	18.0	1.60	6.0
65 ₃ -018	0	0	.100	.262	17.0	1.44	10.0
	-418 a = .8	-3.0	-.081	.266	20.0	1.58	4.4
	-618	-4.0	-.100	.273	20.0	1.60	4.9
65 ₃ -018	0	0	.100	.267	16.0	1.37	10.0
	-218	-1.2	-.080	.268	18.0	1.48	8.8
	-418	-2.4	-.059	.265	18.0	1.54	4.0
	-418 a = .5	-2.8	-.058	.267	18.0	1.50	6.0
	-618	-4.0	-.102	.276	18.0	1.64	5.2
	-618 a = .5	-4.2	-.078	.265	20.0	1.51	5.3
65 ₄ -021	0	0	.112	.267	18.5	1.40	7.4
	-221	-1.3	-.029	.274	20.5	1.46	6.0
	-421	-2.8	-.066	.272	22.0	1.56	5.0
	-421 a = .5	-2.8	-.052	.272	20.0	1.43	5.6
65 _{421} -420	-2.4	-.061	.116	.276	20.0	1.52	4.7
66-006	0	0	.100	.252	9.0	.80	6.5
	-009	0	-.103	.259	10.0	1.05	10.0
66-206	-1.6	-.038	.108	.257	10.5	1.00	7.0
	-209	-1.0	-.034	.257	11.0	1.17	9.0
	-210	-1.3	-.035	.261	11.0	1.27	10.0
67 ₁ -012	0	0	.106	.258	14.0	1.25	11.2
	-212	-1.2	-.082	.259	15.0	1.46	11.6
68 ₂ -015	0	.005	.105	.265	16.5	1.35	12.0
	-215	-1.3	-.031	.260	16.0	1.50	11.4
	-416	-2.6	-.069	.260	17.0	1.60	10.0
66(215)-016	0	0	.105	.260	14.0	1.33	10.0
	-216	-2.0	-.044	.262	16.0	1.55	8.8
	-216 a = .6	-1.2	-.030	.257	16.0	1.46	7.0
	-416	-2.6	-.068	.265	18.0	1.60	4.0
68A010	0	.005	.105	.254	13.0	1.20	10.0
68A210	-1.5	-.040	.103	.267	14.0	1.43	10.0
68A010	0	0	.110	.253	12.0	1.28	10.0
68A210	-1.5	-.040	.105	.251	8.0	1.44	10.0
68A410	-3.0	-.080	.100	.254	15.0	1.61	10.0
68 ₁ A212	-2.0	-.040	.100	.252	14.0	1.54	11.0
68 ₂ A215	-2.0	-.040	.095	.252	15.0	1.50	12.0

α^* = angle of attack at which lift curve ceases to be linear.

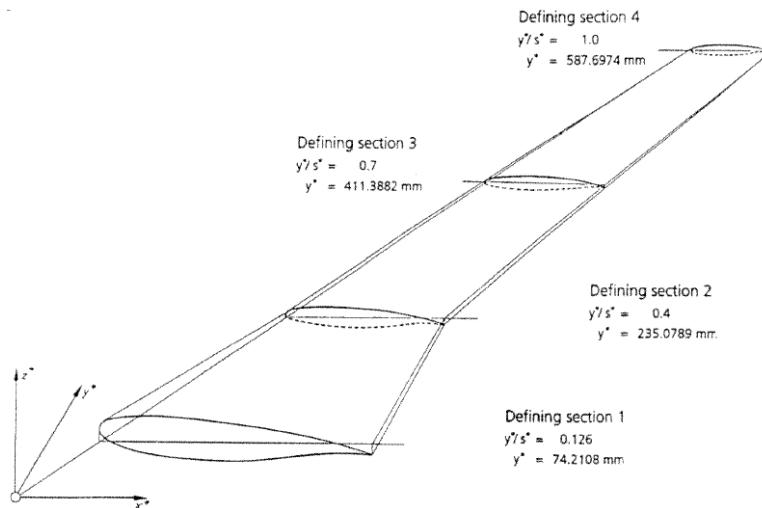
CONCEPTOS BÁSICOS ACERCA DE ALA FINITA

DISTRIBUCIONES DE SUSTENTACIÓN Y DE COEFICIENTE DE SUSTENTACIÓN LOCAL

Asumiendo flujo adherido sobre el ala, sin efectos de separación, la fuerza normal F_z es una fuerza neta resultante de la integración de la distribución de diferencia de presiones entre intradós y extradós, tanto a lo largo de la cuerda como a lo largo de la envergadura.

Según lo visto previamente, la magnitud de la fuerza normal F_z puede asignarse a la fuerza de sustentación total L del ala:

$$L \equiv F_z = \int_S \Delta p dS = q_\infty \iint_S \Delta C_p dx dy \quad (1)$$



Imaginando el ala como una viga estructural, la distribución de diferencia de presiones entre intradós y extradós es una distribución de carga, que puede ser integrada en primer lugar a lo largo de la cuerda.

Procediendo de esta manera, la sustentación quedará planteada como la integración de una distribución de sustentación a lo largo de la envergadura:

$$L = q_\infty \int_b^c c \left[\int_{c(y)} \Delta C_p d\left(\frac{x}{c}\right) \right] dy = q_\infty \int_b^c c C_l dy \quad (2)$$

El coeficiente de sustentación local de la sección en la estación "y" está dado por la integración de la carga a lo largo de la cuerda de dicha sección:

$$C_l(y) = \int_{c(y)} \Delta C_p d\left(\frac{x}{c}\right) \quad (3)$$

De manera completamente análoga a lo ya visto en cuanto al coeficiente de sustentación del perfil 2D, el significado físico del Cl local puede entenderse, cuando se lo multiplica por la presión dinámica, como un Δp promedio en la cuerda:

$$\Delta \bar{p}(y) = \int_0^1 q_\infty \Delta C_p(x, y) d\left(\frac{x}{c(y)}\right) = q_\infty \Delta \bar{C}_p = q_\infty C_l(y) \quad (4)$$

Este significado del Cl local muestra entonces que en las punteras del ala, tanto el Cl local como la distribución de sustentación son nulos.

En las punteras no puede existir una diferencia de presiones pues el intradós y extradós quedan comunicados, anulando la diferencia de presiones entre ellos y conduciendo a un CI local nulo. La contracara de la igualación de presiones entre intradós y extradós es el flujo circulante desde intradós hacia extradós (para sustentación positiva) y la formación de los torbellinos o vórtices de puntera.

De manera análoga a lo visto para el coeficiente de sustentación del perfil 2D, el CI local en una sección del ala está vinculado al pico de succión en dicho perfil, y por lo tanto al riesgo de separación de capa límite. La relación vista ayuda a entender que la separación de flujo sobre el ala comenzará generalmente en aquellas secciones que poseen el mayor valor del CI local.

El coeficiente de sustentación total del ala C_L se define como:

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{+b/2} c C_l dy \quad (5)$$

La distribución de sustentación a lo largo de la envergadura es entonces:

$$\frac{dL}{dy} = q_\infty C_l c \quad (6)$$

la que resulta , como se observa, de la distribución de cuerda $c(y)$ y de la distribución de coeficiente de sustentación local $C_l(y)$

Ambas distribuciones dependen directamente una de otra pero son de forma diferente, con la única y sola excepción de alas de cuerda constante.

Por otra parte, no debe asumirse que el coeficiente de sustentación local es el correspondiente al perfil bidimensional.

Frecuentemente ambas distribuciones son normalizadas de la manera siguiente:

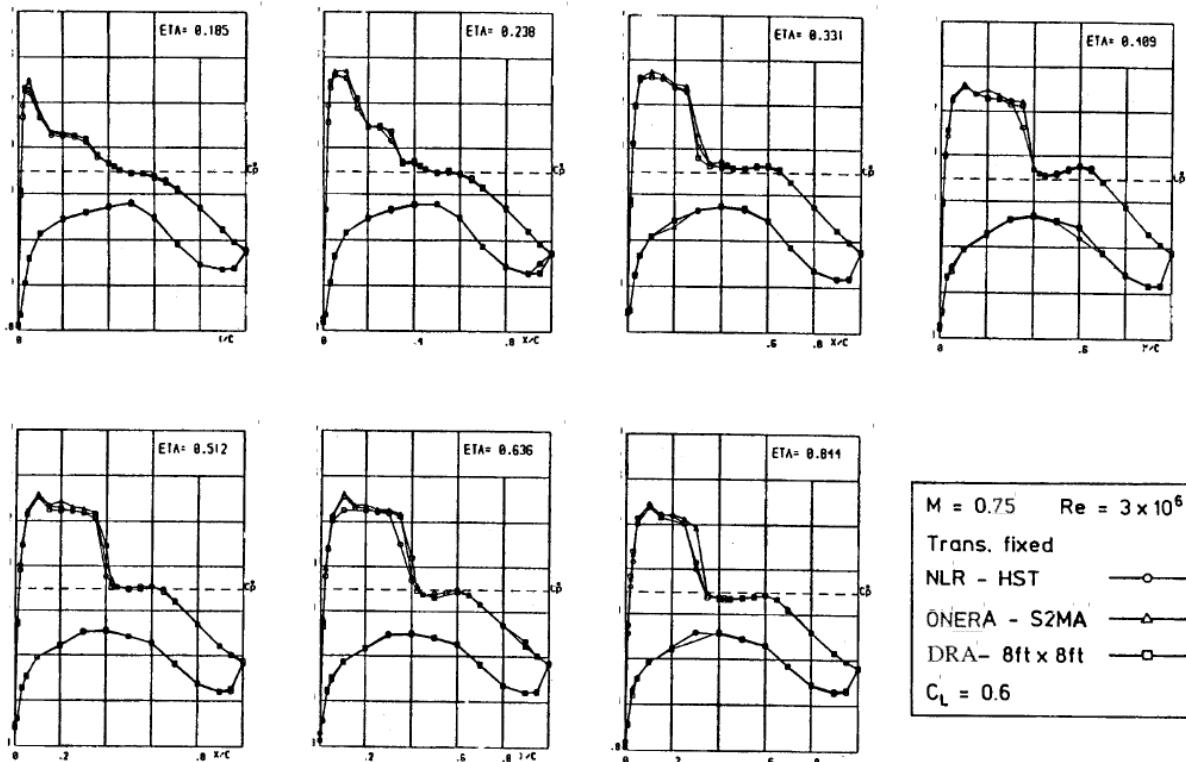
Distribución de sustentación: $\frac{C_l c}{C_L \bar{c}}$ (7)

Distribución de coeficiente de sustentación local: $\frac{C_l}{C_L}$ (8)

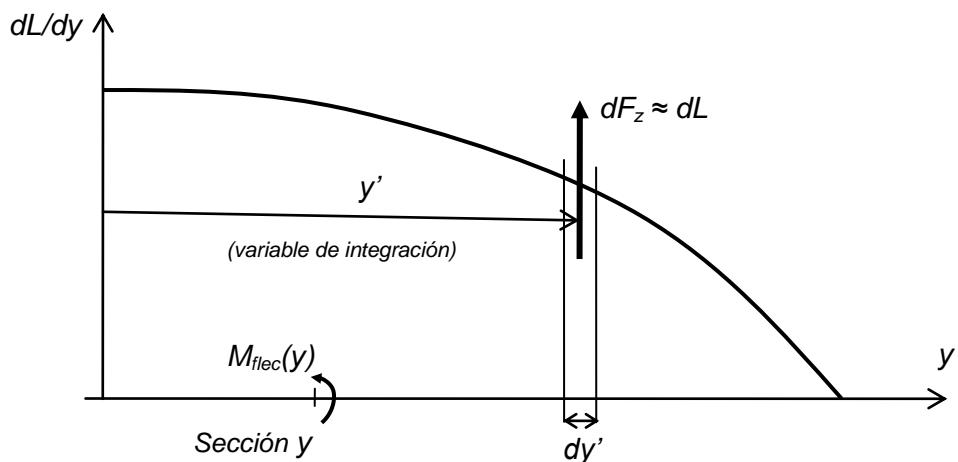
La distribución de sustentación a lo largo de la envergadura es de importancia estructural: es la determinante de las cargas de fuerza de corte y de momento flector a las que está sometida el ala como un elemento estructural. Para la solicitud de torsión es indispensable estudiar la distribución de cargas a lo largo de la cuerda.

La distribución de CI local es de importancia aerodinámica pura: con ella puede estimarse el comportamiento en pérdida del ala y pueden tenerse en cuenta efectos de compresibilidad.

Las figuras siguientes muestran las distribuciones de presiones sobre diferentes secciones del ala mostrada. La integración de cada una de estas distribuciones mostradas provee el coeficiente de sustentación local. En dichas figuras, la variable ETA es la cota y adimensionalizada con la semi envergadura: $\eta = y/(b/2)$



La distribución de sustentación a lo largo de la envergadura es de gran importancia desde el punto de vista estructural, pues determina las cargas de fuerza de corte y de momento flector a las que está sometida el ala, entendida como un elemento estructural tipo viga:



La distribución de fuerza de corte es simplemente la integración de la distribución de sustentación entre la sección de interés y la puntera:

$$Q_z(y) = q_\infty \int_y^{+b/2} C_l(y') c(y') dy' \quad (9)$$

La distribución de momento flector está dada por:

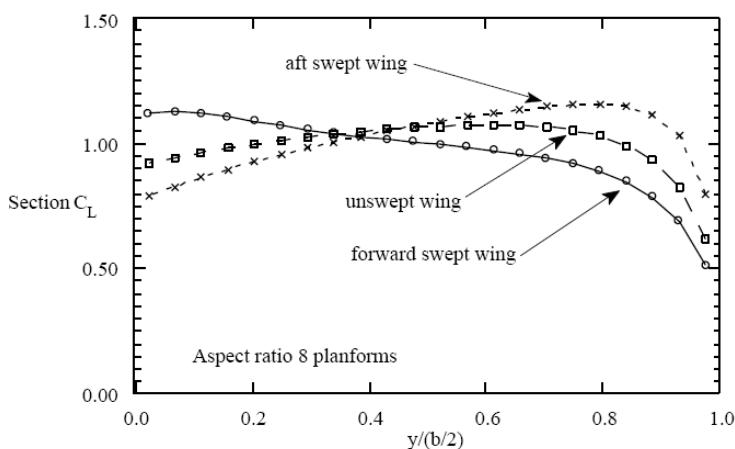
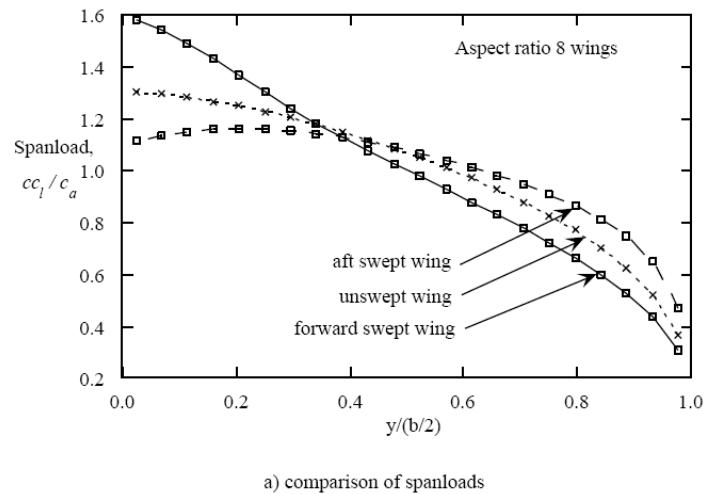
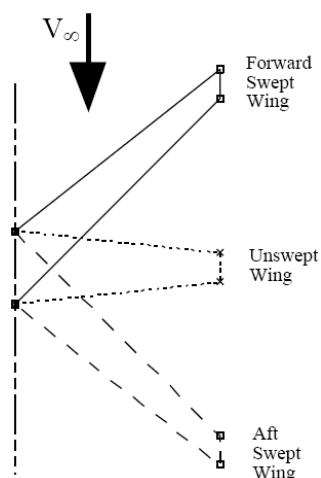
$$M_{flec}(y) = \int_y^{+b/2} (y' - y) dF_z$$

$$M_{flec}(y) = q_\infty \int_y^{+b/2} C_l(y') c(y') (y' - y) dy' \quad (10)$$

Para la solicitud de torsión es indispensable estudiar la distribución de cargas a lo largo de la cuerda.

La distribución de C_l local es de importancia aerodinámica pura: con ella puede predecirse aproximadamente cuando el ala entrará en pérdida, estimarse el comportamiento en pérdida de ella y pueden tenerse en cuenta efectos de compresibilidad, que serán vistos en Aerodinámica II.

Las figuras siguientes muestran las diferencias entre distribución de sustentación ("spanload") y de coeficiente de sustentación local ("local lift coefficient"), en el caso de tres alas ahusadas, sin ninguna clase de alabeo, con el mismo perfil y todas de alargamiento de $A = 8$ que difieren en el ángulo de flecha: ala recta, ala con flecha positiva (hacia atrás) y ala con flecha negativa (hacia delante).



RESISTENCIA INDUCIDA Y SUSTENTACIÓN

Una característica distintiva del ala finita lo constituye ser un elemento que genera un tipo de resistencia aerodinámica no vinculada a la viscosidad del fluido y que por lo tanto puede ser estudiada en flujo ideal, no viscoso. Esta resistencia, denominada *inducida por sustentación* o simplemente *inducida*, es influenciada por variables geométricas diferentes a las que determinan la *resistencia parásita* del ala, de origen viscoso.

La resistencia aerodinámica total del ala será entonces la suma de la resistencia parásita y de la resistencia inducida.

El origen de la resistencia inducida está íntimamente ligado a la estela del ala, de la cual se destacan notoriamente los torbellinos o vórtices de puntera de ala.

A continuación se desarrolla una explicación conceptual (solamente cualitativa) de éste origen y vínculo, en el contexto de flujo no viscoso, en el cual no existe resistencia parásita.

La explicación primaria de la sustentación generada por un ala radica en la distribución de presiones que actúan como acción directa sobre su superficie externa.

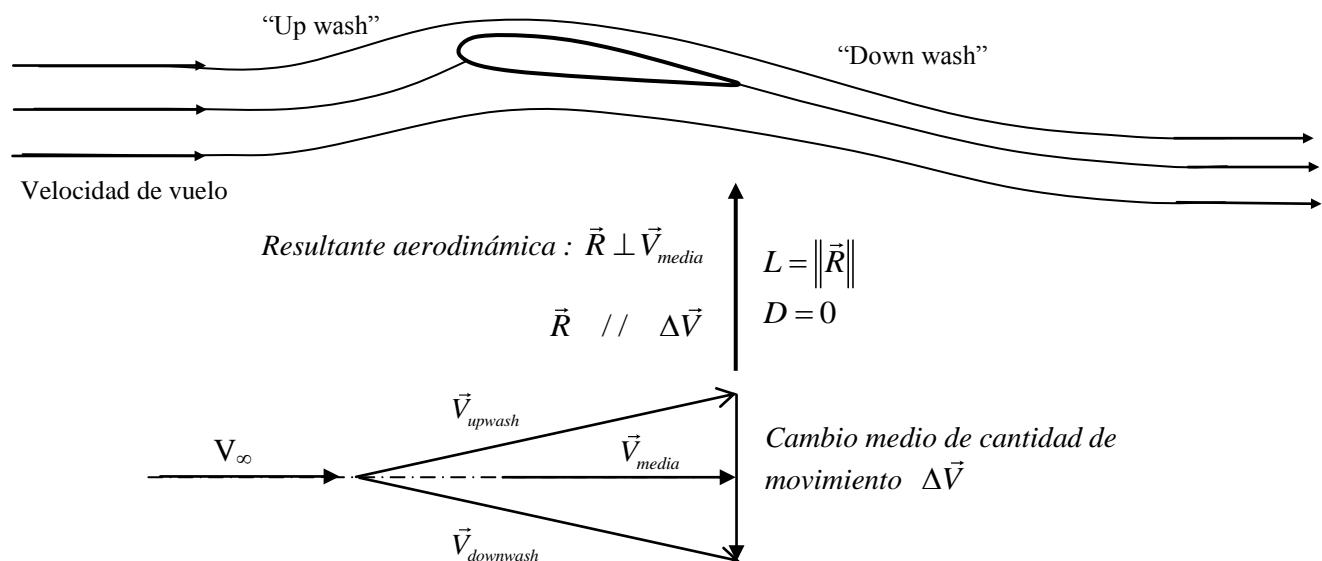
También existe una explicación indirecta, basada en el concepto de fuerza de reacción al cambio de cantidad de movimiento de una corriente de fluido. Este último será analizado por el cambio de dirección de la corriente de aire que la presencia del ala impone sobre el fluido.

El cambio de dirección de la corriente fluida debe ser estudiado entre el flujo por delante y por detrás del ala, a una cierta distancia por delante y por detrás del ala.

Esta distancia no debe ser tan grande como para que la influencia del ala haya desaparecido o sea insignificante, ni tan pequeña como para que además de un cambio de cantidad de movimiento (velocidad) haya presión local diferente de la ambiente. La distancia por delante y por detrás del ala es entonces tal que: a) la presión es prácticamente ambiente, b) la magnitud de la velocidad es prácticamente la de corriente libre y c) el cambio de cantidad de movimiento sólo está dado por el cambio de dirección del flujo.

Un perfil que sustenta genera por delante un flujo ascendente respecto a la dirección de la corriente libre y genera por detrás un flujo descendente. Estos flujos se denominan “*upwash*” y “*downwash*” respectivamente, y pueden ser modelados, en parte, por el vórtice asociado al perfil y responsable de generar la fuerza de sustentación, de acuerdo al teorema de Kutta-Joukowsky.

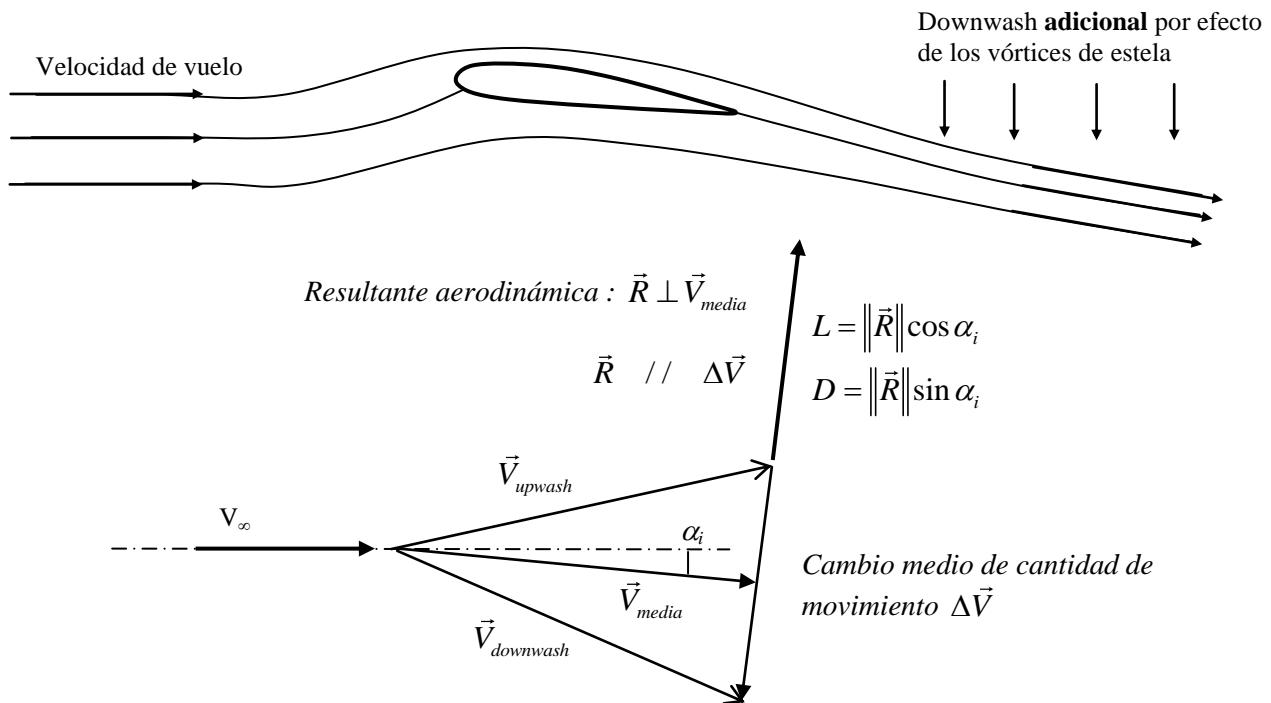
En el caso de un ala infinita (perfil 2D) se tiene una situación de simetría entre estos fenómenos de upwash y downwash, de manera que la velocidad media alrededor del ala posee la misma dirección de la velocidad de vuelo (corriente libre). El cambio medio de cantidad de movimiento del aire y por ende la resultante aerodinámica (fuerza de reacción) son perpendiculares a esta velocidad y sólo existe sustentación, sin componente ninguna sobre la dirección de vuelo.



En el caso de un ala finita, la presencia de la estela y de los vórtices de puntera de ala introducen un efecto adicional de flujo descendente por detrás del ala no existente en el caso 2D, de manera que el downwash por detrás es mucho más intenso que el upwash por delante.

Como resultado de ello, la velocidad media del flujo alrededor del ala posee una componente descendente respecto a la velocidad de vuelo.

El cambio medio de cantidad de movimiento está inclinada un cierto ángulo respecto la velocidad de vuelo y por lo tanto la resultante aerodinámica (reacción al cambio de cantidad de movimiento) posee tanto componente de sustentación como de resistencia al avance.



Lo descripto sintetiza los dos grandes efectos tridimensionales de un ala finita:

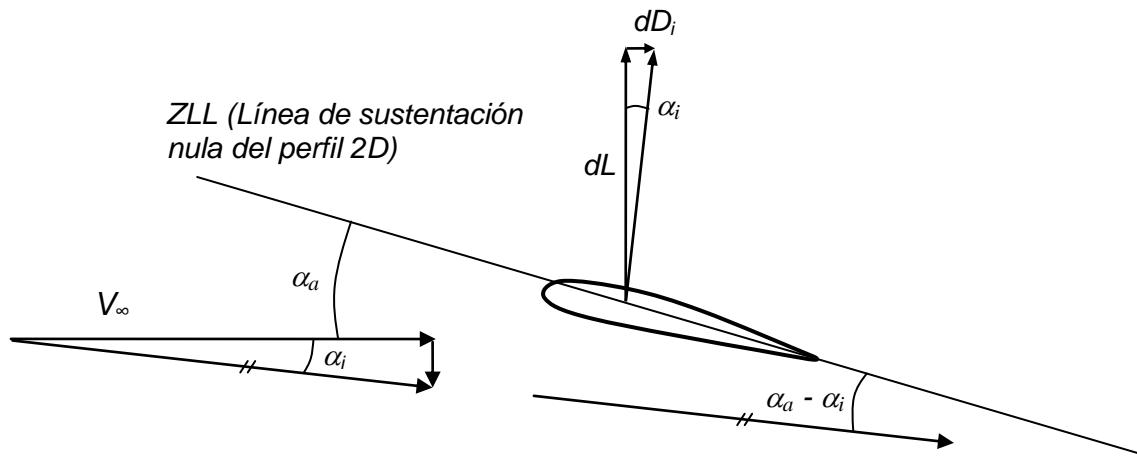
1. La fuerza aerodinámica resultante de flujo ideal no es normal a la velocidad de vuelo, de manera que existe una componente de resistencia (o arrastre) de origen no viscoso, que es la denominada “resistencia inducida”.
2. El ángulo que forma la dirección media del flujo alrededor del ala con la dirección de vuelo puede contabilizarse como una reducción del ángulo de ataque efectivo al que se encuentra el ala con respecto la corriente libre.

Este ángulo se denomina “ángulo de ataque *inducido*” α_i y bajo ciertas hipótesis constituye una importante herramienta teórica de análisis de alas tridimensionales. Este ángulo debe entenderse como una distribución, función de la cota “y”, de manera análoga al Cl local.

MODELO DE LÍNEA SUSTENTADORA

Cuando el ala es de gran alargamiento (con $A > 4$ aproximadamente), los efectos tridimensionales introducidos por las punteras son lo suficientemente reducidos para asumir que consisten simplemente en correcciones a realizar a los resultados de flujo bidimensional aplicados en cada sección del ala.

El modelo de línea sustentadora es un modelo teórico que asume las hipótesis de flujo quasi-2D. El análisis del ala es enfocado sólo en lo que sucede a lo largo de la envergadura, asumiendo que en cada una de las secciones del ala, el comportamiento a lo largo de la cuerda será el del perfil 2D trabajando con un ángulo de ataque disminuido por efectos tridimensionales: alfa corregido o efectivo. Esta corrección (disminución) de ángulo de ataque se denomina alfa inducido $\alpha_i(y)$ y debe ser obtenida en cada sección a lo largo de la envergadura.



Bajo estas hipótesis se tiene entonces que:

- El ángulo de ataque efectivo de una sección es el ángulo de ataque corregido, disminuido en el ángulo de ataque inducido, correspondiente a la sección del ala que se está estudiando, de manera que el C_l local es calculado como para un perfil 2D con éste ángulo de ataque modificado:

$$C_l = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_{l0} - \alpha_i) \quad (11)$$

donde la pendiente de sustentación y el ángulo de ataque de sustentación nula son los valores correspondientes del perfil bidimensional.

- El ángulo de ataque inducido correspondiente a una sección del ala finita es pequeño, de manera que:

$$\begin{aligned} dD_i &= \tan \alpha_i dL \\ &\approx \alpha_i dL \end{aligned} \quad (12)$$

- El punto de aplicación de las fuerzas aerodinámicas y el punto dónde se obtiene el valor de $\alpha_i(y)$ es impuesto en el centro aerodinámico del perfil 2D.
Lo usual es asumirlo al 25% aunque puede ser ubicado en la posición exacta del perfil 2D si es conocido de fuente teórica o experimental.
- La resistencia parásita (la parte de la resistencia aerodinámica de origen viscoso) se obtiene por integración de la resistencia correspondiente a la de los perfiles que componen el ala en flujo bidimensional, dada por la polar Cd-CI del perfil 2D, pero en la cual el CI local es el valor 3D.

Los coeficientes aerodinámicos globales del ala se obtienen por integración de las correspondientes distribuciones:

$$\text{Coeficiente de sustentación (global): } C_L = \frac{1}{S} \int_b C_l c dy \quad (13)$$

$$\text{Coeficiente de resistencia inducida: } C_{Di} = \frac{1}{S} \int_b \alpha_i C_l c dy$$

$$\text{Coeficiente de resistencia parásita: } C_{Dp} = \frac{1}{S} \int_b C_d |_{\text{perfil } 2D} (C_l(y, C_L)) \cdot c \cdot dy$$

Existen diversos métodos de línea sustentadora, algunos de planteo analítico y otros de planteo numérico, pero todos se basan en reemplazar al ala por un sistema de vórtices a lo largo de la envergadura con ramas libres convectadas en la dirección aguas abajo del ala, como presentan las *Fig.4, Cap.6 de Kuethe-Chow* y *Fig. 3.56 de McCormick*

El modelo de línea sustentadora permite calcular también el momento de cabeceo pero no es lo recomendado para un cálculo preciso pues el modelo presupone la posición de los centros aerodinámicos de cada sección, en lugar de que dichos valores resulten del propio cálculo.

Debe enfatizarse que el ángulo de ataque inducido no es un ángulo físico sino que se trata de un concepto teórico, que permite entender y calcular los efectos tridimensionales en alas usuales, de alargamiento elevado ($A \geq 4$ aproximadamente), empleando los resultados teóricos y/o empíricos del flujo bidimensional en perfiles.

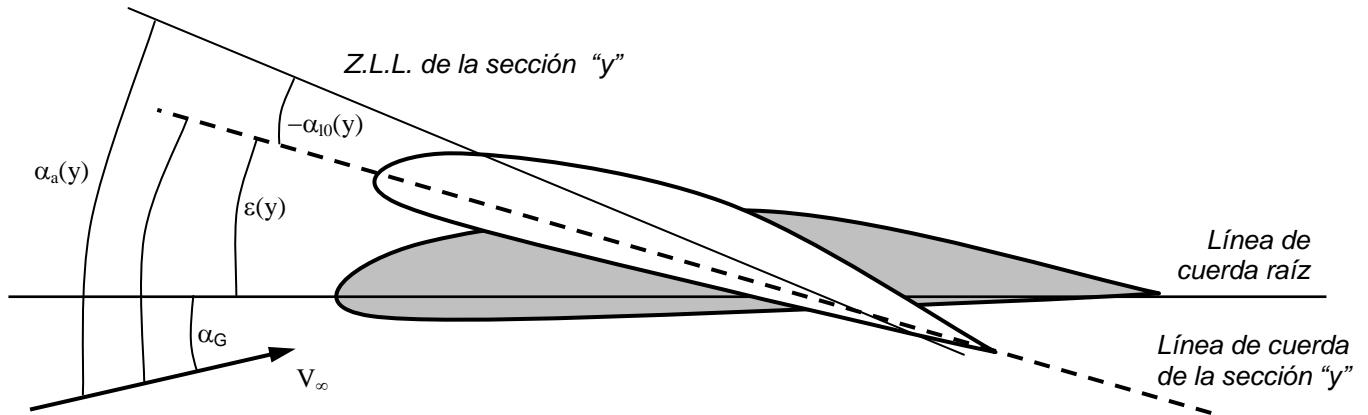
El modelo de Línea Sustentadora permite entender la razón de que sea tan importante el flujo bidimensional, el cual es físicamente inexistente en la naturaleza, y que sea crucial el conocimiento de las características aerodinámicas de los perfiles 2D, al punto de que estas sean información frecuentemente reservada de las empresas diseñadoras de aviones

En los libros de texto empleados en la asignatura se desarrolla de manera analítica el modelo de Línea sustentadora de Prandtl, de gran importancia conceptual aunque restringido a alas rectas o con muy poca flecha. Este tema se cubrirá con los textos de la materia.

Este modelo conduce directamente a la obtención de la distribución de ángulo de ataque inducido $\alpha_i(y)$ en base a la geometría del ala. Luego se obtienen las distribuciones de coeficiente de sustentación local con la ecuación (7), de sustentación con la ecuación (5) y los coeficientes globales de sustentación y resistencia inducida con las ecuaciones (9).

Más adelante, en el desarrollo de la asignatura, se cubre el modelo numérico de Línea sustentadora extendida, denominado de Weissinger, aplicable a alas arbitrarias con flecha

DEFINICIÓN DE ÁNGULOS DE ATAQUE DE UNA SECCIÓN DE ALA FINITA



Ángulos con definición física:

α_G : Ángulo de ataque global del ala en conjunto, entre la corriente libre y la sección raíz del ala.

ε : Ángulo de torsión geométrica de la sección, normalmente negativo. Es un dato geométrico dado por una ley de torsión constructiva. Se lo denomina “alabeo geométrico”.

α_{l0} : Ángulo de ataque de sustentación nula de la sección. Es un dato propio del perfil. Cuando éste ángulo posee una ley de cambio a lo largo de la envergadura se habla de “alabeo aerodinámico”.

$$\alpha_a : \text{Ángulo de ataque aerodinámico: } \alpha_a(y) = \alpha_G + \varepsilon(y) - \alpha_{l0}(y) \quad (14)$$

Ángulos con definición conceptual:

α_i : Ángulo de ataque inducido. $\alpha_e(y) = \alpha_a(y) - \alpha_i(y)$

$$\alpha_e : \text{Ángulo de ataque efectivo: } \alpha_e(y) = \alpha_G + \varepsilon(y) - \alpha_{l0}(y) - \alpha_i(y) \quad (15)$$

DISTRIBUCIONES DE SUSTENTACIÓN BÁSICA Y ADICIONAL

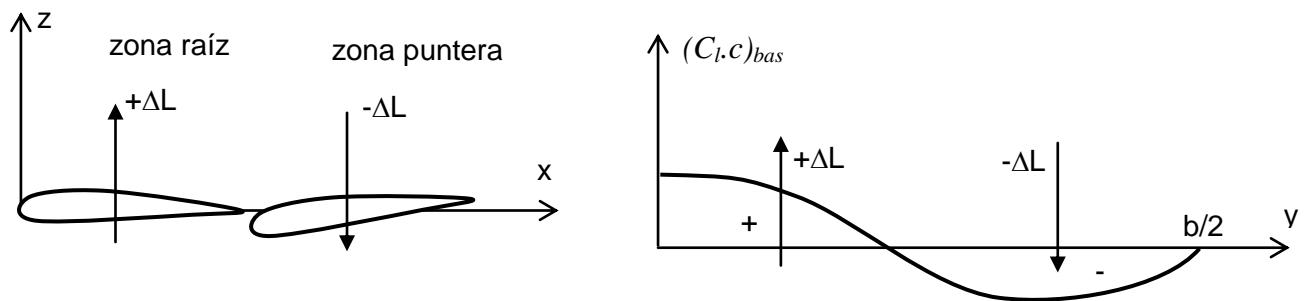
La condición de sustentación nula del ala no significa necesariamente que la distribución de sustentación sea nula:

$$C_L = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{+b/2} c C_l dy = 0 \quad \text{con } c C_l \neq 0 \quad (16)$$

Esta distribución de sustentación se denomina “básica”: $(C_l c)_{bas}$ y posee un significado físico concreto.

La distribución de sustentación básica existe en general cuando el ala posee alabeo: ya sea “alabeo geométrico” mediante una ley de torsión $\varepsilon(y)$ o ya sea “alabeo aerodinámico” cuando el perfil cambia de combadura a lo largo de “y”.

Por ejemplo para alabeo negativo, que es el caso usual:



La distribución de sustentación adicional queda definida según:

$$C_l c = (C_l c)_{bas} + C_L (C_l c)_{ad} \quad (17)$$

La distribución adicional no tiene significado físico sino a través de su definición matemática, a diferencia de la distribución básica que sí posee sentido físico al corresponder a la distribución real cuando la sustentación total es nula.

Como en la fórmula la dimensión de cuerda puede simplificarse, también se habla de distribución básica y adicional de Cl local.

La descomposición de la distribución de sustentación o de distribución de Cl local en la forma presentada es una aproximación cuya validez se basa en la ausencia de efectos no lineales importantes: ausencia de separación de flujo y alas de alargamiento no muy bajos ($A > 2$).

La obtención de ambas distribuciones se realiza en la forma siguiente, ejemplificada con la del Cl local. En primer lugar deben obtenerse dos distribuciones de Cl local para dos ángulos de ataque cualesquiera:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \rightarrow & \text{ Distribución local } C_l(y)|_1 \quad \text{Valor global } C_{L1} \\ \alpha_2 \rightarrow & \text{ Distribución local } C_l(y)|_2 \quad \text{Valor global } C_{L2} \end{aligned}$$

Luego se escribe:

$$\begin{aligned} C_l(y)|_1 &= C_l(y)_{bas} + C_{L1} C_l(y)_{ad} \\ C_l(y)|_2 &= C_l(y)_{bas} + C_{L2} C_l(y)_{ad} \end{aligned}$$

Despejando entonces:

$$C_l(y)_{ad} = \frac{C_l(y)|_2 - C_l(y)|_1}{C_{L2} - C_{L1}} \quad (18)$$

$$C_l(y)_{bas} = C_l(y)|_1 - C_{L1} \quad C_l(y)_{ad} \quad (19)$$

La distribución básica depende directamente del alabeo que posea el ala, sin importar si es geométrico o aerodinámico.

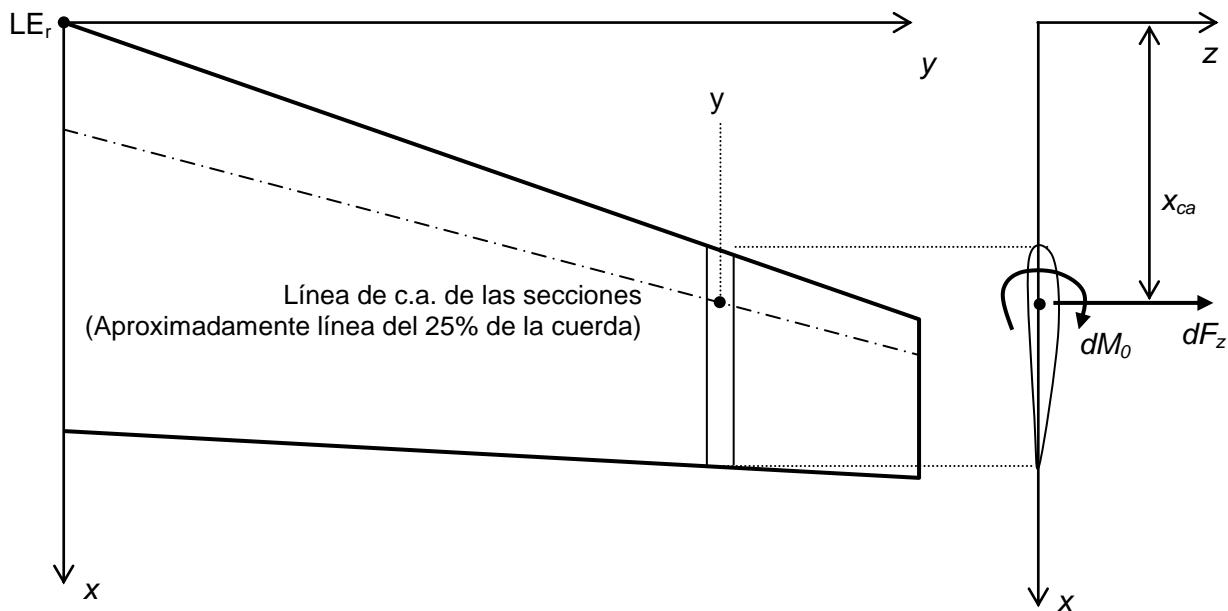
La distribución adicional depende de la forma en planta del ala, muy especialmente flecha y ahusamiento.

Dada un ala de forma en planta determinada, la distribución adicional está fijada. Supongamos que dicha ala posea un sistema de flaps de borde de fuga que no modifique la forma en planta (flap que no sean de tipo Fowler): en caso de deflexión, se modifica la distribución básica en razón del sustancial cambio de dirección de sustentación nula del perfil que produce un flap de borde de fuga; en el caso que sean flaps de tipo Fowler, que producen un incremento de la cuerda local, también se modifica la distribución adicional.

MOMENTO DE CABECEO Y CENTRO AERODINÁMICO DEL ALA

El momento de cabeceo respecto del borde de ataque de la sección raíz está dado por el momento producido por la distribución de fuerza normal sobre las secciones y por el aporte de los momentos libres de cada una de dichas secciones:

$$\begin{aligned} M_{LEr} &= \int_{-b/2}^{b/2} dM_0 - \int_{-b/2}^{b/2} dF_z \ x_{ca} \\ &= \int_{-b/2}^{b/2} C_{m ca} q c^2 dy - \int_{-b/2}^{b/2} C_z q c x_{ca} dy \end{aligned} \quad (20)$$



Asumiendo la aproximación \$C_z \sim C_L\$ e introduciendo la descomposición de distribuciones básica y adicional:

$$C_l = C_{lbas} + C_L C_{ladic}$$

El momento queda como:

$$\begin{aligned} M_{LEr} &= \int_{-b/2}^{b/2} C_{m ca} q_\infty c^2 dy - \int_{-b/2}^{b/2} C_{lbas} x_{ca} q_\infty c dy - C_L \int_{-b/2}^{b/2} C_{ladic} q_\infty c x_{ca} dy \\ &= q_\infty \int_{-b/2}^{b/2} (C_{m ca} c - C_{lbas} x_{ca}) c dy - q_\infty C_L \int_{-b/2}^{b/2} C_{ladic} c x_{ca} dy \end{aligned} \quad (21)$$

Por otra parte, si \$X_{CA}\$ es la posición del centro aerodinámico global del ala (a ser determinado), el momento respecto A puede plantearse como:

$$M_{LEr} = M_{CA} - L x_{CA} \quad (22)$$

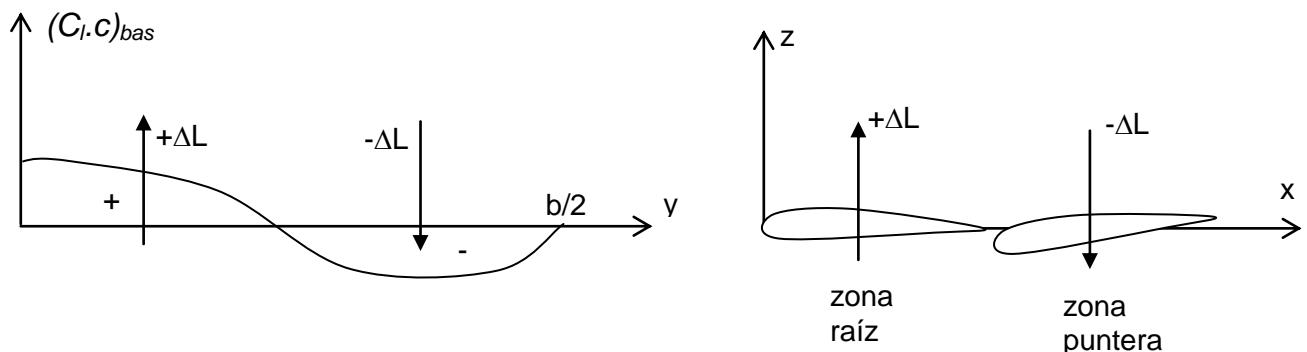
Teniendo en cuenta que \$L = q_\infty C_L S\$, comparando ambas expresiones del momento de cabeceo resulta que:

$$M_{CA} = q_\infty \int_{-b/2}^{b/2} (C_{m ca} c - C_{lbas} x_{ca}) c dy \quad (23)$$

$$x_{CA} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} C_l \text{adic} c x_{ca} dy \quad (24)$$

Se observa que el momento global del ala alrededor de su propio centro aerodinámico está dado por dos aportes diferentes:

1. Momento libre propio de los perfiles que la componen.
2. Cupla debida a la distribución de sustentación básica ($C_L = 0$). Este aporte se produce cuando el ala posee flecha combinada con alabeo (geométrico y/o aerodinámico) y por lo tanto la distribución de sustentación básica queda con brazo de palanca en x , generándose de ésta manera una cupla. Para el caso habitual de alas con flecha positiva y alabeo negativo, éste momento es a cabrear (positivo). Ver figura.



Origen de la Cuerda Aerodinámica Media:

Volvamos a la ecuación del momento propio del ala y consideremos el caso de un ala que no posee flecha (ala recta) y el perfil es el mismo a lo largo de toda la envergadura. Por lo tanto queda:

$$M_{CA} = C_{m ca} q_\infty \int_{-b/2}^{b/2} c^2 dy$$

Definamos el coeficiente de momento del ala eligiendo para la adimensionalización la superficie alar S y una dimensión de referencia l_{ref} genérica:

$$M_{CA} = C_{m ca} q_\infty \int_{-b/2}^{b/2} c^2 dy = C_{M CA} q_\infty S l_{ref} \quad (25)$$

Si por un argumento de coherencia se desea que $C_{m ca} = C_{M CA}$, deberá ser que:

$$l_{ref} = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} c^2 dy = \bar{c} \quad (26)$$

Lo cual es la definición de la denominada "cuerda media aerodinámica".

Es importante observar que la definición de esta importante cuerda no esconde ningún argumento de base física sino un simple argumento de coherencia de definiciones de coeficientes adimensionales entre la situación bidimensional del perfil y la situación tridimensional del ala.

CENTRO AERODINÁMICO GEOMÉTRICO (o punto del 25% de la CAM)

Se define Centro aerodinámico Geométrico al CA del ala bajo las siguientes suposiciones:

- Distribución de sustentación adicional como elíptica.
- Línea de centros aerodinámicos de las secciones coincidente con la línea de 25% de cuerda

Obtengamos dicho punto para el caso de un ala trapezoidal:

Al ser elíptica la parte adicional de la distribución de sustentación se tiene que: $C_{l\ adic} = cte = 1$

Por ser ala trapezoidal, la línea de 25% c es una recta de manera que: $x_{ca} = 0.25 c_r + y \tan \Lambda_{25}$

$$\begin{aligned} x_{CA} &= \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} C_{l\ adic} c x_{ca} dy \\ &= \frac{2}{S} \int_0^{b/2} c (0.25 c_r + y \tan \Lambda_{25}) dy \\ &= 0.25 c_r + \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y dS \tan \Lambda_{25} \\ x_{CA} &= 0.25 c_r + \tan \Lambda_{25} \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y dS \end{aligned} \quad (27)$$

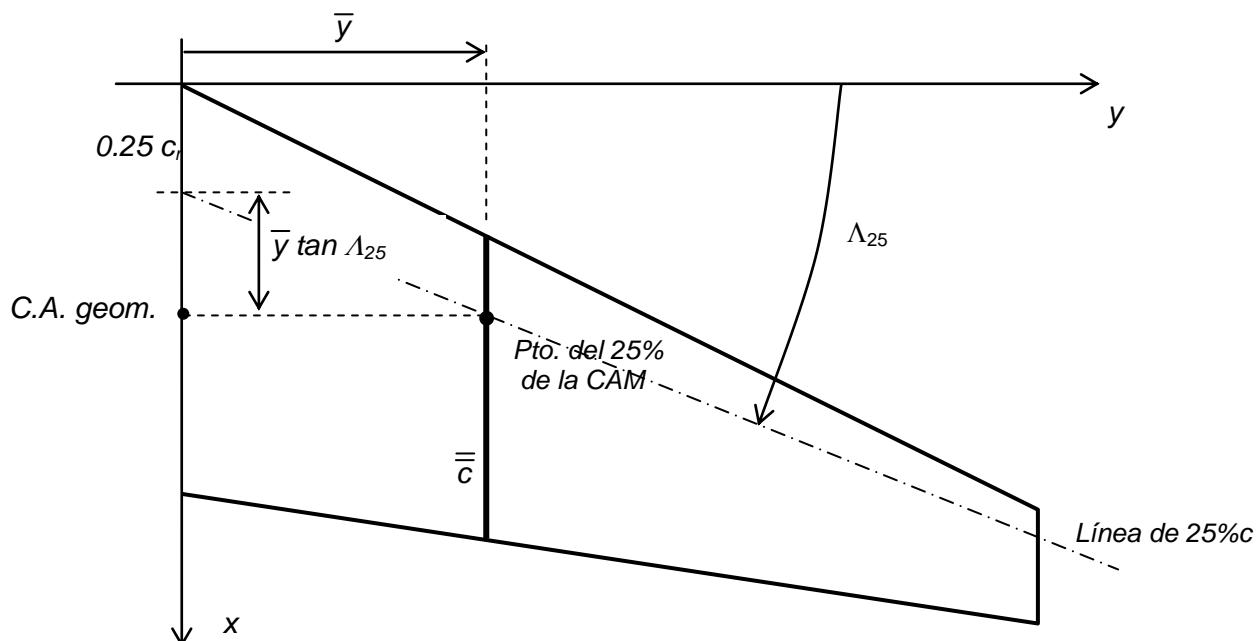
La integral $\bar{y} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} y dS$ es la posición según el eje y del centro de áreas de la semi-ala.

Dicha posición para una forma trapezoidal está dada por:

$$\bar{y} = \frac{b}{6} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \quad (28)$$

Con lo que resulta la posición del centro aerodinámico geométrico, respecto el borde de ataque de la sección raíz:

$$x_{CA} = 0.25 c_r + \frac{b}{6} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \tan \Lambda_{25} \quad (\text{respecto el LE raíz}) \quad (29)$$



Se puede demostrar que el centro aerodinámico geométrico, para un ala de cualquier geometría, se ubica en la cota x correspondiente al punto del 25% de la cuerda media aerodinámica CAM y que ésta cuerda corresponde a la sección donde se ubica el centro de áreas de la semi-ala.

¿Cuál es la importancia del CA geométrico?:

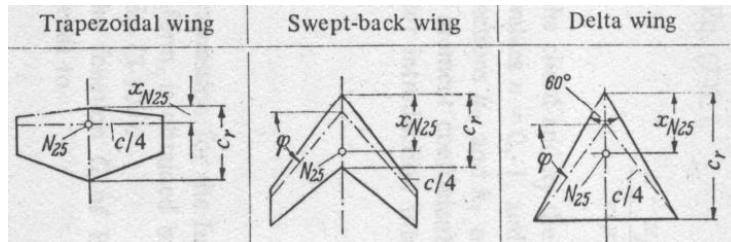
A pesar de que en un ala real las suposiciones no son estrictamente ciertas (especialmente la relativa a la distribución de sustentación adicional elíptica pues los c.a. locales efectivamente no están muy alejados del 25% c), experimentalmente se observa que el verdadero CA del ala no está muy alejado del denominado CA geométrico.

Aceptando lo anterior y a los efectos de estimaciones y de diseño preliminar de aeronaves, es de utilidad trabajar con el CAG por razones de simplicidad, pues la obtención del CA verdadero requiere de cálculos aerodinámicos de alguna índole y un posterior procesamiento de resultados mientras que el CAG sólo requiere de cálculos geométricos, frecuentemente mediante fórmulas ya desarrolladas.

Se enfatiza, nuevamente, que no se trata del verdadero centro aerodinámico, sobre todo por la primera suposición, pero curiosamente resulta que no está alejado del mismo. Es un punto que se calcula puramente en base a la geometría y se emplea normalmente como un punto de referencia del avión.

Es de esperar que cuanto más alejada sea la distribución de sustentación adicional de la elíptica, mayor discrepancia exista entre los CAG y CA verdadero. Esto se da generalmente en alas con elevada flecha o en alas de muy bajo alargamiento.

A modo de ejemplo de todo lo comentado previamente, se presentan resultados para las tres alas siguientes: para cada caso se provee la distancia Δx existente entre el CA verdadero del ala respecto el CA geométrico adimensionalizada con la CAM de cada una.



	Ala trapezoidal recta	Ala trapezoidal con flecha	Ala delta
A	2.75	2.75	2.31
λ	0.5	0.5	0
Λ_{25}	0°	50°	52.4°
$\Delta x/CAM$	-3%	-6%	-14%

Ref.: "Aerodynamics of the Airplane". Schlichting & Truckenbrodt. 1979

MODELO DE LÍNEA SUSTENTADORA DE PRANDTL

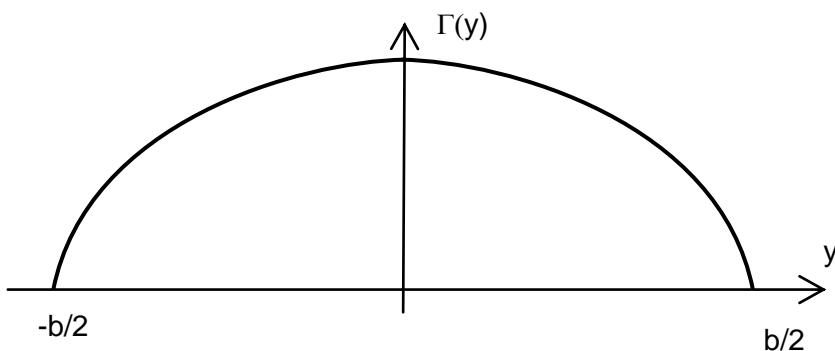
Se trata del modelo matemático teórico más sencillo de análisis de un ala, desarrollado por el científico inglés Lanchester alrededor de 1906 y continuado por el científico alemán Prandtl alrededor de 1918-1919. Es la primera teoría de ala que emplea el concepto matemático de circulación y la relación de los vórtices tras el ala con la sustentación y la resistencia.

Constituye la base de la aerodinámica más moderna y posee el valor de proveer de resultados teóricos analíticos en forma de fórmulas cerradas.

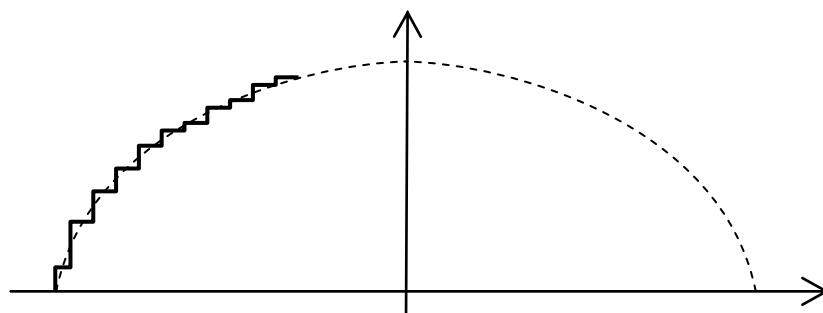
El modelo asume un ala cuasi-plana en la cual la línea de los centros aerodinámicos, asumidos al 25% de la cuerda local, no posee flecha.

La ley de Kutta Joukowsky tiene validez en 3D, de manera que la distribución de sustentación está dada por la distribución de intensidad de vórtices sobre el ala:

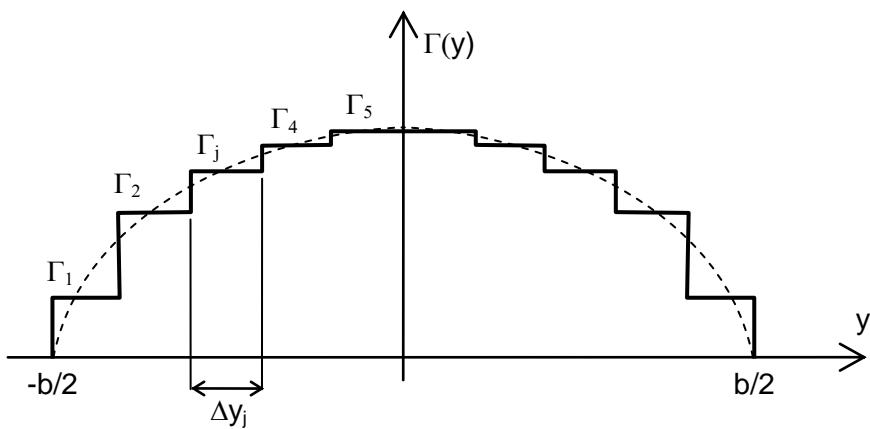
$$L' = \frac{dL}{dy} = \rho V_\infty \Gamma \quad (30)$$



La distribución de sustentación es una función continua que puede ser estudiada como el límite de una distribución escalonada.



A efectos de claridad, supongamos una discretización grosera de 5 segmentos equi-espaciados en cada semi-ala:



La sustentación de cada tramo estaría dada aproximadamente por: $\Delta L_j = \rho V_\infty \Gamma_j \Delta y_j \quad (31)$

Leyes de Helmholtz de un filamento vórtice:

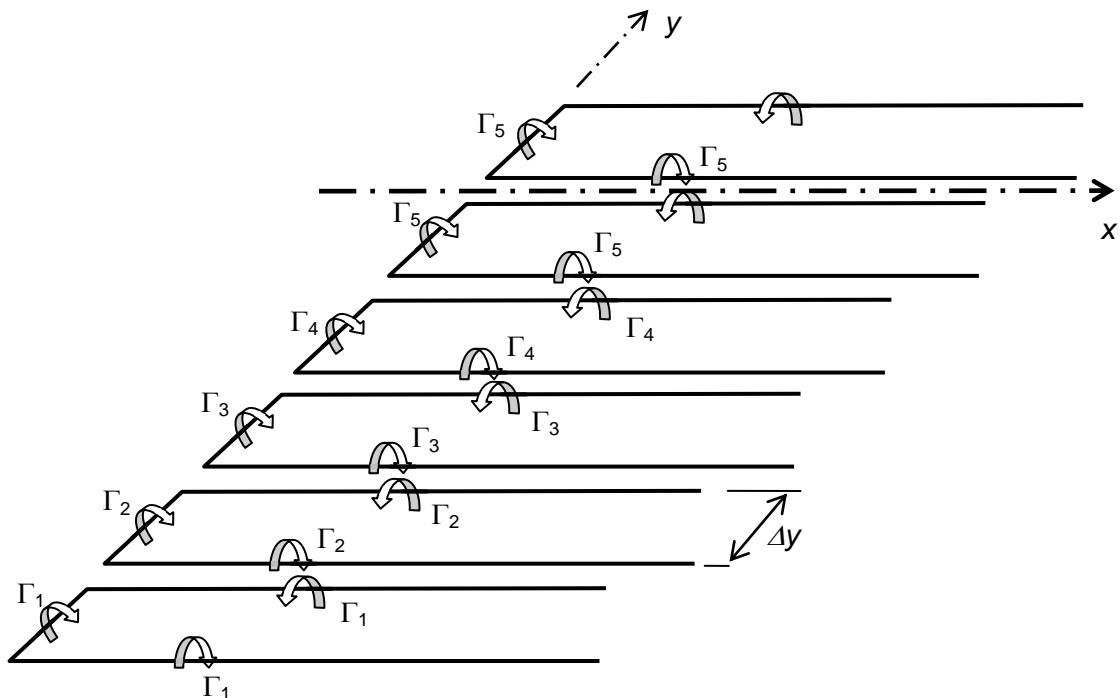
Recuérdese que lo que se denomina “vórtice” es un tipo de movimiento fluido de flujo potencial, es decir que matemáticamente es una solución de la ecuación de Laplace. Por lo tanto, el flujo matemáticamente generado por un denominado “vórtice” debe seguir ciertas leyes. Estas leyes fueron desarrolladas por Helmholtz a mediados del siglo 19:

- 1) La intensidad de un filamento vórtice es invariable a lo largo del mismo.
- 2) Un filamento no puede iniciarse o terminar en el medio fluido: debe cerrarse sobre sí mismo (anillo vórtice, vortex ring) o debe cerrarse en el infinito o sobre la frontera del dominio de flujo.

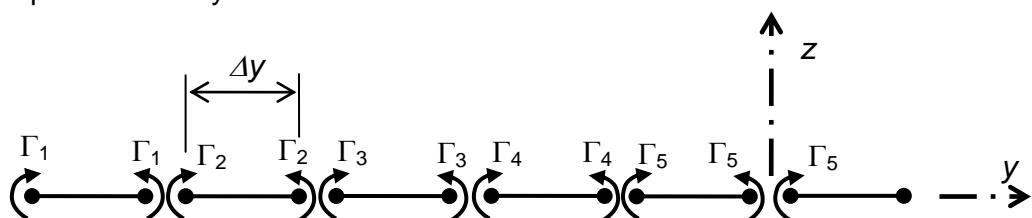
Una ley adicional también del siglo 19 y proveniente del electromagnetismo es la que provee el campo de velocidad inducido o generado por un vórtice, en el caso general. Esto está dado por la **ley de Biot y Savart** que será vista más adelante.

Por ahora es suficiente recordar la expresión de la velocidad inducida por un vórtice infinito, es decir bidimensional, tal como se vio en Mecánica de los Fluidos.

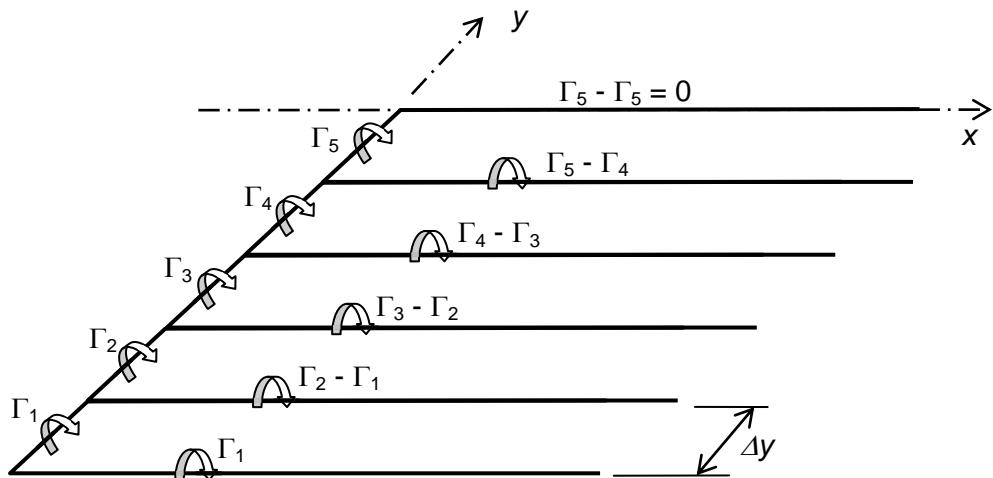
Para respetar las leyes de Helmholtz, la variación de intensidad de vórtice sobre el ala no puede corresponder a un mismo filamento. En cambio, cada tramo de vórtice de diferente intensidad sobre el ala debe formar parte de un filamento que se cierra en el infinito aguas abajo del ala sin modificar su intensidad: aparece entonces lo que se denomina “vórtice herradura” (horseshoe vortex), con un tramo a lo largo del ala y dos ramas semi-infinitas de estela, convectadas desde el ala aguas abajo hacia el infinito.



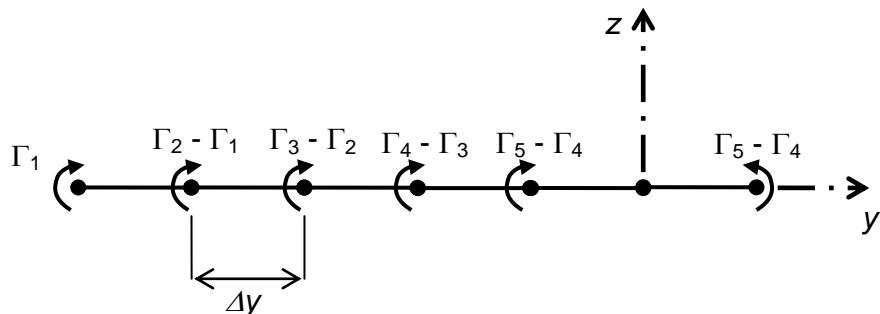
Visto en el plano vertical y-z:



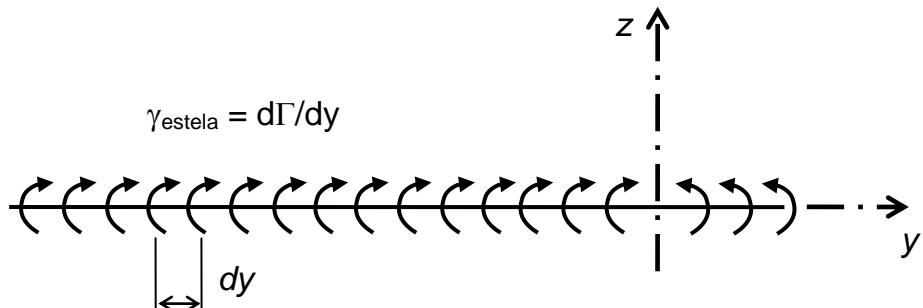
Los filamentos de estela contiguos físicamente pueden ser vistos como un mismo filamento, cada uno con una intensidad diferencial:



Visto en el plano vertical y-z:



En el caso continuo se tiene:

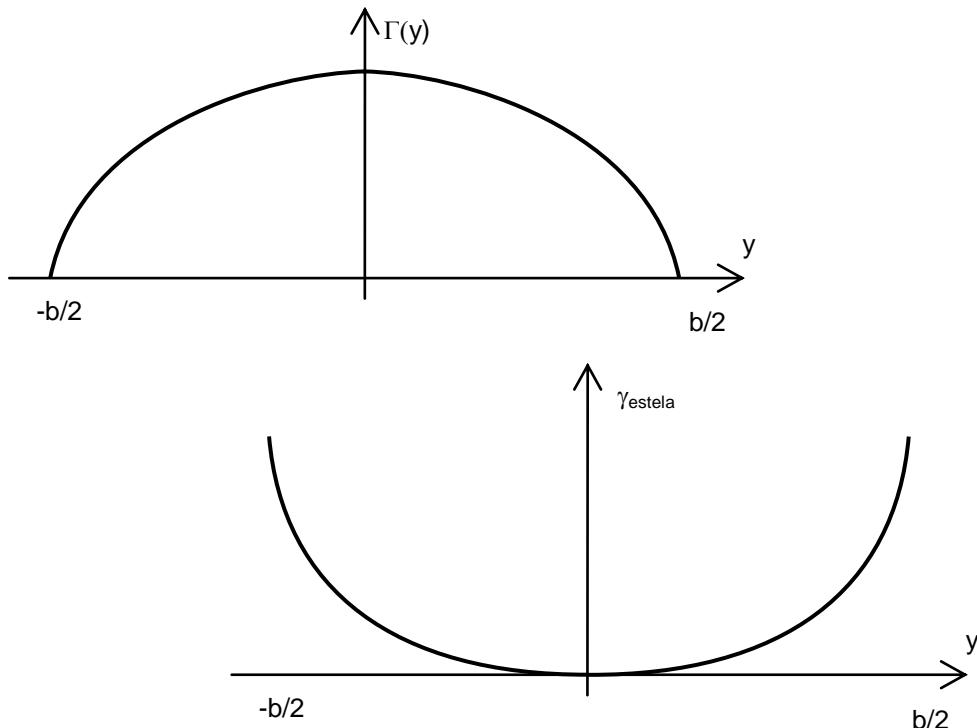


El modelo presentado constituye el modelo más simple de la estela de vórtices del ala aguas debajo de su línea de borde de fuga.

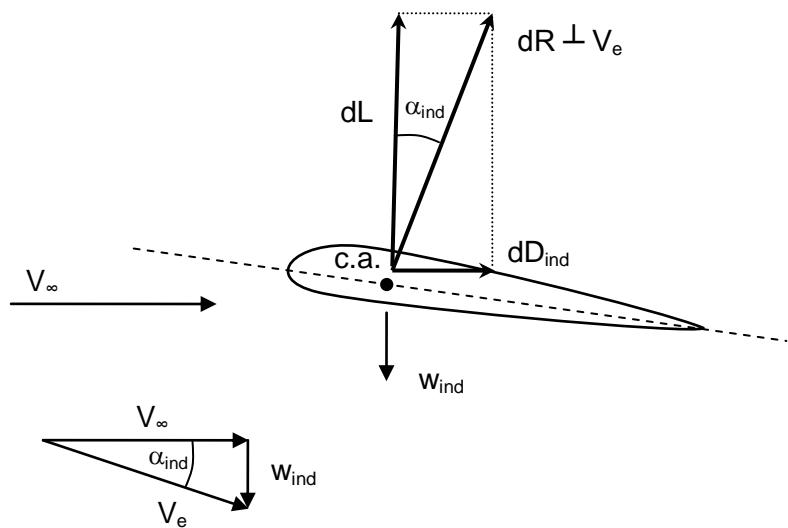
La superficie de discontinuidad tangencial de la estela posee una intensidad de vórtice por unidad de longitud dada por la derivada de la distribución de vórtice sobre el ala.

Obsérvese:

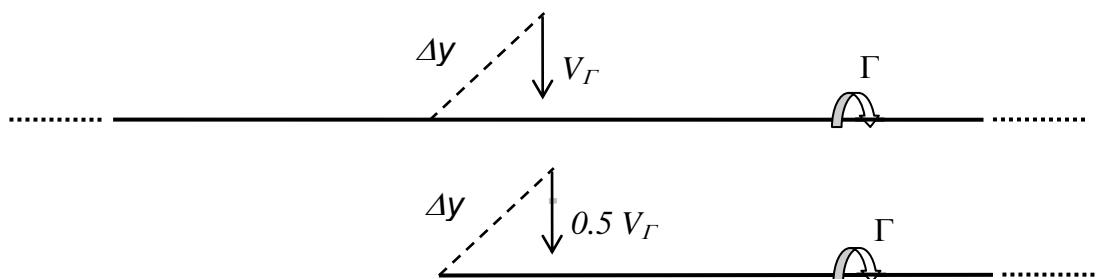
- En el plano de simetría del ala, dónde la distribución de sustentación es máxima, la intensidad de la estela es nula.
- En las punteras, donde la distribución de sustentación es nula, la intensidad de la estela es máxima. Esto es coherente con la observación física de los vórtices de puntera.



La disminución de ángulo de ataque efectivo está dada por la velocidad descendente (downwash) producida por el sistema de vórtices de estela:



Un filamento de vórtice de estela es semi-infinito, por lo que la velocidad inducida por éste en su punto de inicio está dado por la mitad de la correspondiente al filamento infinito:



$$w = \frac{1}{2} \left(-\frac{\Gamma}{2\pi \Delta y} \right) = -\frac{\Gamma}{4\pi \Delta y} \quad (32)$$

Para una intensidad de vórtice diferencial: $dw(y) = -\frac{d\Gamma}{4\pi(y-y')} dy'$

La velocidad descendente en la cota y es: $w(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{1}{y-y'} dy'$

El alfa inducido, tomado como reducción de alfa es:

$$\alpha_i(y) = \frac{|w|}{V_\infty} = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{1}{y-y'} dy' \quad (33)$$

Se tiene:

$$\begin{aligned} C_l &= \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_{l0} - \alpha_i) \\ \frac{2\Gamma}{V_\infty c} &= C_{l\alpha} \left(\alpha_a(y) - \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{1}{y-y'} dy' \right) \\ \alpha_a(y) &= \frac{2\Gamma}{V_\infty c C_{l\alpha}} + \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{1}{y-y'} dy' \end{aligned} \quad (34)$$

La solución de esta ecuación integral, denominada Ecuación Integral de la Línea Sustentadora de Prandtl, provee la distribución de circulación a lo largo del ala (no sobre la estela), para lo cual la información de entrada más importante que requiere la obtención de dicha solución consiste en:

- Forma en planta del ala, dada a través de la distribución de cuerda $c(y)$
- Ángulo de ataque global y ley de alabeo (geométrico y aerodinámico) del ala, dada a través de $\alpha_a(y) = \alpha_G + \varepsilon(y) - \alpha_{l0}(y)$

También debe conocerse la pendiente de sustentación del perfil $C_{l\alpha}(y)$ que puede asumirse como 2π si es necesario.

Conocida la circulación sobre el ala se obtienen los coeficientes de sustentación y de resistencia inducida mediante:

$$C_L = \frac{1}{S} \int_b^{b/2} C_l c dy = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (35)$$

$$C_{Di} = \frac{1}{S} \int_b^{b/2} \alpha_i C_l c dy = \frac{2}{V_\infty S} \int_{-b/2}^{b/2} \alpha_i(y) \Gamma(y) dy \quad (36)$$

De manera parecida a la teoría de perfiles delgados, la solución se plantea en términos de una serie trigonométrica de Fourier a través de un cambio de variables:

$$y = -\frac{b}{2} \cos \theta \quad dy = \frac{b}{2} \sin \theta d\theta \quad (37)$$

$$\Gamma(\theta) = 2bV_\infty \sum_{n=1}^N A_n \sin n\theta \quad (38)$$

No es de interés actual el planteo de obtención de los coeficientes de Fourier. Supongamos que dichos coeficientes se disponen y planteemos la sustentación, el alfa inducido y la resistencia inducida.

$$C_L = \frac{2}{V_\infty S} \int_0^\pi \Gamma(\theta) \frac{dy}{d\theta} d\theta = \frac{2b^2}{S} \sum_{n=1}^N A_n \int_0^\pi \sin n\theta \sin \theta d\theta$$

Se sabe que: $\int_0^\pi \sin n\theta \sin m\theta d\theta = \begin{cases} \pi/2 & \text{para } n=m \\ 0 & \text{para } n \neq m \end{cases}$

Finalmente se llega que la sustentación está determinada sólo por el primer coeficiente, independientemente de cualquier geometría:

$$C_L = \frac{2b^2}{S} A_l \frac{\pi}{2} = A_l \pi A \quad A_l = \frac{C_L}{\pi A} \quad (39)$$

La distribución de alfa inducido es necesaria para obtener el coeficiente de resistencia inducida:

$$\alpha_i(y(\theta)) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{d\Gamma}{dy} \frac{1}{y - y'} dy' = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N n A_n \int_0^\pi \frac{\cos n\theta'}{\cos \theta' - \cos \theta} d\theta'$$

$$\alpha_i(\theta) = \sum_{n=1}^N n A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}$$

$$C_{Di} = \frac{2}{V_\infty S} \int_0^\pi \alpha_i(\theta) \Gamma(\theta) \frac{dy}{d\theta} d\theta = \frac{2b^2}{S} \int_0^\pi \left(\sum_{n=1}^N n A_n \sin n\theta \right) \left(\sum_{n=1}^N n A_n \sin n\theta \right) d\theta$$

$$C_{Di} = \frac{2b^2}{S} \sum_{n=1}^N n A_n^2 \frac{\pi}{2} = \pi A \sum_{n=1}^N n A_n^2$$

$$C_{Di} = \pi A A_l^2 \left(1 + \sum_{n=2}^N n \left(\frac{A_n}{A_l} \right)^2 \right)$$

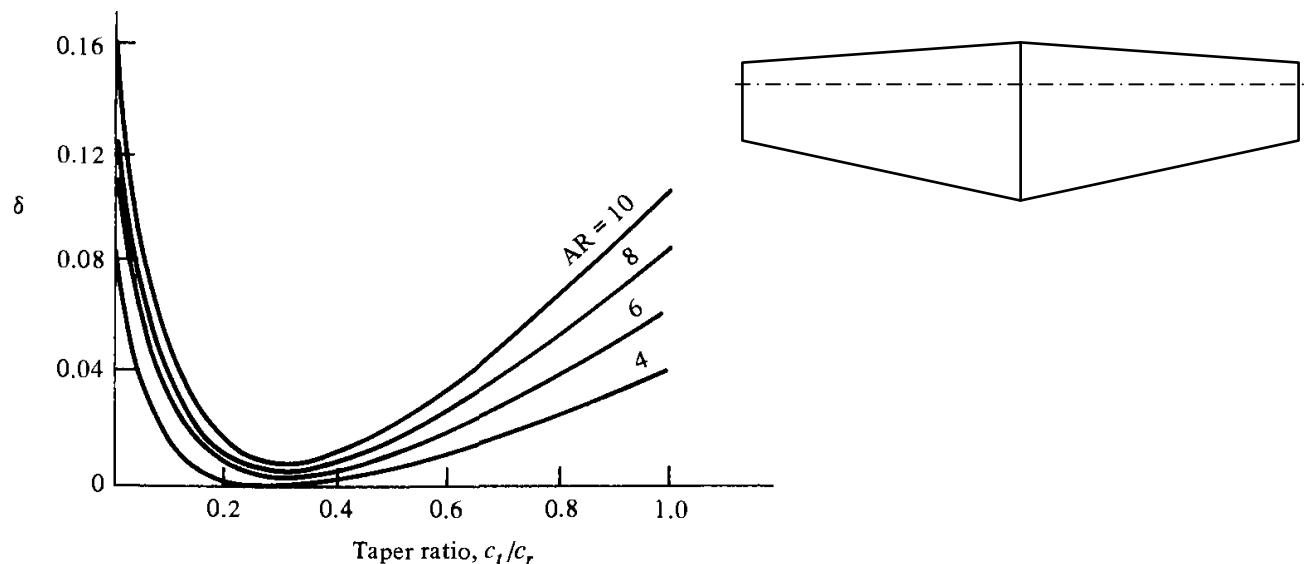
$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A} (1 + \delta) \quad \text{con: } \delta = \sum_{n=2}^N n \left(\frac{A_n}{A_l} \right)^2 \geq 0 \quad (40)$$

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad \text{con: } e = \frac{1}{1 + \delta} \leq 1 \quad (\text{Factor de eficiencia del ala})$$

El factor delta depende de la geometría del ala: forma en planta y ley de alabeo. Debería calcularse mediante previo cálculo de los coeficientes.

Se observa sin embargo que el coeficiente de resistencia inducida para coeficiente de sustentación C_L y alargamiento A dados es mínimo en el caso particular que los coeficientes restantes sean todos nulos. Este caso se verá, corresponde a una distribución de sustentación elíptica

Para alas trapezoidales sin alabeo, sin flecha al 25%, se han realizado los cálculos correspondientes y los resultados se expresan en el siguiente gráfico:



Distribución de sustentación elíptica

Se propone la siguiente distribución de sustentación:

$$\frac{dL}{dy} = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_0 \sin \theta \quad (41)$$

Con el cambio de variables se pone en evidencia que es ésta distribución la que posee la característica del primer coeficiente no nulo y los restantes nulos, y por lo tanto la mínima resistencia inducida para el caso alas sin flecha:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A} \quad (42)$$

$$\text{El ángulo de ataque inducido es uniforme a lo largo de toda el ala: } \alpha_i = A_l = \frac{C_L}{\pi A} \quad (43)$$

Planteemos la distribución de sustentación en la siguiente forma:

$$\frac{1}{q_{\infty}} \frac{dL}{dy} = C_l(y) c(y) = C_{l\alpha} \left(\alpha_G + \varepsilon(y) - \alpha_{l0}(y) - \frac{C_L}{\pi A} \right) c(y) = \text{función elíptica}$$

Si el ala no posee alabeo (ni geométrico ni aerodinámico) y se considera que la pendiente de sustentación es prácticamente constante, se llega a que la distribución de sustentación elíptica se logra con una distribución elíptica de cuerdas (ala elíptica).

Por otra parte, la distribución de Cl local sobre el ala es uniforme:

$$C_l(y) = C_{l\alpha} \left(\alpha_G - \frac{C_L}{\pi A} \right) = cte = C_L$$

$$\text{En éste caso, despejando se llega a: } C_L = \frac{C_{l\alpha}}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{\pi A}} \alpha_G$$

$$\text{La pendiente de sustentación del ala tridimensional es: } C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha}}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{\pi A}} \quad (44)$$

¿Puede obtenerse una distribución de sustentación elíptica con otra configuración de ala, distinta al ala elíptica sin alabeo, por ejemplo un ala trapezoidal con alabeo?. Es posible, pero ello se logra con una determinada ley de alabeo válida sólo para un único valor de C_L . Cambia el valor de él y la distribución de sustentación deja de ser elíptica.

En el caso de un ala de cualquier geometría, la pendiente de sustentación está dada por otras expresiones. Una forma teórica surge del análisis de Fourier y se llega a una fórmula similar a la

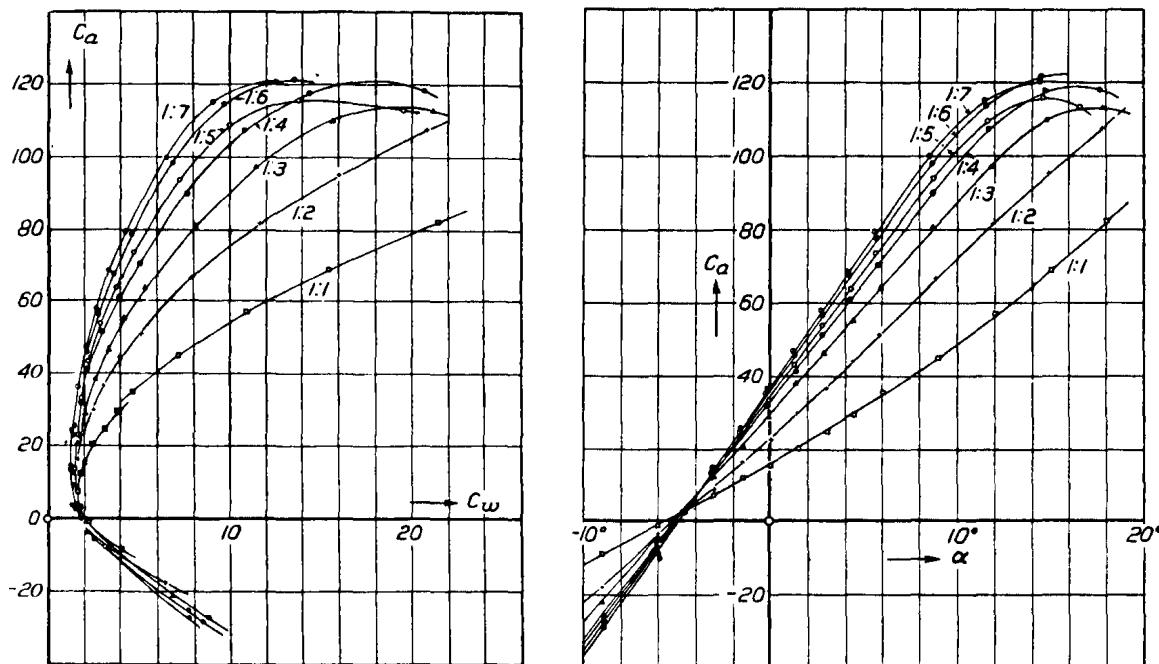
$$\text{anterior con un factor } \tau \geq 1 \text{ depende del alargamiento del ala: } C_{L\alpha} = \frac{C_{la}}{1 + \frac{C_{la}}{\pi A}(1 + \tau)} \quad (45)$$

Sin embargo se emplean otras fórmulas de base mixta (teórico-empírico) que reproducen mejor los valores de pendiente de sustentación de alas arbitrarias y que se verán más adelante.

Revisión de resultados experimentales de ala finita y correlación con los resultados de Teoría de Prandtl

Las figuras siguientes presentan resultados experimentales realizados por Prandtl de mediciones $C_D - C_L$ y $C_L - \alpha$ de alas rectangulares sin alabeo, para alargamientos de 1 a 7.

[Los gráficos reproducidos emplean la nomenclatura alemana de los coeficientes $C_w - C_a$ y $C_a - \alpha$ así como un factor de escala 100 para los mismos.]



Se observa cualitativamente lo predicho por la teoría:

- Cuanto menor el alargamiento y mayor el C_L , mayor incremento de C_D respecto el valor mínimo, de origen viscoso. Esto es la resistencia inducida que se suma a la parásita, de origen viscoso.
- Cuanto menor el alargamiento, menor pendiente de sustentación, con un valor prácticamente invariable del alfa de sustentación nula.

Prandtl también realizó el siguiente análisis que puede considerarse una especie de validación de los resultados de su teoría, asumiendo que la distribución de sustentación de un ala rectangular sin alabeo no está muy alejada de la distribución elíptica.

Sea la resistencia aerodinámica del ala, la suma de la parásita y la inducida. Consideremos que la resistencia parásita es aproximadamente la resistencia del perfil para el valor de C_L del ala y que

el factor de eficiencia del ala es prácticamente 1 (todo lo cual sería exacto en el caso de una distribución de sustentación elíptica):

$$C_D = C_{dp}(C_L) + \frac{1}{\pi A} C_L^2 \quad (46)$$

Según esto la resistencia parásita es invariable con el alargamiento, de manera que se pueden relacionar las polares de dos alas de diferente alargamiento:

$$C_D|_{A_0} - \frac{1}{\pi A_0} C_L^2 = C_{dp}(C_L) = C_D|_A - \frac{1}{\pi A} C_L^2$$

Se puede obtener la polar de un ala de alargamiento A_0 conocida la polar de otra ala de alargamiento A:

$$C_D|_{A_0} = C_D|_A + \left(\frac{1}{\pi A_0} - \frac{1}{\pi A} \right) C_L^2 \quad (47)$$

En lo que respecta a la sustentación, asumamos aproximadamente cierto $C_{la} = 2\pi$ y $\alpha_i = \frac{C_L}{\pi A}$:

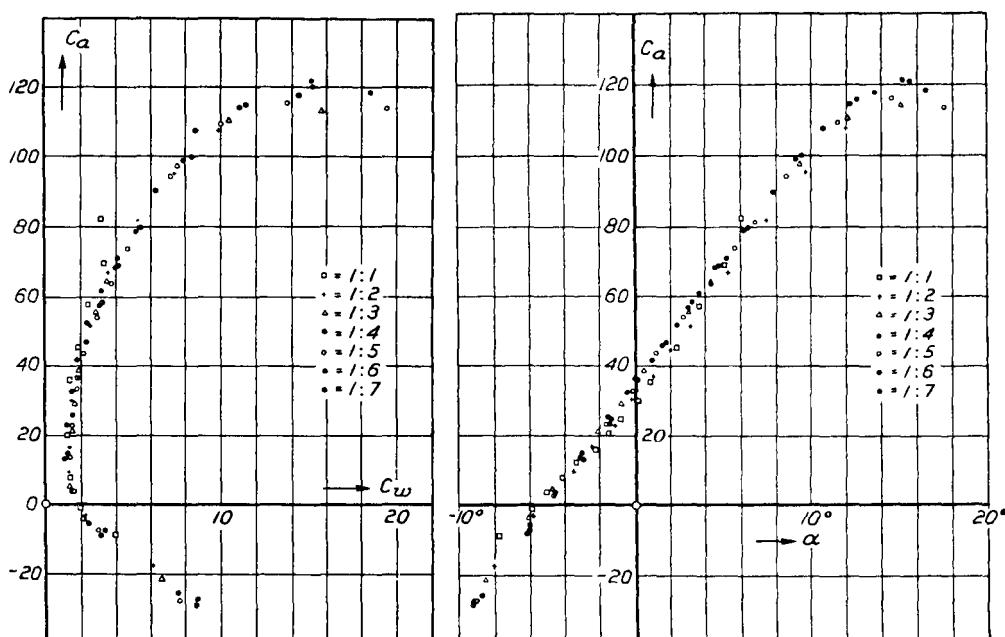
$$C_L \left(1 + \frac{2}{A} \right) = 2\pi \alpha_a \quad (48)$$

Esa relación se podría emplear para obtener el valor de $C_L(\alpha_a)$ de un ala de alargamiento A_0 conocido el valor de $C_L(\alpha_a)$ de otra ala de alargamiento A:

$$C_L|_{A_0} = C_L|_A \frac{1 + \frac{2}{A}}{1 + \frac{2}{A_0}} \quad (49)$$

Prandtl tomó las curvas experimentales de alargamiento $A = 1, 2, 3, 4, 6$ y 7 y empleando las dos relaciones anteriores "obtuvo" las curvas para $A_0 = 5$. Si todas las suposiciones realizadas fueran ciertas, todas las curvas deberían coincidir en una única, correspondiente al alargamiento 5, a excepción de la dispersión debido a errores de medición.

Se observa en las figuras siguientes, una reducida dispersión de los valores, aún para alargamientos que no pueden ser considerados como altos ($A = 1$ y 2).

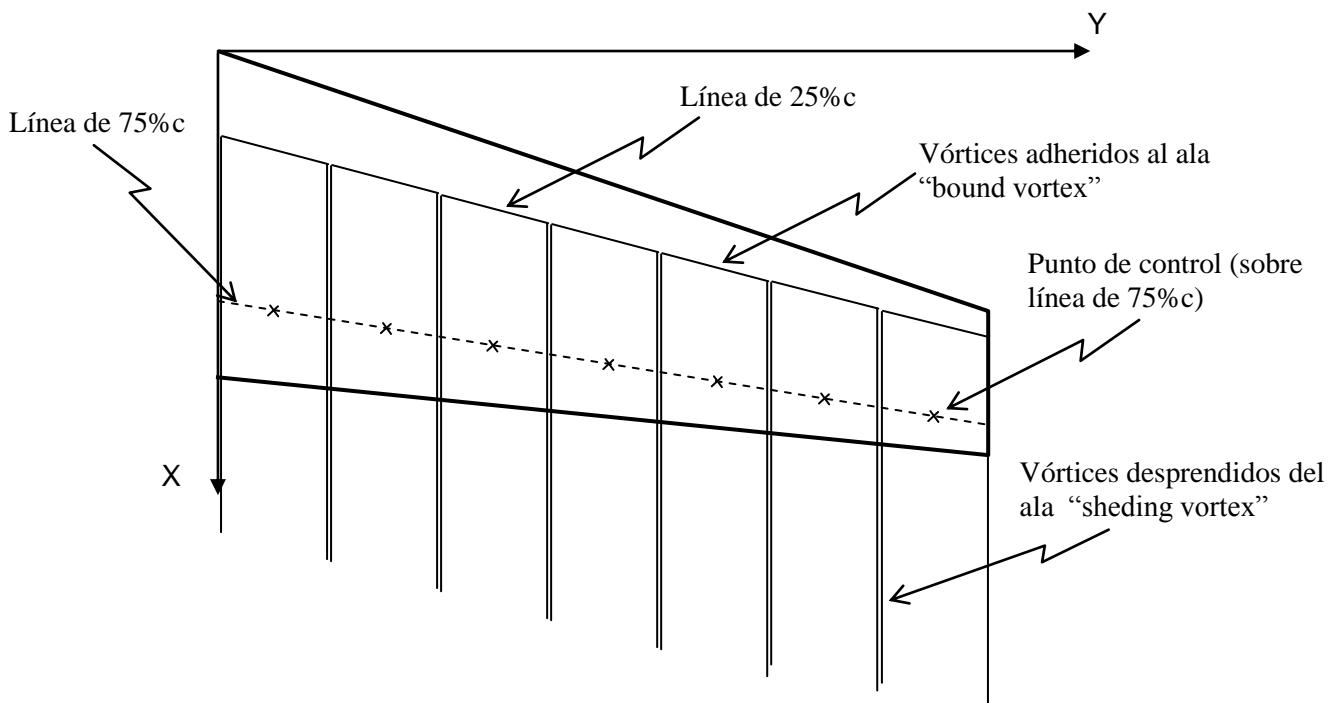
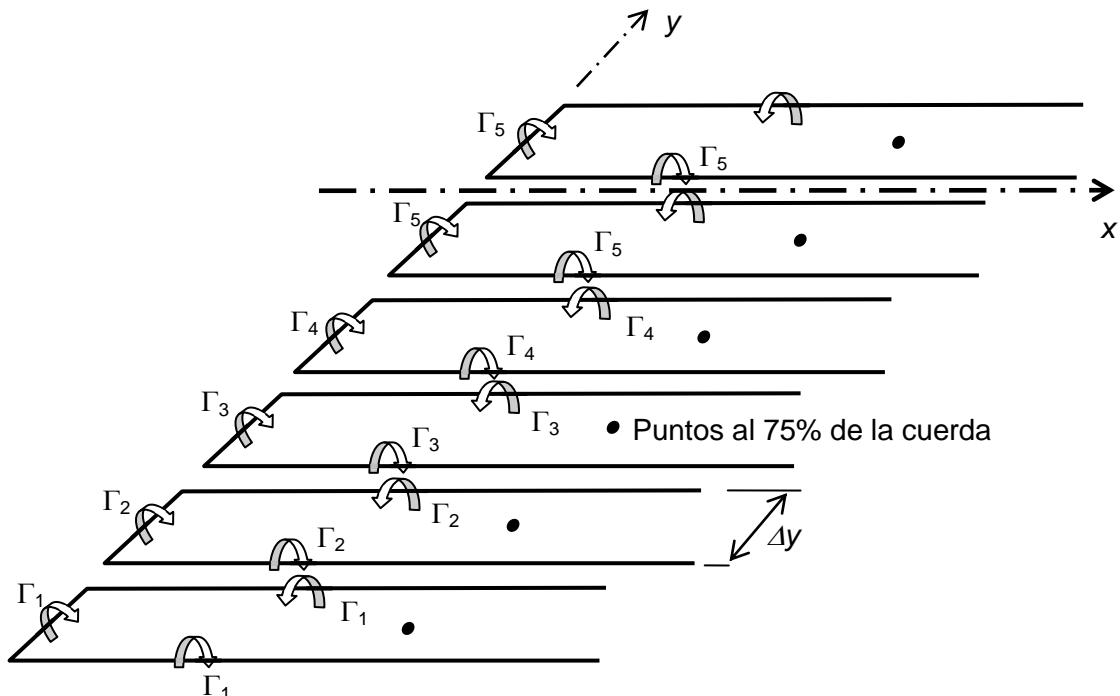


MODELO NUMÉRICO DE LÍNEA SUSTENTADORA EXTENDIDA

En éste modelo, se asume la batería de vórtices herradura presentada previamente pero los filamentos de estela contiguos no se toman fusionados. Se consideran los diferentes vórtices herradura por separado.

Por otra parte se aplica en cada sección el método del punto al 75% de la cuerda (o método de Weissinger) visto en perfiles 2D, en el cuál se impone en cada uno de dichos puntos a lo largo del ala que la velocidad normal debe ser nula.

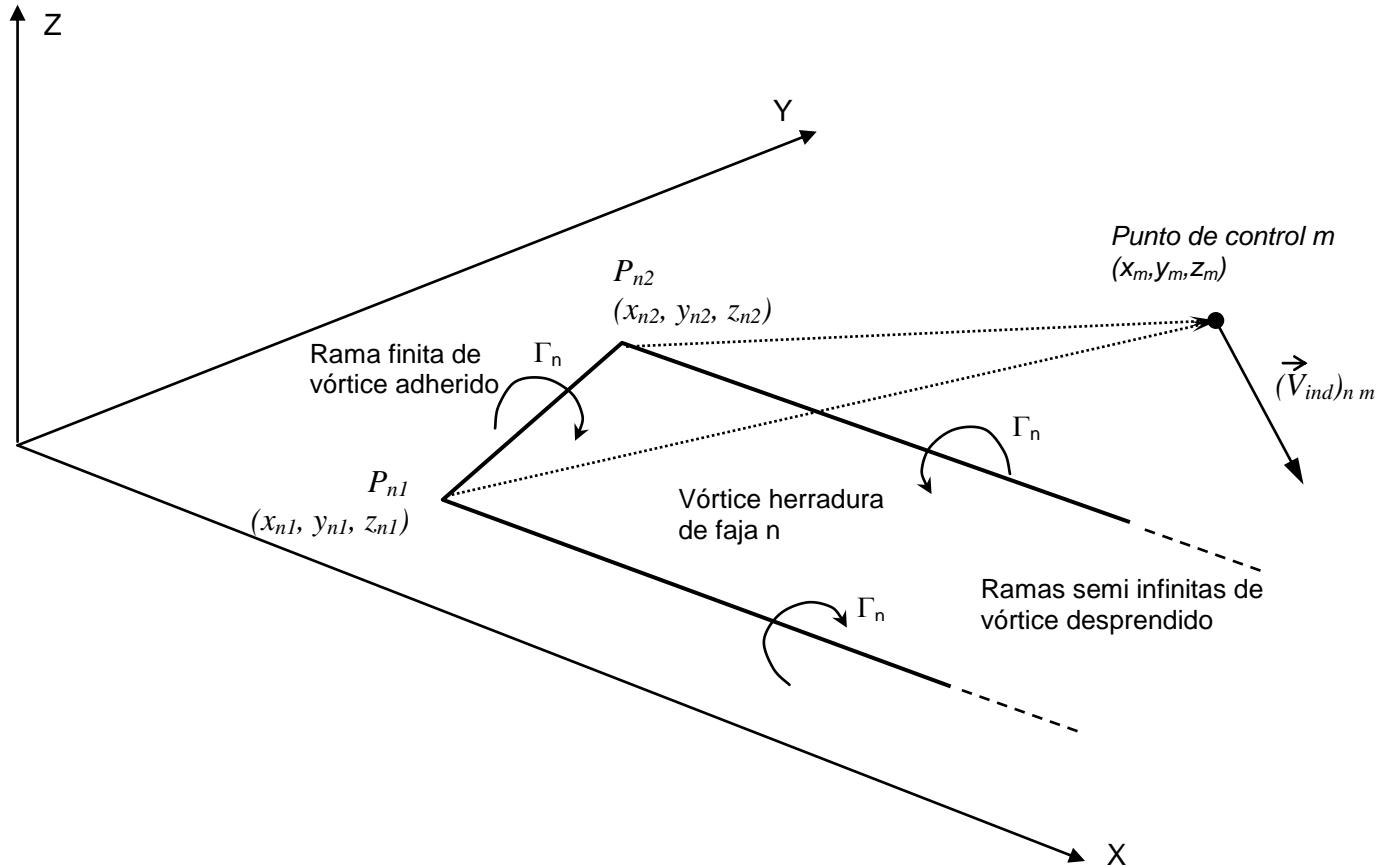
De esta manera se obtienen N ecuaciones en las cuales intervienen las Γ de cada uno de los N vórtices herradura (las incógnitas), quedando armado un sistema de ecuaciones lineales de $N \times N$. La velocidad inducida por el sistema de vórtices en un punto cualquiera será la suma de las velocidades inducidas por cada uno de los vórtices herradura.



Este modelo fue desarrollado de forma teórica analítica por el aerodinamista alemán Weissinger en la década del 40 y luego desarrollado en la presente forma numérica.

Sus dos aspectos más importantes son su validez para analizar alas arbitrarias, con flecha o no, y su capacidad de ser alimentado con datos experimentales.

El elemento básico para plantear el método es disponer de una expresión de la velocidad inducida $(V_{ind})_{n,m}$ en un punto P_m por un vórtice hendidura determinado por dos puntos P_{n1} y P_{n2} y una orientación espacial de los filamentos de estela (ver figura siguiente).



Como se verá luego, pero ya debe esperarse por lo conocido de vórtice 2D, la velocidad inducida es directamente proporcional a la intensidad Γ del vórtice, de manera que la velocidad inducida por el vórtice hendidura de la faja n , proyectada según la normal en el punto de control m puede escribirse como:

$$(\vec{V}_{ind})_{n,m} \bullet \hat{n}_m = \Gamma_n A_{mn} \quad (50)$$

El valor A_{mn} se denomina **coeficiente de influencia del punto n sobre m** y depende sólo de datos geométricos:

- Coordenadas de los puntos P_{n1} y P_{n2} del vórtice hendidura.
- Orientación espacial de las ramas de estela: versor dirección \hat{e} en que las ramas del vórtice hendidura son convectadas hacia el infinito aguas abajo del ala.
- Coordenadas del punto de control P_m ,
- Componentes del versor normal \hat{n}_m en el punto m .

El valor del coeficiente de influencia A_{mn} se obtiene de tres aportes:

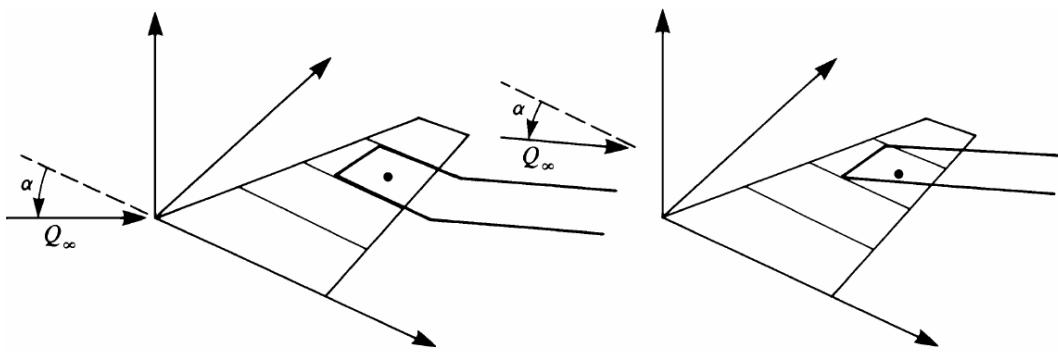
- Aporte segmento finito de P_{n1} a P_{n2}

- Aporte rama semi-infinita de P_{n1} hacia ∞ en dirección \hat{e}
- Aporte rama semi-infinita de P_{n2} hacia ∞ en dirección \hat{e}

Como ya se sabe, la estela tras el ala se asume plana, sin arrollamiento, pero puede optarse por considerarla coplanar al ala (plano x-y) u orientada con la velocidad de la corriente libre.

Alternativas de estela plana:

- Alineada al eje X : caso de $\hat{e} = \hat{i}$ (situación como la de la teoría de Prandtl)
- Alineada a la dirección de la corriente libre: caso con $\hat{e} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{k}$ donde α es el ángulo de ataque global del ala, mostrado en la figura inferior derecha.
- Una forma más elaborada como la mostrada abajo a la izquierda.



Para ángulos de ataque muy bajos y cuando se analiza un ala aislada no se verifican grandes diferencias en los resultados entre las diferentes alternativas de estela. Los resultados más realistas se obtienen orientando la estela con la velocidad de corriente libre, especialmente cuando se considera la interacción entre más de una superficie sustentadora.

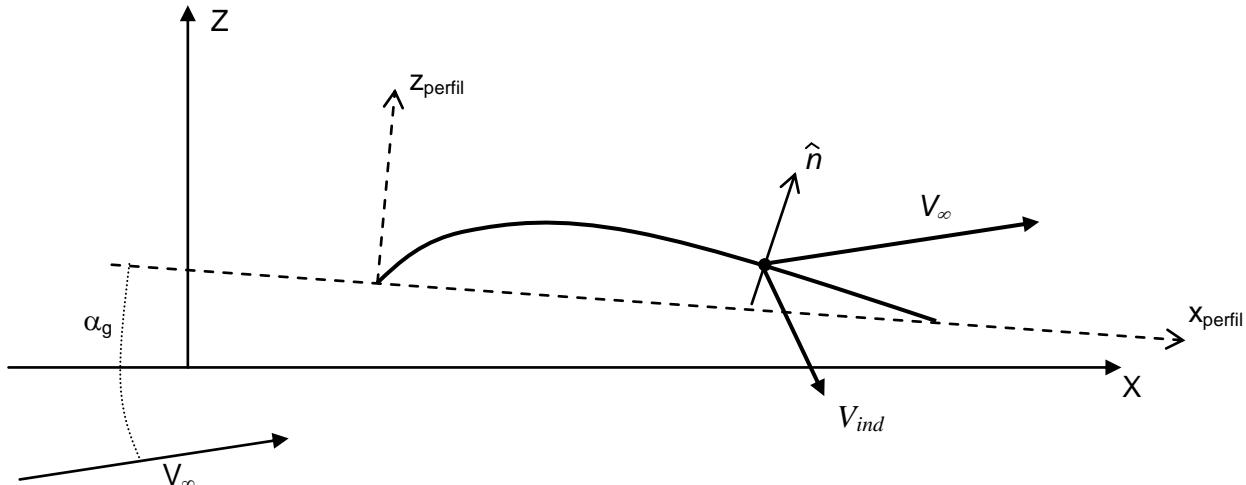
Como dijimos, la condición de contorno en el punto de control m, al 75% de la cuerda local, provee una ecuación del sistema y se escribe:

$$\sum_{n=1}^N A_{mn} \Gamma_n + \vec{V}_\infty \bullet \hat{n}_m = 0 \quad \text{o} \quad \sum_{n=1}^N A_{mn} \Gamma_n = -\vec{V}_\infty \bullet \hat{n}_m \quad (51)$$

Esta relación, planteada para los N puntos de control, constituye un sistema de N ecuaciones lineales con N incógnitas Γ_n , a ser determinadas mediante la aplicación de algún método corriente.

El término independiente se escribe como:

$$-\vec{V}_\infty \bullet \hat{n} = -V_\infty \operatorname{sen} \left(\alpha_g(y) - \operatorname{arc tan} \left(\frac{dz}{dx} \right)_{75\%} \right) \quad (52)$$



Empleando la aproximación de Weissinger, el término $\text{arc tan} (dz/dx)_{75\%}$ se hace igual al ángulo de sustentación nula de la sección, obtenido de una fuente experimental o teórica confiable. No se usa el verdadero valor geométrico de dicho término, el cual incluso puede estar indefinido si, por ejemplo, el punto de control coincide con la línea de charnela de una superficie de comando.

Para ángulos bajos el sistema de ecuaciones finalmente se escribe:

$$\sum_{n=1}^N A_{mn} \Gamma_n = -V_\infty (\alpha_g(y_m) - \alpha_{l0}(y_m)) \quad (53)$$

El ángulo de ataque geométrico de la sección α_g está dado por el ángulo de ataque global del ala, más el ángulo de torsión en dicha sección. En aras de mayor generalidad, se agregan otros efectos que se verán más adelante (velocidad de rolido, etc) bajo la forma de un delta alfa. El ángulo de sustentación nula de la sección está dado por el valor del perfil, más el eventual cambio por deflexión de una superficie de control: alerón o flap.

Entonces, el ángulo de ataque aerodinámico en cada sección está dado por:

$$\begin{aligned} \alpha_a &= \alpha_g - \alpha_{l0} \\ &= \alpha_G + \varepsilon - (\alpha_{l0})_{\text{perfil básico}} - (\Delta\alpha_{l0})_{\text{aleron/ flap}} + (\Delta\alpha)_{\text{others}} \end{aligned} \quad (54)$$

Los diferentes aportes al ángulo de ataque de una sección genérica están dados entonces por :

α_G : Ángulo de ataque global del ala, entre la corriente libre y la sección raíz del ala.

ε : Ángulo de torsión geométrica, normalmente negativo. Es un dato geométrico, según la ley de torsión. En la práctica es suficiente asumir torsión lineal :

$$\varepsilon(y) = 2\varepsilon_t \frac{|y|}{b} \quad (55)$$

$(\Delta\alpha)_{\text{others}}$: Incremento de ángulo de ataque por movimiento de rolido o por deslizamiento. Se verán en detalle más adelante.

$(\alpha_{l0})_{\text{perfil básico}}$: Ángulo de ataque de sustentación nula del perfil básico sin deflexión de ninguna superficie de control de borde de fuga. Es un dato propio del perfil.

$(\Delta\alpha_{l0})_{\text{aleron/ flap}}$: Incremento del ángulo de sustentación nula por deflexión de una superficie de control que cambie la curvatura (normalmente flap o alerón). Se obtiene de fuente experimental o se calcula como:

$$\Delta\alpha_{l0} = \eta_\delta \left(\frac{\partial\alpha_{l0}}{\partial\eta} \right)_{\text{ideal}} \eta \quad (56)$$

Fuerzas aerodinámicas

Una vez calculados los valores discretos de la circulación a lo largo de la envergadura, en las estaciones definidas, pueden calcularse todas las magnitudes directamente relacionadas con ella: distribución de C_L local, de alfa inducido local, C_L total, C_D inducido, etc., mediante las relaciones de la teoría aerodinámica aproximadas en forma de integrales numéricas.

Elemento de sustentación asociada a la faja n de ancho Δy_n : $\Delta L_n = \rho V_\infty \Gamma_n \Delta y_n$

El valor local de la distribución de sustentación en la estación n es: $\left(\frac{dL}{dy} \right)_n = \frac{\Delta L_n}{\Delta y_n} = \rho V_\infty \Gamma_n$

El coeficiente de sustentación local en la estación n es: $C_l = \frac{2 \Gamma_n}{V_\infty c_n}$

El coeficiente de sustentación total del ala se obtiene de integrar numéricamente la distribución de sustentación calculada en los puntos discretos:

$$C_L = \frac{1}{q_\infty S} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{dL}{dy} dy \approx \frac{1}{q_\infty S} \sum \left(\frac{dL}{dy} \right)_n \Delta y_n \quad (57)$$

El ángulo de ataque inducido se obtiene de plantear el resultado teórico del modelo de línea sustentadora, realizando la integral de manera numérica:

$$\alpha_i(y) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{1}{y - y'} \frac{d\Gamma(y')}{dy'} dy' \quad (58)$$

La resistencia inducida se obtiene también mediante el resultado teórico aproximado en forma numérica:

$$D_i = \rho V_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} \alpha_i(y) \Gamma(y) dy \quad (59)$$

La resistencia inducida puede calcularse de otra manera, más simple, empleando el denominado **método del plano de Trefftz**, que se verá más adelante.

Con éste método no es necesario calcular previamente la distribución de ángulo de ataque inducido.

También puede calcularse el momento de cabeceo, aunque este modelo de ala finita no provee la mejor aproximación, por el motivo de que el modelo de línea sustentadora presupone los centros aerodinámicos de cada sección, en lugar de que dichos valores resulten del propio cálculo. Por tal motivo, este modelo no es la elección óptima para un cálculo preciso de momento de cabeceo y de centro aerodinámico del ala. Sin embargo puede usarse a nivel estimativo.

Introduciendo asimetrías en los ángulos de ataque locales pueden calcularse los momentos de rolido o de guíñada correspondientes.

Ley de Biot y Savart - Velocidad inducida por un vórtice herradura

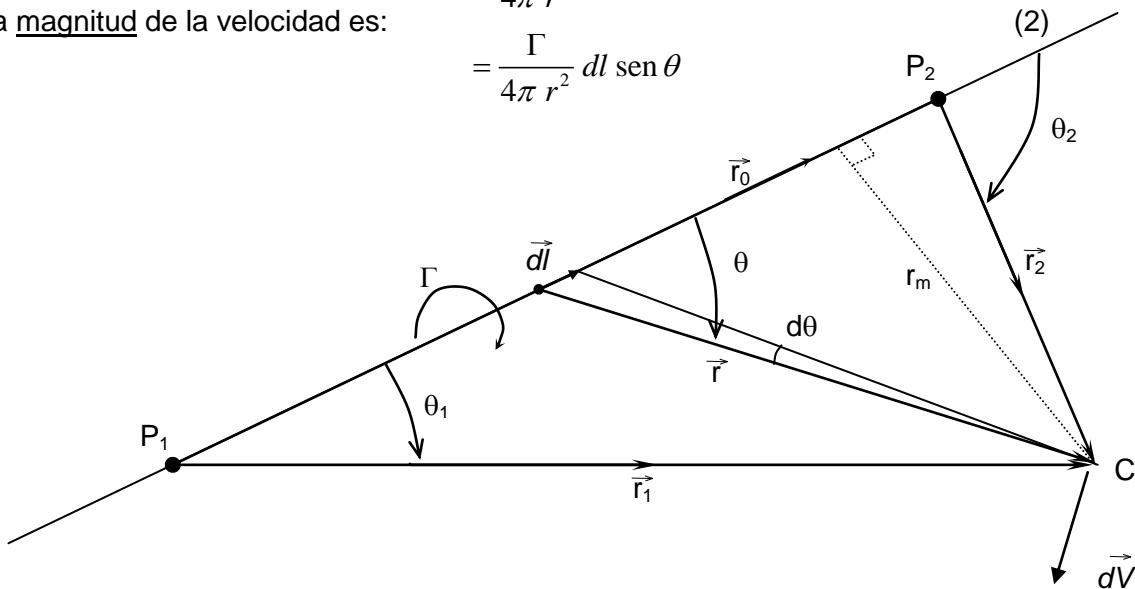
La **ley de Biot y Savart** provee la velocidad inducida en un punto C por un vórtice de longitud diferencial y orientación espacial $d\vec{l}$, donde \vec{r} es el vector posición de C respecto el punto del vórtice:

$$d\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r} \quad (60)$$

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi r^2} \|d\vec{l} \times \hat{r}\|$$

La magnitud de la velocidad es:

$$= \frac{\Gamma}{4\pi r^2} dl \sin \theta$$



Del detalle mostrado en la figura, puede verse que:

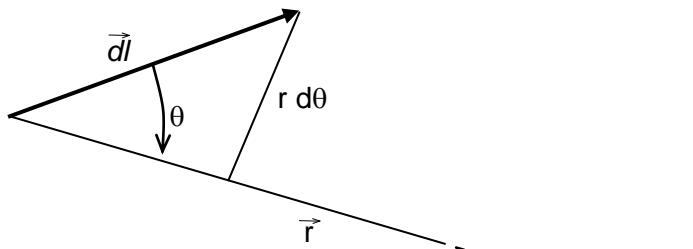
$$dl \sin \theta = r d\theta$$

$$r = \frac{r_m}{\sin \theta}$$

$$dV = \frac{\Gamma}{4\pi \left(\frac{r_m}{\sin \theta} \right)^2} \frac{r_m}{\sin \theta} d\theta$$

por lo tanto:

$$= \frac{\Gamma}{4\pi r_m} \sin \theta d\theta$$



Integrando entre θ_1 y θ_2 se llega a :

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi r_m} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \quad (61)$$

La dirección del vector velocidad está dada por la normal al plano determinado por el punto C y la línea $P_1 - P_2$. El sentido está dado por el siguiente versor:

$$\hat{V} = \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\|} \quad (62)$$

De las definición de producto escalar se tiene :

$$\cos \theta_1 = \frac{\vec{r}_1 \bullet \vec{r}_0}{r_1 r_0}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{\vec{r}_2 \bullet \vec{r}_0}{r_2 r_0}$$

dónde: $\vec{r}_0 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$

De las definiciones y propiedades de producto vectorial:

$$\begin{aligned} \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\| &= \|\vec{r}_1 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_0)\| \\ &= \|\vec{r}_1 \times \vec{r}_0\| \\ &= r_1 r_0 \sin \theta_1 \\ &= r_m r_0 \end{aligned}$$

de donde :

$$r_m = \frac{\|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\|}{r_0}$$

Introduciendo estas relaciones en la velocidad inducida vector :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V \hat{V} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \bullet \vec{r}_0 - \vec{r}_2 \bullet \vec{r}_0}{r_1 r_0} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\|} \\ &= \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{r_1 r_2} \right) \bullet \vec{r}_0 \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\|^2} \end{aligned} \quad (63)$$

Se llega finalmente a la siguiente expresión de la **velocidad inducida en función de los vectores posición del punto C respecto los puntos P₁ y P₂**:

$$\vec{V} = \frac{1}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2\|^2} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \bullet \left(\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{r_1 r_2} \right) \quad (64)$$

con:

$$\vec{r}_n = (x_n - x_C) \hat{i} + (y_n - y_C) \hat{j} + (z_n - z_C) \hat{k} \quad (65)$$

$$r_n = \sqrt{(x_n - x_C)^2 + (y_n - y_C)^2 + (z_n - z_C)^2} \quad \text{para } n = 1, 2 \quad (66)$$

El caso de una línea de vórtice semi-infinita, desde un punto P_1 hasta $+\infty$ en sentido X ,se obtiene de la relación anterior considerando el límite cuando r_2 tiende a ∞ y el versor dirección asociado tiende al versor -X :

$$r_2 \rightarrow \infty$$

$$\hat{r}_2 \rightarrow -\hat{i}$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_0 \rightarrow r_2 \hat{i}$$

con lo cual se obtiene :

$$\begin{aligned} \vec{V} &\rightarrow \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times (-r_2 \hat{i})}{\|\vec{r}_1 \times \hat{i}\|^2 r_2^2} (r_2 \hat{i}) \bullet \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1} - (-\hat{i}) \right) \\ \vec{V} &= \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\hat{i} \times \vec{r}_1}{\|\hat{i} \times \vec{r}_1\|^2} \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1} \bullet \hat{i} + 1 \right) \end{aligned} \quad (67)$$

Para la otra rama será una expresión similar:

$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\hat{i} \times \vec{r}_2}{\|\hat{i} \times \vec{r}_2\|^2} \left(\frac{\vec{r}_2}{r_2} \bullet \hat{i} + 1 \right) \quad (68)$$

La velocidad inducida por el vórtice herradura en conjunto será finalmente la suma de las expresiones (13), (19) y (20).

El caso de una línea de vórtice semi-infinita, desde un punto P_1 hacia el infinito en la dirección dada por un versor e se obtiene en forma similar a considerando el límite cuando r_2 tiende a ∞ y el versor dirección asociado tiende al versor e:

$$\vec{V} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\hat{e} \times \vec{r}_1}{\|\hat{e} \times \vec{r}_1\|^2} \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1} \bullet \hat{e} + 1 \right) \quad (69)$$

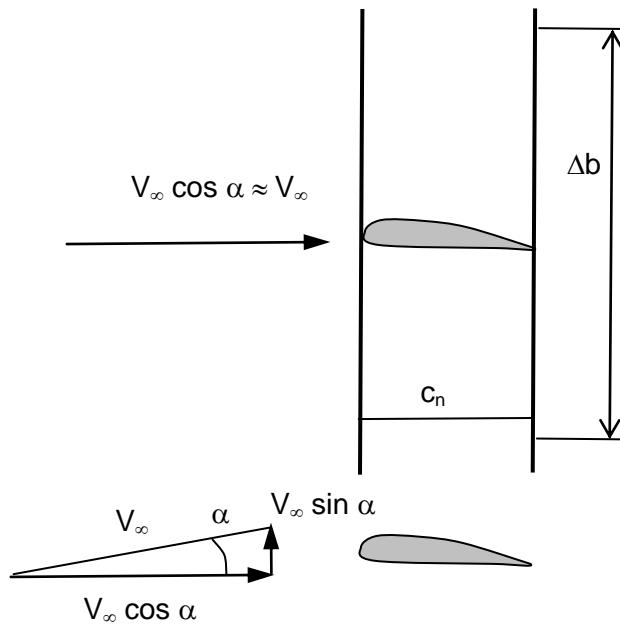
EFECTO BIDIMENSIONAL DE LA FLECHA

La influencia del ángulo de flecha en un ala debe ser estudiada con las herramientas de análisis de ala finita. El modelo de línea sustentadora es apto para dicho análisis.

Sin embargo existe una forma aproximada a nivel elemental de la influencia de la flecha que a pesar de estar basada en flujo puramente 2D es empleada frecuentemente en planteos estimativos de alas de gran alargamiento.

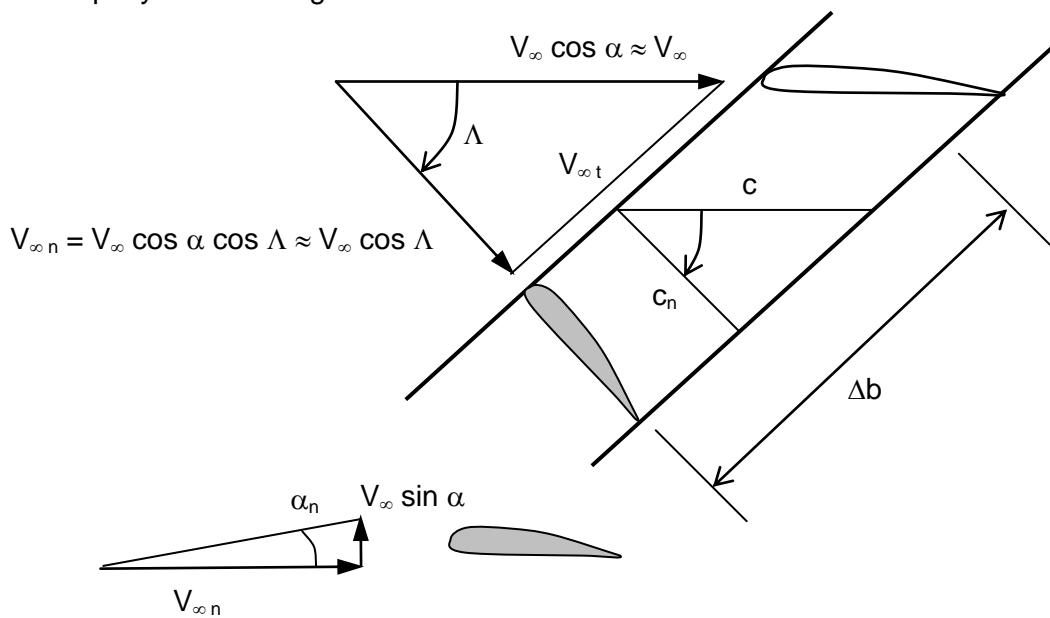
Se basa en pensar la influencia de la flecha como un factor de corrección al comportamiento de un hipotética ala sin flecha, sin considerar efectos tridimensionales, por lo que variables como el alargamiento y el ahusamiento no aparecen.

Consideremos un ala infinita sin flecha con un perfil alar dado normal al borde de ataque y a un ángulo de ataque dado.



Ahora consideremos la misma ala inclinada un ángulo de flecha determinado. El perfil normal al borde de ataque así como la cuerda correspondiente son invariables.

La velocidad de la corriente libre puede ser descompuesta en una componente normal a la línea de borde de ataque y otra a lo largo del ala.



El ángulo de ataque de la sección normal a la línea de borde de ataque

$$\tan \alpha_n = \frac{V_\infty \sin \alpha}{V_\infty \cos \alpha \cos \Lambda} = \frac{\tan \alpha}{\cos \Lambda} \quad (70)$$

$$\alpha_n = \frac{\alpha}{\cos \Lambda} \quad (71)$$

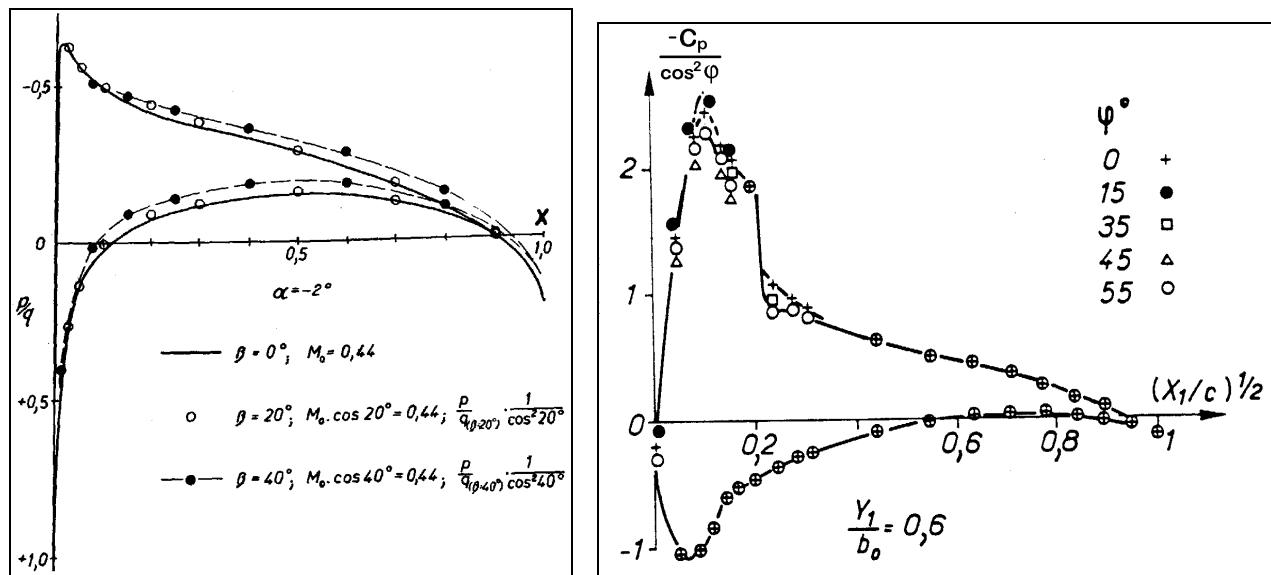
El efecto 2D de la flecha asume la hipótesis siguiente: la componente de la corriente libre a lo largo del ala no contribuye a generar ninguna clase de efecto aerodinámico y solamente es la componente normal al borde de ataque la que genera la distribución de presiones sobre el ala.

Esto significa que si se mantienen invariables el ángulo de ataque del perfil normal al borde de ataque α_n y la velocidad de corriente libre V_∞ normal al borde de ataque, la distribución de presiones sobre el perfil normal será invariable.

La presión manométrica en un punto sobre el perfil se plantea como el coeficiente de presiones sobre el perfil normal al borde de ataque por la presión dinámica del flujo normal al borde de ataque:

$$\begin{aligned} p - p_\infty &= C_{pn}(\alpha_n) \frac{1}{2} \rho V_{\infty n}^2 \\ p - p_\infty &= C_{pn}(\alpha_n) \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \cos^2 \Lambda \\ \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2} &= C_p = C_{pn}(\alpha_n) \cos^2 \Lambda \end{aligned} \quad (72)$$

Las dos figuras siguientes presentan la validez experimental de lo visto hasta ahora:



La figura izquierda (tomada de Kuethe-Chow, reproducida de Abbott-Von Dohenhoff) presenta la distribución de presiones normal al L.E. sobre un ala infinita (perfil simétrico de 9%) a 3 números de Mach diferentes con tres ángulos de flecha diferentes pero manteniendo invariable entre las tres situaciones el Mach normal al L.E. ($M_\infty n = 0.44$) y el ángulo de ataque del perfil normal al L.E. ($\alpha_n = 2^\circ$)

La figura derecha (tomada de un trabajo de la ONERA francesa, de la década del 80) presenta la distribución de presiones sobre una sección dada de la envergadura de un ala finita con 5 diferentes ángulos de flecha manteniendo invariable el ángulo de ataque del perfil normal al L.E.

$\alpha_n = 6^\circ$, aunque los resultados, estrictamente hablando, son correspondientes a un régimen transónico (subsónico supercrítico).

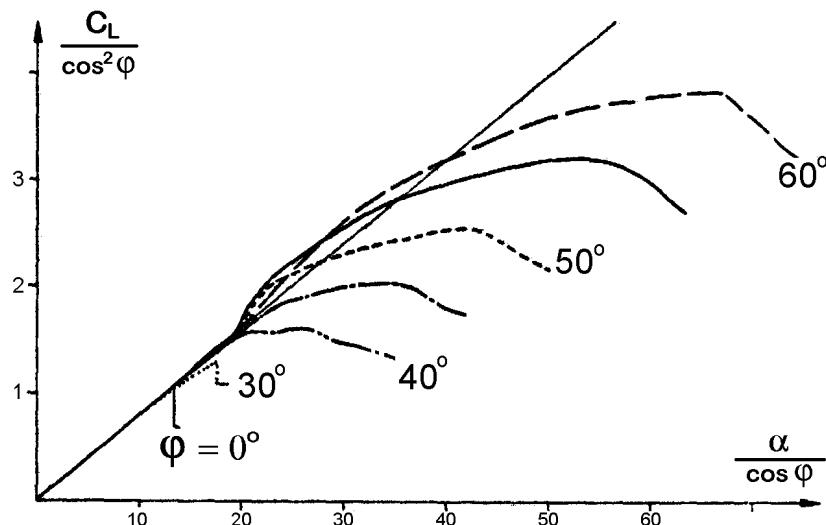
El coeficiente de sustentación del perfil a lo largo del flujo estará dado entonces por:

$$C_l(\alpha) = C_{l_n}(\alpha_n) \cos^2 \Lambda \quad (73)$$

En alas de gran alargamiento se asume que el coeficiente de sustentación de perfil y de ala son lo mismo de manera que se aproxima:

$$C_L(\alpha) \approx C_{L_n}(\alpha_n) \cos^2 \Lambda \quad (74)$$

La siguiente figura, correspondiente a un ala de estudio experimental de ONERA en régimen subsónico puro, muestra la validez de la corrección. Las curvas experimentales para diferentes ángulos de flecha divergen entre sí cuando surgen efectos de separación de flujo, a gran ángulo de ataque:



Consideremos ahora el efecto de la flecha manteniendo un ángulo α constante. De ésta manera, el ángulo de ataque de la sección normal α_n se incrementa respecto α según lo visto:

$$\alpha_n = \frac{\alpha}{\cos \Lambda}$$

Si asumimos que el perfil es simétrico, entonces se escribe: $C_l(\alpha) = C_{l_{\alpha_n}} \frac{\alpha}{\cos \Lambda} \cos^2 \Lambda$

Por lo tanto:

$$C_l(\alpha) = C_{l_{\alpha_n}} \alpha \cos \Lambda = k \cos \Lambda \quad (75)$$

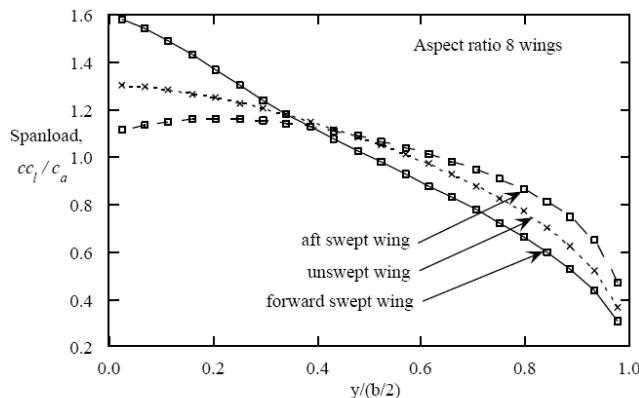
Observamos que el coeficiente de sustentación de la sección del ala disminuye proporcionalmente al coseno del ángulo de flecha.

En ala 3D se observará éste efecto aunque no sea simplemente de proporcionalidad a un coseno de la flecha. Si el ala es de gran alargamiento, sin embargo puede aproximarse como:

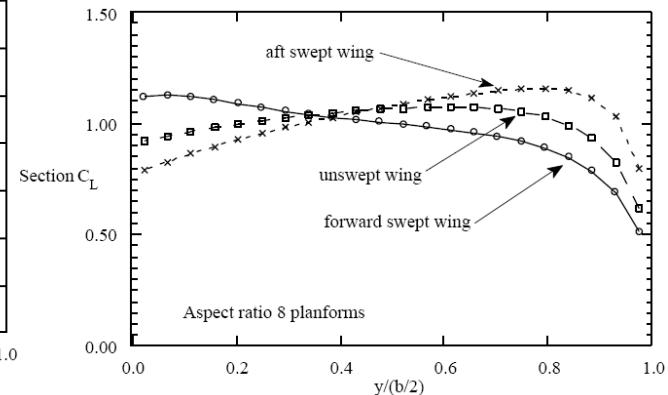
$$C_L(\alpha) \approx k \cos \Lambda_{25\%c} \quad (76)$$

ALA EN FLECHA: ASPECTOS AERODINÁMICOS Y ESTRUCTURALES

Comparativamente a un ala recta de iguales alargamiento y ahusamiento, el ángulo de flecha modifica la distribución de sustentación y de C_L local: recordemos los gráficos ya vistos.



a) comparison of spanloads



b) comparison of section lift coefficients

De manera que pueden realizarse las siguientes observaciones:

Para flecha positiva:

La resultante de sustentación de la semi-ala se desplaza hacia la puntera de manera que puede incrementarse considerablemente el momento flector de raíz de ala.

Por otra parte, dicha resultante adquiere brazo de palanca en x de manera que también se incrementa notablemente la solicitud de torsión en la zona raíz.

Desde el punto de vista aerodinámico y asumiendo que no existe alabeo alguno, los coeficientes de sustentación locales más altos se encuentran en la zona externa de ala, lo cuál favorece que la pérdida de sustentación se inicie en la zona de punteras. Este efecto desfavorable puede eliminarse o atenuarse mediante una cuidadosa elección del alabeo de puntera y mediante otros recursos aerodinámicos tales como barreras (fence), dientes de sierra o de perro (sawtooth y dogtooth) y vortilones, que son empleados en general para mejorar la calidad del flujo en la zona de puntera de alas en flecha positiva.

Por otra parte, el centro aerodinámico se desplaza hacia atrás, lo cuál se verá poseer un efecto estabilizante, aprovechado en configuraciones de alas volantes.

Para flecha negativa:

La resultante de sustentación de la semi-ala se desplaza hacia la raíz, de manera que puede reducirse considerablemente el momento flector de raíz de ala.

Como en el caso anterior, dicha resultante adquiere brazo de palanca en x de manera que también se incrementa la solicitud de torsión en la zona raíz, aunque de diferente signo.

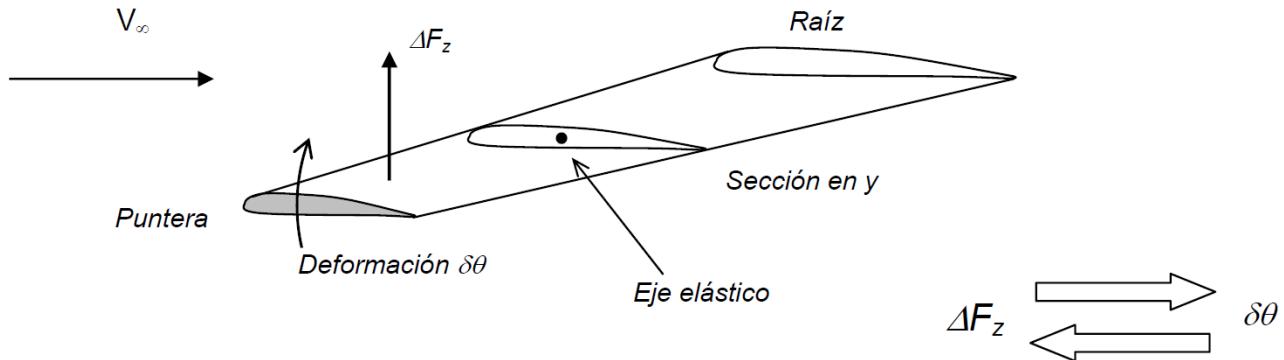
Desde el punto de vista aerodinámico y asumiendo que no existe alabeo, los coeficientes de sustentación locales más altos se encuentran en la zona interior del ala, de manera que en forma natural se previene que la pérdida de sustentación se inicie en la zona de punteras.

El centro aerodinámico se desplaza hacia adelante, lo cuál posee un efecto inestabilizante, que debe ser cuidadosamente tenido en cuenta.

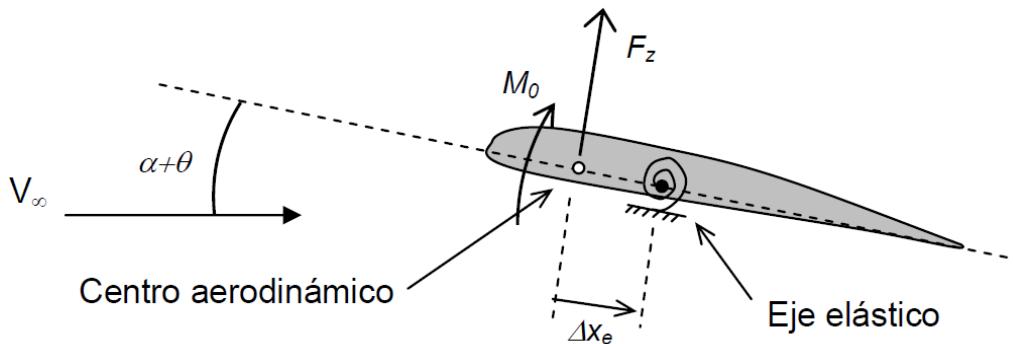
INESTABILIDAD ESTRUCTURAL

Una desventaja estructural intrínseca de la flecha negativa puede entenderse estudiando al ala como una estructura deformada bajo cargas externas predominantemente de origen aerodinámico.

Con flecha negativa, la deformación estática por torsión de una sección de ala es tendiente a incrementar el ángulo de ataque local (mientras que con flecha positiva se observa lo contrario). En una estructura de insuficiente rigidez, esta realimentación positiva puede desencadenar, a determinada velocidad de vuelo, un efecto de divergencia de la deformación estática por torsión que lleve al colapso del ala.



A efectos conceptuales, analicemos el fenómeno de un punto de vista puramente 2D.



El equilibrio estático de torsión de una sección de ala está dado por: $M_0 + F_z \Delta x_e = K \theta$

K : rigidez en torsión de la estructura

θ : deformación de torsión

Δx_e : distancia entre centro aerodinámico y eje elástico.

El eje elástico une los centros de corte de las secciones del ala y es el eje alrededor del cual se producen las deformaciones de torsión.

En el ala elástica, la fuerza normal F_z está influenciada por la deformación de torsión, que interviene modificando el ángulo de ataque:

$$q_\infty S [C_{m0} c + C_{l\alpha} (\alpha + \theta) \Delta x_e] = K \theta \quad (77)$$

Agrupando todo término asociado a la deformación en el miembro derecho:

$$q_\infty S [C_{m0} c + C_{l\alpha} \alpha \Delta x_e] = (K - q_\infty S C_{l\alpha} \Delta x_e) \theta$$

El primer miembro es la carga aerodinámica para el ala rígida, sin deformación:

$$M_0 + (F_z)_{\text{ala rígida}} \Delta x_e = (K - q_\infty S C_{l\alpha} \Delta x_e) \theta \quad (78)$$

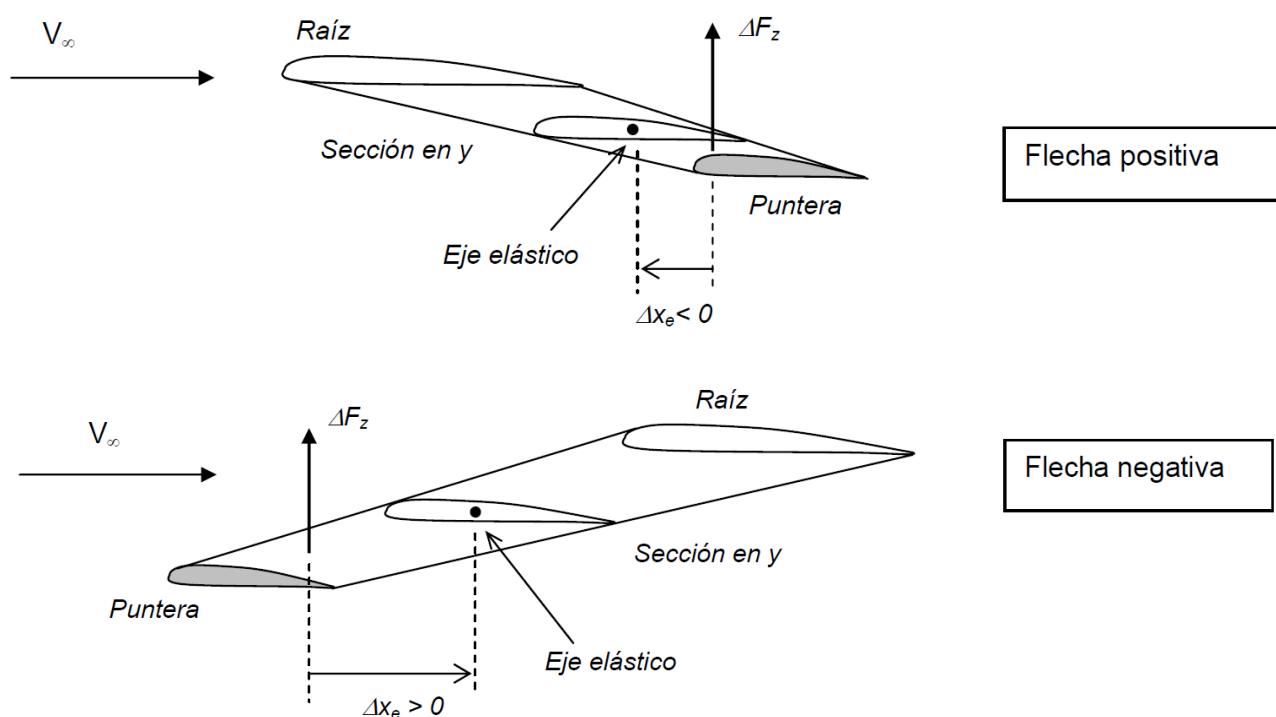
Se observa que aparece una rigidez efectiva que varía con la velocidad de vuelo:

$$K_{\text{eff}} = K - q_\infty S C_{l\alpha} \Delta x_e \quad (79)$$

En un ala con flecha negativa, la distancia $\Delta x_e > 0$, de manera que indefectiblemente habrá una presión dinámica a la cual la rigidez efectiva se anula y el ala colapsa en torsión (se denomina “velocidad de divergencia” a la correspondiente a dicha condición).

Esta es una característica de inestabilidad intrínseca asociada a la flecha negativa.

En un ala con flecha positiva, normalmente la distancia es positiva $\Delta x_e < 0$, de manera que no se produce este inconveniente.



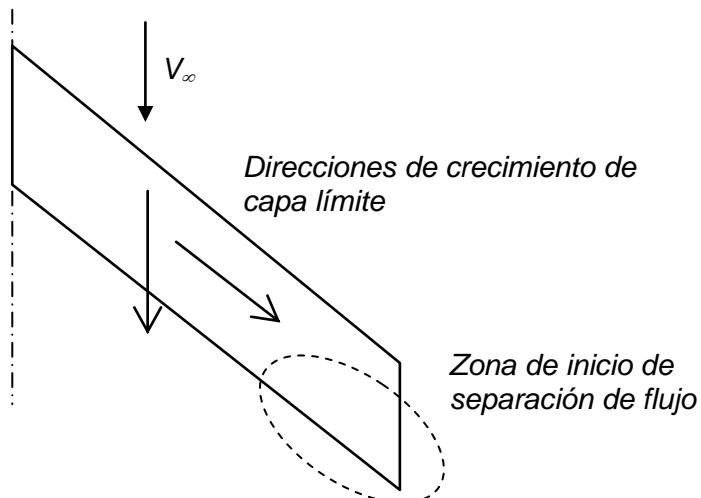
Se debe puntualizar que se trata de una inestabilidad estructural asociada a deformaciones estáticas a elevada velocidad de vuelo.

Este fenómeno no está vinculado a problemas aeroelásticos dinámicos como el “flutter”, que puede producirse independientemente del tipo de flecha y de los valores de la velocidad de vuelo.

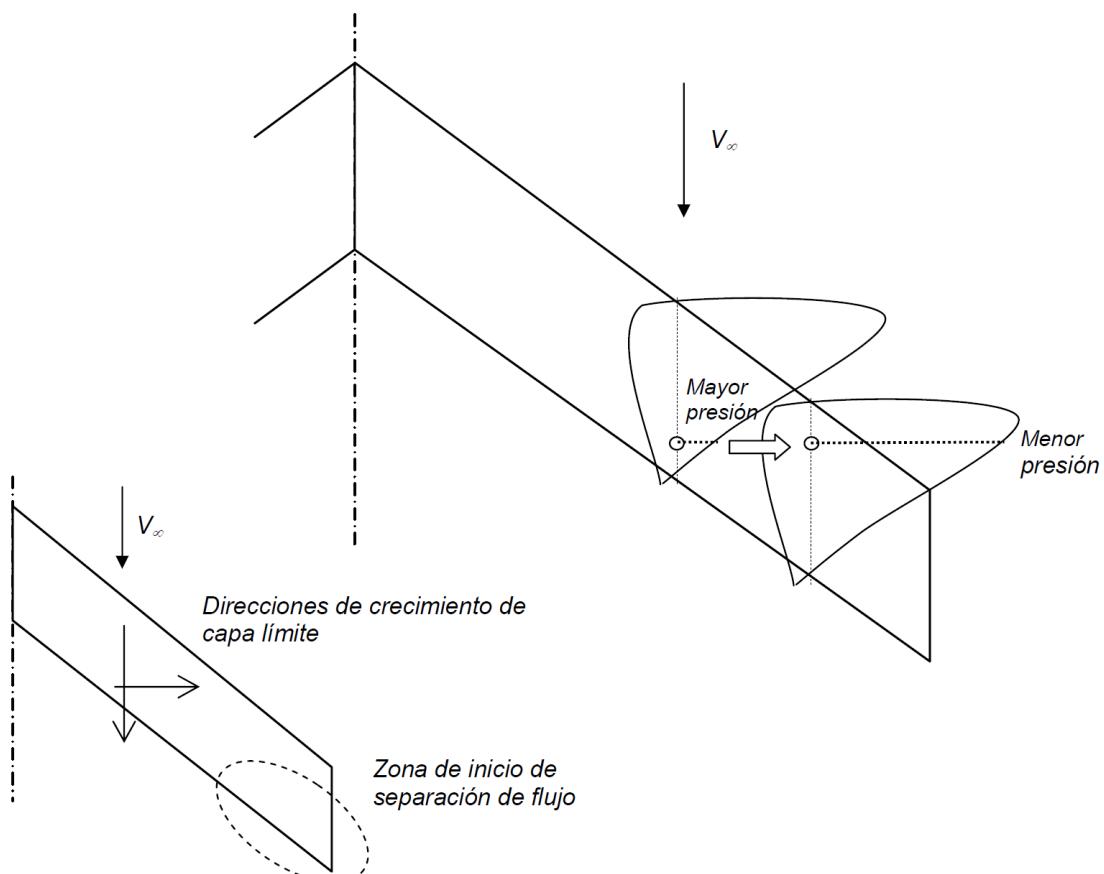
FENÓMENO DE PITCH-UP

Se ha visto que un ala con flecha positiva genera una distribución de CI local con un valor máximo hacia la zona de puntera, lo cuál favorece que la pérdida de sustentación se inicie en dicha zona. Cuando se combina una flecha positiva elevada con un gran alargamiento aparece otro fenómeno que acentúa fuertemente la tendencia de pérdida de sustentación en la zona de borde de fuga y de puntera.

La hipótesis de que la componente de la corriente a lo largo de la envergadura no posee influencia proviene de una teoría de flujo potencial linealizado. En flujo viscoso real, esta componente tangencial tiene efectivamente influencia sobre el flujo de baja energía de la capa límite, acentuándose dicha influencia cuando existe una elección flecha combinada con gran alargamiento. La capa límite crece no sólo en el sentido del flujo sino a lo largo del ala, como indica la figura.

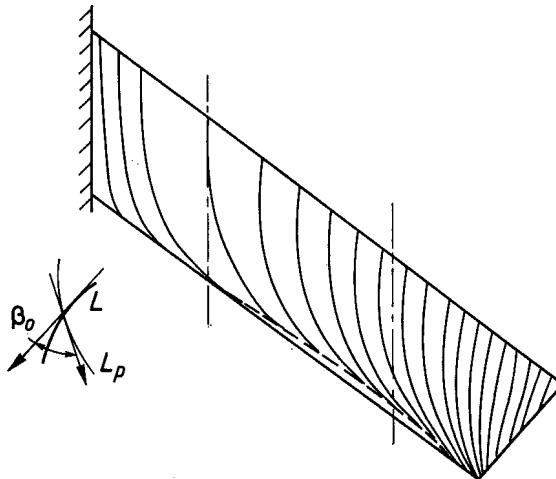


Independientemente del tipo de perfil adoptado por el ala, cuando el ángulo de ataque es elevado, la forma de la distribución de presiones sobre una sección es con un pico de succión pronunciado cercano al borde de ataque y un fuerte crecimiento de presión subsiguiente.



Analizando dos secciones vecinas de un ala con flecha positiva y a un alfa elevado, se observa que adicionalmente al gradiente de presiones "streamwise" (a lo largo de la dirección de vuelo) aparece un gradiente de presiones transversal.

El flujo de baja energía cinética promedio de la capa límite es especialmente sensible al gradiente de presiones transversal indicado y adoptan una tendencia de desviación hacia la zona de puntera, divergiendo considerablemente de la dirección de las líneas de corriente del flujo fuera de la capa límite



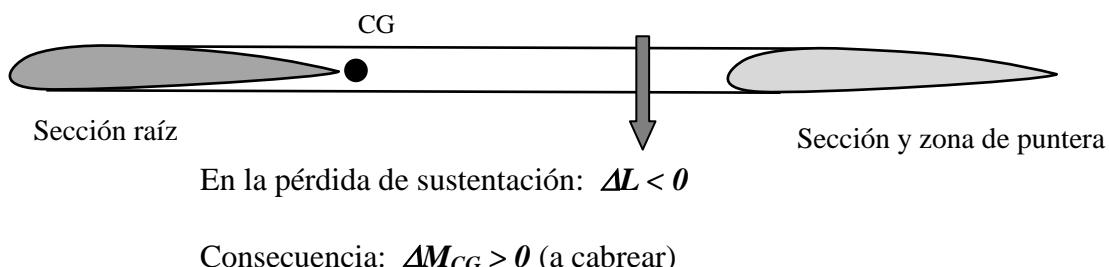
Cuando el ala no posee ninguna clase de alabeo, estos fenómenos viscosos puede acentuar aún más la tendencia natural del ala en flecha positiva de iniciar la separación de flujo en la zona de puntera

Si se produce una abrupta separación del flujo en la zona de punteras de ala, la sustentación local en dicha zona disminuye bruscamente. Esto origina una cupla igualmente brusca a cabrear, en sentido inestabilizante pues el incremento de alfa tiende a empeorar la situación. Esto constituye un fenómeno muy indeseable de las alas en flecha positiva denominado "pitch-up".

El "pitch-up" consiste entonces en la aparición relativamente brusca de un momento a cabrear estando a gran ángulo de ataque, en o cercano a la pérdida de sustentación.

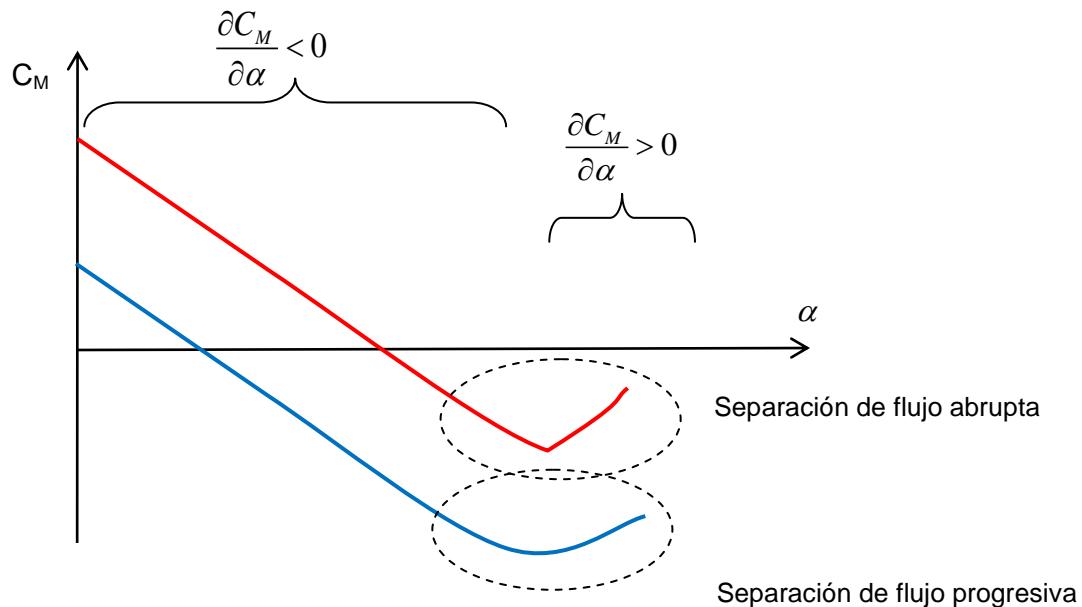
Veamos de manera física simple la aparición de ésta inestabilidad, en la vista lateral de un ala de cuerda constante con fuerte flecha positiva, para mayor claridad de dibujo.

La disminución de sustentación por separación de flujo en la zona de puntera se traduce en un cambio a cabrear del momento de cabeceo.



Si la disminución de sustentación en la puntera es abrupta, el cambio de momento a cabrear aparece bruscamente. Teniendo en cuenta que la situación es a gran ángulo de ataque, evidentemente se trata de un fenómeno indeseable que puede ser peligroso.

Del punto de vista de la curva CM-alfa, la inestabilidad a gran ángulo de ataque se observa como:

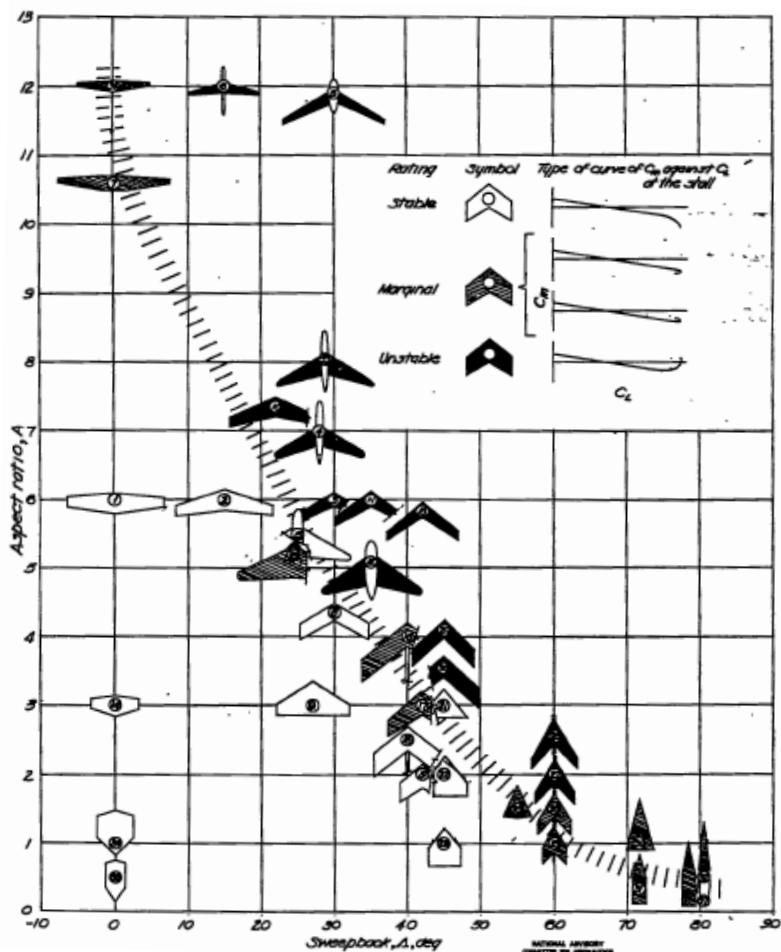


Este fenómeno es típico en alas que combinan simultáneamente gran flecha y gran alargamiento, aunque puede ser encontrado con otras combinaciones. Frecuentemente la inestabilidad en la zona de la pérdida es imposible de evitar pero sí es posible suavizar el fenómeno de manera que no se presente de manera tan abrupta o de alejarlo a mayor ángulo de ataque.

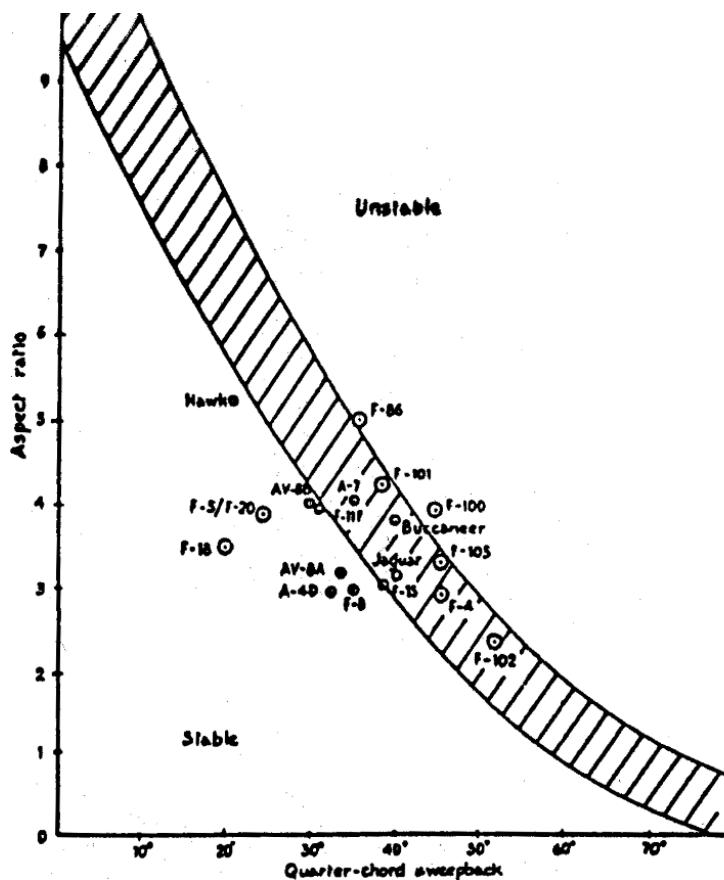
Como todo fenómeno que involucra separación de flujo tridimensional, no es simple de ser estudiado de manera teórica y debe recurrirse a resultados de origen experimental y a ensayos de prueba y error.

La figura siguiente, tomada del NACA TN 1093, muestra un gráfico de origen experimental que delimita la zona estable de combinación de flecha y alargamiento para un variado conjunto de alas que no poseen ninguna clase de alabeo ni elementos atenuadores.

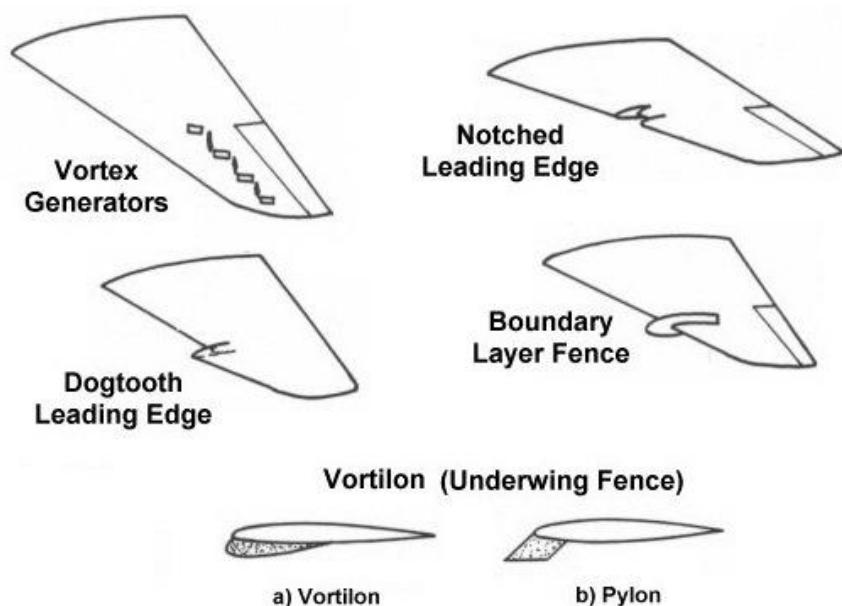
El gráfico muestra que a mayor flecha debe reducirse el alargamiento, y a mayor alargamiento debe reducirse la flecha, a fin de evitar el "pitch-up".



La figura siguiente presenta la zona límite de estabilidad de aviones completos y dónde están situados algunos aviones existentes:



Este fenómeno indeseable puede ser suavizado o alejado mediante la atenuación del pico de succión en la zona de la puntera, a través de un adecuado alabeo negativo del ala, y/o con elementos energizadores de la capa límite en la zona de puntera, mediante denominados "parches" aerodinámicos tales como: generadores de vórtice, barreras (fence), dientes de sierra o de perro (sawtooth, dogtooth o wing notches) y vortilones.



En modernos aviones de combate puede ser eliminado artificialmente del pilotaje mediante el sistema automático de control de vuelo.

Los generadores de vórtices energizan la capa límite alejando, en términos de ángulo de ataque, la separación de flujo.

Los “fences” (o barreras) limitan la tendencia de desviación del flujo de capa límite hacia las zonas de puntera, introduciendo una valla al gradiente presión transversal.

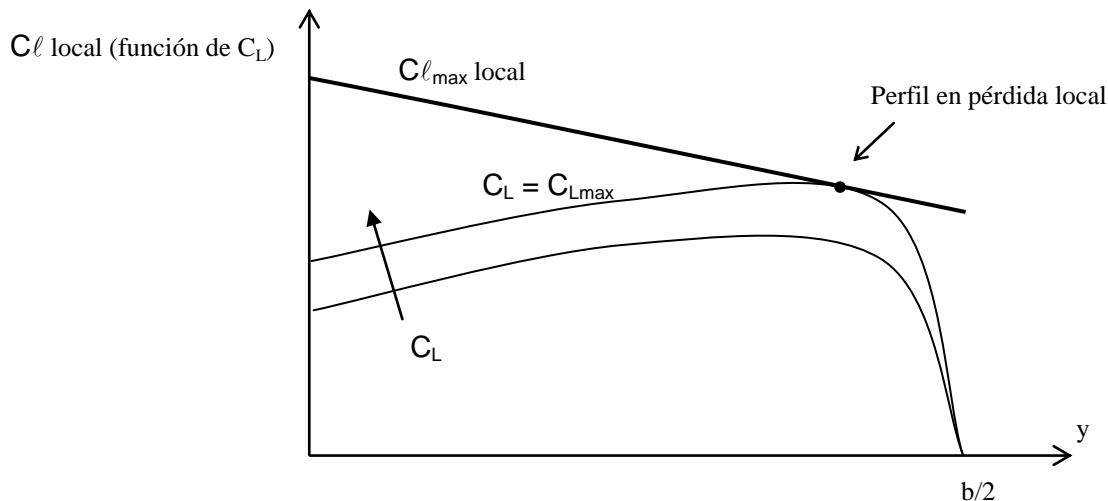
Los “dientes de sierra” o “de perro”, así como los “vortilones” generan, a partir de un cierto ángulo de ataque elevado, vórtices en sentido “chordwise” que actúan a modo de “barreras fluidas”, limitando la tendencia de desviación del flujo de capa límite y eventualmente energizando parte de ella.

ESTIMACIÓN TEÓRICA DEL $C_{L_{\max}}$ DE ALA FINITA

A efectos de éste cálculo, se define un valor conservativo del C_L de pérdida del ala como el menor C_L del ala para el cuál alguna sección alcanzó localmente la pérdida de sustentación. Es decir, se define como el menor C_L del ala para el que alguna sección del ala alcanza su $C_{L_{\max}}^{2D}$ local.

Es previsible que el $C_{L_{\max}}$ real sea un valor mayor, cuando una cierta región del ala, no simplemente una sola sección, se encuentra en pérdida.

Si se dispone una herramienta de cálculo de la distribución de C_L local y se dispone de información confiable del $C_{L_{\max}}$ de los perfiles del ala, puede aplicarse el método de base teórica que se explica a continuación para calcular un valor conservativo del $C_{L_{\max}}$ del ala, en caso de alas de gran alargamiento. (Ref.: Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics, B. McCormick).



Se plantea como la condición de la pérdida de una sección:

$$C_{\ell(y)} = C_{\ell \max(y)}$$

$$C_{\ell \text{ basic}(y)} + C_{\ell \text{ adic}(y)} C_L = C_{\ell \max(y)}$$

Se despeja el C_L del ala al cual entra en pérdida la sección y :

$$\hat{C}_{L(y)} = \frac{C_{\ell \max(y)} - C_{\ell \text{ basic}(y)}}{C_{\ell \text{ adic}(y)}}$$

De acuerdo a lo precedente, el C_L de pérdida del ala será el menor valor:

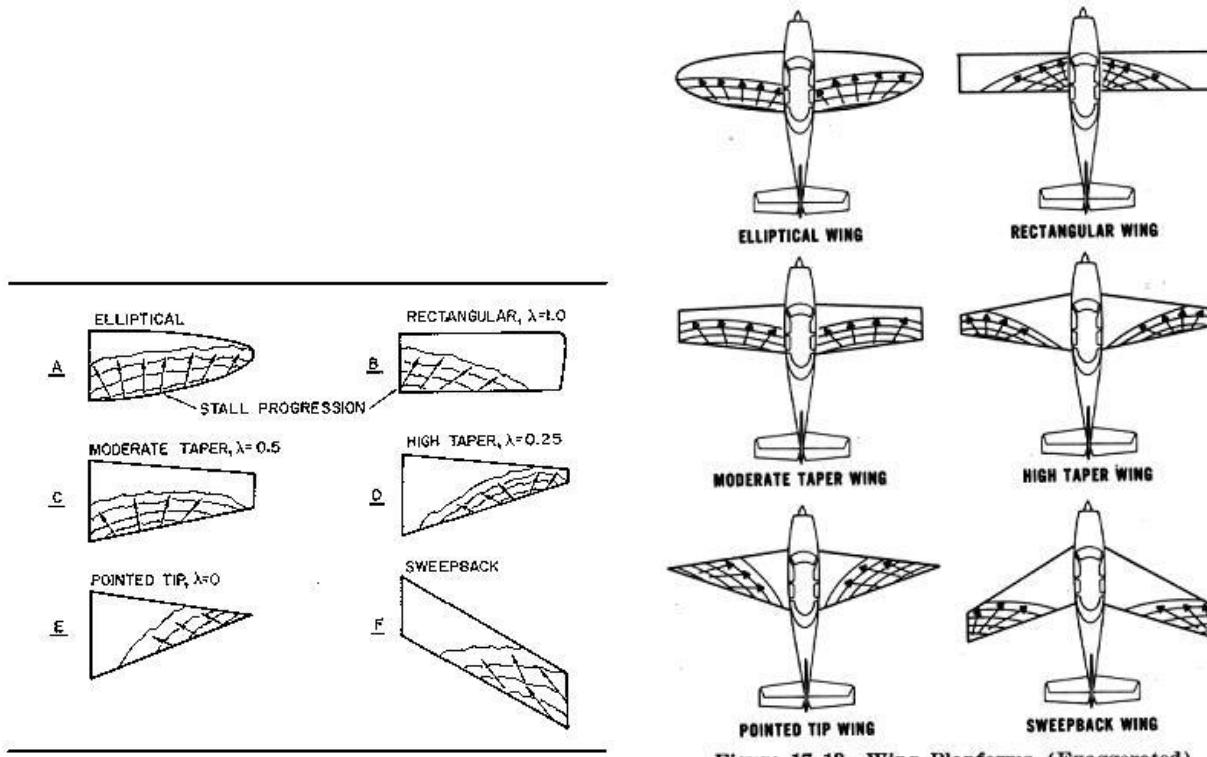
$$C_{L_{\max}} = \min \left\{ \hat{C}_{L(y)} \right\}_{y=-b/2}^{y=+b/2}$$

Este método permite entender que, usualmente, un ala finita comienza a entrar en pérdida cuando se inicia la separación de flujo en aquellas zonas donde el coeficiente de sustentación local es mayor. Esto es asumiendo el caso en el $C_{L_{\max}}$ de los perfiles es aproximadamente el mismo en toda la envergadura.

La situación cambia completamente cuando, a lo largo de la envergadura, se introducen cambios en el Clmax, de pérdida, de las secciones.

Por ejemplo, en el caso en que el Clmax de los perfiles es aproximadamente el mismo en toda la envergadura, la distribución de coeficiente de sustentación local nos indica donde se inicia la pérdida en el ala:

Un ala rectangular, sin alabeo, garantiza que la pérdida comienza en la zona raíz. Por el contrario, un ala trapezoidal sin alabeo, con elevado ahusamiento, garantiza lo opuesto.
Y así según la geometría de otras alas.



MODELO DE SUPERFICIE SUSTENTADORA

Constituye un modelo no viscoso efectivamente 3D con la limitación de capturar el efecto puramente sustentador, a través de la distribución de carga, no la de presiones. Se modela la superficie de combadura del ala, a lo largo de la envergadura y a lo largo de la cuerda, ignorando el espesor.

No asume los centros aerodinámicos de los perfiles en determinada posición así como tampoco asume propiedades determinadas de los perfiles 2D. Las características de la sección 3D surgen del cálculo.

No está restringido a grandes alargamiento aunque para ser aplicable a muy bajos alargamientos debe considerarse forzosamente el arrollamiento del sistema de vórtices de estela, con lo que el modelo deja de ser lineal y el método de cálculo se vuelve iterativo.

En la práctica, el modelo simple, lineal con estela plana, posee validez desde $A \sim 3$ aproximadamente y está limitado naturalmente a ángulos de ataque moderados, en el rango que asegure que no existan fenómenos de separación de flujo.

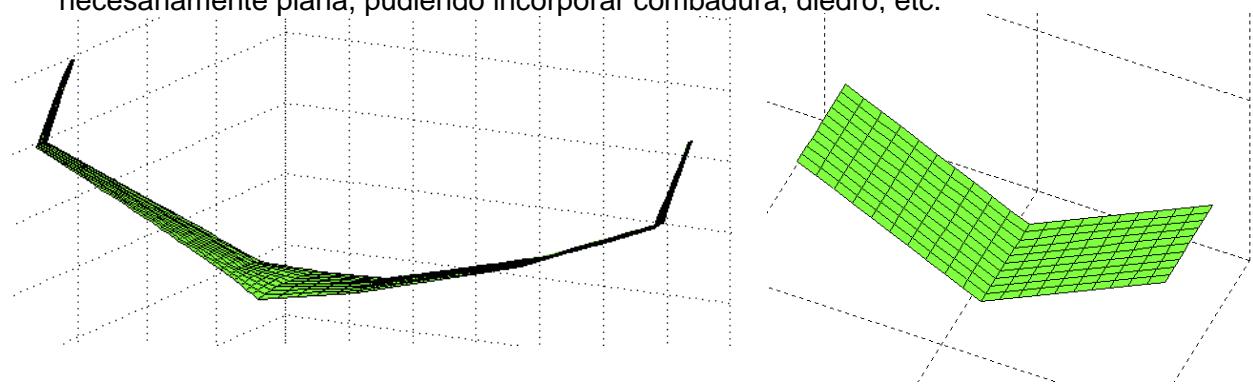
Es un método especialmente apto para determinar con precisión el C.A. y el momento libre de ala. La teoría formal del método es compleja y está fuera del curso básico de Aerodinámica.

A continuación se describe una implementación particular de éste modelo.

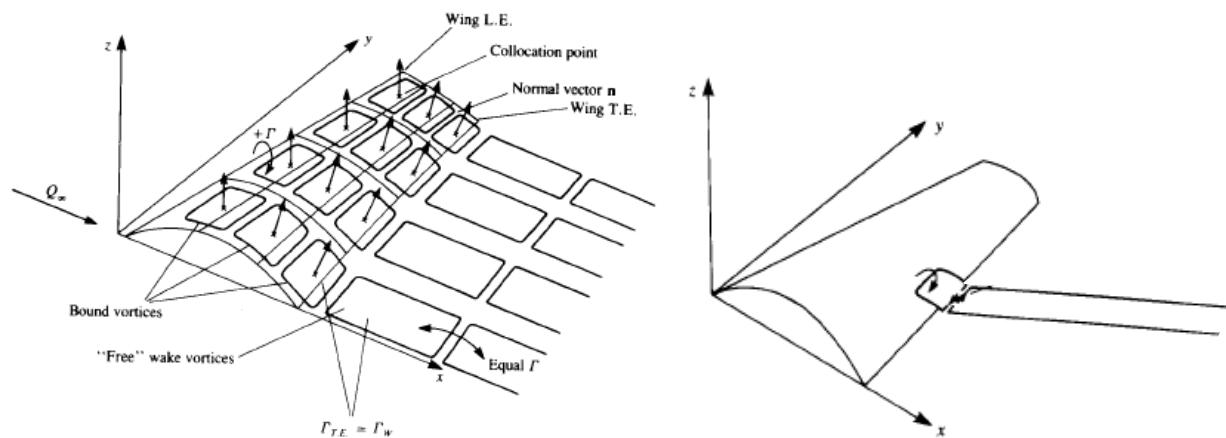
MÉTODO DE LA RED DE VÓRTICES (Vortex Lattice Method)

Se trata de un método numérico de superficie sustentadora, con las hipótesis:

- No considera el efecto del espesor del ala.
- Se modeliza sólo la superficie media del ala como una superficie sin espesor pero no necesariamente plana, pudiendo incorporar combadura, diedro, etc.



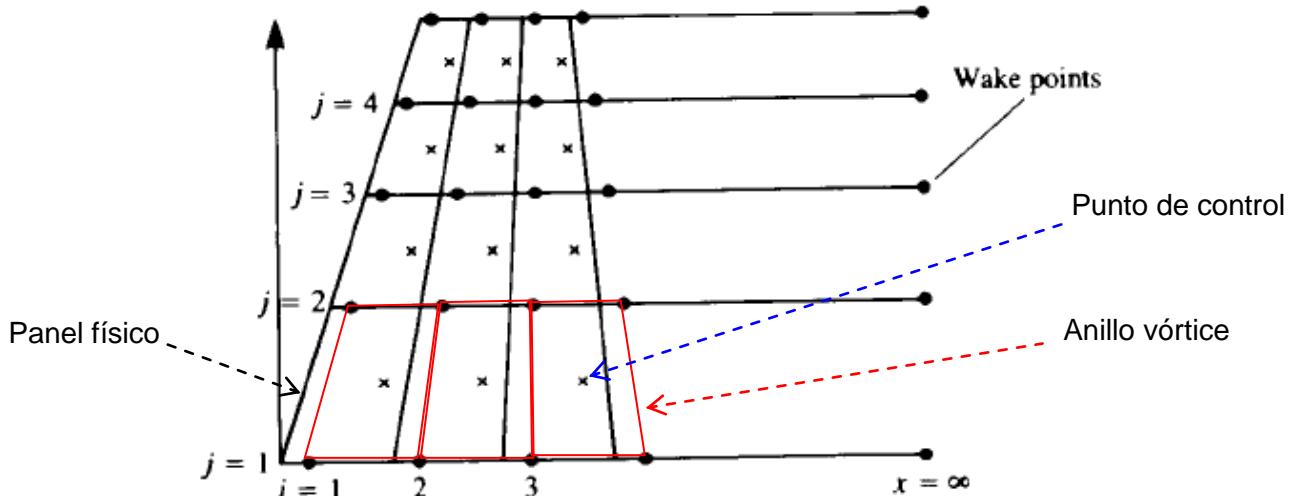
- La superficie media del ala se modela matemáticamente como una malla o red de anillos vórtices cuadrangulares, distribuidos tanto en envergadura como en cuerda.
- La estela del ala, el sistema de vórtices desprendidos, se modela matemáticamente con una serie de vórtices herradura semi infinitos distribuidos en la zona de borde de fuga a lo largo de la envergadura.



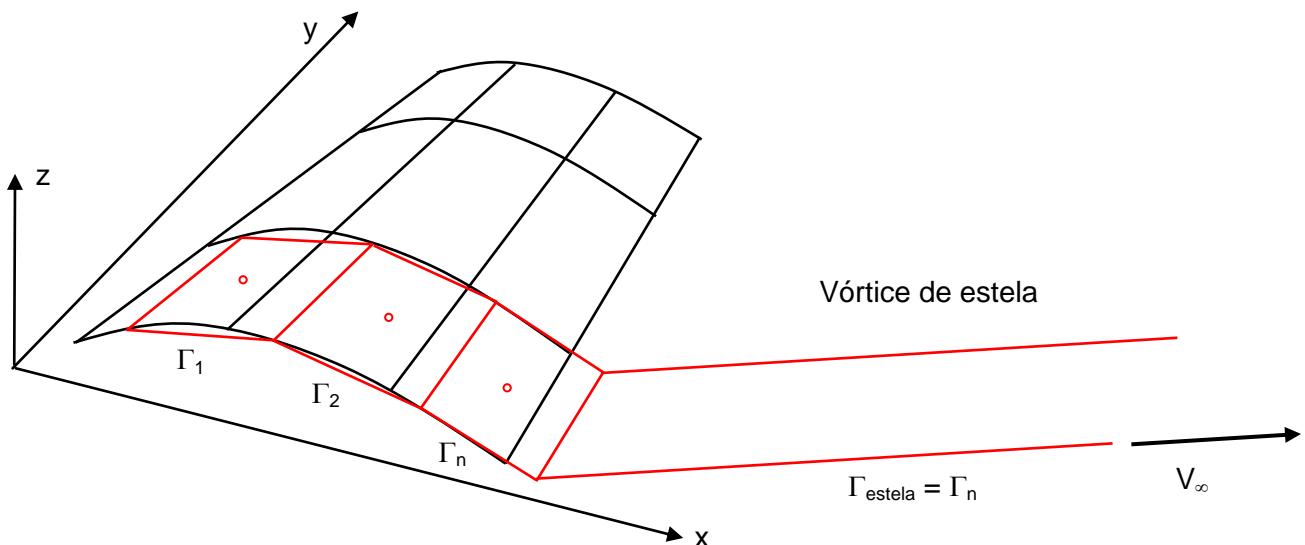
Implementación operativa del método

La superficie media del ala es discretizada en paneles cuadriláteros denominados paneles físicos. En base a un panel físico se define un anillo vórtice de la forma siguiente: el “borde de ataque” del anillo vórtice se ubica al 25% de la “cuerda local” del panel físico; el anillo vórtice termina en el 25% de la “cuerda local” del panel físico siguiente.

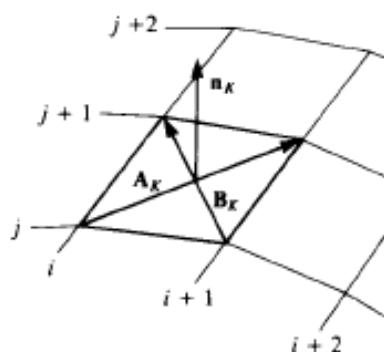
El punto de imposición de la condición de contorno sobre un panel del ala, denominado “punto de control”, se coloca en el centro del anillo vórtice, lo cual corresponde al 75% de la “cuerda local” del panel físico:



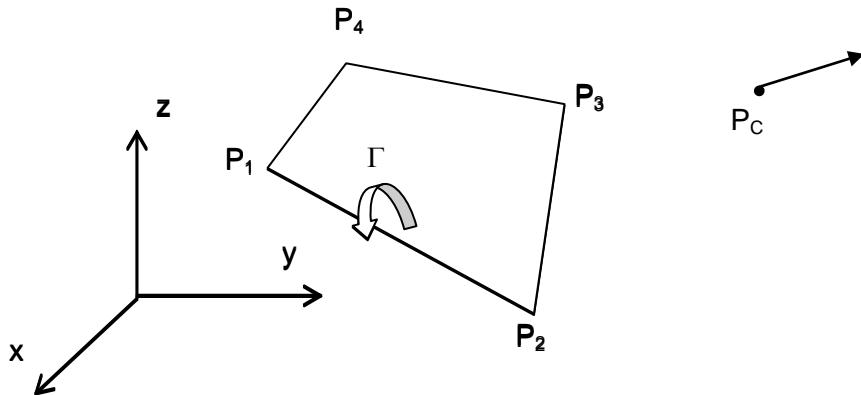
Las N incógnitas son las intensidades de los N anillos vórtice. La intensidad de cada vórtice herradura de estela es igual a la intensidad del último anillo vórtice sobre el ala, anillo de borde de fuga. Se forma un sistema de N ecuaciones lineales con N incógnitas, planteando en cada uno de los N puntos de control, la condición de impenetrabilidad, o velocidad normal nula.



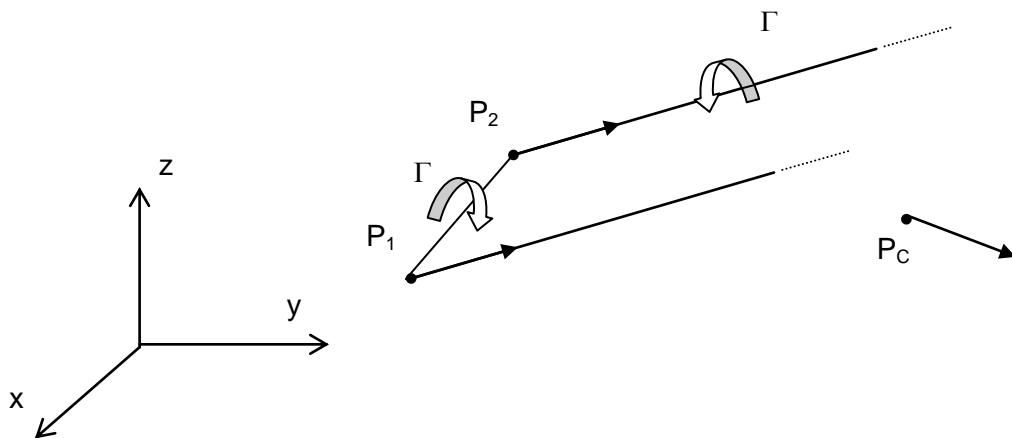
El vector normal en cada punto de control se calcula de forma sencilla mediante el producto vectorial de los vectores diagonales del panel físico:



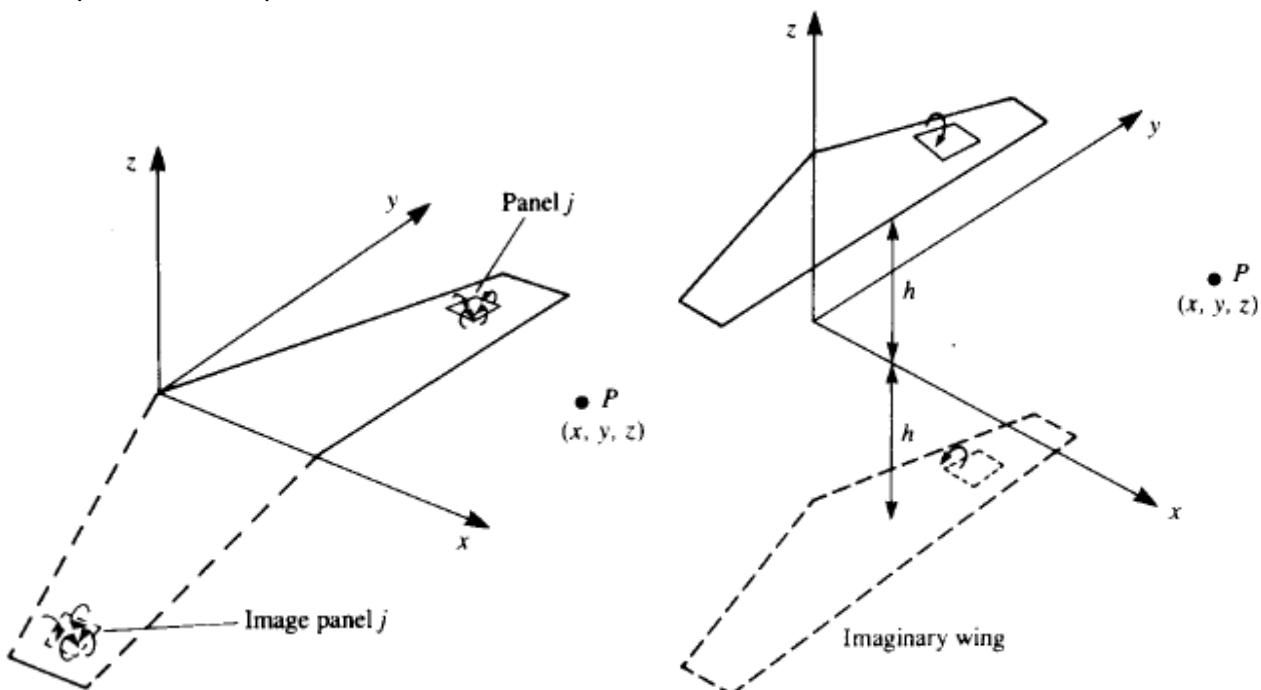
La rutina básica de cálculo es la de velocidad inducida en un punto P_c por un anillo vórtice (cuadrilátero) definido por 4 puntos P_1, P_2, P_3 y P_4 :



El vórtice de estela es un caso particular del anterior en donde los puntos P_2 y P_3 son enviados al infinito aguas abajo y orientados con la velocidad de la corriente libre:



El método permite aplicar de forma sencilla el llamado “método de las imágenes” para ya sea reducir el tamaño del sistema de ecuaciones en el análisis de un ala simétrica (figura de la izquierda) o para realizar el análisis del ala bajo influencia del suelo (figura de la derecha). En cualquiera de los dos casos las incógnitas de la “imagen” o “mitad reflejada” se corresponden con las respectivas de la parte analizada.



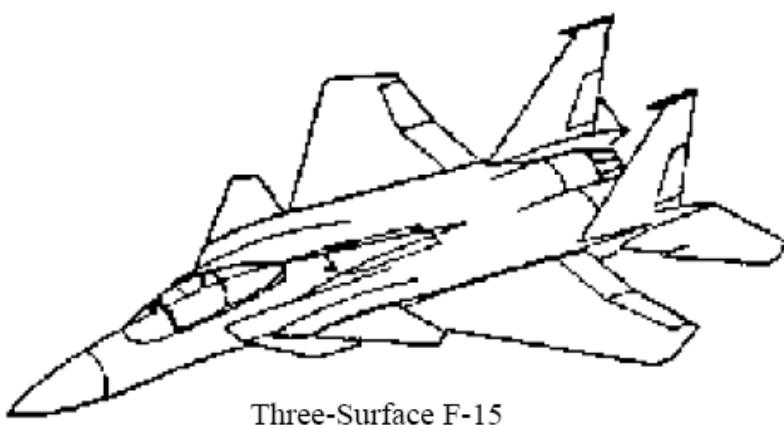
Correlación con resultados experimentales

1) Análisis aproximado del avión completo

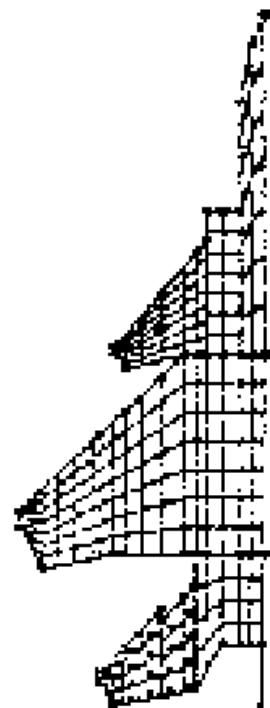
Se presentan resultados tomados del apunte de aerodinámica del Dr. W.H. Mason de la Virginia Tech University, a su vez tomados los datos de la referencia indicada ¹⁵ más abajo.

Se trata de un F-15 con canard, modelizado todo el avión como una red de vórtices plana. Los efectos de compresibilidad a $M = 0.8$ son tenidos en cuenta mediante la regla de similitud subsónica de Gothert, que se verá más adelante en Aerodinámica II. Se calcula el centro aerodinámico, la pendiente de sustentación y la derivada del momento de cabeceo respecto un punto determinado.

Observe la excelente correlación con los resultados de túnel de viento y con otros métodos.



Data Source		Neutral Point (% mac)	$C_{m\alpha}$ (1/deg)	$C_{L\alpha}$ (1/deg)
$M = 0.2$	Wind Tunnel	15.70	.00623	.0670
	Vortex Lattice	15.42	.00638	.0666
	Woodward	14.18	.00722	.0667
	Pan Air	15.50	.00627	.0660
$M = 0.8$	Wind Tunnel	17.70	.00584	.0800
	Vortex Lattice	16.76	.00618	.0750
	Pan Air	15.30	.00684	.0705
$M = 1.6$	Wind Tunnel	40.80	-.01040	.0660
	Woodward	48.39	-.01636	.0700



¹⁵ Thomas, R.W., "Analysis of Aircraft Stability and Control Design Methods," AFWAL-TR-84-3038, Vol. II, App. B., "Evaluation of Aerodynamic Panel Methods," by John Koegler, May, 1984.

2) Análisis de alas en efecto suelo: cálculo de pendiente de sustentación $C_{L\alpha}$

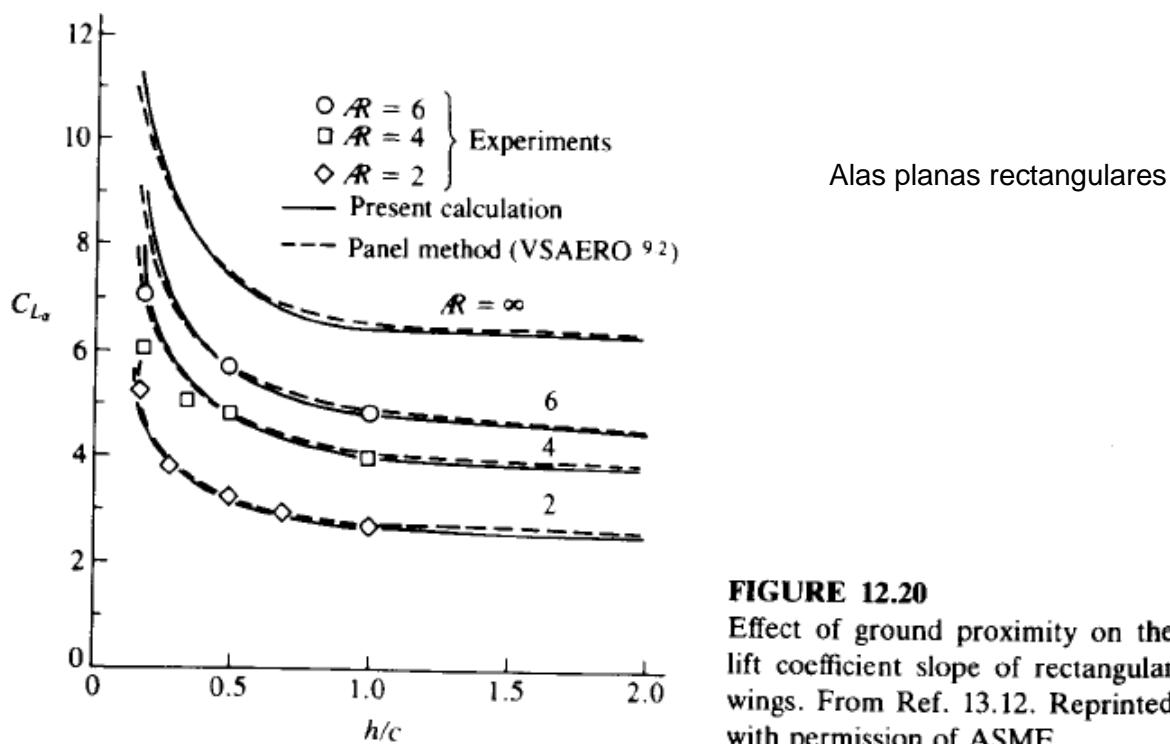


FIGURE 12.20

Effect of ground proximity on the lift coefficient slope of rectangular wings. From Ref. 13.12. Reprinted with permission of ASME.

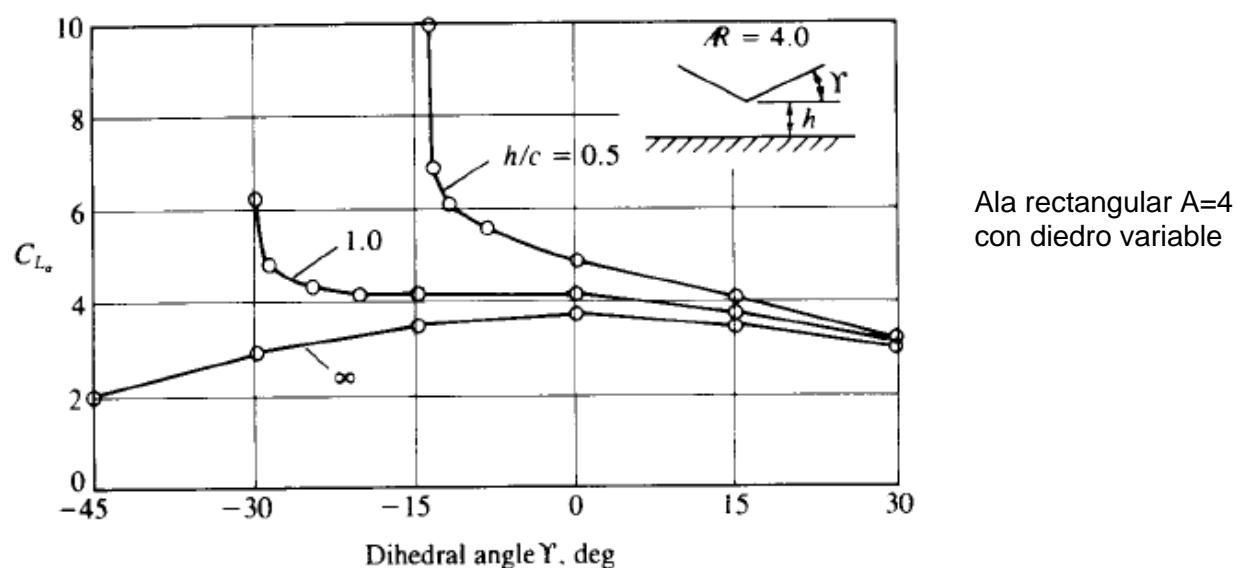


FIGURE 12.21

Effect of dihedral on the lift coefficient slope of rectangular wings in ground effect. From Kalman, T. P., Rodden, W. P. and Giesing, J. P., "Application of the Doublet-Lattice Method to Nonplanar Configurations in Subsonic Flow", Journal of Aircraft, Vol. 8, No. 6, 1971. Reprinted with permission. Copyright AIAA.

Resultados tomados de:

¹¹Katz, J., and Plotkin, A., *Low-Speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1991.

ALGUNAS FÓRMULAS PRÁCTICAS DE ALA FINITA

ALA TRAPEZOIDAL

Pendiente de sustentación:

$$C_{L\alpha} = C_{l\alpha} \frac{A}{2 + \sqrt{4 + A^2 (1 + \tan^2 \Lambda_{25})}}$$

Ángulo de sustentación nula:

$$\alpha_{L0} = \alpha_{l0\ root} - \frac{1}{3} (\varepsilon_t + \alpha_{l0\ root} - \alpha_{l0\ tip}) \frac{1+2\lambda}{1+\lambda}$$

ε_t ángulo de alabeo geométrico

$\alpha_{l0\ root}$ ángulo de sustentación nula del perfil raíz

$\alpha_{l0\ tip}$ ángulo de sustentación nula del perfil puntera

CAM de Ala trapezoidal:

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda}$$

Posición en y de la CAM:

$$\bar{y} = \frac{b}{6} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda}$$

Centro aerodinámico geométrico (25% CAM):

$$x_{CAG} = 0.25 c_r + \frac{b}{6} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \tan \Lambda_{25} \quad \text{Medido desde LE perfil raíz}$$

Relación entre flechas a diferentes % de cuerda:

$$\tan \Lambda_{25} = \tan \Lambda_{LE} - \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{A}$$

$$\tan \Lambda_x = \tan \Lambda_{LE} - \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \frac{4\xi}{A} \quad \xi \text{ de } 0 \text{ a } 1$$

Pendiente de sustentación de ala – fuselaje:

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{4 + A^2 (1 + \tan^2 \Lambda_{t_{\max}})}} \frac{S_{\text{exp}}}{S} F$$

dónde S_{exp} : superficie alar expuesta

F : factor de influencia del fuselaje

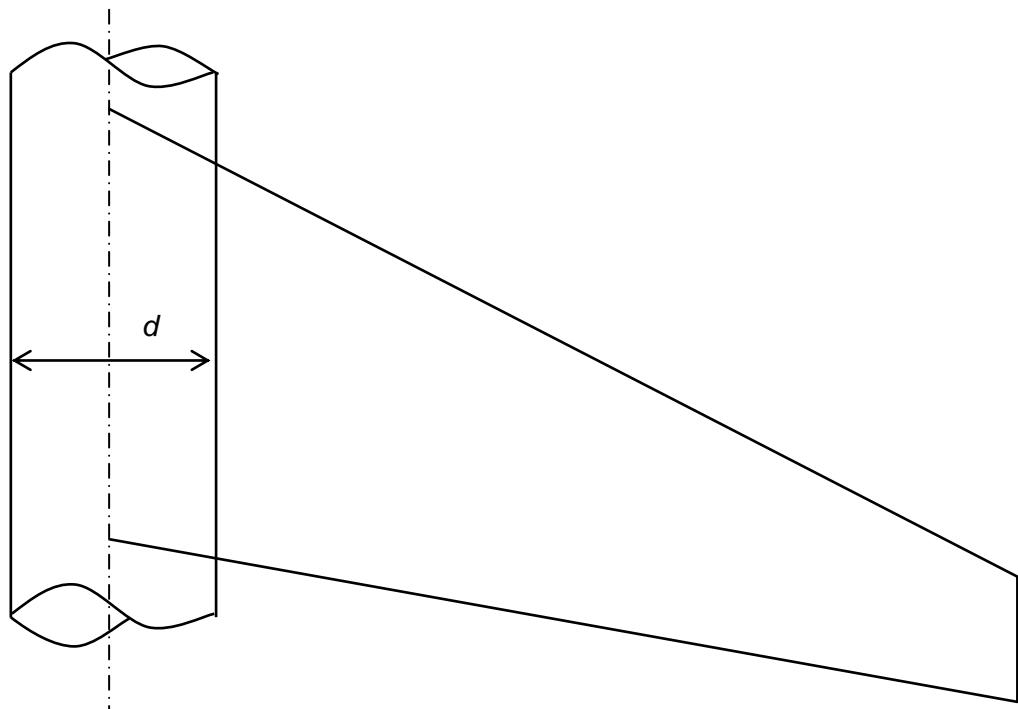
$$F = 1.07 \left(1 + \frac{d}{b} \right) \text{ con } d: \text{diámetro medio de fuselaje dónde existe el ala}$$

$\Lambda_{t_{\max}}$: ángulo de flecha correspondiente al % de cuerda de máximo espesor.

A falta de información se toma: $\Lambda_{t_{\max}} \cong \Lambda_{25\%}$

En una estimación rápida se asume que ambos efectos parcialmente se compensan de manera que:

$$C_{L\alpha} \approx \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{4 + A^2 (1 + \tan^2 \Lambda_{t_{\max}})}}$$



Dispositivos hipersustentadores

Generalidades

Los perfiles tradicionales, que producen valores de elevada fineza dentro de su zona de diseño, poseen valores de $C_{L_{max}}$ en un rango estimativo de 1.3 a 2, dependiendo del tipo de perfil y del número de Reynolds. Existen perfiles que producen $C_{L_{max}}$ más elevados pero se trata de geometrías que penalizan la relación de fineza y su empleo es muy específico.

Una fineza elevada en la zona de diseño pre-pérdida y simultáneamente un valor elevado del coeficiente de sustentación de pérdida son requerimientos contradictorios. El primero requiere de una combadura comparativamente baja, en cambio, el segundo requiere una combadura elevada.

Este conflicto se resuelve con una geometría variable, es decir con el empleo de dispositivos hipersustentadores, que cambian la geometría del ala, conocidos en forma genérica como flaps, que permiten aumentar significativamente el $C_{L_{max}}$ de un ala.

La función primaria que cumplen en el avión, al permitir disponer de un valor elevado de $C_{L_{max}}$ es la de reducir la velocidad de pérdida, lo cual conduce a disminuir las velocidades de despegue, de aproximación y de aterrizaje. Estas velocidades, por norma, son establecidas como factores de la velocidad de pérdida.

Los efectos secundarios, pero no menos importantes, que se producen son un incremento del coeficiente de resistencia y del coeficiente de momento (en magnitud a picar), que pueden ser considerables dependiendo de la deflexión.

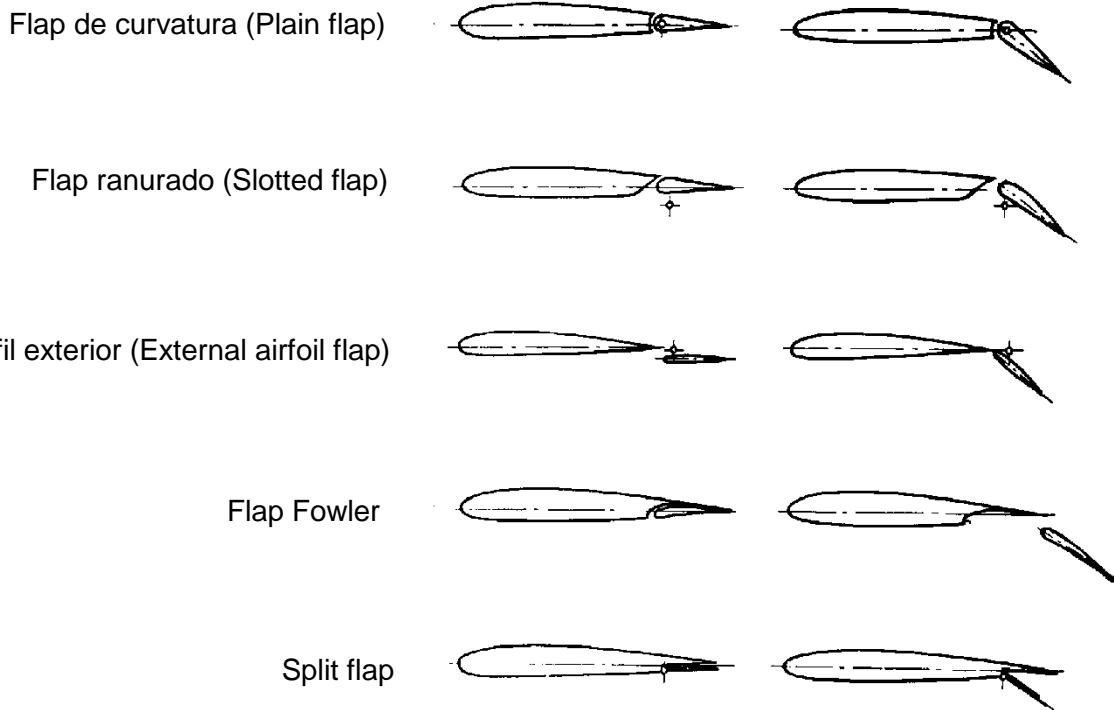
Respecto el despegue, el uso de flaps es conveniente en tanto y en cuanto el incremento de C_D no contrarreste los beneficios del incremento de $C_{L_{max}}$, en vista a obtener una carrera de despegue menor (la velocidad de despegue con flaps es indefectiblemente más baja pero puede ser que se requiera de mayor longitud de pista para alcanzarla). Por tal motivo, la deflexión de flaps en la configuración de decolaje es baja, e incluso en algunos aviones es nula.

En la fase de aproximación al aterrizaje, el incremento elevado de C_D constituye un efecto favorable, pues permite una trayectoria de descenso más pronunciada, a la vez que a menor velocidad gracias a la reducción de la velocidad de pérdida.

Respecto el aterrizaje, la reducción de las velocidades de aproximación y de aterrizaje, además de las obvias cuestiones de seguridad, se traduce en un menor impacto sobre el tren de aterrizaje, menor carrera de frenado, menor peso del tren de aterrizaje y menor exigencia al sistema de frenos.

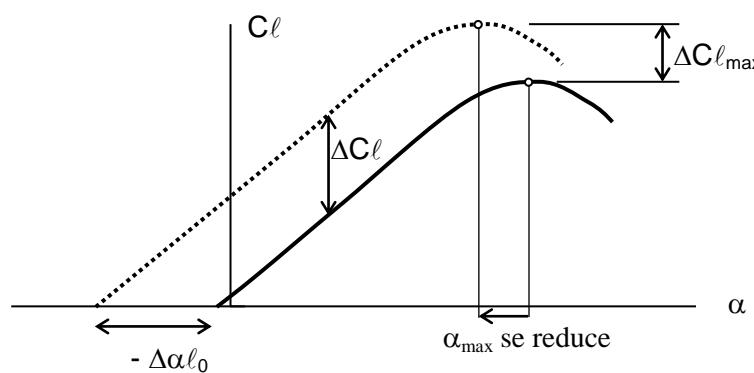
Los dispositivos hipersustentadores se dividen en los de borde de fuga y los de borde de ataque. Cada tipo genera efectos aerodinámicos bastante diferentes así como son diferentes las situaciones de su aplicación.

Hipersustentadores o Flaps de borde de fuga



Se disponen en la zona de borde de fuga y en la zona interna del ala, aunque en algunos diseños se hace que abarquen toda la envergadura. Cuando además cumplen la función de alerones se denominan "flaperones".

El principal efecto aerodinámico de la deflexión de flaps de borde de fuga se ilustra en la figura siguiente:



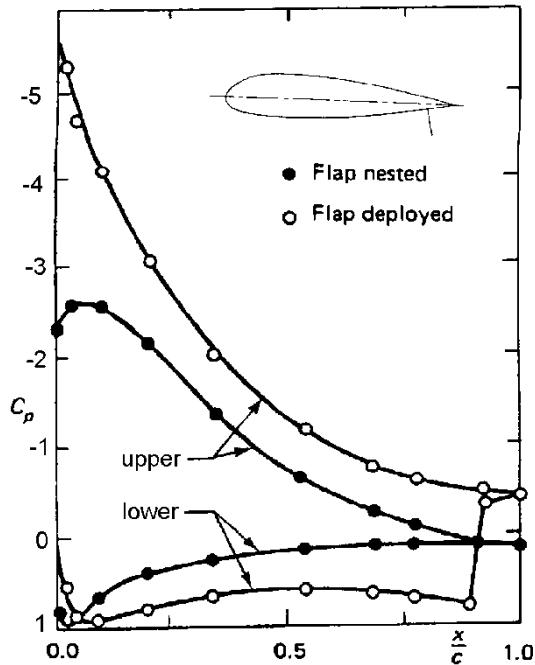
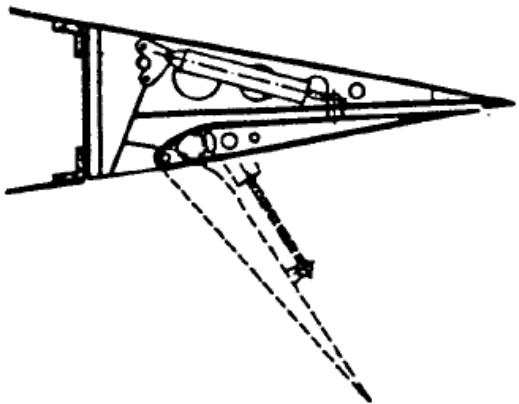
La curva de C_l se modifica sustancialmente: se desplaza hacia arriba produciendo un incremento casi uniforme de C_l en la zona lineal y un incremento de $C_{l_{max}}$. El incremento en ambos es proporcional a la deflexión angular del flap. La información empírica indica que el ángulo de ataque de $C_{l_{max}}$ es algo inferior al del perfil básico, de manera que el incremento de $C_{l_{max}}$ es menor al correspondiente a la zona lineal: $\Delta C_{l_{max}} < \Delta C_l$

El principio básico que subyace en el efecto de un flap de borde de fuga consiste en la modificación de la combadura del perfil. Desde éste punto de vista, se puede entender entonces que la curva con flaps extendidos se desplace paralelamente hacia arriba, en base a lo estudiado según la Teoría de Perfiles Delgados, en el caso de deflexión de una superficie de comando.

Uno de los flaps más simples es el flap de curvatura, o "plain flap": trabaja puramente a través del efecto de incrementar la combadura, comentado antes.



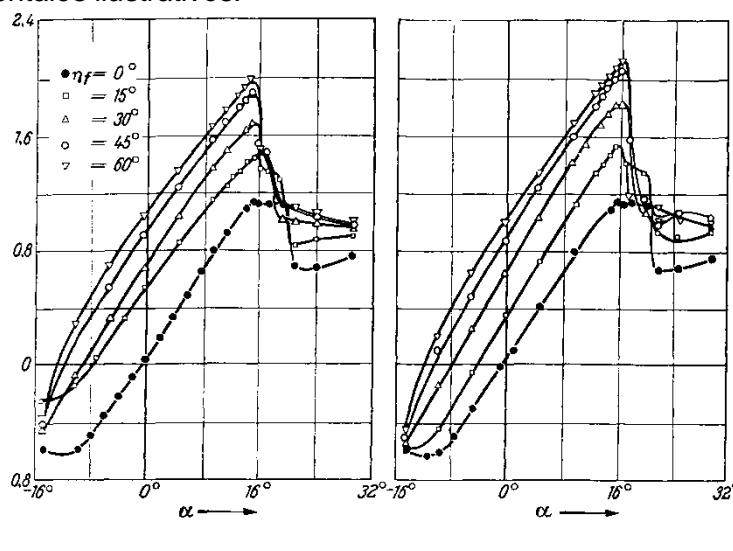
El otro tipo simple de flap es el "split flap":



El principio de trabajo (curiosamente basado en el fenómeno de separación de flujo) se basa por un lado en el incremento de sobre presiones en el intradós por delante del flap y en el incremento de las succiones en el extradós, inducido por la baja presión de la zona de flujo separado por detrás del flap.

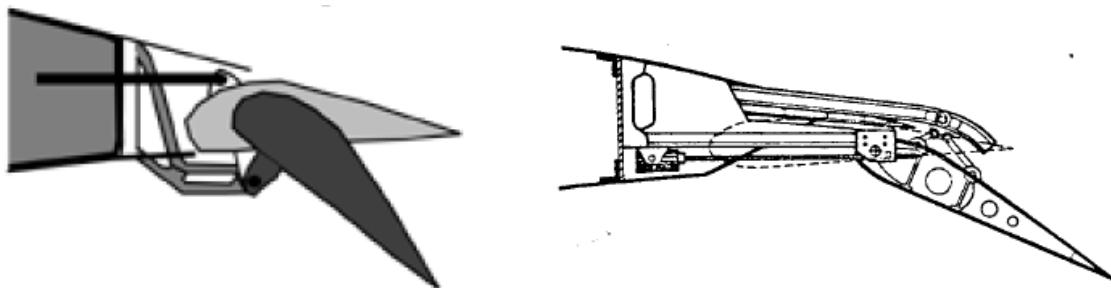
La distribución de presiones experimental mostrada en la figura superior derecha muestra claramente estos efectos

Resultados experimentales ilustrativos:



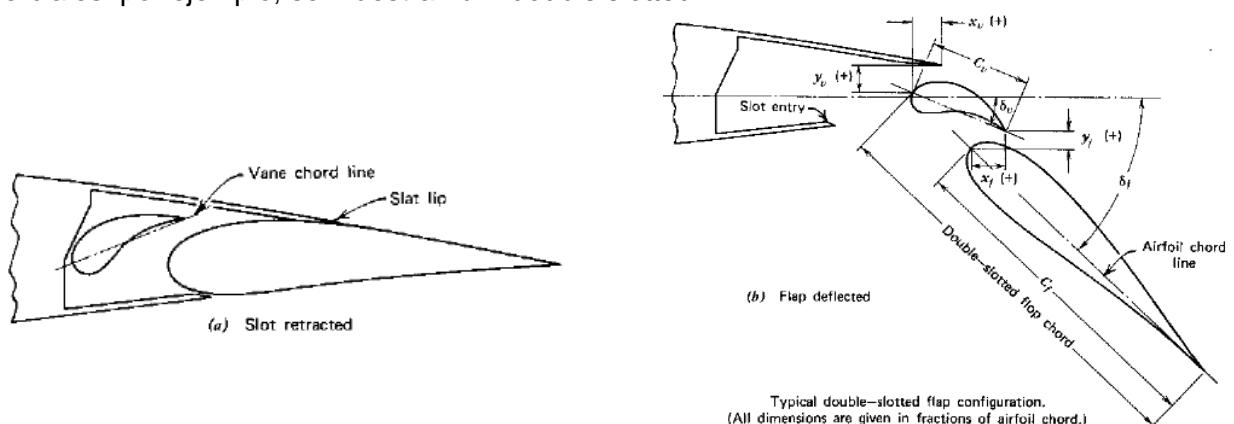
El primer tipo de flap que se puede calificar como complejo es el "flap ranurado mono-elemento" o "single slotted flap". Además de los efectos de combadura, su principio de trabajo se basa en el

energizado de la capa límite sobre el extrados del elemento flap con un flujo proveniente del intradós a través de una "ranura" o "slot" diseñada a tal efecto. Es un tipo de flap cuyo estudio y puesta a punto, especialmente la geometría del slot adecuado para una deflexión dada, reviste cierta complejidad.

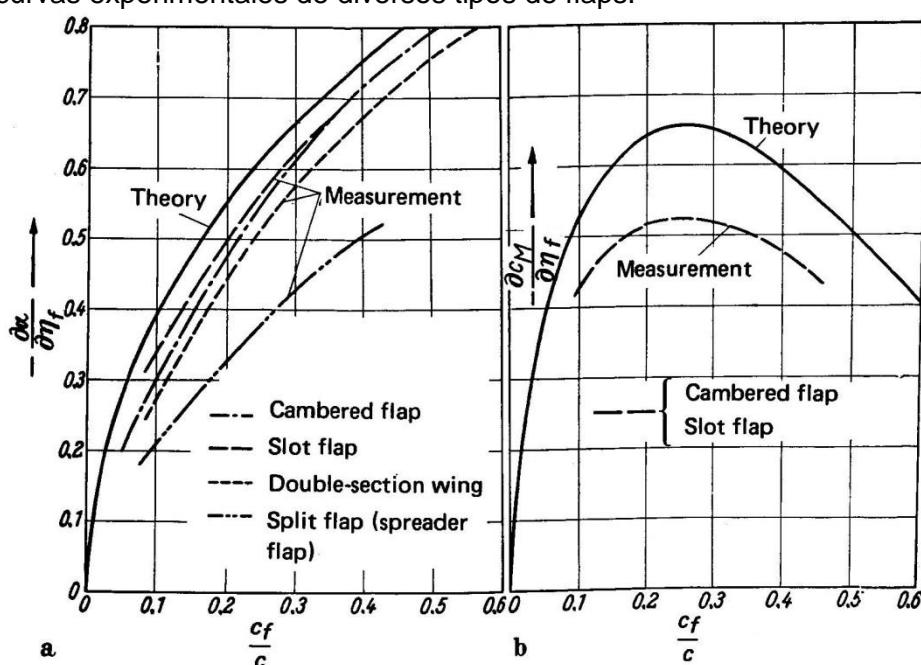


El flap Fowler es una especie de flap ranurado pero diseñado de manera que al deflectarse produce un incremento considerable de la cuerda total. El incremento de sustentación posee una parte asociada directamente al incremento de superficie alar que produce el aumento de cuerda.

En base a los principios de ranurado y Fowler, existen flaps multi elemento de considerable complejidad aerodinámica y mecánica, empleados especialmente en grandes aviones comerciales: por ejemplo, se muestran un "double slotted".



En la zona lineal, la estimación del incremento bidimensional de $C_{l\infty}$ y de $C_{m\infty}$ por efecto de un flap de borde de fuga puede realizarse sobre la base de los resultados de la teoría de perfiles delgados como muestra la siguiente figura tomada de la Ref.[3], que compara los resultados teóricos con curvas experimentales de diversos tipos de flaps:



Se observa que las curvas experimentales siguen la tendencia de la teoría de perfiles delgados, lo que lleva a emplear los resultados de la Teoría de Perfiles Delgados modificados con un factor empírico. Dicho factor es obtenido de curvas empíricas según el tipo, la deflexión y la dimensión relativa del flap.

Para la estimación del incremento de C_l se aplican las formulas de la teoría, ideal, de perfiles delgados con un factor de corrección:

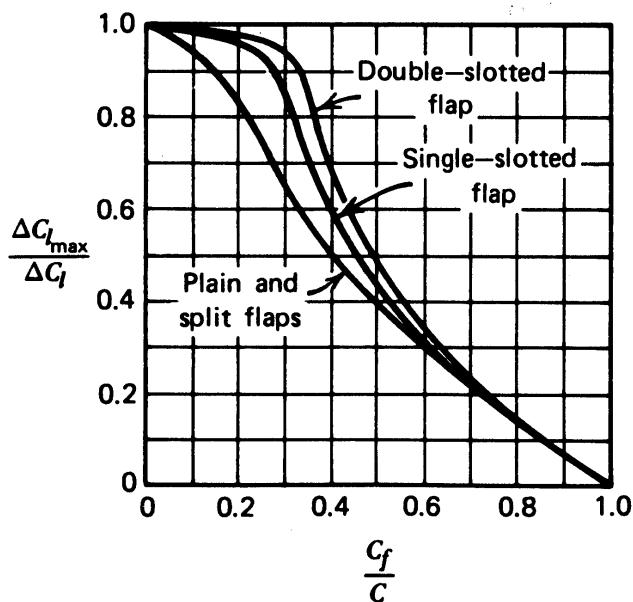
$$\Delta C_l = \eta_\delta \left(\frac{\partial C_l}{\partial \eta} \right)_{ideal} \eta \quad \text{o} \quad \Delta \alpha_{l0} = \eta_\delta \left(\frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} \right)_{ideal} \eta$$

Con: $\left(\frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} \right)_{ideal} = -\frac{1}{\pi}(\pi - \theta_h + \sin \theta_h)$

$$\left(\frac{\partial C_l}{\partial \eta} \right)_{ideal} = C_{l\alpha} \frac{1}{\pi} (\pi - \theta_h + \sin \theta_h) \quad \cos \theta_h = 2 \frac{c_f}{c} - 1$$

Este parámetro de corrección η_δ (a veces llamado confusamente factor de eficiencia) es presentado en las figuras del anexo según el tipo de flap. Ha sido tomado de la Ref.[4], el cual a su vez lo toma de diversas referencias, especialmente la NACA.

El incremento de $C_{l\max}$ es algo menor que el incremento de C_l en la zona lineal, como ya se comentó. Para estimarlo puede aplicarse el siguiente gráfico empírico, tomado de la Ref.[1].



A nivel estimativo, la Ref.[2] presenta una tabla de valores aproximados de los incrementos de $C_{l\max}$ según el tipo de flap:

Tipo	$\Delta C_{l\max}$
Plain y Split	0.9
Ranura simple	1.3
Fowler simple	1.3 c/c
Fowler doble	1.6 c/c
Fowler triple	1.9 c/c

Dónde c' es la cuerda incrementada por la deflexión del sistema de flaps.

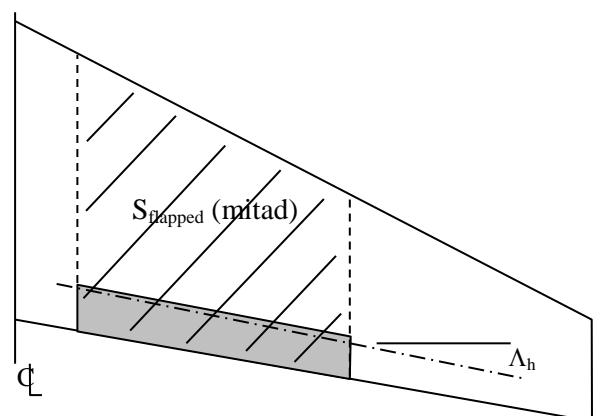
La Ref.[2] provee una fórmula empírica para estimar el incremento de $C_{L_{max}}$ en el ala finita, en base a la información del flap bidimensional:

$$\Delta C_{L_{max}} = 0.9 \Delta C_{l_{max}} \frac{S_{flapped}}{S} \cos \Lambda_h$$

S : superficie alar de referencia

$S_{flapped}$: superficie alar de la porción ocupada por los flaps

Λ_h : ángulo de flecha de la línea del pivote de los flaps



La deflexión del flap, mientras no modifique la dimensión de cuerda del perfil (flap Fowler) no modifica la posición del centro aerodinámico pero produce un aumento considerable a picar (incremento negativo) del coeficiente de momento libre del perfil, proporcional a la deflexión del flap.

Para el tipo de flaps tipo Plain y tipo Slotted (no incluye el Fowler), la Ref.[3] aconseja la muy regla empírica de tomar el 75% del valor teórico.

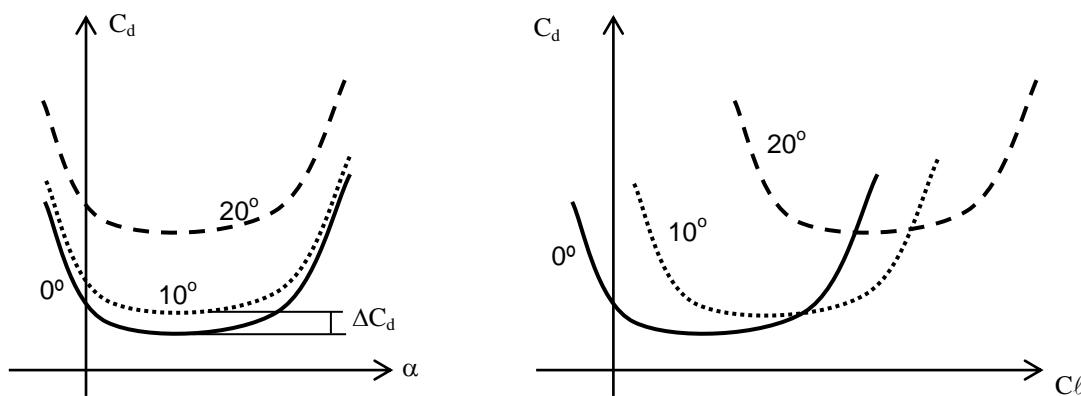
$$\left(\frac{\partial C_{m0}}{\partial \eta} \right)_{ideal} = -\frac{1}{2} (1 - \cos \theta_h) \sin \theta_h$$

$$\left(\frac{\partial C_{m0}}{\partial \eta} \right) = 0.75 \left(\frac{\partial C_{m0}}{\partial \eta} \right)_{ideal}$$

También es instructivo ver la figura 3.34 de McCormick que presenta la relación de cambio de momento de cabeceo respecto el cambio de sustentación, teórico vs. experimental.

El coeficiente de resistencia parásita aumenta de manera no lineal con la deflexión del flap: para bajas deflexiones, el aumento es pequeño, aumentando de manera no lineal con mayores deflexiones de flap.

Para una deflexión de flap dada, el incremento de coeficiente de resistencia es aproximadamente constante, independientemente de α , por lo que a nivel de estimación se considera: $\Delta C_D \approx \text{cte.}$



McCormick presenta las siguientes expresiones empíricas de estimación de dicho $\Delta C_D \approx \text{cte}$:

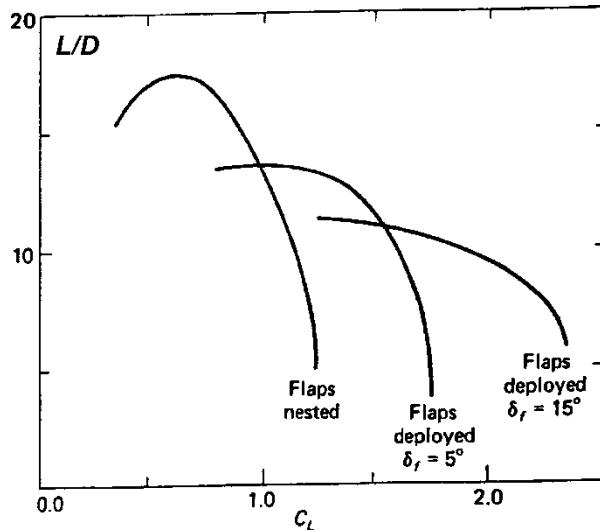
Para plain y Split flap:

$$\Delta C_{D, \text{flap}} \cong 1.7 \left(\frac{c_f}{c} \right)^{1.38} \frac{S_{\text{flapped}}}{S} \sin^2 \eta$$

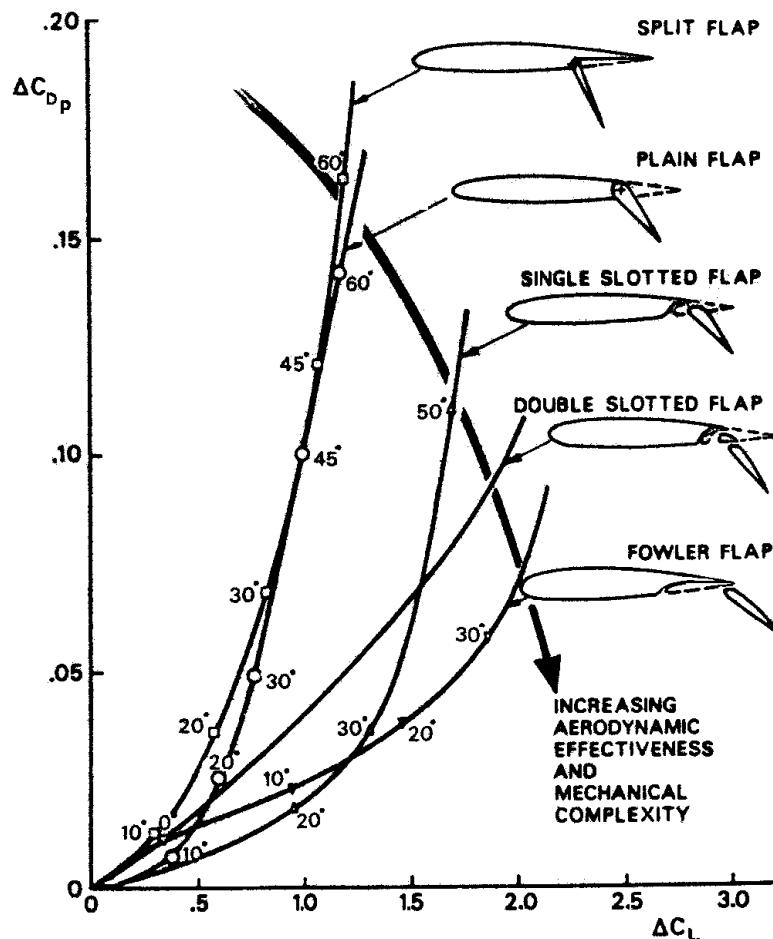
Para single-slotted:

$$\Delta C_{D, \text{flap}} \cong 0.9 \left(\frac{c_f}{c} \right)^{1.38} \frac{S_{\text{flapped}}}{S} \sin^2 \eta$$

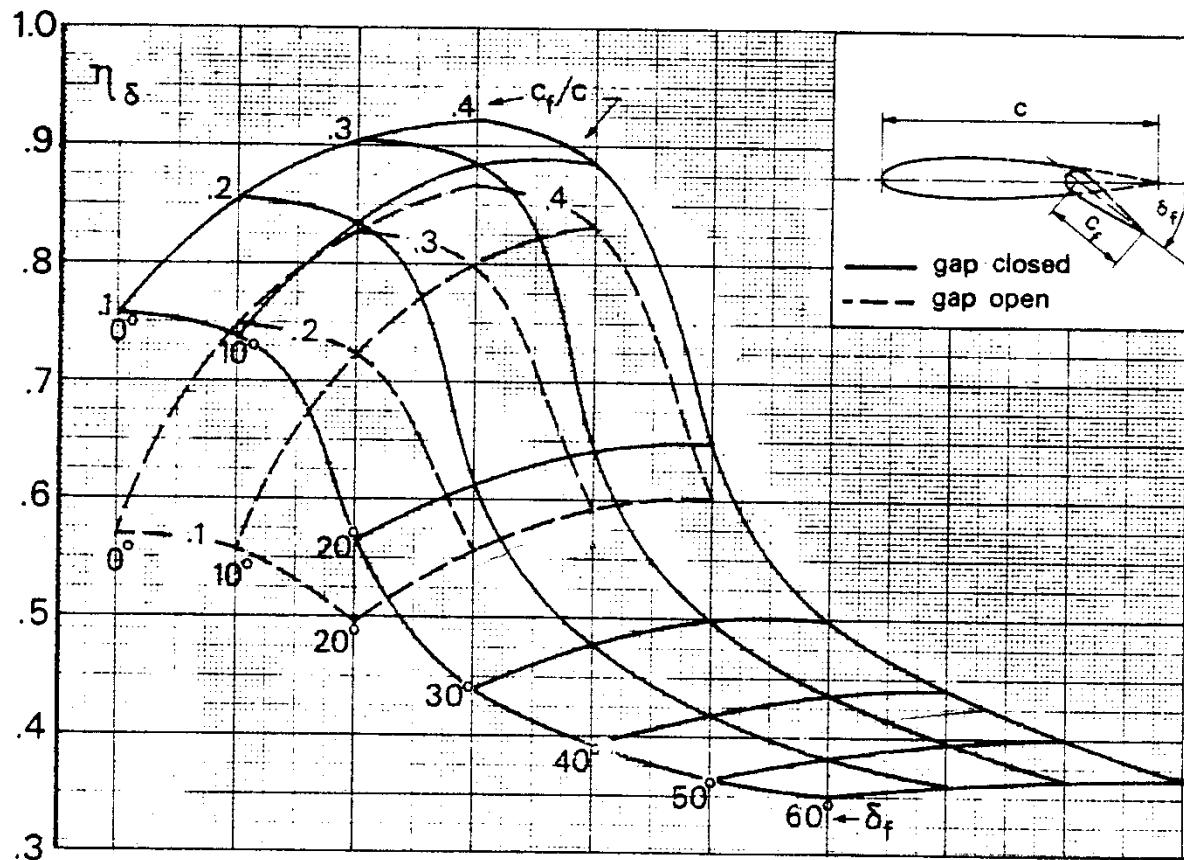
La figura siguiente muestra el efecto de la deflexión de flaps de borde de fuga sobre la fineza:



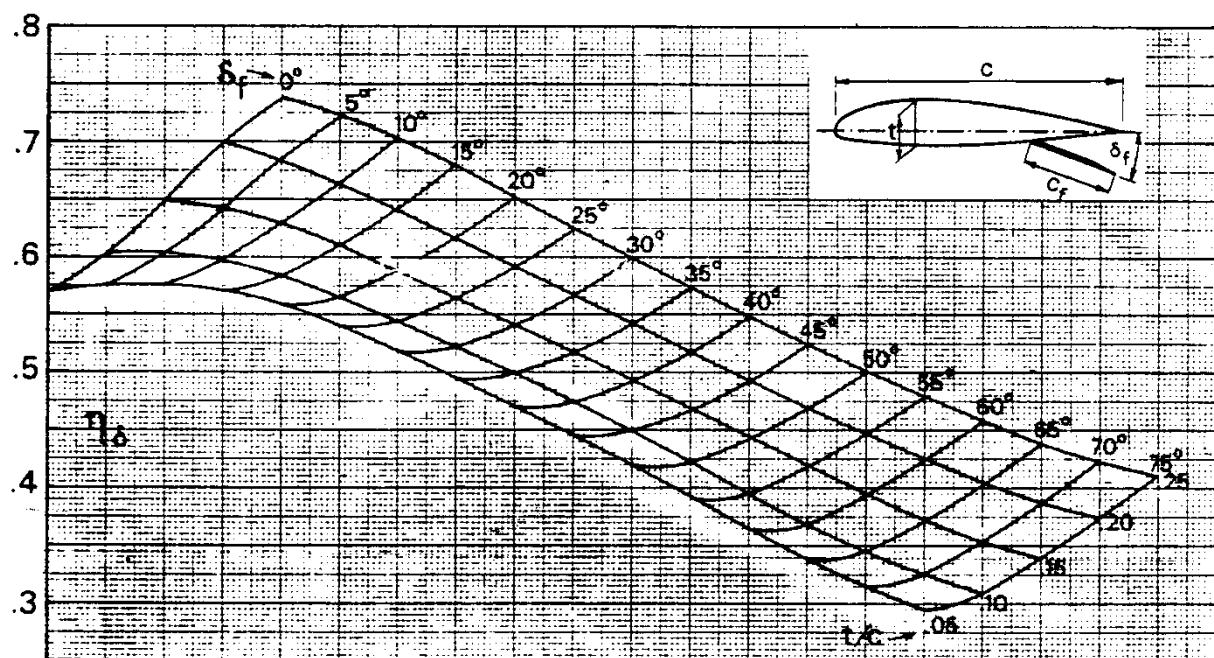
La figura siguiente tomada de la Ref.[4] muestra lo comentado previamente: el incremento de C_D es no lineal con el incremento de C_L :



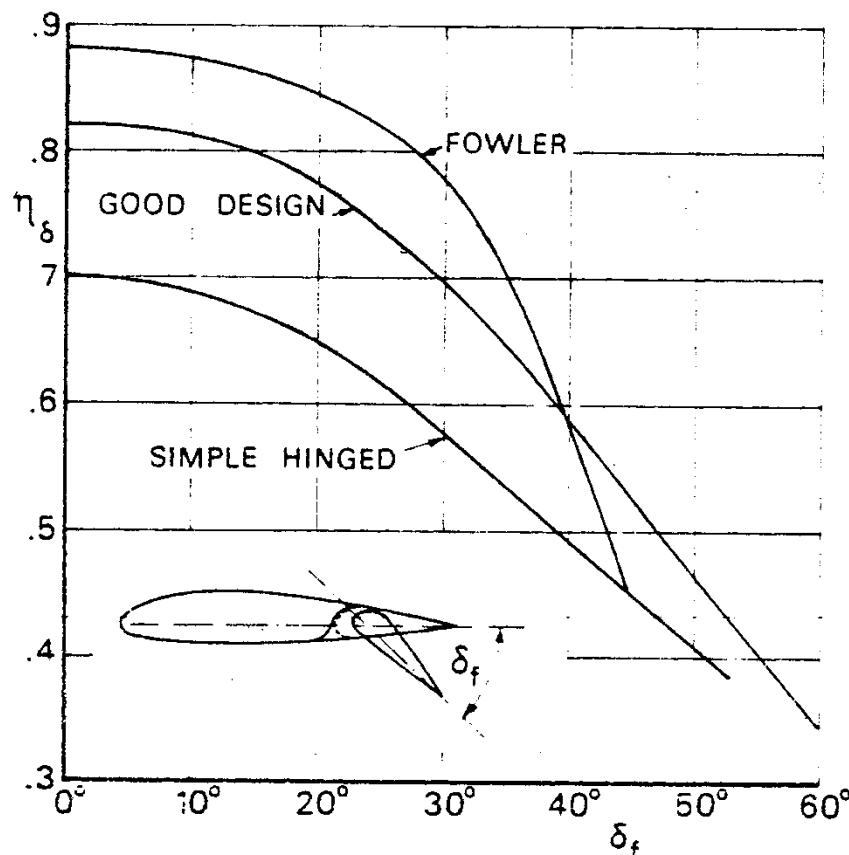
Anexo 1: Factor de corrección η_{δ}



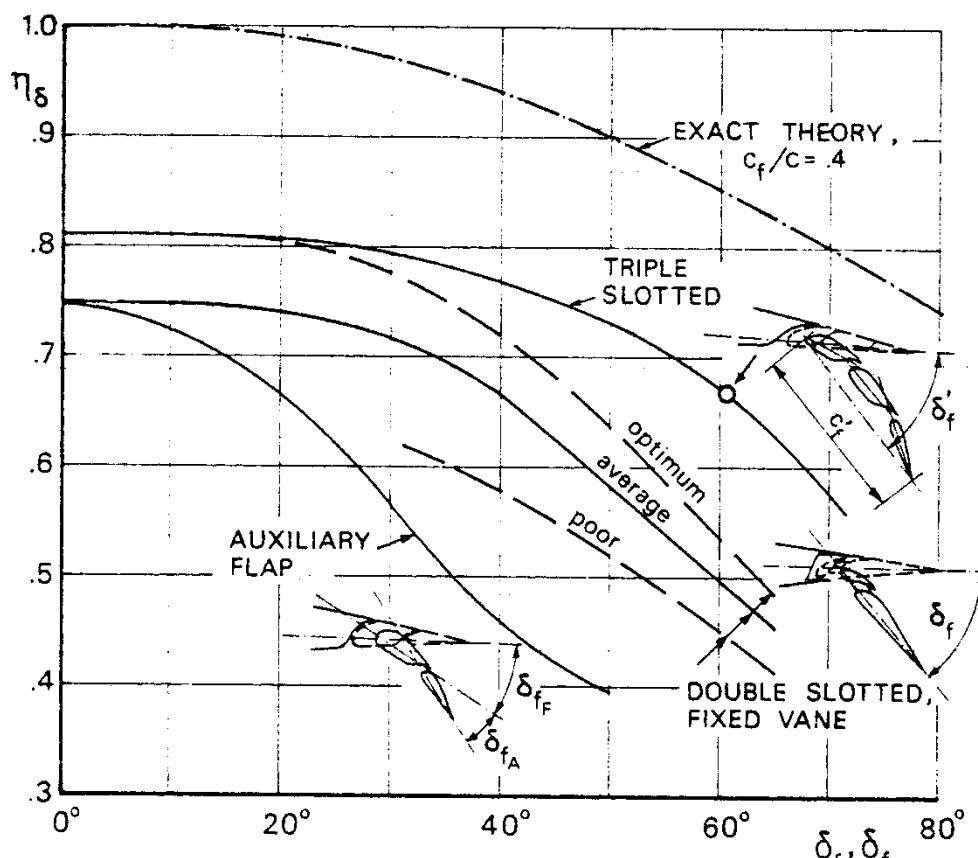
Parámetro de eficiencia para flaps de curvatura simple (PLAIN FLAP)



Parámetro de eficiencia para SPLIT FLAPS



Parámetro de eficiencia para flap ranurado mono-elemento (SINGLE SLOTTED): **valores orientativos**

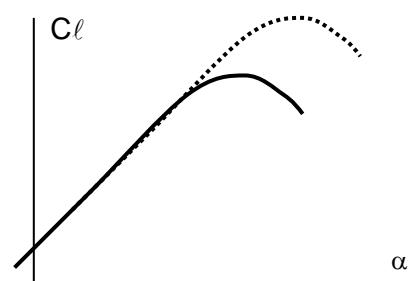
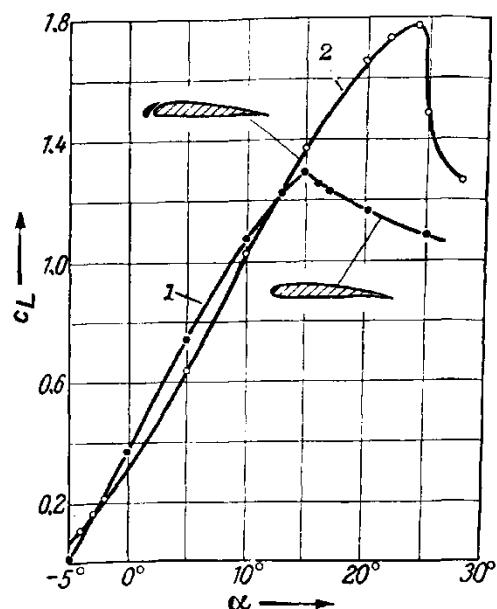


Parámetro de eficiencia para flaps ranurados Fowler multi-elemento: **valores orientativos**

Hipersustentadores de borde de ataque

Los dispositivos de borde de ataque incrementan $C_{L_{max}}$ pero poseen muy poca influencia sobre el C_L a un alfa dado dentro del rango lineal. Simplemente prolongan la curva hasta un alfa mayor.

En principio, la deflexión de un flap de LE no introduce cambios significativos en la zona lineal del perfil básico de manera que en primera aproximación se supone que no altera en absoluto la relación $C_L - \alpha$. El efecto de la deflexión se evidencia más allá del alfa de pérdida del perfil base.



Poseen una influencia considerablemente menor que los flaps de borde de fuga sobre la resistencia y sobre el momento de cabeceo.

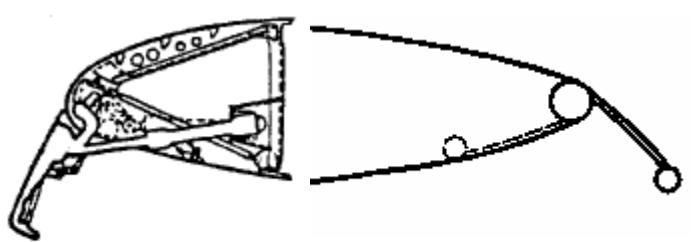
Además de su uso en el aterrizaje como complemento de los flaps de borde de fuga, en el vuelo a bajas velocidades permiten hacerlo con un margen de seguridad mayor.

Slat o Ranura de LE

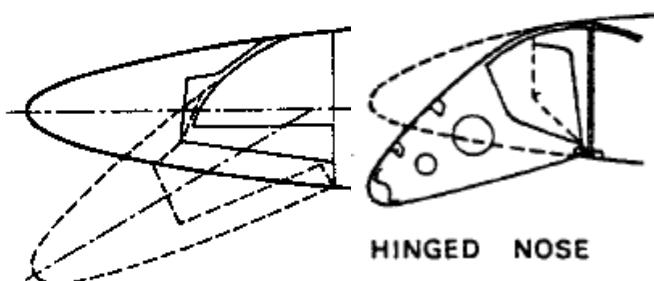


SLAT

Flap o aleta Kruger



KRUEGER FLAP



HINGED NOSE



FIXED SLOT

Flap de curvatura de LE

El principio básico de la forma de trabajo de un flap de borde de ataque es posponer a un mayor alfa la separación de flujo de borde de ataque. Este efecto a su vez puede ser logrado por dos principios de funcionamiento:

- por energizado de la capa límite mediante un pasaje de flujo de la zona de intradós a extradós. Este es el caso de los dispositivos de borde de ataque con ranura: slat y ranura fija.
- por atenuación del pico de succión, y por lo tanto del gradiente adverso de presión que le sigue y el causante de la separación. Este es el caso de los dispositivos que aumentan la curvatura de borde de ataque: aleta Kruger y flap de curvatura de borde de ataque.

El slat es el más efectivo y su empleo en alas con gran flecha tiene la ventaja de mejorar el flujo en la zona de puntera, previniendo la separación en esa zona y eventualmente problemas de pitch-up.

La aleta Kruger es más simple mecánicamente. En aviones comerciales es frecuente el uso de Kruger en la zona interna de la semi-ala en combinación con slats en la zona externa

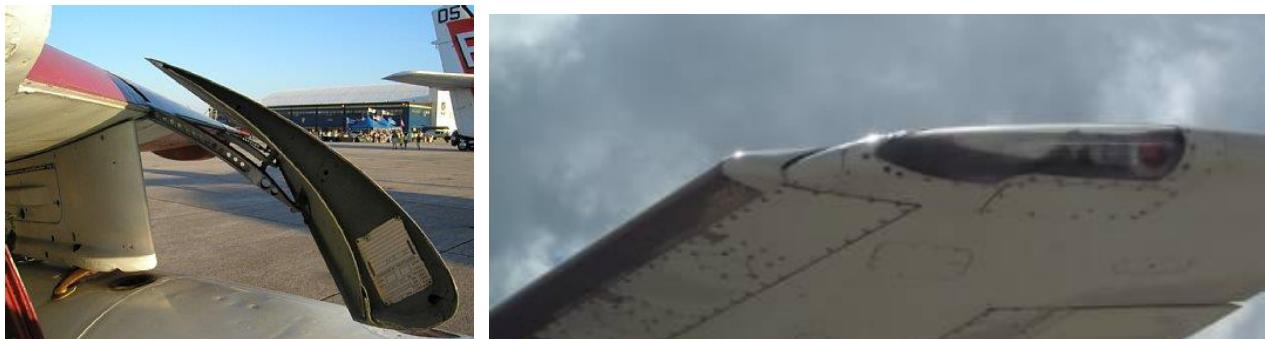
El flap de curvatura de borde de ataque es especialmente apto en caso de alas delgadas y es extensamente usado en aviones de combate supersónicos. A causa del bajísimo espesor relativo, el comportamiento del ala a baja velocidad requiere de dispositivos de borde de ataque.

Las ranuras fijas están en desuso en razón de la penalización de resistencia en la condición de crucero.

La Ref.[2] presenta una tabla de valores aproximados de los incrementos de $C_{L_{max}}$ según el tipo:

Tipo	$\Delta C_{L_{max}}$
Flap de curvatura de LE	0.3
Kruger	0.3
Slat	0.4 c/c

donde c' es la cuerda incrementada por la deflexión del sistema de flaps.



Slat deflectado y retraido



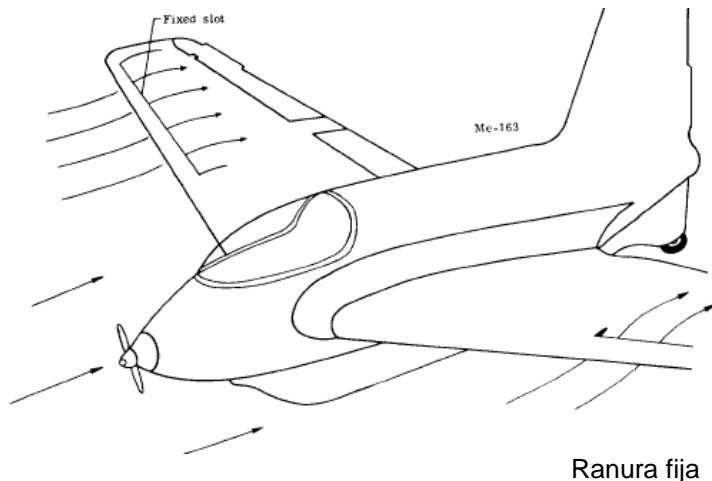
Slat de borde de ataque deflectado



Aletas Kruger



Flaps de curvatura



Ranura fija

Referencias

- [1] Aerodynamics, Aeronautics and Flight mechanics – B. McCormick.
- [2] Aircraft Design – D. Raymer.
- [3] Aerodynamics of the Airplane - Schlichting & Truckenbrodt.
- [4] Synthesis of Subsonic Airplane Design. - E. Torenbeek.

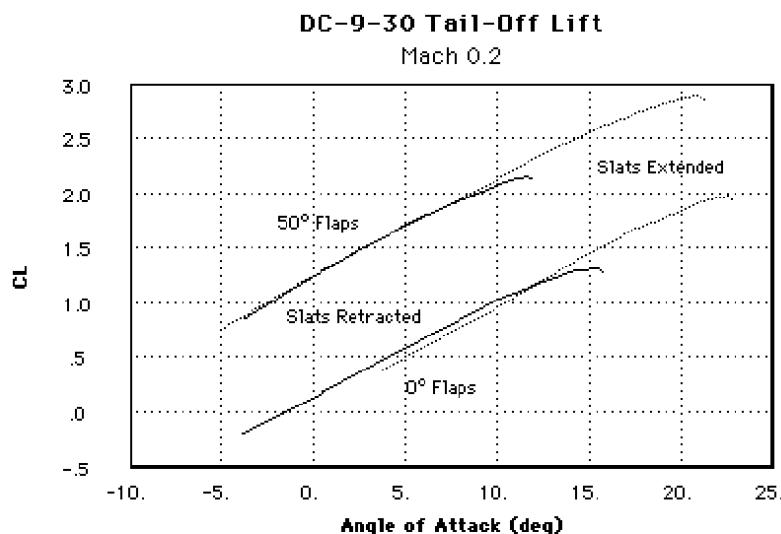


Figure 9. Effect of Slats on Lift Curve. Dotted curves are slats extended; solid curves show slats retracted.

Resultados experimentales de deflexión de flaps de borde de ataque y de fuga del avión DC-9:

- Slats en LE
- Double-slotted flaps en TE

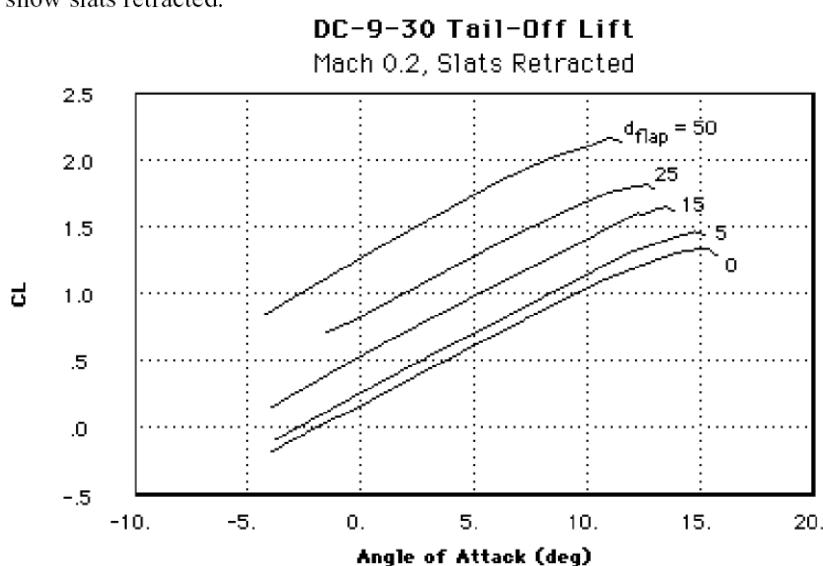
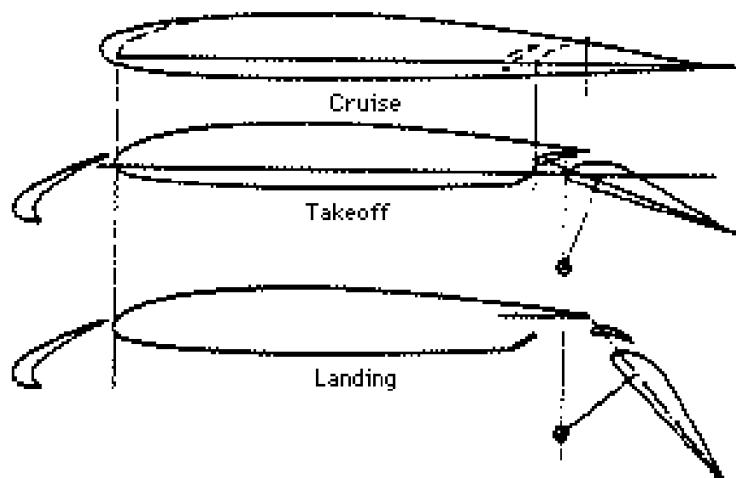


Figure 5. DC-9-30 CL vs. Flap Deflection and Angle-of-Attack



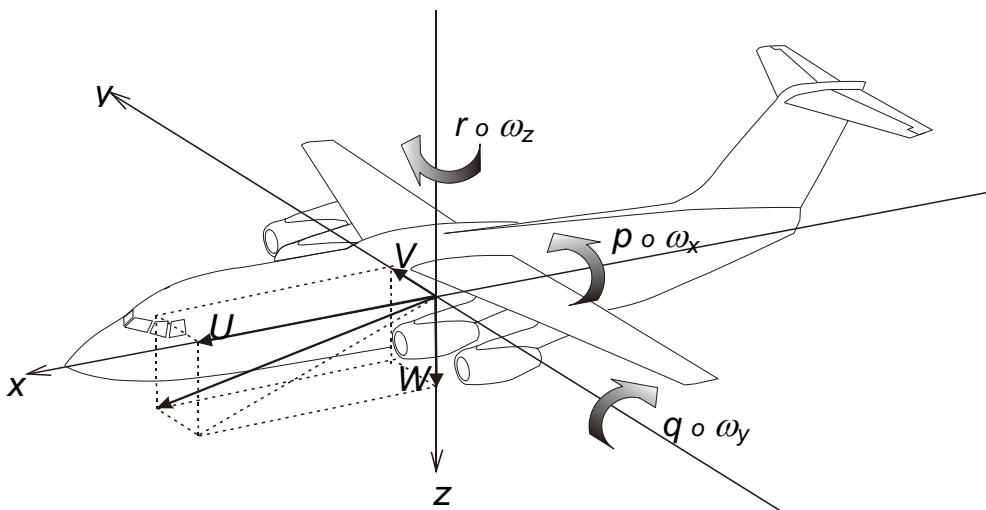
Efectos aerodinámicos del ala en vuelo lateral

Los efectos aerodinámicos del ala en vuelo lateral, esencialmente consisten en momentos de rolido y de guiñada, generados por: deflexión de alerones, ángulo de deslizamiento y velocidades angulares de rolido y de guiñada.

En el análisis de fuerzas y momentos de origen aerodinámico en vistas a incorporarlos al análisis de la Mecánica del Vuelo del avión conviene trabajar con el sistema de ejes cuerpo empleado generalmente en ésta área: eje X hacia delante, eje Y hacia la derecha y eje Z hacia abajo.

Este sistema de ejes será denominado *Ejes Cuerpo Mecánica del Vuelo (ECMV)* a efectos de diferenciarlos del sistema de ejes denominado *Ejes Cuerpo Aerodinámicos (ECA)*: eje X hacia atrás, eje Y hacia la derecha y eje Z hacia arriba.

Se debe tener en cuenta que el momento de cabeceo no cambia de signo por el cambio de ejes pero sí cambian de signo los momentos de rolido y guiñada así como el ángulo de deslizamiento β



$$\text{Rolido: } (C_{M_x})_{ECMV} = - (C_{M_x})_{ECA} \quad \text{Guiñada: } (C_{M_z})_{ECMV} = - (C_{M_z})_{ECA} \quad (1)$$

$$(\beta)_{ECMV} = - (\beta)_{ECA}$$

Los momentos de rolido y de guiñada son frecuentemente denotados $C_l \equiv C_{M_x}$ y $C_n \equiv C_{M_z}$ respectivamente. Por el contexto, no debe confundirse un coeficiente de sustentación local C_l (valor local, función de y) con un coeficiente de momento de rolido C_l (valor global, integrado).

DEFLEXIÓN DE ALERONES Y ALA EN MOVIMIENTO DE ROLIDO

[Ver McCormick, Cap.9 pag. 516 a 527]

Acción de los alerones

El movimiento de rolido es generalmente realizado mediante la acción de los alerones.

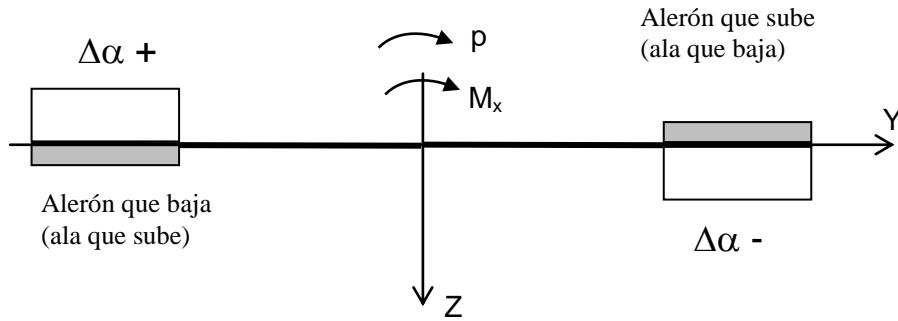
Supongamos un rolido positivo en ECMV: el ala derecha baja y la izquierda sube. El ala derecha baja debido a que el alerón derecho es deflectado hacia arriba (deflexión negativa), lo cual reduce la sustentación de esa semi-ala en una magnitud ΔL . Lo opuesto se produce en la semi-ala izquierda, de manera que se establece un momento de rolido con variación neta nula de la sustentación total (teóricamente).

La acción de los alerones se produce mediante su deflexión la cual equivale a un cambio de ángulo de ataque efectivo, como ya se ha visto:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha_{aleron} &= -\frac{\partial\alpha_{l0}}{\partial\eta} \eta_{aleron} \\ &= \left| \frac{\partial\alpha_{l0}}{\partial\eta} \right| \eta_{aleron}\end{aligned}\quad (2)$$

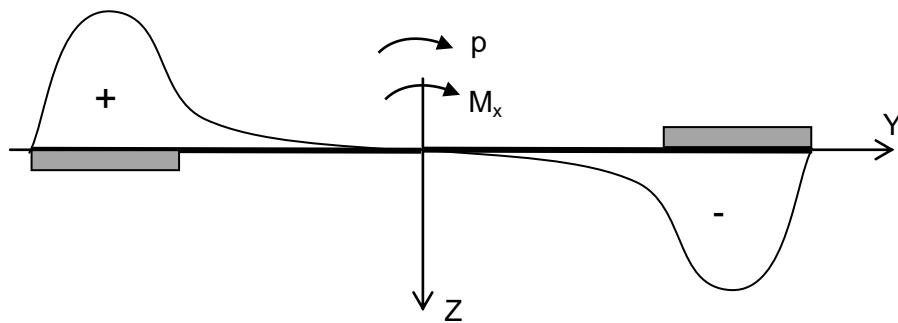
Tenga presente que para muy bajas deflexiones, $\Delta\alpha_{aleron}$ es proporcional con la deflexión pero a medida que ésta es mayor, dicha proporcionalidad desaparece. De todas maneras, es lícito trabajar con una relación proporcional aproximada.

Mediante una deflexión simétrica de los alerones, se tiene una distribución anti-simétrica de ángulo de ataque efectivo:



Dicha distribución de ángulo de ataque efectivo produce una distribución de sustentación básica antisimétrica, con resultante nula en cuanto fuerza de sustentación pero con un momento de rolido neto.

La figura muestra el tipo de distribución de sustentación básica que es generada por la deflexión simétrica de ailerones, la cual debe sumarse a la distribución de sustentación inicial del ala, sin deflexión de ailerones:



Se tendrá un momento de rolido M_x , asociado a un coeficiente de momento de rolido respectivo definido como:

$$C_{M_x} = \frac{M_x}{q_\infty S b} \quad (3)$$

De acuerdo al modelo de línea sustentadora, la distribución de sustentación es directamente proporcional a la distribución de ángulo de ataque local, de manera que el momento de rolido por ailerones resulta aproximadamente proporcional a la deflexión η .

Puede escribirse entonces:

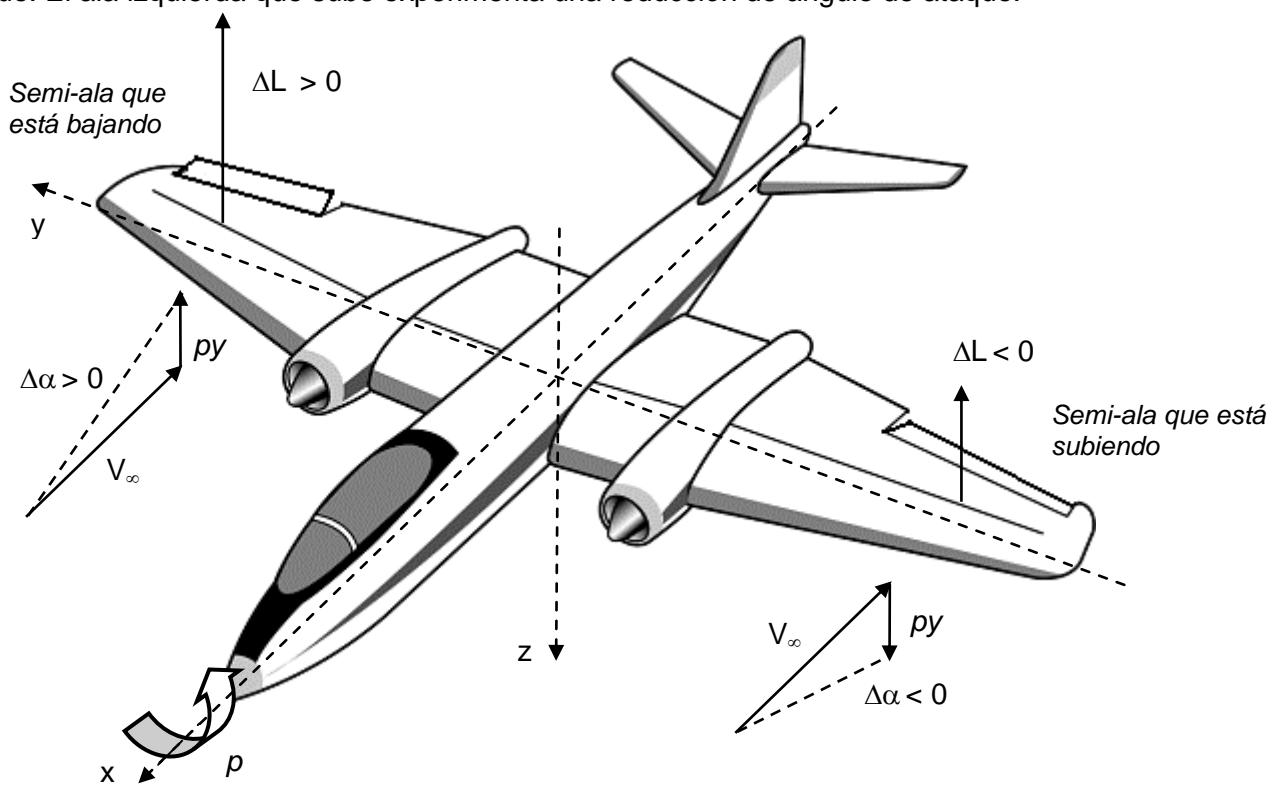
$$\left(C_{M_x} \right)_{aleron} = \eta_{aleron} \frac{\partial C_{M_x}}{\partial \eta_{aleron}} \quad \text{o de otra forma} \quad \left(C_{M_x} \right)_{aleron} = \eta_{aleron} \left(C_{M_x} \right)_{\eta=1} \quad (4)$$

Efecto de la velocidad de rolido: amortiguamiento

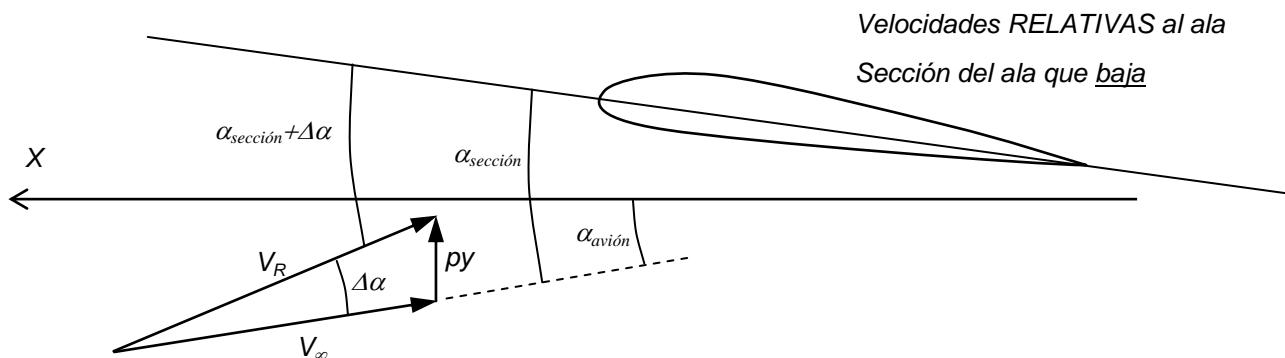
Una vez iniciado el momento de rolido debido a los alerones, cuya deflexión es el efecto motriz, se va desarrollando en el tiempo una velocidad angular de rolido p que tenderá a estabilizarse en un valor estacionario.

Consideremos la situación instantánea en la que el ala posee una velocidad angular de rolido dada, con hipótesis de flujo cuasi-estacionario.

El ala derecha que baja experimenta a causa de su movimiento un incremento de ángulo de ataque. El ala izquierda que sube experimenta una reducción de ángulo de ataque.



Analicemos en detalle el cambio en las condiciones de velocidades relativas de una sección del ala, por ejemplo de la semi-ala derecha, que está bajando:



$$\tan(\alpha_{avión} + \Delta\alpha) = \frac{p y + V_\infty \sin \alpha_{avión}}{V_\infty \cos \alpha_{avión}} = \frac{p y}{V_\infty \cos \alpha_{avión}} + \tan \alpha_{avión} \quad (5)$$

Suponiendo un bajo ángulo de ataque del avión: $\alpha_{avión} + \Delta\alpha \approx \frac{p y}{V_\infty} + \alpha_{avión}$

La variación de α resulta lineal a lo largo de la envergadura:

$$(\Delta\alpha)_{rolido} \approx \frac{p y}{V_\infty} \quad (6)$$

Con respecto a la presión dinámica del viento relativo sobre el ala:

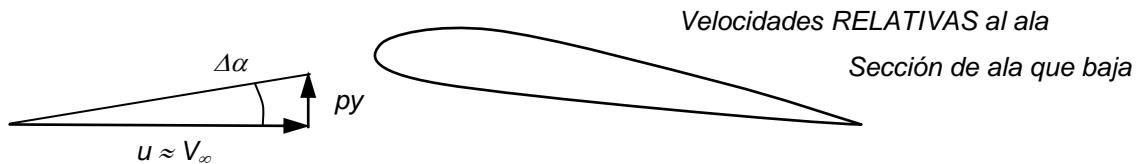
$$\begin{aligned} V_R^2 &= (V_\infty \cos \alpha_{avión})^2 + (V_\infty \sin \alpha_{avión} + p y)^2 = V_\infty^2 + 2V_\infty p y \sin \alpha_{avión} + (p y)^2 \\ &= V_\infty^2 \left(1 + 2 \frac{p y}{V_\infty} \sin \alpha_{avión} + \left(\frac{p y}{V_\infty} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

Frecuentemente la velocidad lineal debido al rolido es baja respecto la velocidad de vuelo, por lo que podemos asumir:

$$\frac{|p y|}{V_\infty} \ll 1 \quad (7)$$

Si además se asume bajo ángulo de ataque del avión, se tiene que: $V_R^2 \approx V_\infty^2$ (8)

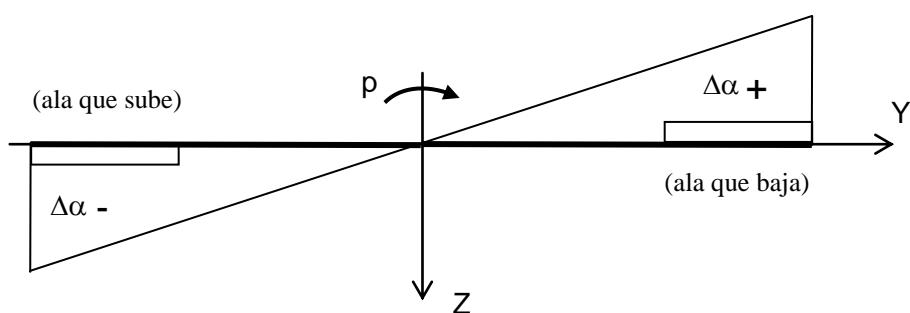
Por lo tanto, en primera aproximación el efecto de la velocidad de rolido en una sección del ala es solamente el de modificar el ángulo de ataque local, sin cambios en la presión dinámica local. Aproximadamente se tiene:



Este cambio de alfa local origina un momento de rolido que se opone al propio movimiento y por ello se denomina de **amortiguamiento de rolido** (roll damping).

Se define la **velocidad angular de rolido adimensional** : $\bar{p} = \frac{p b}{2V_\infty}$ (9)

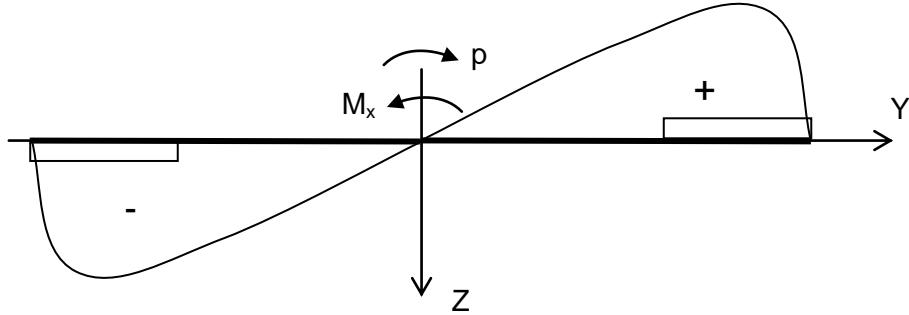
Queda entonces: $\Delta\alpha_{rolido} = 2 \bar{p} \frac{y}{b}$ (10)



De acuerdo al modelo lineal de línea sustentadora, este momento de rolido resulta proporcional a la velocidad angular. Puede escribirse entonces:

$$(C_{M_x})_{rolido} = \bar{p} \frac{\partial C_{M_x}}{\partial \bar{p}} \quad \text{o de otra forma:} \quad (C_{M_x})_{rolido} = \bar{p} (C_{M_x})_{\bar{p}=1} \quad (11)$$

La figura muestra el tipo de distribución de sustentación básica que es generada por el movimiento angular de rolido, la cual debe sumarse a la distribución de sustentación inicial del ala, sin deflexión de ailerones, y a la generada por la deflexión de los mismos:



El amortiguamiento de rolido se calcula muy fácilmente con los modelos de ala, aunque a los efectos de poner en claro cuáles son las variables de influencia primarias, realizamos el siguiente desarrollo teórico aproximado:

$$dM_x = - (dL_{der} - dL_{izq}) \quad y \quad (12)$$

Los aportes de sustentación de cada semi-ala, por efectos del amortiguamiento son anti-simétricos, de manera que: $dL_{izq} = -dL_{der}$

$$\begin{aligned} dM_x &= -2 dL_{der} \quad y \\ &= -2 q_\infty C_l c dy \quad y \end{aligned} \quad \text{a integrar desde } 0 \text{ a } +b/2 \quad (13)$$

Asumiendo el coeficiente de sustentación local sin influencia de efectos inducidos (hipótesis 2D):
 $C_l = C_{l\alpha} \Delta\alpha$

Se tiene:

$$\begin{aligned} dM_z &= -2 q_\infty C_{l\alpha} \Delta\alpha c dy \quad y \\ dC_{Mx} S b &= -2 C_{l\alpha} \frac{p y}{V_\infty} c dy \quad y \end{aligned}$$

Reemplazando la velocidad angular de rolido por su equivalente adimensional:

$$\begin{aligned} dC_{Mx} &= -\frac{1}{S b} 2 C_{l\alpha} \bar{p} \frac{2V_\infty}{b} \frac{y}{V_\infty} c dy \quad y \\ &= -\frac{4}{S b^2} C_{l\alpha} \bar{p} c y^2 dy \end{aligned}$$

A fin de tener en cuenta los efectos inducidos (efectos 3D), se reemplaza la pendiente de sustentación de perfil 2D por la pendiente de sustentación 3D del ala:

$$C_{Mx} = - \frac{4}{S b^2} C_{L\alpha} \bar{p} \int_0^{b/2} c y^2 dy$$

$$\frac{\partial C_l}{\partial p} = - \frac{4 C_{L\alpha}}{S b^2} \int_0^{b/2} c y^2 dy$$

Si se integra para un ala trapezoidal, en la cual la cuerda es una función lineal de y se llega a:

$$C_{Mx} = - \frac{C_{L\alpha}}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \bar{p} \quad (14)$$

$$\text{Se obtiene la derivada: } \frac{\partial C_l}{\partial p} = - \frac{C_{L\alpha}}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \quad (15)$$

Rolido estacionario:

El rolido estacionario, $p = \text{cte.}$, se alcanza cuando la aceleración angular es nula. Esto sucede cuando el momento de amortiguamiento iguala al momento por deflexión de ailerones:

$$I_{xx} \frac{dp}{dt} = (M_x)_{aleron} + (M_x)_{rolido} = 0 \quad (12\text{bis})$$

$$(C_{Mx})_{aleron} + (C_{Mx})_{rolido} = 0 \quad (13\text{bis})$$

$$\frac{\partial C_{Mx}}{\partial \eta} \eta_{aleron} + \frac{\partial C_{Mx}}{\partial \bar{p}} \bar{p} = 0 \quad (14\text{bis})$$

La velocidad de rolido adimensional estacionaria producida por una deflexión η es entonces:

$$\bar{p} = \frac{p b}{2V_\infty} = - \frac{\frac{\partial \eta}{\partial C_{Mx}}}{\frac{\partial C_{Mx}}{\partial \bar{p}}} \eta_{aleron} \quad (15\text{bis})$$

La máxima velocidad de rolido estacionaria es una figura de performances de aviones militares y acrobáticos. La definición de la velocidad de rolido adimensional muestra que la máxima velocidad de rolido (física, en grados/seg) es mayor cuanto mayor es la velocidad de vuelo, con un límite máximo cuando se producen efectos de compresibilidad que modifican el análisis realizado hasta ahora bajo la hipótesis de flujo incompresible.

La velocidad de rolido adimensional se aplica también como criterio de dimensionamiento de los ailerones. Se adopta un determinado valor de la velocidad de rolido estacionaria adimensional: entre 0.05 y 0.09 y en base a dicho valor se dimensionan los ailerones.

Es frecuente realizar el dimensionamiento en base estadística y luego verificar que el valor de la velocidad de rolido estacionaria adimensional esté en el rango mencionado.

Debe tenerse presente que el empenaje horizontal y el vertical también contribuyen, aunque minoritariamente, al amortiguamiento de rolido del avión.

El caso del empenaje horizontal es análogo al ala. En el caso del empenaje vertical, la velocidad de rolido genera una distribución de sustentación, cuya resultante, si posee brazo en el sentido Z, origina un momento de rolido de amortiguamiento.

Distribuciones de ángulos de ataque y distribuciones de sustentación asociadas

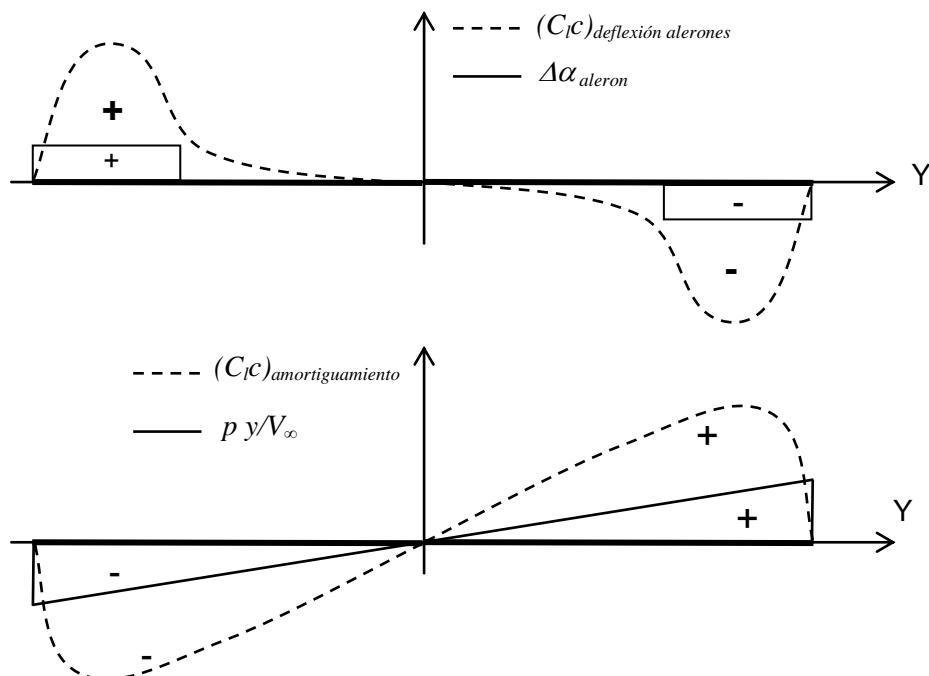
Consideremos finalmente al ala en su totalidad, con deflexión de alerones y con velocidad de rolido.

Se tiene una distribución final de ángulos de ataque locales a lo largo de la envergadura compuesta por la distribución (simétrica) del ala básica (1) (ángulo global de toda el ala, alabeo geométrico y aerodinámico), a la que se suma la distribución (antisimétrica) de $\Delta\alpha$ por deflexión de alerones (2) y la distribución (antisimétrica) de $\Delta\alpha$ por velocidad de rolido (3):

$$\alpha(y) = \underbrace{\alpha_G + \varepsilon(y)}_{(1)} - \underbrace{\alpha_{l0}(y)}_{(2)} + \underbrace{\Delta\alpha_{aleron}(y)}_{(3)} + \frac{p y}{V_\infty}$$

La distribución final de ángulos de ataque locales es efectivamente asimétrica y como tal dará como resultado una distribución de sustentación asimétrica, la cual también puede descomponerse en la suma del ala básica (1) simétrica, a la que se suma las distribuciones antisimétricas de sustentación por deflexión de alerones (2) y de amortiguamiento de rolido (3):

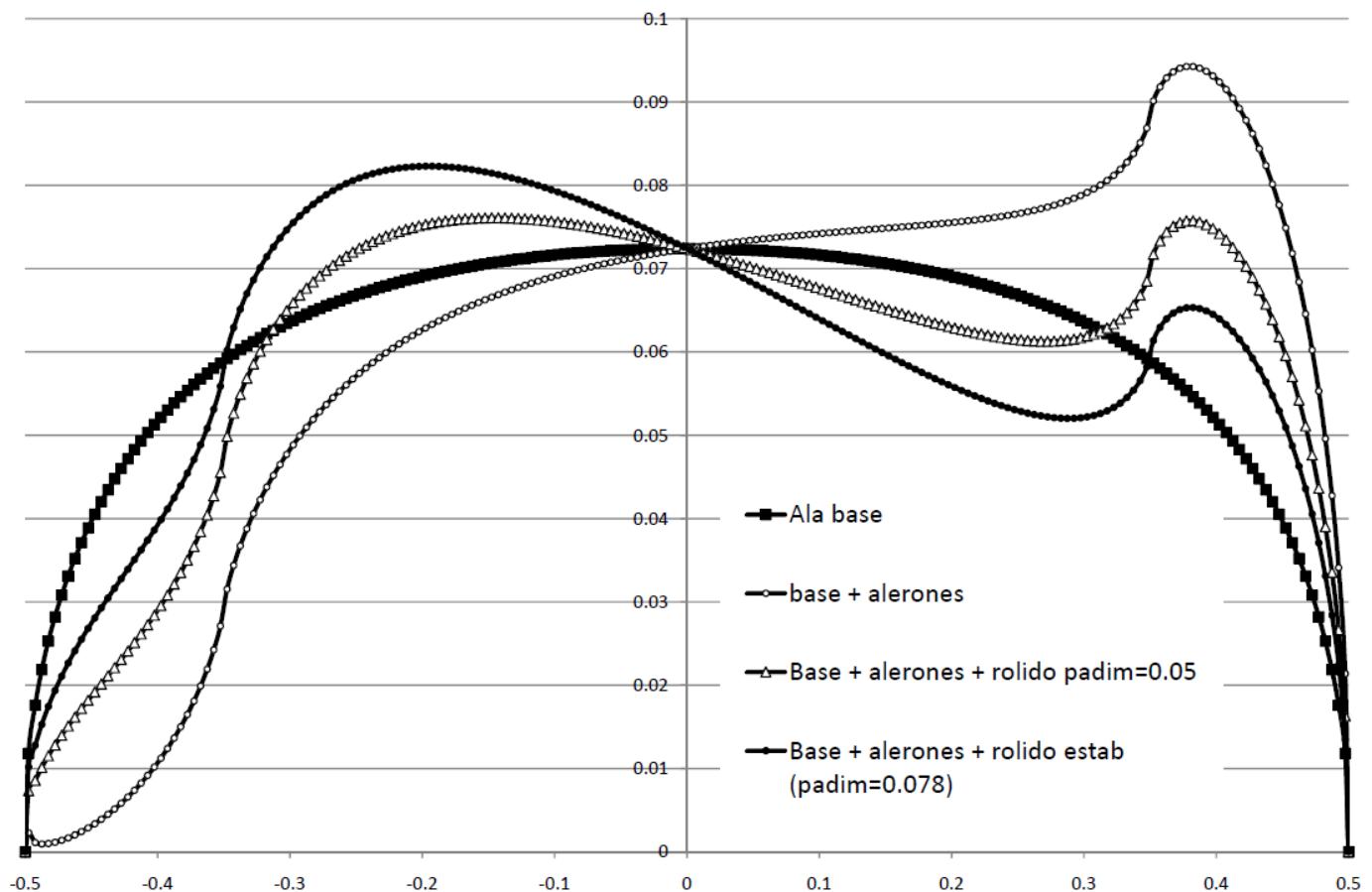
$$C_l c(y) = \underbrace{[C_l c(y)]_{ala\ basica}}_{(1)} + \underbrace{[C_l c(y)]_{deflexion\ alerones}}_{(2)} + \underbrace{[C_l c(y)]_{amortiguamiento}}_{(3)}$$



A modo de ejemplo se presentan a continuación las distribuciones de sustentación sobre un ala rectangular sin flecha, alargamiento 6, perfil simétrico y sin alabeo:

- Ala básica (sin deflexión de alerones ni velocidad de rolido) a un ángulo de ataque 5° (momento de rolido nulo). Distribución (1).

- Ala con deflexión de alerones que abarcan del 70% al 99% de la semi-envergadura, con un $\Delta\alpha_{equiv} = \pm 7^\circ$, aproximadamente correspondiente a una deflexión de $\pm 10^\circ$ (momento de rolido máximo y velocidad de rolido nula). Distribución (1)+(2).
- Ala con deflexión de alerones y una velocidad de rolido adimensional $\bar{p} = 0.05$. Distribución (1)+(2)+(3).
- Ala con deflexión de alerones y una velocidad de rolido adimensional estabilizada $\bar{p} = 0.07812$ (momento de rolido nulo y velocidad de rolido máxima). Distribución (1)+(2)+(3).



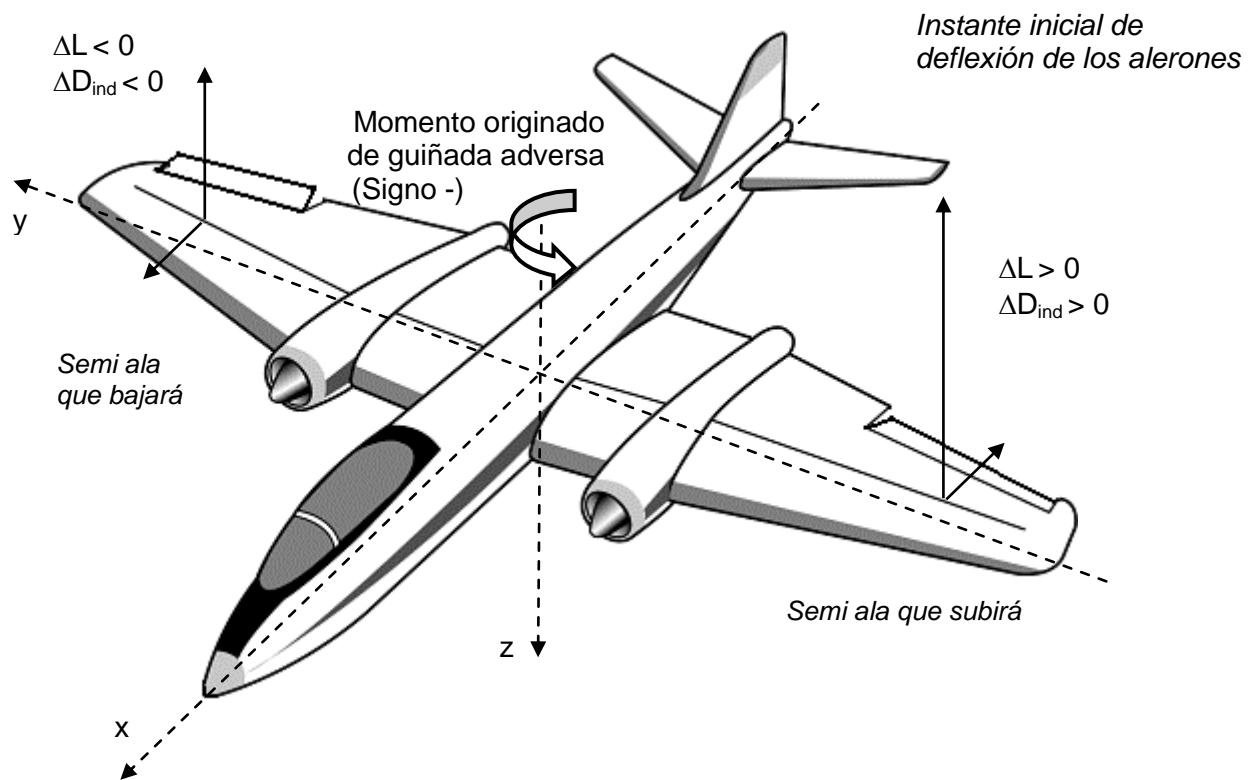
Guiñada adversa por deflexión de alerones

En alerones normales, en los cuáles las deflexiones son anti-simétricas y la sección del perfil del alerón es aproximadamente simétrica, prácticamente no existe desbalance de resistencia parásita entre ambas semi-alas.

En el momento de la deflexión de alerones, en cambio, cuando el momento de roldo es máximo, se produce un desbalance de resistencia inducida entre el ala que sube y la que baja. Esto genera un momento de guiñada denominado adverso, pues es opuesto al eventual viraje para el cual se deflectarían los alerones.

Este desbalance es máximo en el momento inicial de la deflexión de los alerones, cuando aún no existe velocidad de roldo.

La guiñada adversa puede ser notoria para el pilotaje en aviones de gran alargamiento (planeadores, aviones comerciales de transporte) y/o aviones muy livianos, con muy bajo momento de inercia en guiñada. Puede ser la causa de notable dificultad en la realización de maniobras que involucren el control lateral del avión.,.



A medida que el avión va incrementando la velocidad de roldo y la sustentación de las semi-alas se va equilibrando entre ambas, éste efecto de guiñada adversa se atenúa considerablemente.

La guiñada adversa fue un efecto identificado ya en el nacimiento de la aviación por los primeros aeronautas.

La atenuación o eliminación de este efecto, cuando es necesario, puede realizarse mediante diferentes métodos. A saber los siguientes:

Alerones diferenciales

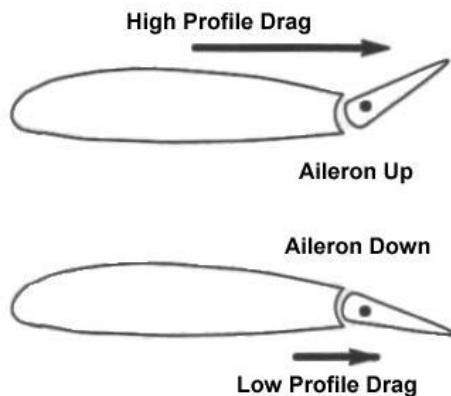
Se trata de producir un desbalance de resistencia parásita opuesta al de inducida mediante una deflexión diferente del alerón cuando sube o baja.

Mediante el diseño del sistema de mecanismos de la cadena cinemática de alerones, se hace que el alerón cuando baja se deflecte un ángulo mucho menor que cuando sube. En el alerón que sube la resistencia parásita es entonces mayor de manera que el desbalance de resistencia inducida se reduce y se atenúa el momento de guiñada adversa.

Como ejemplo, en el avión Piper Cherokee 180, el alerón se deflecta 30° hacia arriba y 15° hacia abajo. Es frecuente en planeadores y aviación general.

Para analizar aproximadamente este caso de alerones, se define un ángulo de deflexión medio como el promedio de la magnitud de ambas deflexiones:

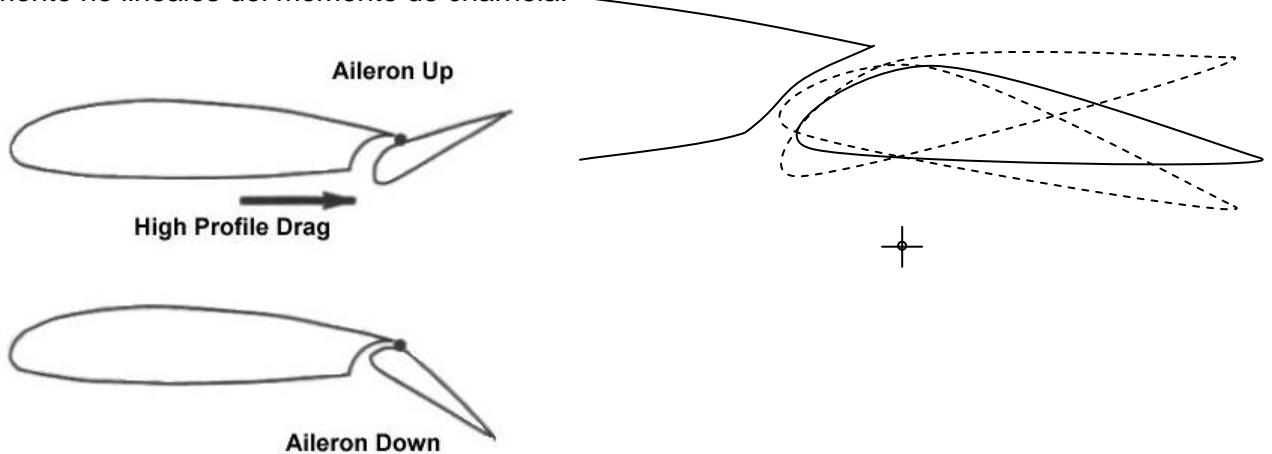
$$\eta_{aleron} = \pm \frac{|\eta_{aleron}|_{Der} + |\eta_{aleron}|_{Izq}}{2} \quad (16)$$



Alerones Frise: como antes, se trata de producir un desbalance de resistencia parásita opuesta al de inducida pero ahora mediante un diseño muy particular del perfil del alerón y de la ubicación del punto de charnela (pivot). Se logra así incrementar especialmente la resistencia parásita del alerón que sube. Las deflexiones angulares son anti-simétricas.

El diseño es tal que al deflectar hacia arriba, el alerón asoma su borde de ataque a la corriente de intradós e incrementa la resistencia parásita, la cual compensa el incremento de resistencia inducida causado por el alerón opuesto que baja. Cuando el alerón deflecta hacia abajo, queda en una configuración de menor resistencia parásita.

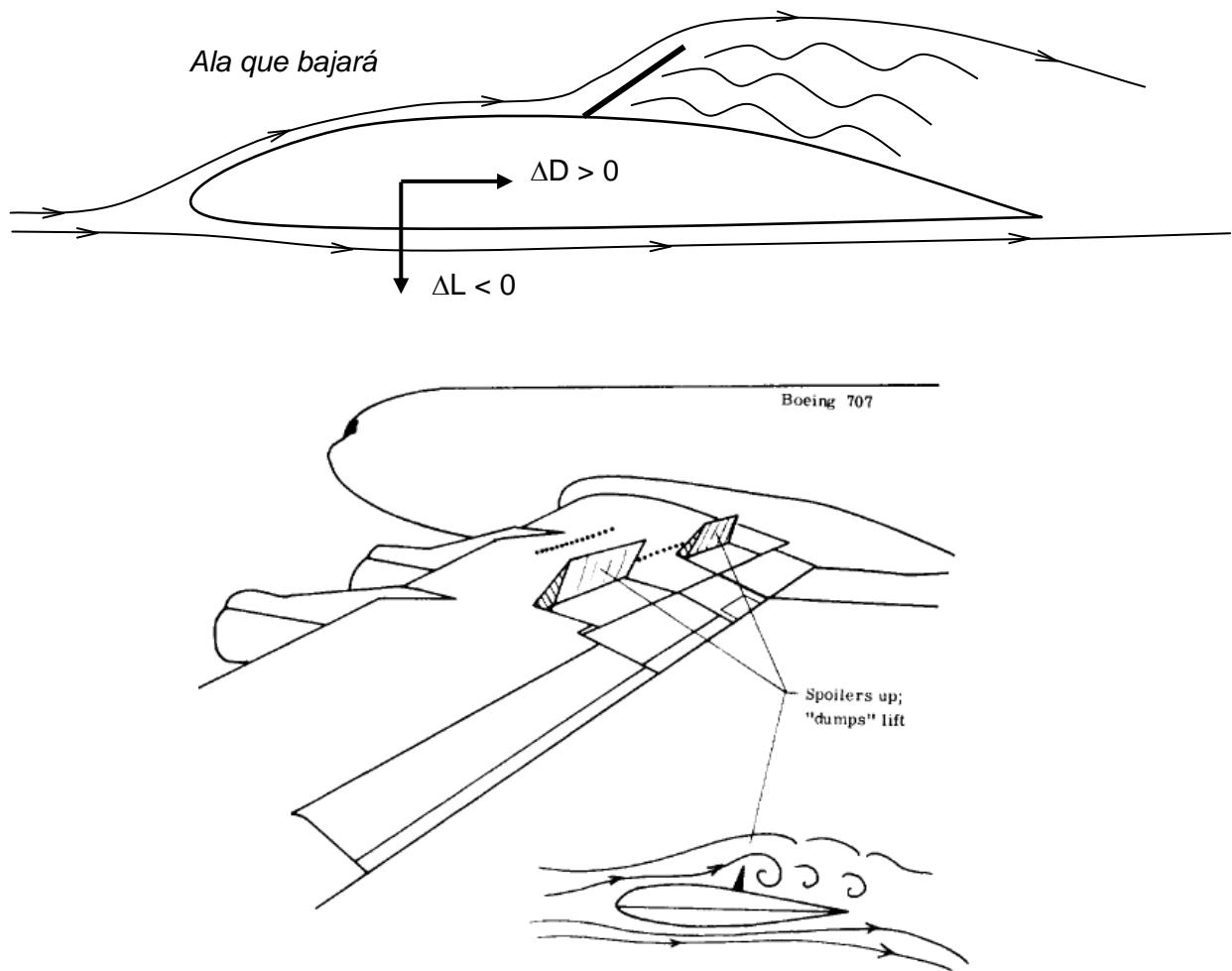
Fue muy empleado en los grandes aviones de combate de la 2GM aunque es infrecuente actualmente. Se ha verificado como una solución extremadamente sensible al diseño particular de la nariz del perfil del alerón y sobre todo a la posición del pivote. Por otra parte genera curvas altamente no lineales del momento de charnela.



Spoilers: se trata de dispositivos dispuestos sobre el extrados del ala, que al ser deflectados en el ala que debe descender, producen separación de flujo, con la consiguiente disminución de

sustentación e incremento de resistencia parásita. Este último efecto genera un momento de guiñada favorable al viraje (denominado “proverse yaw” en inglés, en oposición a “adverse yaw”) Se emplean habitualmente como principal o único medio de control de rolido en aviones comerciales de gran alargamiento, en el vuelo de alta velocidad.

A baja velocidad y grandes ángulos de ataque su efectividad se reduce, por lo que generalmente son complementados con alerones clásicos para el control de rolido de baja velocidad. A pesar de esto hay varios aviones exitosos que no poseen alerones (B-52, Mitsubishi MU-2)



Frecuentemente cumplen la función adicional de frenos aerodinámicos, al deflectarlos en ambas alas en forma simultánea.

Poseen una especial ventaja de origen estructural para su uso en aviones comerciales: su empleo en lugar de alerones clásicos reduce las cargas de momento flector en la raíz. Ello permite el aumento de la vida de fatiga en un avión comercial de explotación intensiva.

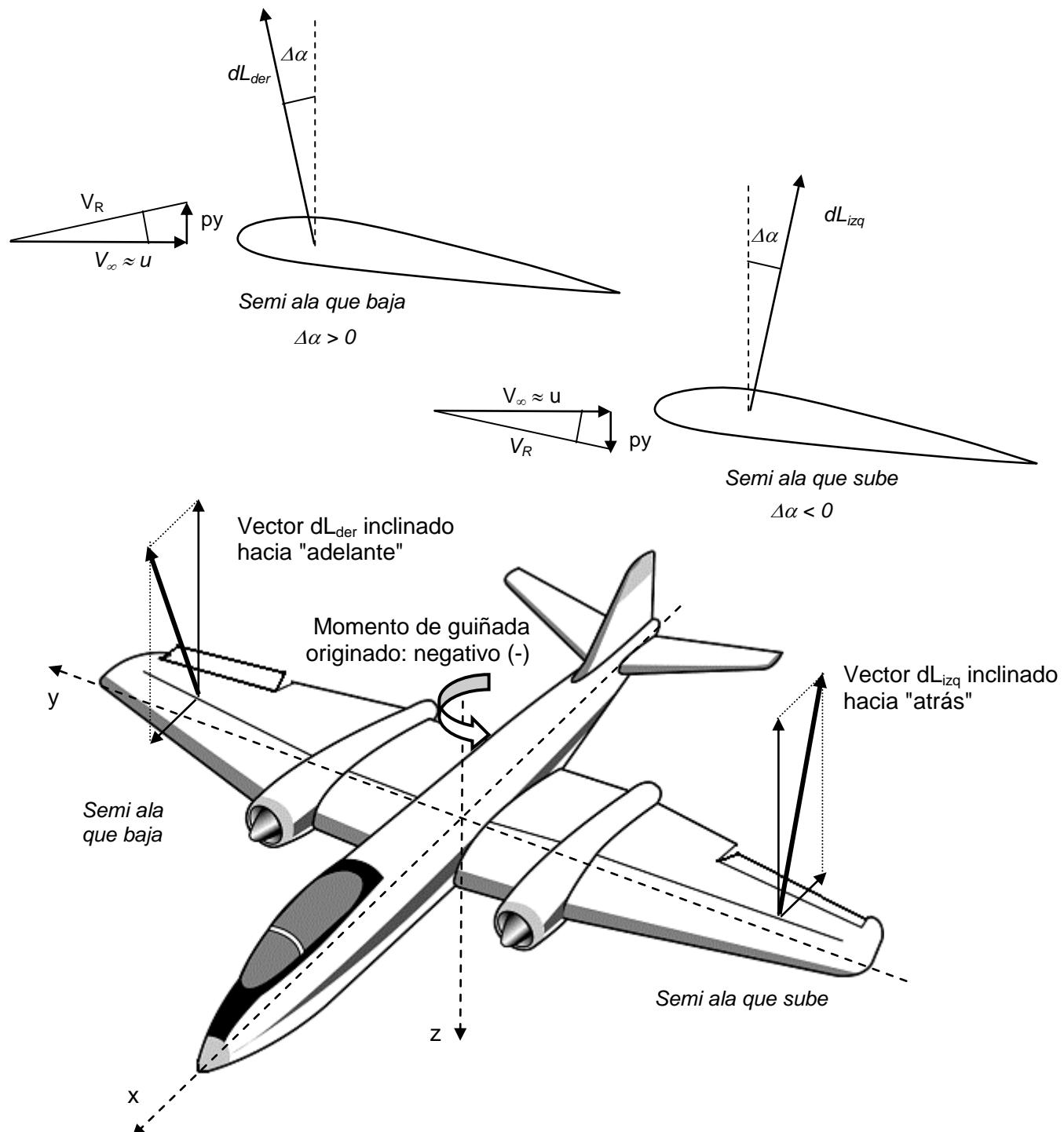
Otras ventaja consisten en que pueden requerir muy bajas fuerzas de control y que en cierto tipo de aviones pueden permitir el empleo de flaps a lo largo de toda la envergadura. (caso del avión Grumman F-14 Tomcat, que además emplea elevones)

Controles acoplados: es la solución más efectiva pues acopla las deflexiones de alerones y de timón de dirección de manera de compensar, con independencia del piloto, los efectos adversos. Se trata de una solución adoptada en aviones de última generación con sistemas de control computarizados o automáticos, aunque ya fue experimentado en antiguos aviones con controles mecánicos.

Momento de guiñada del ala debido a velocidad de rolido

Ya se ha visto que cuando el ala se encuentra con velocidad de rolido se produce un desbalance de ángulo de ataque entre secciones correspondientes de las semi alas izquierda y derecha. Como se desarrolló, éste efecto da origen al momento de rolido opuesto al movimiento y denominado amortiguamiento de rolido. También aparece un momento de guiñada debido al siguiente efecto:

En cada semi ala, el vector sustentación de una sección es normal al vector velocidad V_R , que aunque es prácticamente igual a V_∞ en magnitud, su dirección difiere en el ángulo $\Delta\alpha$. De esta forma, los vectores sustentación de secciones simétricas están inclinados en sentidos opuestos generando un momento de guiñada.



Este efecto puede ser evaluado mediante un modelo de línea sustentadora o mediante fórmulas aproximadas.

El siguiente desarrollo posee sólo valor cualitativo pero permite dilucidar cuáles son las variables de influencia primarias:

$$dM_z = - (dL_{der} + dL_{izq}) \Delta\alpha \text{ y } \text{ a integrar entre } 0 \text{ y } b/2 \quad (17)$$

dL_{der} y dL_{izq} están influenciadas de manera directamente opuesta por $\Delta\alpha$ de manera que en la suma la influencia se cancela:

$$\begin{aligned} dM_z &= -2 q_\infty c C_l dy \Delta\alpha \text{ y} \\ dC_{Mz} q_\infty S b &= -2 q_\infty c C_l dy \frac{p y}{V_\infty} \text{ y} \end{aligned} \quad (18)$$

Si:

- se asume que el coeficiente de sustentación local es aproximadamente el C_L del ala
- se introduce la velocidad de rolido adimensional
- se integra para un ala trapezoidal

Se llega finalmente a:

$$C_{Mz} = -\frac{C_L}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \bar{p} \quad (19)$$

$$\text{Se obtiene la derivada: } \frac{\partial C_n}{\partial \bar{p}} = -\frac{C_L}{12} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \quad (20)$$

Este desarrollo simplificado pone en evidencia que éste efecto de acoplamiento depende directamente del C_L del ala, así como de su forma en planta.

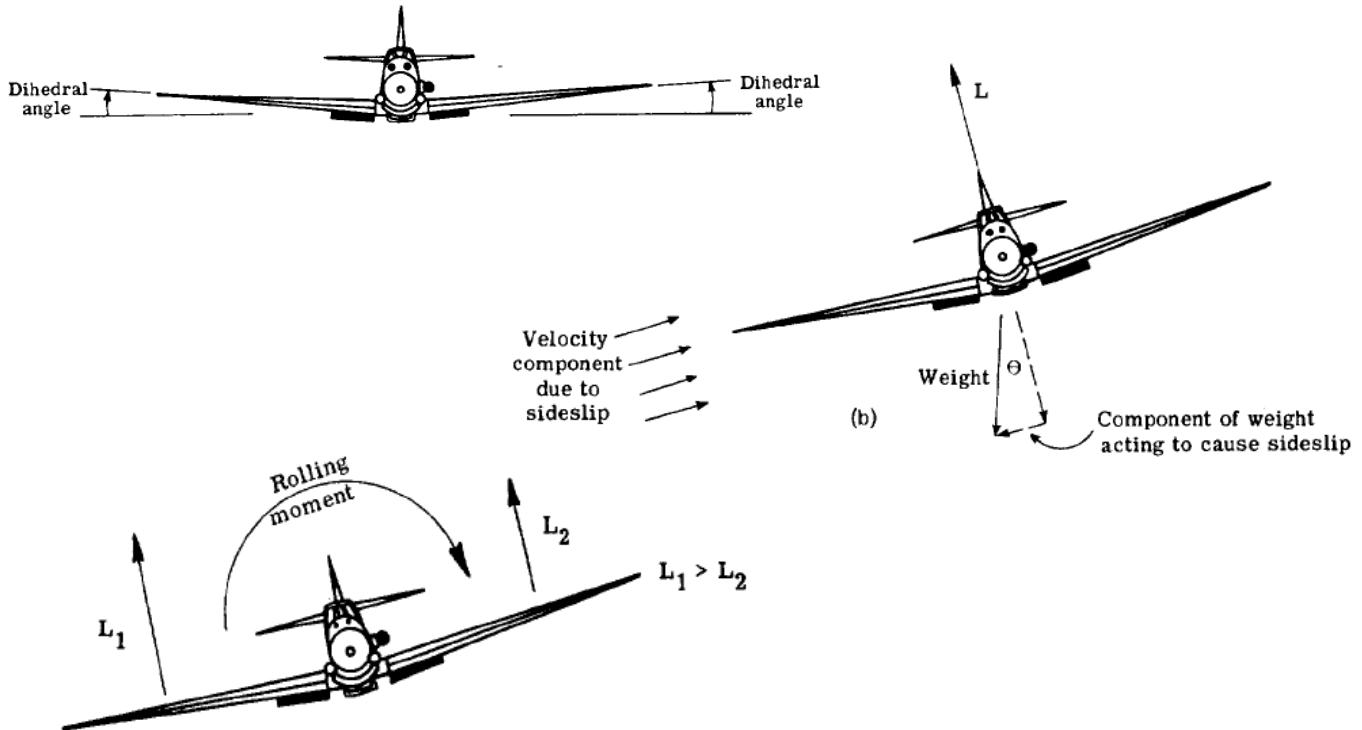
Como se comentó previamente, la acción de la velocidad angular de rolido sobre el empenaje vertical (EV) origina una distribución de sustentación sobre el mismo, la cual da origen a un momento de guiñada adicional.

ALA CON ÁNGULO DE DESLIZAMIENTO: EFECTO DIEDRO

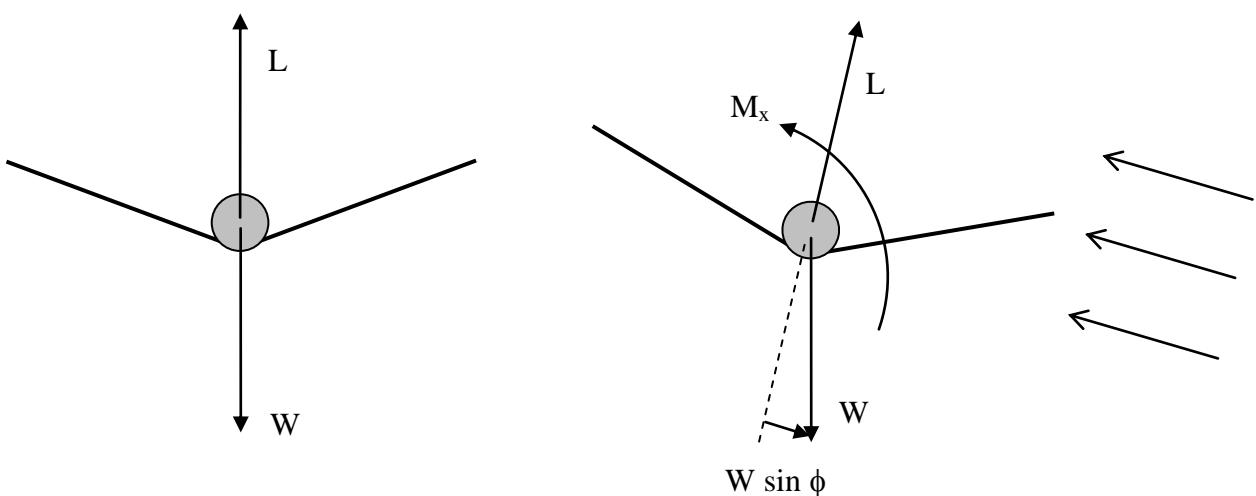
Técnicamente, se denomina "efecto diedro" a toda tendencia del avión a producir un momento de roldo debido a ángulo de deslizamiento.

Este efecto se denomina positivo cuando el momento de roldo es coherente con la tendencia de viraje que origina la guiñada o el deslizamiento. Paradójicamente el "efecto diedro" positivo significa $\partial C_l / \partial \beta < 0$.

Puede entenderse también como una tendencia de mantener las alas niveladas, como ya se verá.



Un ala con un considerable diedro positivo (el caso de pequeños aeromodelos no controlados) posee lo que se denomina estabilidad de roldo, entendiendo esto como la capacidad de mantener las alas niveladas (pero sin capacidad de mantener el rumbo):

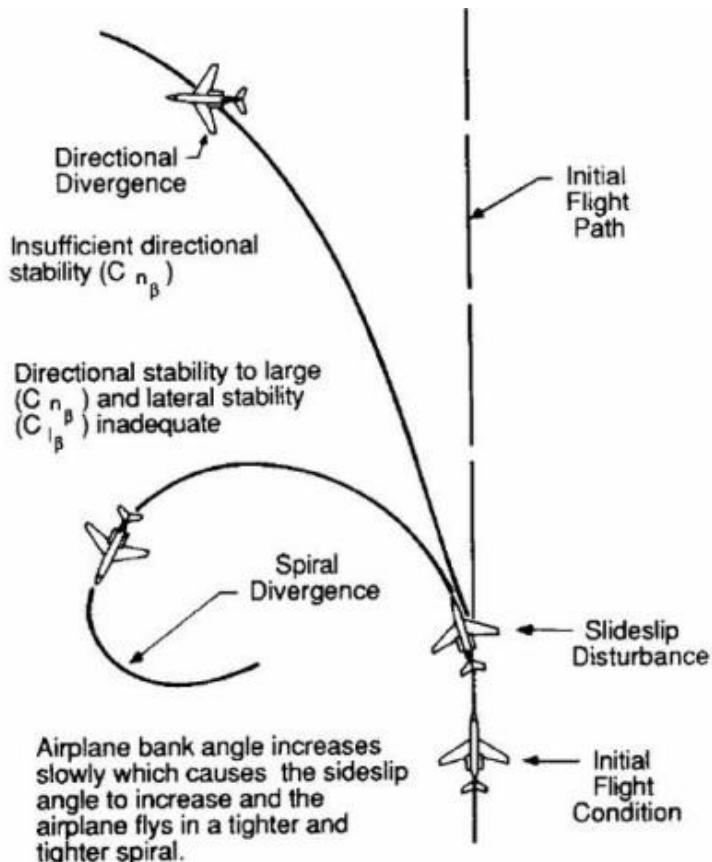


Salvo la excepción de los pequeños aeromodelos no controlados, un excesivo "efecto diedro" genera un efecto de inestabilidad dinámica oscilatoria denominada "**Dutch roll**". Un ala cae a un lado, por ejemplo. El fuerte efecto diedro nivela las alas generando una velocidad de roldo que por inercia lleva al avión a pasarse y rolar en el sentido opuesto. La oscilación en roldo se acopla

con una oscilación en guiñada, dando como resultado un balanceo en rolido y en guiñada, en el que se mantiene, en promedio, las alas niveladas pero no necesariamente mantiene el rumbo.

La completa ausencia de “efecto diedro” en un avión genera un acentuado efecto de lo que se denomina “**inestabilidad espiral**”. se trata de una tendencia divergente consistente en lo siguiente: sea por ejemplo que un ala del avión cae; el avión tiende a deslizar hacia dicho lado adquiriendo ángulo de deslizamiento, la estabilidad direccional (empenaje vertical) lleva el beta a cero sin nivelar las alas, haciendo que el proceso se realízate en una maniobra de espiral descendente cerrándose progresivamente en el tiempo.

Este efecto se acentúa cuando el avión posee excesiva estabilidad direccional.



Esto muestra que es necesario un cierto “efecto diedro” sin que sea excesivo. El grado adecuado de efecto diedro es recomendado por categoría de avión y es un tema de estudio de Mecánica de Vuelo.

En Aerodinámica debemos estudiar y tener en claro las diferentes fuentes de dicho efecto, entre las cuales el ala es la más importante.

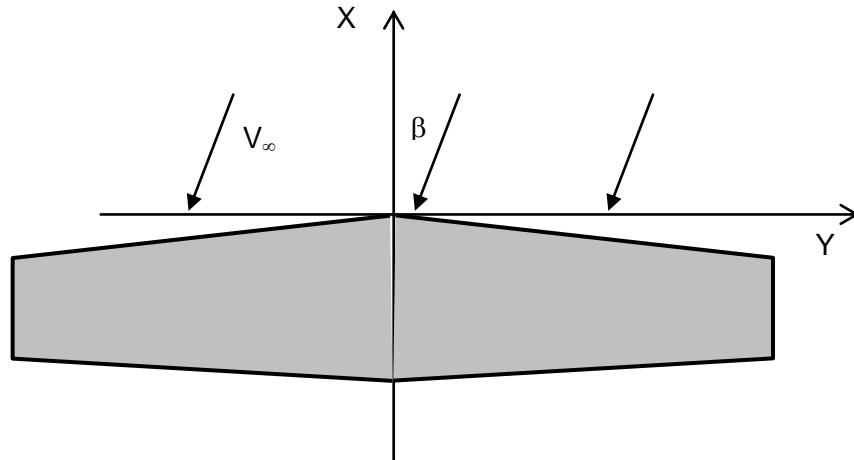
La principal fuente de efecto diedro del avión es el ala.

Un primer origen de efecto diedro está asociado al ángulo diedro del ala, como se desarrolla a continuación.

Cuando el avión está con ángulo de deslizamiento β , existe una componente de velocidad según el eje Y. Para β positivo, está dada por :

$$v = V_\infty \sin \beta \approx V_\infty \beta \quad (21)$$

Vista en planta en caso de ángulo de deslizamiento positivo:



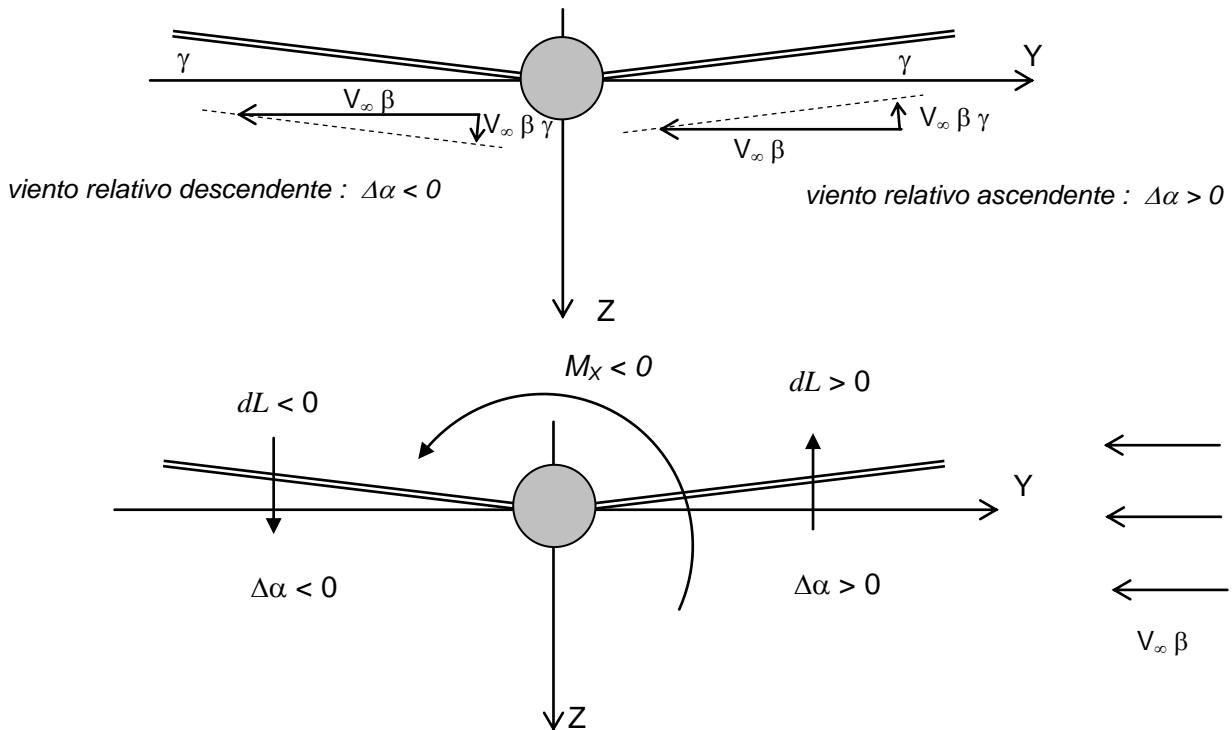
Si las alas poseen ángulo diedro, es decir están inclinadas hacia arriba un cierto ángulo γ , la velocidad en Y tendrá una componente normal al plano de cada semi-ala de signo diferente en cada una de ellas:

$$v_n = v \sin \gamma \approx V_\infty \beta \gamma \quad (22)$$

v_n hacia arriba en ala derecha ; v_n hacia abajo en ala izquierda.

Esto genera un $\Delta\alpha$ positivo en el ala derecha y negativo en el ala izquierda: $\Delta\alpha = \pm \beta \gamma$ (23)

Vista posterior en caso de ángulo de deslizamiento positivo:



Se origina un momento de rolido negativo, cuyo sentido es favorable a un viraje con β positivo, es decir viraje hacia la izquierda desde la perspectiva del piloto (estribor).

En aviones, no interesa lograr estabilidad de rolido y el efecto diedro se busca por razones más complejas de estabilidad dinámica lateral, a fin de lograr un grado "adecuado" de acoplamiento entre rolido y guiñada, como ya se describió previamente. El ángulo diedro suele estar en un rango desde 2° a 7° , éste último como valor extremo.

Otra consecuencia de efecto diedro en aviones es que facilita la maniobra de viraje coordinado. Si el avión es deslizado hacia la izquierda, el ala naturalmente tenderá a rolar acompañado el sentido del viraje: el ala izquierda, interior al viraje, bajará y el ala derecha, exterior al viraje, subirá.

Para alas de gran alargamiento, despreciando efectos inducidos se puede estimar el momento de rolido, al menos en términos cualitativos, de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} dM_x &= -2 dL y \\ &= -2 \Delta C_l q_\infty dS y \\ &= -2 C_{l\alpha} \beta q_\infty c y dy \\ C_{Mx} &= -\frac{2}{Sb} C_{l\alpha} \beta \gamma \int_0^{b/2} c y dy \end{aligned} \quad (24)$$

Los efectos inducidos pueden tenerse en cuenta reemplazando la pendiente de sustentación del perfil por la pendiente del ala.

Si además se considera un ala trapezoidal dónde la cuerda c varía linealmente con y , se realiza la integral y se llega a:

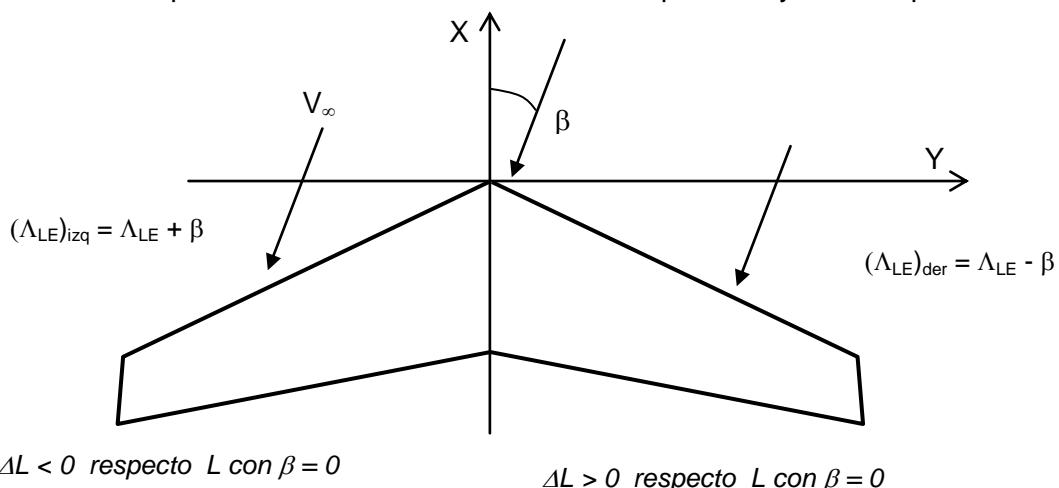
$$C_{Mx} = -\frac{C_{l\alpha} \gamma}{6} \left(\frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \right) \beta \quad (25)$$

Se obtiene la derivada: $\frac{\partial C_l}{\partial \beta} = -\frac{C_{l\alpha} \gamma}{6} \left(\frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \right)$ (26)

Un cálculo más preciso puede ser realizado mediante el modelo de línea sustentadora o mediante fórmulas de aproximación directamente basadas en dicho modelo

Un segundo "efecto diedro" no asociado al ángulo diedro y directamente vinculado a la forma en planta del ala es causado por el ángulo de flecha.

Cuando un ala con flecha positiva se encuentra con ángulo de deslizamiento positivo, se produce la situación en la que el ala derecha reduce su flecha "aparente" y el ala izquierda la incrementa.



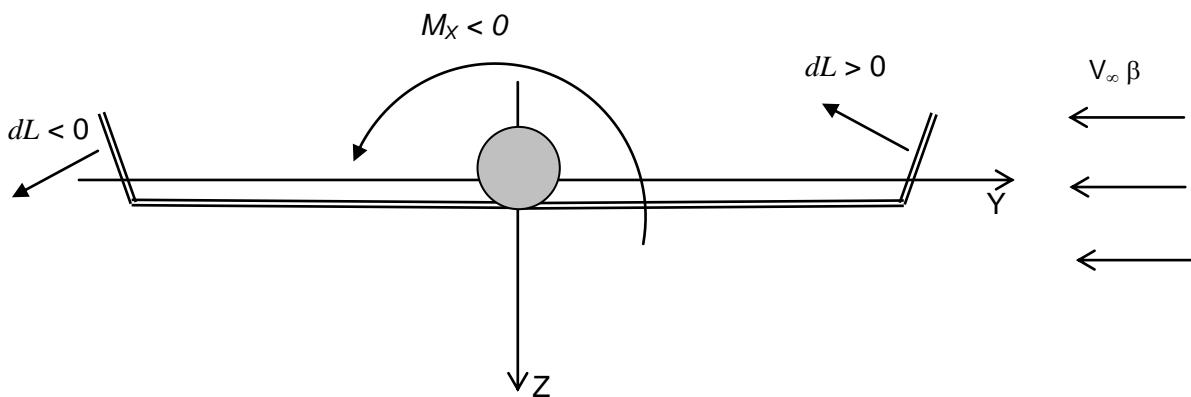
Conociendo el efecto de reducción que posee el ángulo de flecha sobre la sustentación, se entiende que se produce un momento de rolido negativo, cuyo sentido es favorable al eventual viraje buscado.

McCormick desarrolla la siguiente fórmula aproximada de valor cualitativo al poner en evidencia cuáles son las variables influyentes:

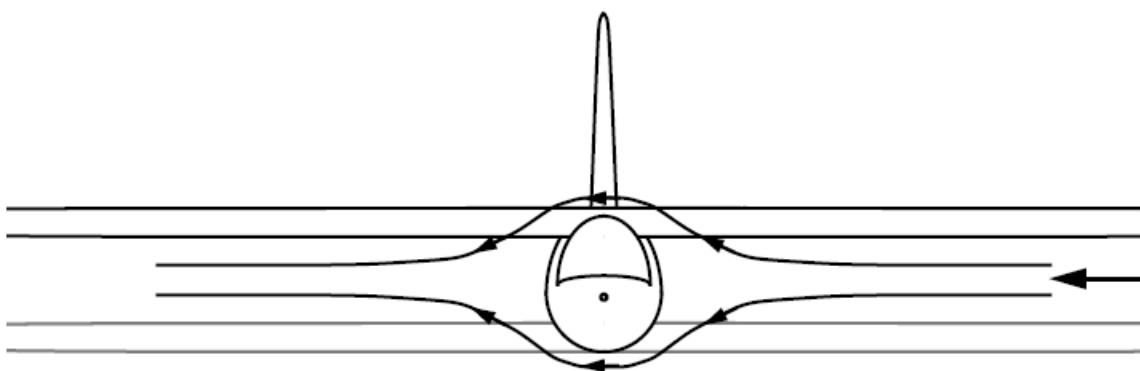
$$\frac{\partial C_l}{\partial \beta} = -\frac{1}{3} \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} C_L \tan \Lambda_{25} \quad (27)$$

Otras fuentes misceláneas de efecto diedro asociadas al ala son la forma de las punteras del ala y la presencia de winglets.

Éstos últimos pueden ser una muy importante fuente de diedro positivo, dependiendo de sus dimensiones y la configuración del ala:



Otro efecto diedro asociado al ala está causado por interferencia con el fuselaje y es dependiente de la posición relativa del ala respecto del mismo.

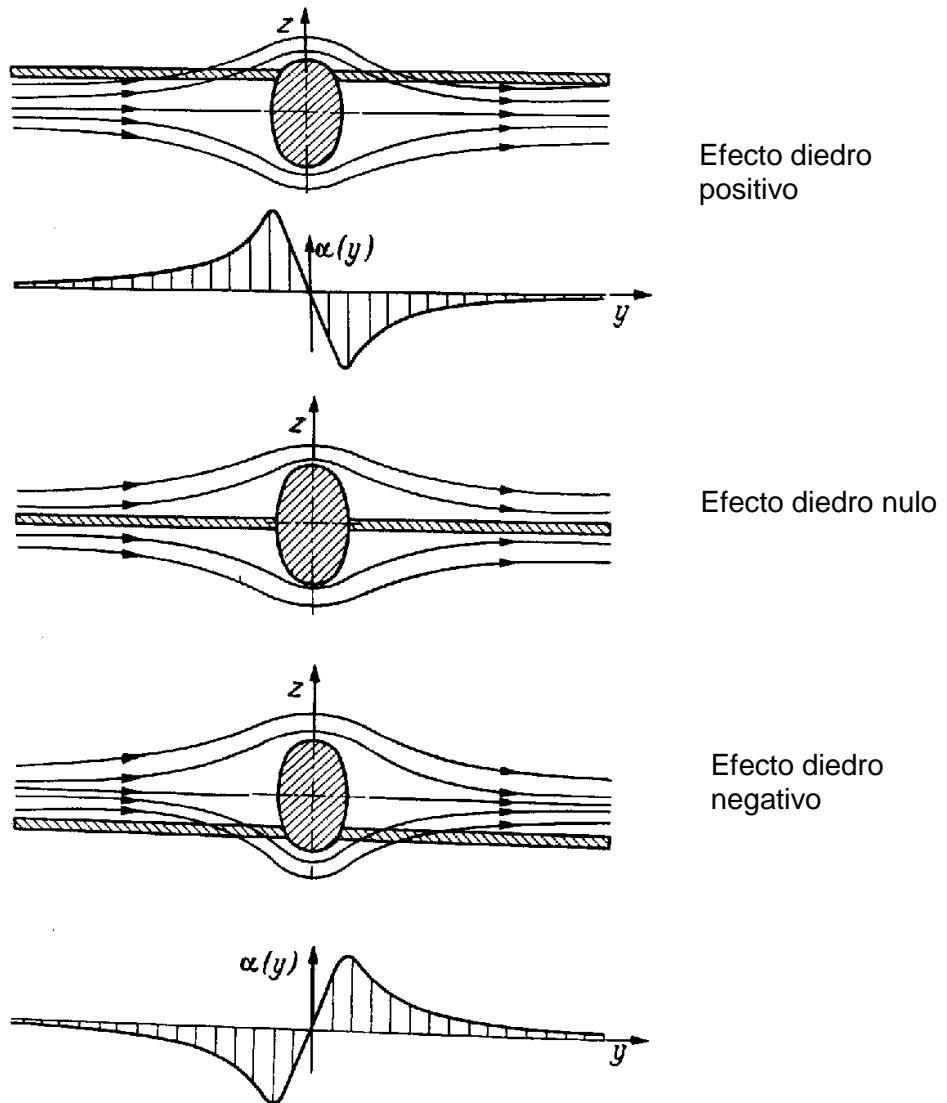


Cuando el ala es alta, la presencia del fuselaje con el viento cruzado genera en la semi-ala del lado del viento un flujo ascendente y en la opuesta un flujo descendente. Esta distribución de ángulos de ataque adicionales no altera la sustentación neta del ala pero genera un momento de

rolido correspondiente a un efecto diedro positivo: $\Delta \frac{\partial C_l}{\partial \beta} = -0.0092 \text{ } 1/\text{rad}$

Cuando el ala es baja, el efecto del fuselaje es opuesto al anterior y genera en el ala un momento de rolido correspondiente a un efecto diedro negativo: $\Delta \frac{\partial C_l}{\partial \beta} = +0.0092 \text{ } 1/\text{rad}$

En caso de ala media, los efectos se cancelan y el efecto diedro es nulo.

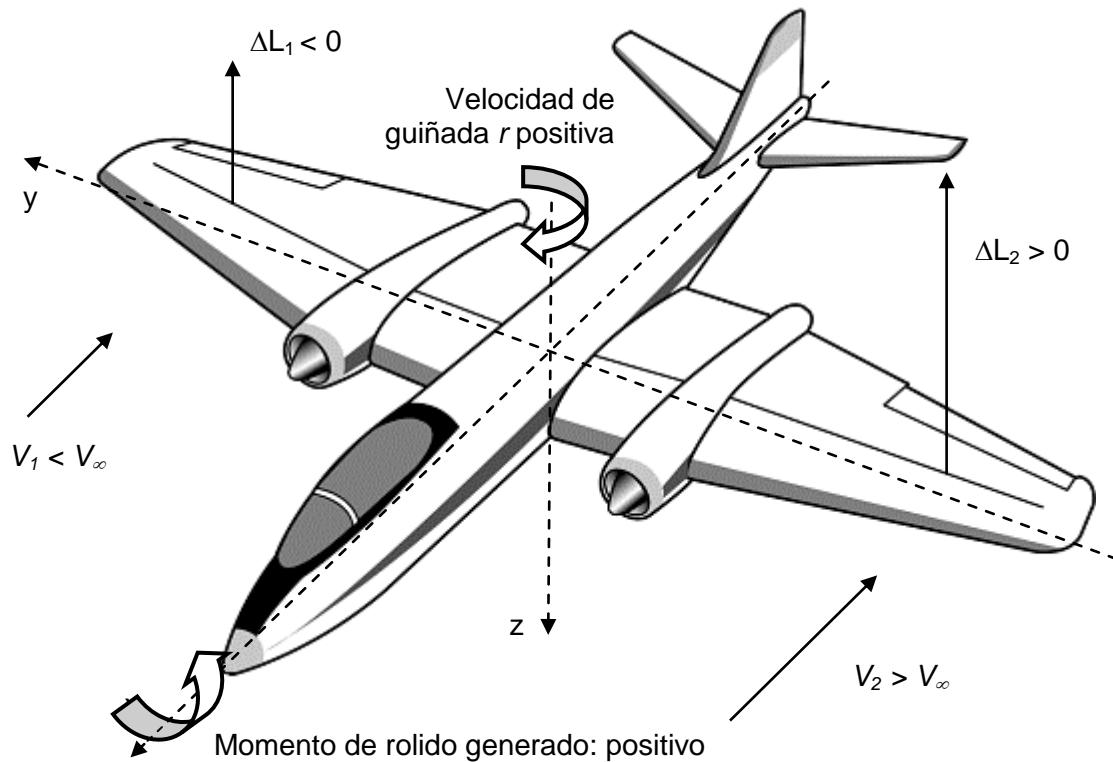


Por lo comentado, una flecha elevada puede aportar una cantidad considerable de efecto diedro, de manera que es muy frecuente observar aviones de gran flecha con ángulo diedro nulo o negativo, especialmente si es ala alta, caso de Mirage F-1 o Harrier.

Asimismo es frecuente observar aviones de ala alta sin flecha y sin ángulo diedro: Lockheed Hercules, todos los Cessna de ala alta, Pilatus Porter, etc.; o con ligero ángulo diedro negativo: FMA IA-63 Pampa.

Los aviones de ala baja sin flecha poseen considerable ángulo diedro, pues dicha fuente debe compensar el efecto negativo de la interferencia con el fuselaje: Embraer Tucano, Beechcraft Mentor, Piper Tomahawk, etc.

MOMENTO DE ROLIDO DEL ALA DEBIDO A VELOCIDAD DE GUIÑADA



Cuando el ala se encuentra instantáneamente con velocidad de guiñada se produce una asimetría de la velocidad relativa entre secciones correspondientes de ambas semi-alas. Se produce una asimetría de sustentación que origina un momento de rolido.

Analicemos en detalle el cambio en las condiciones de velocidades relativas de una sección del ala, por ejemplo de la semi-ala derecha, que retrocede:



$$\tan(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{V_\infty \sin \alpha}{V_\infty \cos \alpha - r y} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \frac{r y}{V_\infty}} \quad (28)$$

$$\text{Para ángulos de ataque bajos: } \alpha + \Delta\alpha \approx \frac{\alpha}{1 - \frac{r y}{V_\infty}} \quad (29)$$

Si la velocidad lineal debido a la guiñada es pequeña respecto la velocidad de vuelo, como es usual, es decir que:

$$\frac{|r y|}{V_\infty} \ll 1 \quad (30)$$

$$\text{Resulta } \alpha + \Delta\alpha \approx \alpha \left(1 + \frac{r y}{V_\infty} \right)$$

De dónde aproximadamente tenemos: $\Delta\alpha \approx \alpha \frac{r y}{V_\infty}$ o $\Delta\alpha \approx -\alpha \frac{r y}{V_\infty}$ según la semi-ala que sea.

En lo que respecta a fuerzas aerodinámicas interesa la presión dinámica, de manera que el cuadrado de la velocidad resultante V_R está dado por:

$$\begin{aligned} V_R^2 &= (V_\infty \cos \alpha - r y)^2 + (V_\infty \sin \alpha)^2 \\ &= V_\infty^2 - 2V_\infty r y \cos \alpha + (r y)^2 \\ &= V_\infty^2 \left(1 - 2 \frac{r y}{V_\infty} \cos \alpha + \left(\frac{r y}{V_\infty} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (31)$$

Para alfa bajos:

$$V_R^2 \approx V_\infty^2 - 2V_\infty r y + (r y)^2 = (V_\infty - r y)^2 \quad \text{o} \quad V_R^2 \approx (V_\infty + r y)^2 \quad \text{según la semi-ala que sea.}$$

Observamos que ambos efectos; cambio de alfa y cambio de presión dinámica son opuestos. Sin embargo se observa que el cambio de ángulo de ataque es un valor de 2º orden respecto el ángulo de ataque de la sección sin guiñada.

Esto permite que en una primera aproximación, el origen del momento de rollido debido a velocidad angular de guiñada del ala se plantee solamente en base a la simetría de presión dinámica entre ambas semi-alas y no se consideran cambios de alfa. De ésta manera entonces, el sentido del momento originado es como se indicó en la primera figura de ésta sección.

Este efecto puede ser evaluado mediante un modelo de línea sustentadora o mediante fórmulas aproximadas.

Se realiza a continuación un desarrollo estimativo que permite identificar cualitativamente las variables de influencia primarias:

$$dM_x = \frac{1}{2} \rho \left[(V_\infty + r y)^2 - (V_\infty - r y)^2 \right] C_l c dy \quad (32)$$

$$dC_{Mx} q_\infty S b = 2 \rho V_\infty r y C_l c dy$$

Si:

- se asume que el coeficiente de sustentación local es aproximadamente el C_L del ala
- se introduce la velocidad de guiñada adimensional
- se integra para un ala trapezoidal

Se llega finalmente a:

$$C_{Mx} = \frac{C_L}{6} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \bar{r} \quad (33)$$

$$\text{Se obtiene la derivada: } \frac{\partial C_{Mx}}{\partial \bar{r}} = \frac{C_L}{6} \frac{1+3\lambda}{1+\lambda} \quad (34)$$

Este desarrollo estimativo pone en evidencia que también éste efecto de acoplamiento depende directamente del C_L del ala, así como de su forma en planta.

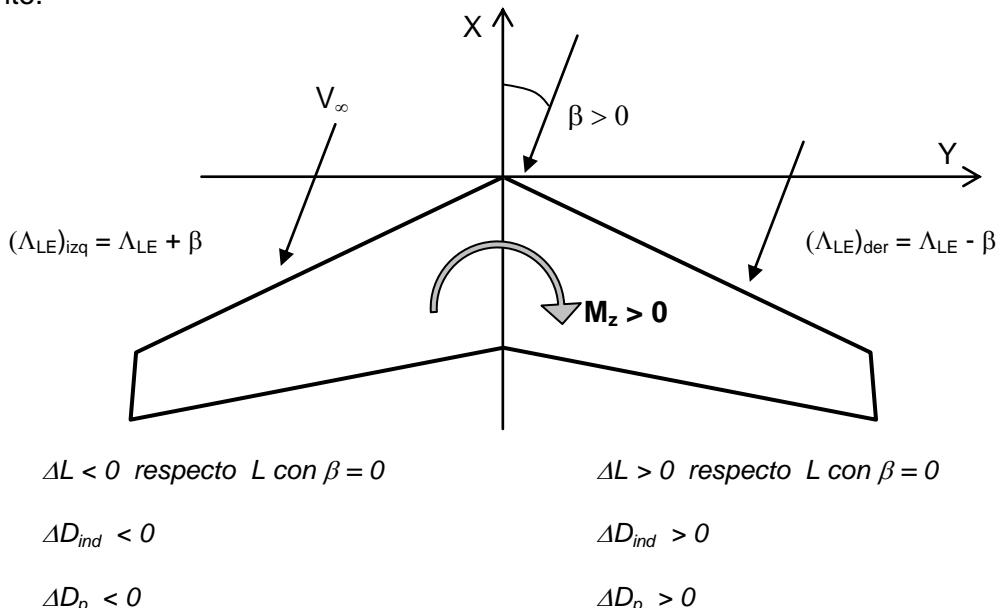
MOMENTO DE GUIÑADA DEL ALA POR ÁNGULO DE DESLIZAMIENTO

Como se vio previamente, cuando un ala con flecha positiva se encuentra con ángulo de deslizamiento positivo, se produce la situación en la que el ala derecha reduce su flecha "aparente" y el ala izquierda la incrementa.

Conociendo el efecto de reducción que posee el ángulo de flecha sobre la sustentación, se produce un desbalance de resistencia inducida que genera un momento de guiñada positivo, cuyo sentido es favorable a reducir el ángulo de deslizamiento.

También la resistencia parasita se reduce ante un incremento de la flecha, de manera que adicionalmente se produce un desbalance de la resistencia parásita de igual sentido que el anterior.

Ambos efectos, tanto sobre la resistencia inducida como sobre la resistencia parásita, contribuyen a generar un momento de guiñada positivo, cuyo sentido es favorable a reducir el ángulo de deslizamiento.



Este momento de guiñada es entonces de tipo estabilizante en guiñada, aunque debe remarcarse que no es sustancial y normalmente no es suficiente para prescindir del empenaje vertical, que es el elemento natural y primordial de estabilidad direccional en guiñada.

Sin embargo, en algunas alas volantes de flecha muy elevada ha permitido que requieran de muy pequeñas dimensiones del empenaje vertical o incluso pudieran prescindir de éste.

La cuantificación de éste momento de guiñada no puede hacerse con modelos simples pues incluye los efectos de la flecha sobre la resistencia inducida y la parásita, pero debe tenerse en cuenta que éste momento depende directamente del C_L del ala, de manera que:

$$C_n = F(\beta, C_L)$$

$$\frac{\partial C_n}{\partial \beta} = +f(C_L)$$

Obviamente está implícita la dependencia de la geometría integral del ala en ésta derivativa.

Para flechas moderadas y a bajos valores de C_L , ésta derivativa puede ser despreciada.

SÍNTESIS

	Momento de rolido C_l	Momento de guiñada C_n
Por deflexión alerones	Dependiente de las dimensiones de los alerones, su efectividad y su ubicación en el ala.	“Adverse Yaw”, por desbalance de resistencia inducida.
Por velocidad angular de rolido p	Amortiguamiento de rolido $\frac{\partial C_l}{\partial p} < 0$ Dependiente de la forma en planta del ala.	Por cambio asimétrico de la orientación del vector sustentación de cada semi-ala.
Por ángulo de deslizamiento β	“Efecto diedro” $\frac{\partial C_l}{\partial \beta}$ por: <ul style="list-style-type: none">- Ángulo diedro: independiente del C_L de ala.- Flecha alar: dependiente del C_L de ala.- Posición de ala: independiente del C_L de ala- Winglets.	Por desbalance de resistencia entre las semi-alas, cuando existe flecha. Aporte estabilizante (“estabilidad de veleta”) con flecha alar positiva
Por velocidad angular de guiñada r	Por desbalance de la velocidad relativa de cada semi-ala.	Despreciable.

FENÓMENOS ASOCIADOS A GRAN ÁNGULO DE ATAQUE Y A BAJO ALARGAMIENTO

Flujo vorticoso (“vortex flow”) a gran α

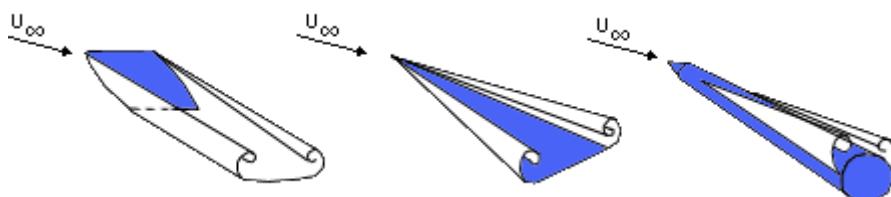
Para ciertas geometrías en un rango de ángulos de ataque grandes, no se produce el fenómeno más corriente de la separación caótica de flujo (“flujo muerto”) sino un flujo organizado en forma de torbellinos o vórtices.

Este tipo de flujo organizado alrededor de vórtices no es un flujo de baja energía sino lo contrario y frecuentemente es una clase de flujo buscado mediante el diseño de la configuración.

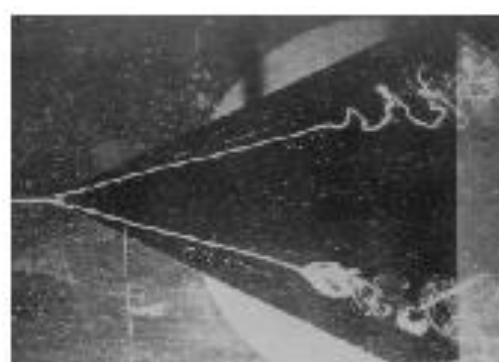
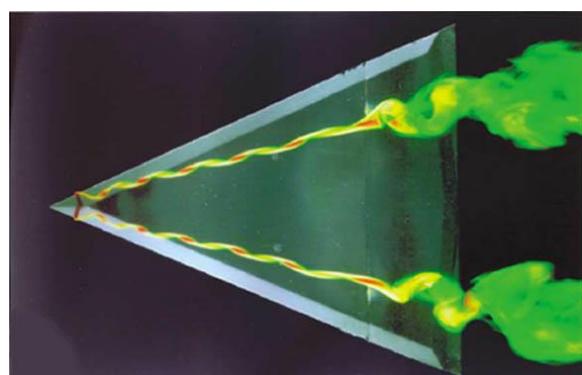
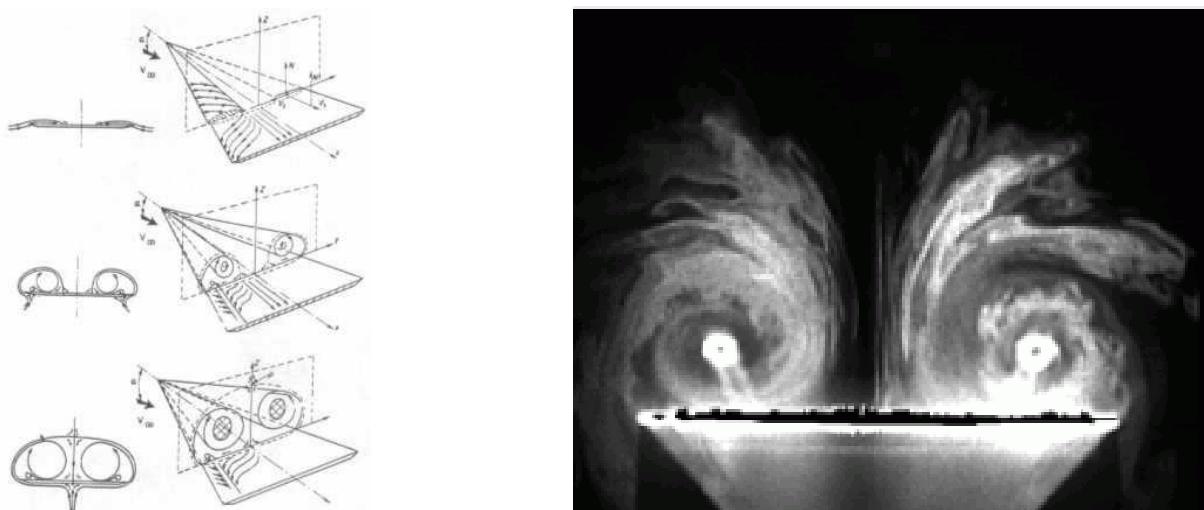
Introduce cambios considerables en las características aerodinámicas de las alas con respecto a lo visto usualmente. La sustentación no se reduce por la formación de los vórtices sino por el contrario se ve incrementada respecto de lo que predice el flujo potencial, que modelaría un flujo adherido clásico.

Las geometrías comunes que generan ésta clase de flujo vorticoso son:

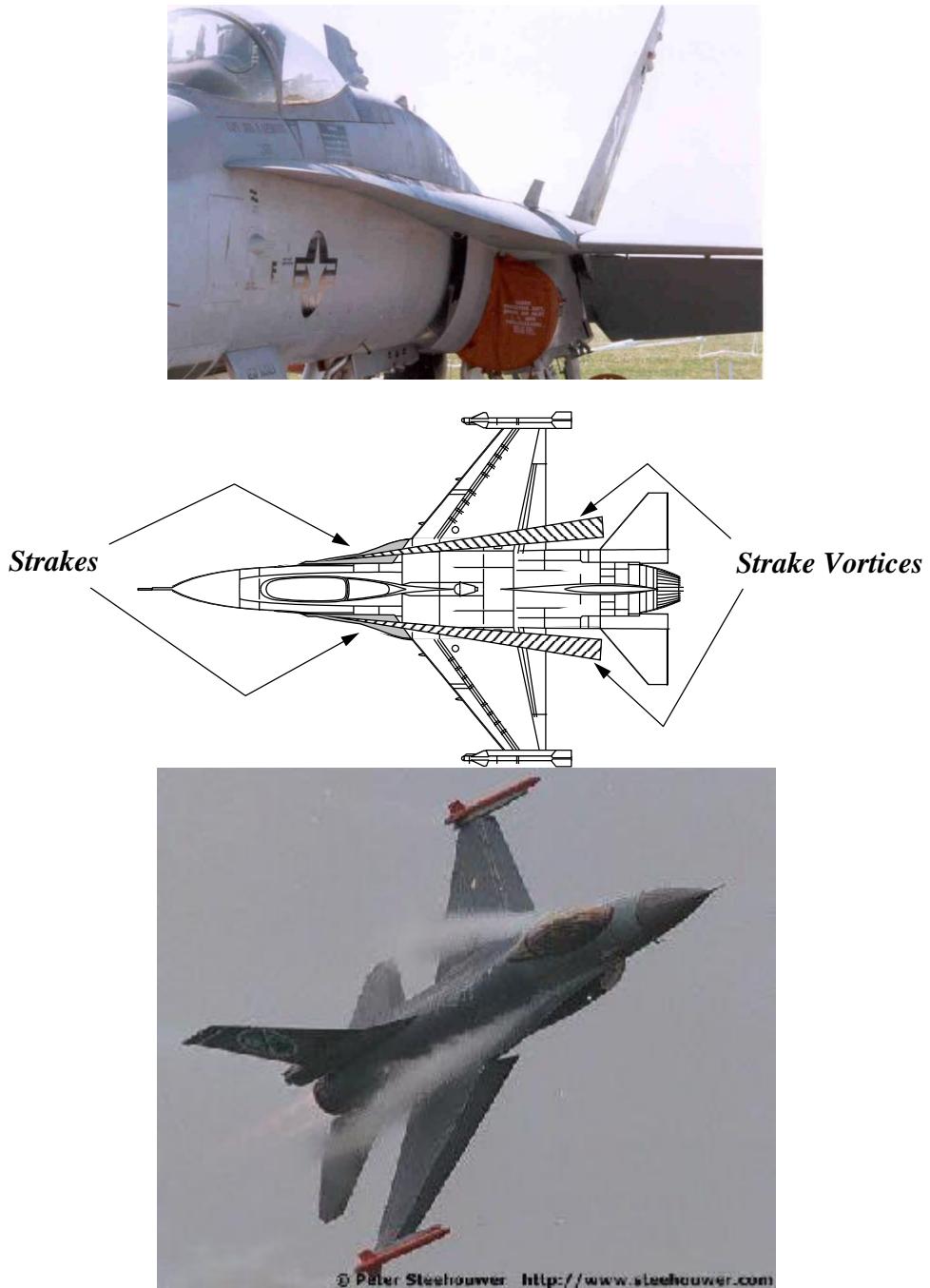
- **Alas de muy bajo alargamiento con independencia de su forma ($A < 2$ aproximadamente)**



- **Alas delta de gran ángulo de flecha.**

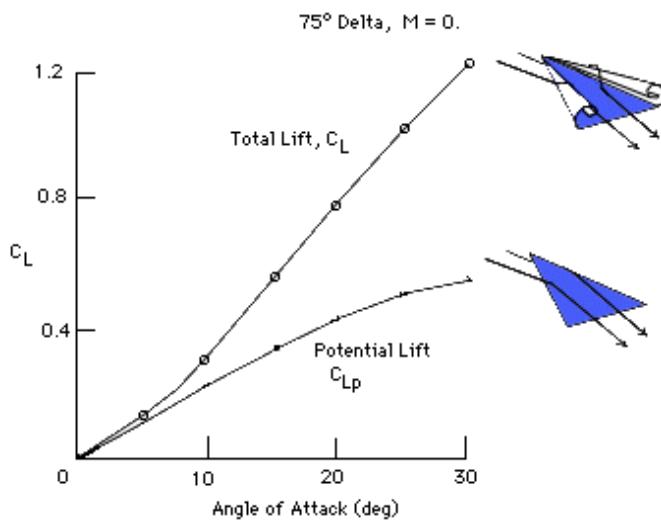


- Alas con extensiones de borde ataque en la zona raíz: “**ala con “strakes”**”

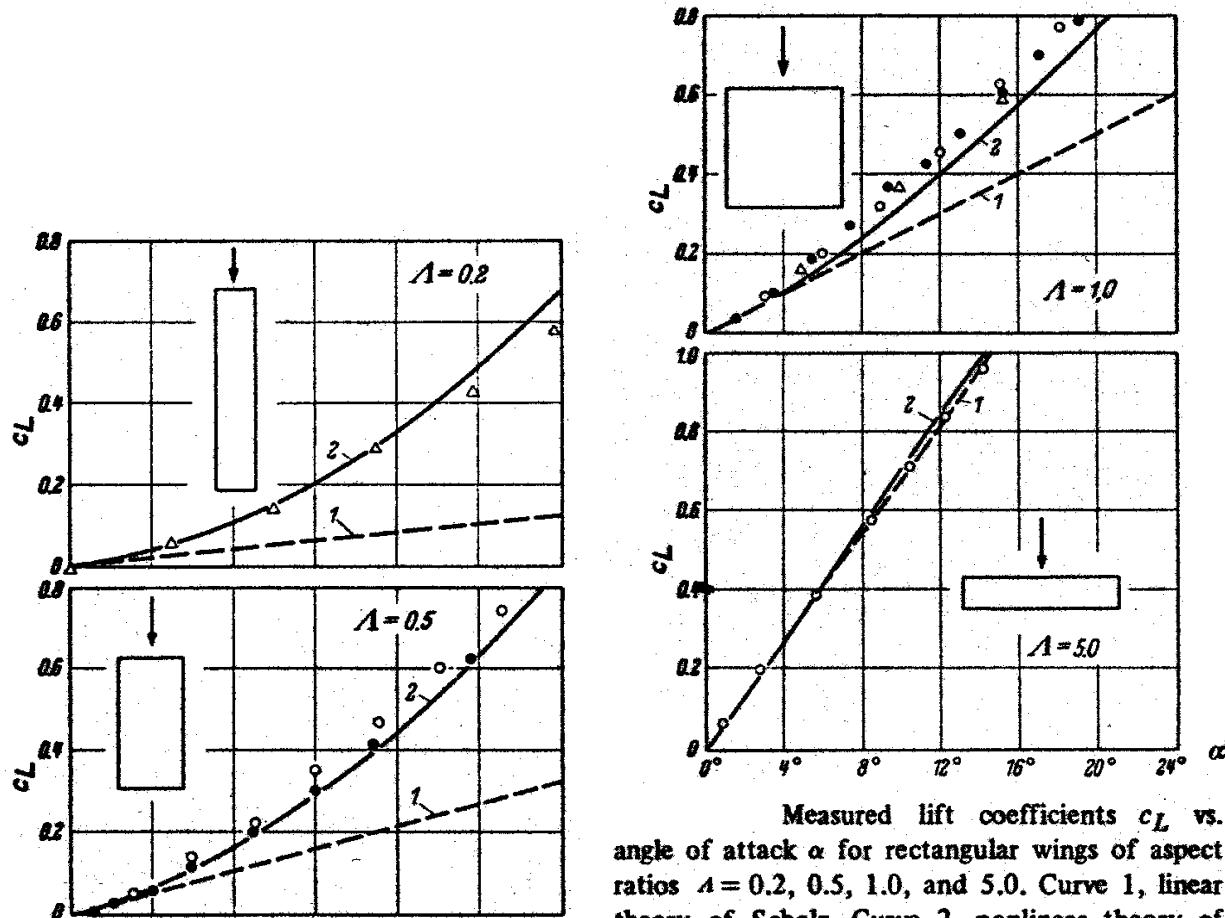


Los resultados experimentales muestran que en alas de muy bajo alargamiento y alas delta de gran ángulo de flecha:

- 1) El coeficiente de sustentación es considerablemente mayor al predicho por las teorías de ala clásicas basadas en flujo potencial, es decir flujo adherido convencional.
- 2) El coeficiente de sustentación presenta un comportamiento no lineal con alfa, aún desde valores moderados de éste.
- 3) La geometría precisa del perfil alar no tiene influencia, a excepción del radio de borde ataque y del espesor relativo.



Resultados para un ala delta de flecha 75º de borde de ataque



Resultados para alas rectangulares de diferentes A

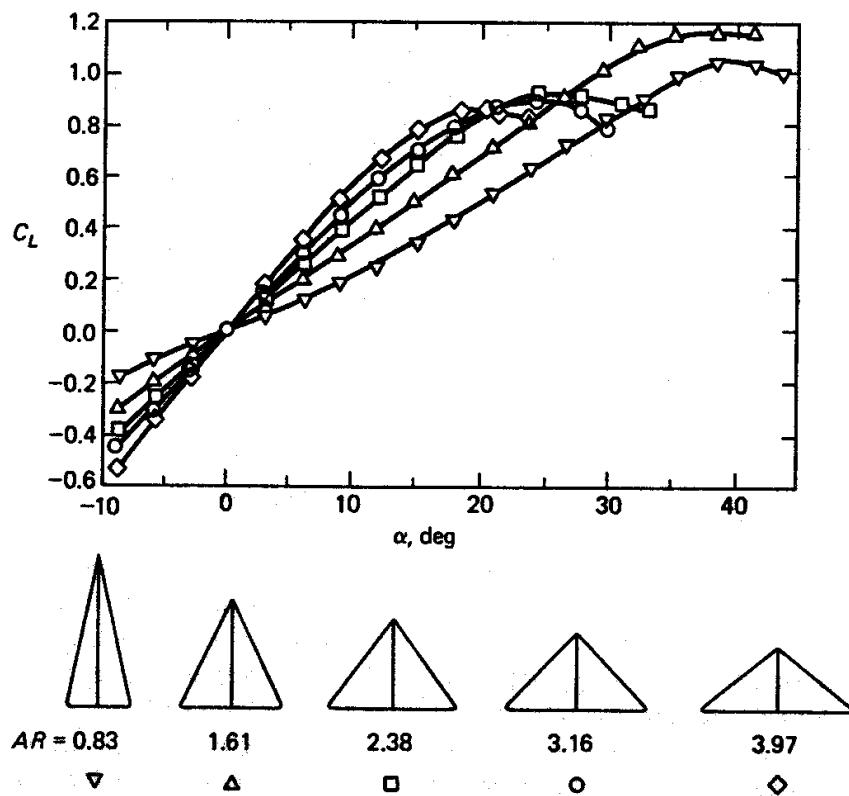
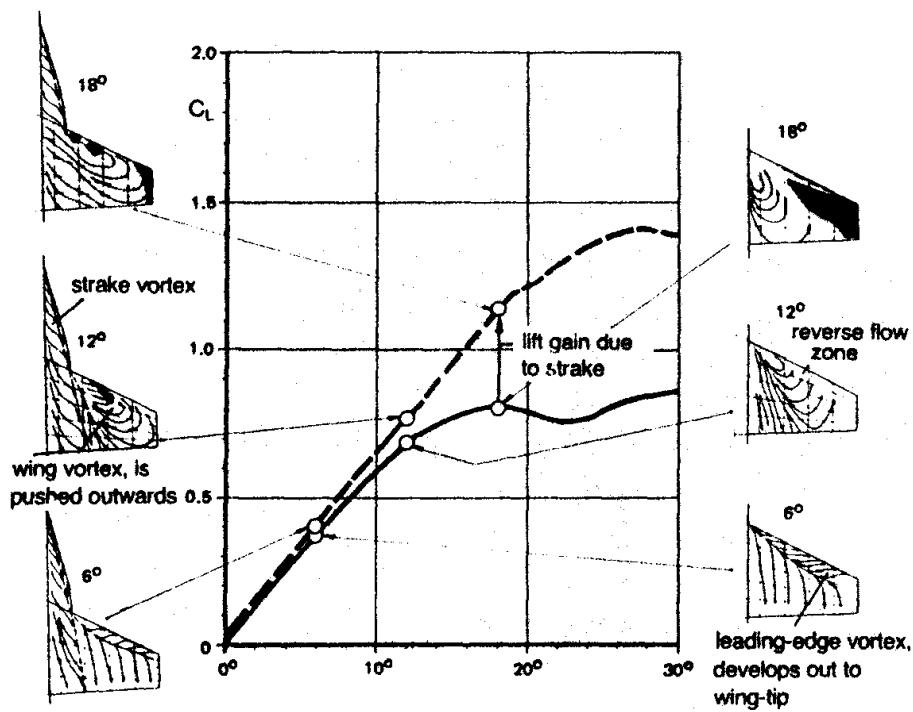
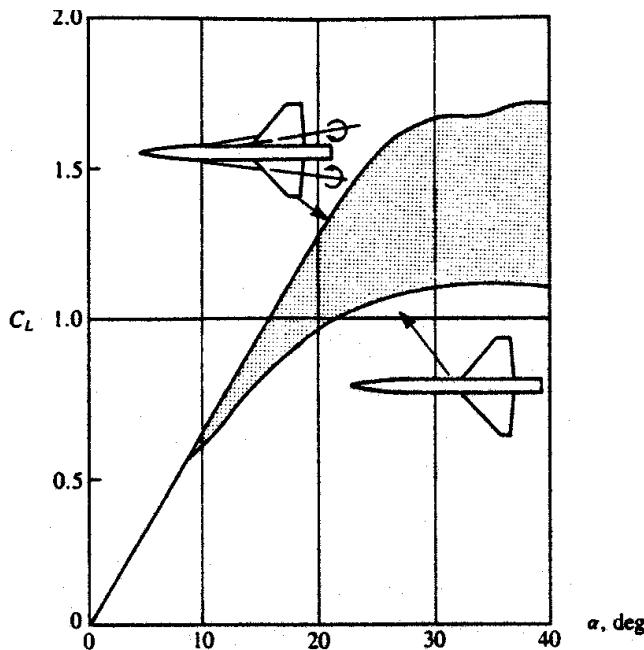


FIGURE 6-36 Lift coefficients for delta wings of various aspect ratios; $t = 0.12c$, $Re_c \approx 7 \times 10^5$, (data from Ref. 6.3).

En alas a las que se incorporan los “strakes”, hasta moderados ángulos de ataque no hay grandes cambios. Sin embargo a grandes valores de alfa, se produce flujo vorticoso y el coeficiente de sustentación no decae y su valor máximo se incrementa considerablemente.





Effect of strakes on the lift of a slender wing/body configuration. From Skow, A. M., Titiriga, A., and Moore, W. A., "Forebody/Wing Vortex Interactions and Their Influence on Departure and Spin Resistance," published by AGARD/NATO in CP 247 – High Angle of Attack Aerodynamics, 1978.



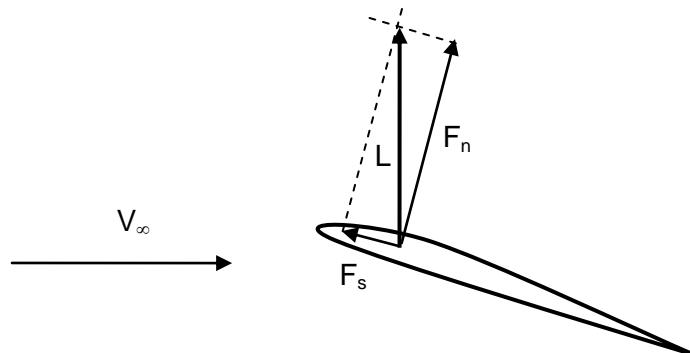
Estos dos efectos, la no linealidad y el incremento de sustentación respecto a un flujo adherido clásico, están asociados en forma directa al tipo de flujo vorticoso que se desarrolla sobre el extrados y en conjunto se conocen como efectos de “sustentación por vórtices” (“vortex lift” o “vortex induced lift”).

Si el ángulo de ataque continúa aumentando hasta valores muy grandes, indefectiblemente se produce lo que se denomina "vortex burst" (o "ruptura del vórtice"): el flujo transiciona de vórtices organizados a un flujo separado caótico.

Cuando esto sucede la sustentación decrece y la resistencia aumenta aún más. Este fenómeno es muy complejo y no es posible predecirlo con razonable aproximación de forma que no sea experimental.

Fuerza de succión de borde de ataque

En el caso de ala de alargamiento infinito con secciones típicas de perfil aerodinámico, la explicación de resistencia aerodinámica nula en flujo ideal (paradoja de D'Alembert) se basa en la existencia de una elevada succión en la zona de borde de ataque. La composición de la fuerza normal con una fuerza de succión de borde de ataque (axial), resultan en una sola fuerza, que es de sustentación, como se muestra y ya se vio previamente:



Esta fuerza está dada aproximadamente por: $F_s = L \tan \alpha \approx L \alpha$

Modelo de Polhamus para alas de bajo A

En 1966, Polhamus desarrolló un modelo semi-teórico del comportamiento de alas delta, aplicable también a alas de muy bajo alargamiento en general ($A < 2$).

En cuanto al perfil, es un modelo válido para alas con perfiles muy delgados ($t/c < 10\%$) y con borde de ataque agudo, de manera que se asegura que la formación de los vórtices de borde de ataque se produce exactamente en la línea de borde de ataque.

Cuando el borde de ataque es redondeado, los vórtices se forman a una cierta distancia del borde de ataque, sobre el extradós y no hay teorías sencillas para esta situación.

Polhamus desarrolla el siguiente resultado en cuanto a la sustentación:

$$C_L = K_p \sin \alpha \cos^2 \alpha + K_v \sin^2 \alpha \cos \alpha$$

Para bajos AOA: $C_L \propto K_p \alpha + K_v \alpha^2$

El primer término corresponde a la parte de flujo potencial adherido clásico (lineal con α) y el segundo corresponde al flujo vorticoso, que incrementa adicionalmente la sustentación, como se ha visto previamente.

Para alas deltas generalizadas cuya geometría en planta está dada por la siguiente configuración:

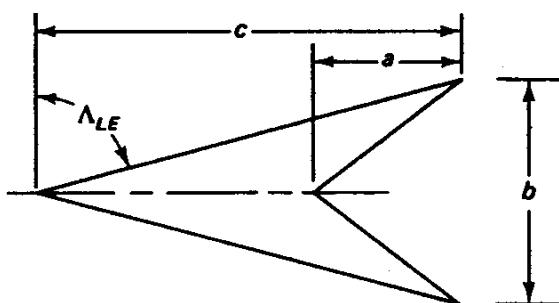


FIGURE 6-31 Sketch defining wing geometry nomenclature.

En la cual, alargamiento y flecha de borde de ataque están vinculados por la relación geométrica:

$$A = \frac{4}{\tan \Lambda_{LE}} \frac{1}{1 - \frac{a}{c}}$$

Los coeficientes K_p y K_v para perfiles de borde de ataque agudo, están dados por las siguientes curvas, en función del alargamiento y de la flecha de borde de ataque:

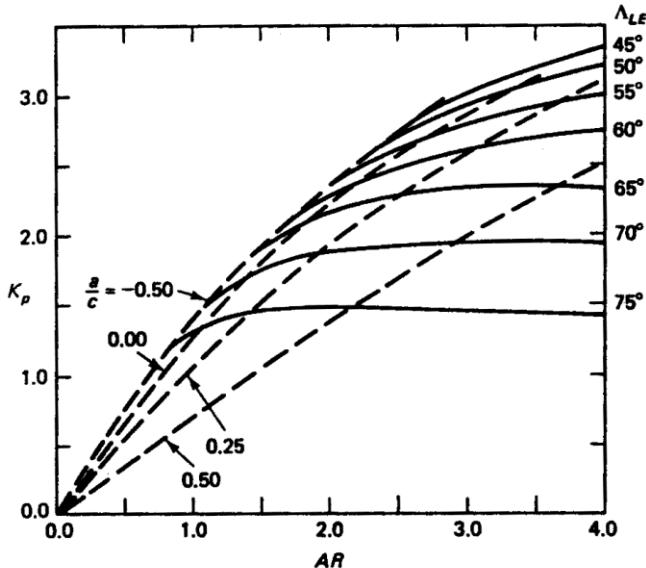


FIGURE 6-32 Variation of potential-flow lift constant with planform parameters (as taken from Ref. 6.17)

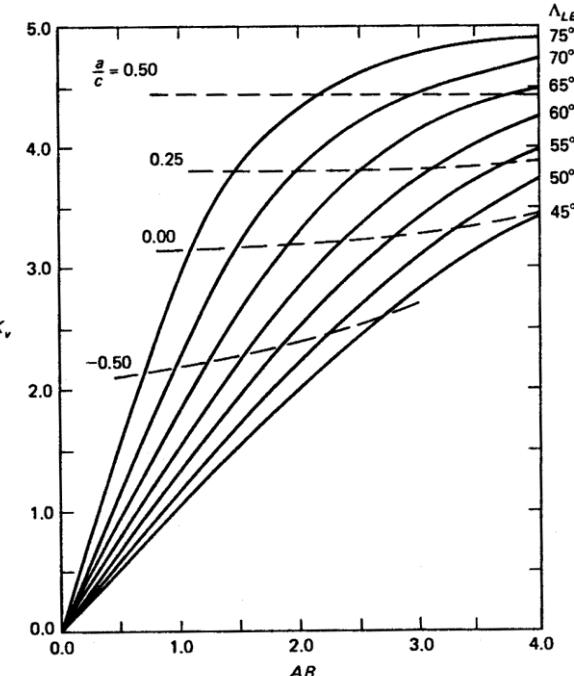
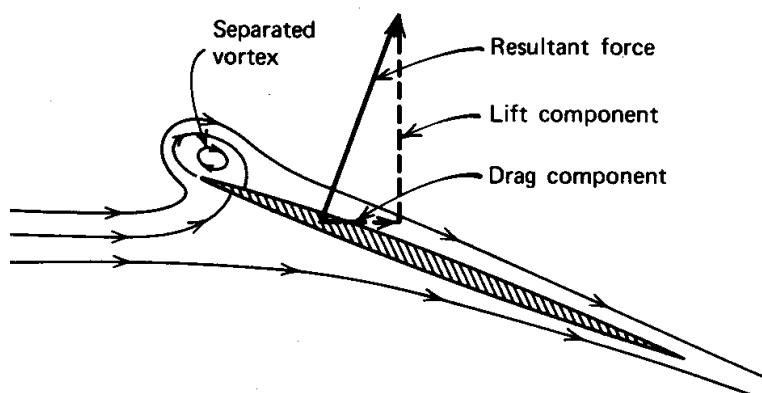


FIGURE 6-33 Variation of vortex-lift constant with planform parameters (as taken from Ref. 6.17).

En cuanto a la resistencia, según el modelo de Polhamus, la formación del vórtice en el borde de ataque del ala es equivalente a una separación de flujo clásica, desde el punto de vista que hace nula la fuerza de succión de borde de ataque.

De esta manera, la resistencia de origen no viscoso está dada aproximadamente por la magnitud de esta fuerza:

$$D_i = L \tan \alpha$$



Es decir:

$$\begin{aligned} C_D - C_{D0} &= C_L \tan \alpha \\ &= (K_p \sin \alpha \cos^2 \alpha + K_v \sin^2 \alpha \cos \alpha) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ &= K_p \sin^2 \alpha \cos \alpha + K_v \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

$$C_D = C_{D0} + K_p \sin^2 \alpha \cos \alpha + K_v \sin^3 \alpha$$

Para bajos AOA: $C_D \ll C_{D0} + K_p \alpha^2 + K_v \alpha^3$

Las figuras siguientes presentan resultados experimentales junto con la predicción de las fórmulas previas:

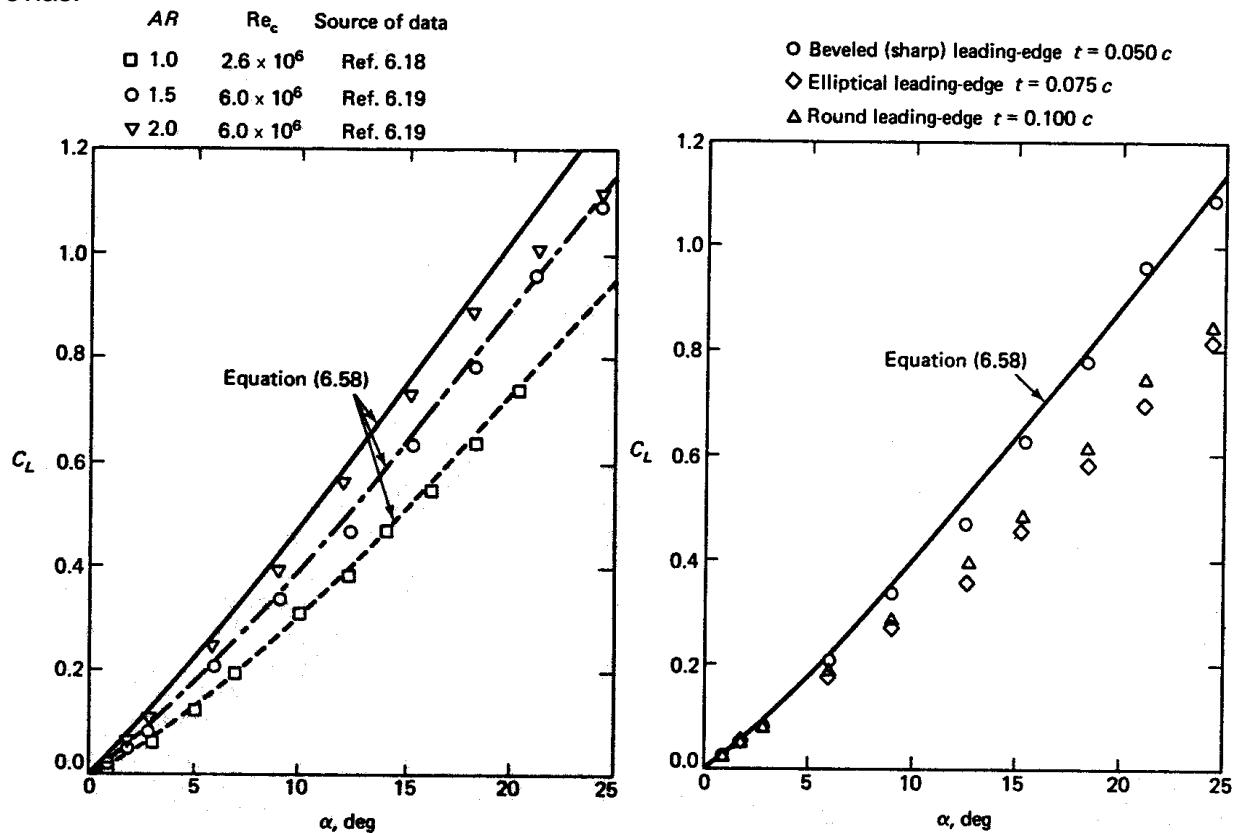
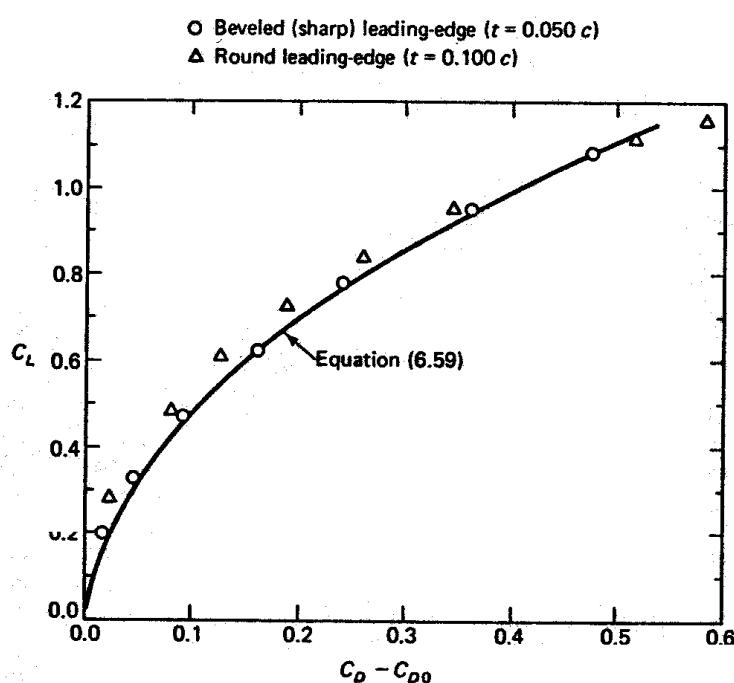


FIGURE 6-35 The effect of the leading-edge shape on the measured lift coefficient for thin, flat delta wings for which $AR = 1.5$, $Re_c = 6 \times 10^6$ (data from Ref. 6.19).

En la figura derecha se observa la influencia desfavorable de un radio de borde de ataque redondeado, en cuanto que reduce la sustentación.



Fenómeno de “rudder lock” y empleo de aletas dorsales

En condiciones de vuelo normales, no hay razones de estabilizar al avión con ángulo de deslizamiento, a excepción de la situación de aterrizaje con viento lateral, en la que se debe alinear al avión con la pista inmediatamente antes del toque a tierra.

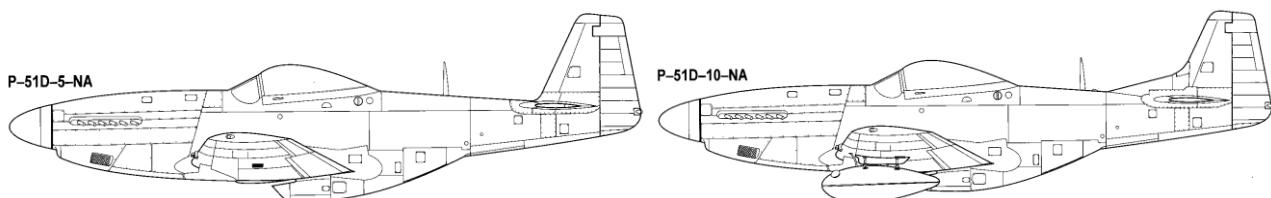
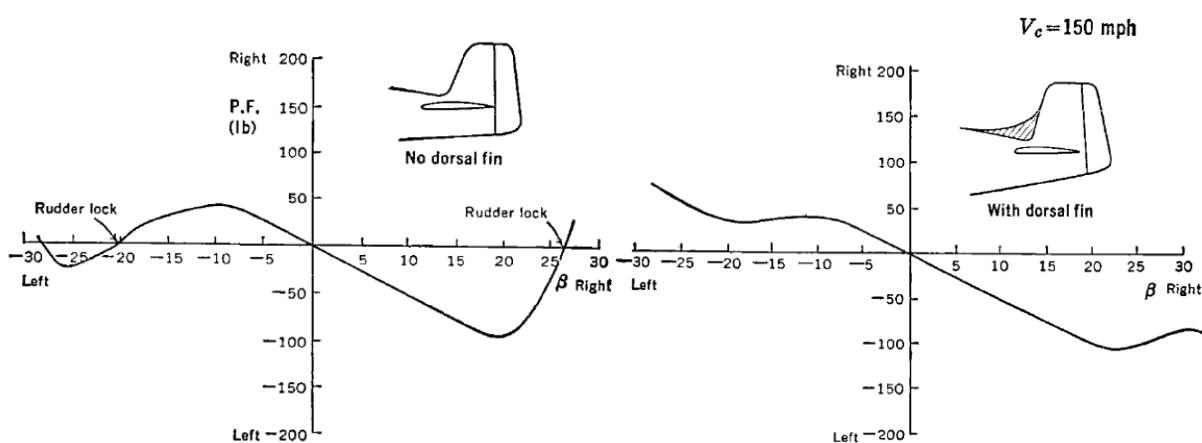
A un gran ángulo de deslizamiento, el empenaje puede entrar en pérdida y anularse la capacidad de estabilizar del mismo.

Las figuras siguientes muestran ensayos del avión P-51 Mustang, en dónde se muestra la fuerza en los pedales de timón, la cuál es proporcional al momento aerodinámico sobre el comando de dirección (momento de charnela).

En la figura izquierda se observa que la fuerza decrece al entrar en pérdida el empenaje y hay un punto en que se anula.

La figura derecha muestra el efecto de agregar una aleta dorsal (“dorsal fin”): se pospone la entrada en pérdida y el comando posee efectividad aún a gran β .

El efecto de la aleta dorsal es análogo al de un “strake”: en base a “vortex lift”



AERODINÁMICA DE CUERPOS FUSEADOS

CONCEPTOS INTRODUCTORIOS

Mientras que la función del ala es la generación de sustentación, la función directa del fuselaje es utilitaria: proveer el volumen para la carga útil. Las acciones aerodinámicas de un fuselaje o un cuerpo fuselado pueden ser sintetizadas como sigue:

- La sustentación producida por un fuselaje o un cuerpo fuselado es muy baja y de forma preliminar se la desprecia comparada a la del ala. Lo que efectivamente debe tenerse en cuenta es la influencia que produce el fuselaje sobre las fuerzas del ala.
- La resistencia aerodinámica que genera un cuerpo fuselado es significativa y se cubre en el capítulo correspondiente.
- El fuselaje es la principal fuente de momentos de carácter inestabilizante: un momento de cabeceo función del ángulo de ataque α y un momento de guiñada función del ángulo de deslizamiento β .

A continuación se presentan las curvas de C_L , C_D y C_M resultado de mediciones en túnel de viento, de un cuerpo fuselado aislado y las correspondientes a la combinación cuerpo + ala. Se trata de curvas en función de α a β nulo (En ambos casos, los coeficientes están basados en la superficie y CAM del ala, por ende son comparables).

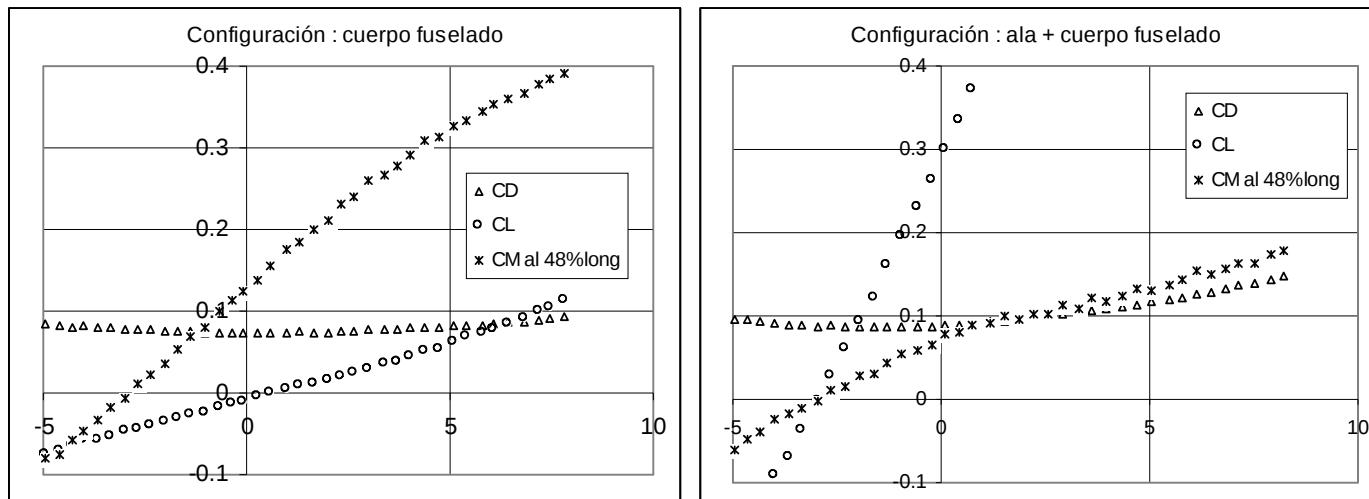
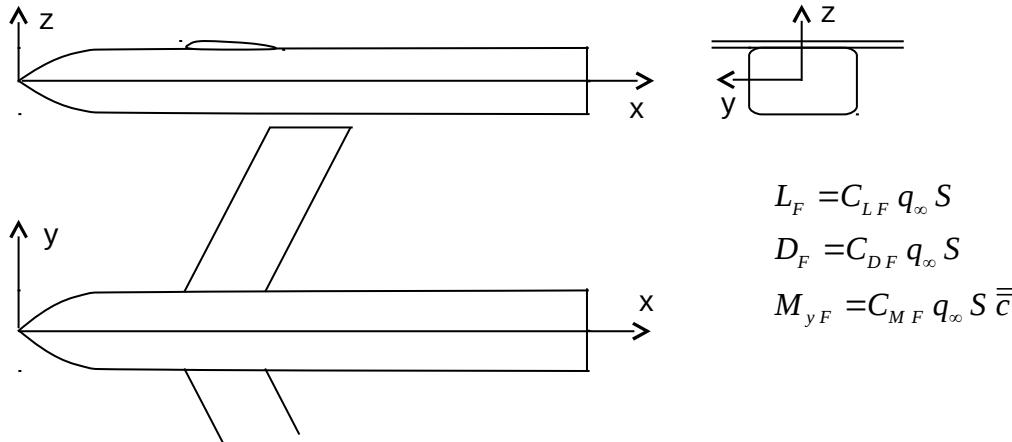


Figura 1: Resultados experimentales para fuselaje y configuración ala-fuselaje



$$L_F = C_{L_F} q_\infty S$$

$$D_F = C_{D_F} q_\infty S$$

$$M_{yF} = C_{M_F} q_\infty S \bar{c}$$

Observaciones relevantes son:

- La fineza del fuselaje solo es de orden de magnitud unitaria.
- El momento de cabeceo del fuselaje solo es de carácter inestable.
- La adición de ala: aumenta la resistencia comparativamente poco, aumenta radicalmente la sustentación y disminuye el carácter inestable del momento de cabeceo.

En la figura siguiente se presentan las curvas de C_L , C_D y C_M resultado de mediciones en túnel de viento, de un cuerpo de revolución. Los coeficientes en éste caso están basados en el volumen de cuerpo, para sus respectivas definiciones, lo cual es inusual.

Observaciones relevantes son:

- La fineza es de orden de magnitud unitaria.
- El momento de cabeceo es de carácter inestable.

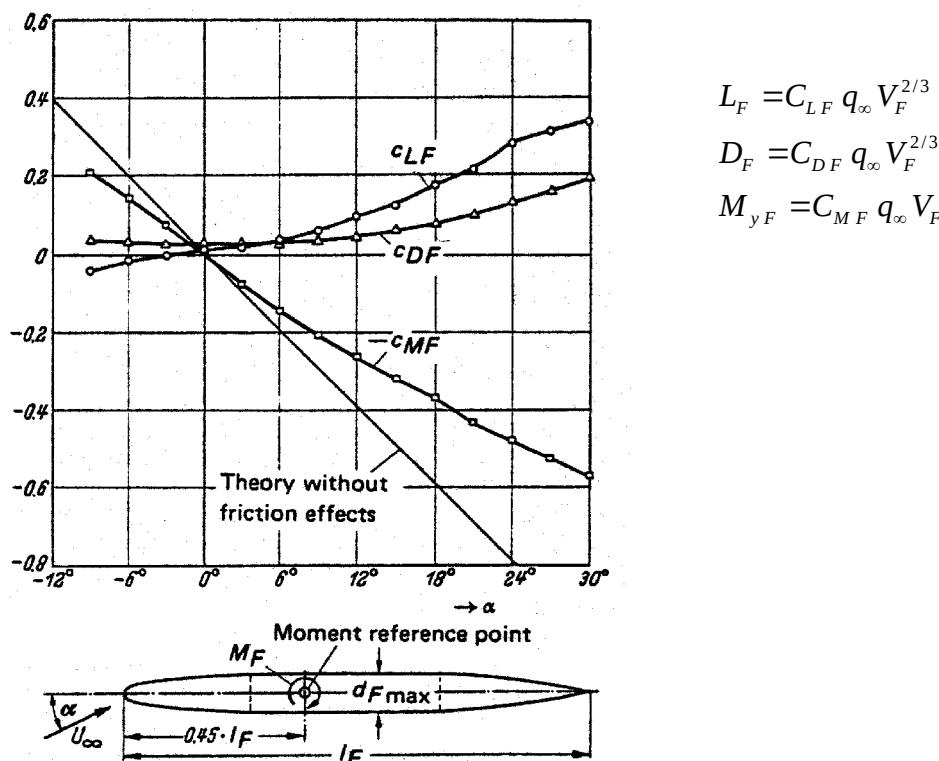


Figura 2: Resultados experimentales para cuerpo de revolución ($Re_l = 3 \cdot 10^6$) y definición no estándar de los coeficientes

Los efectos aerodinámicos más importante de fuselaje son entonces:

- una resistencia parásita (es decir, no ligada a la generación de sustentación.)
- un momento de cabeceo inestabilizante, función del ángulo de ataque α .
- un momento de guiñada inestabilizante, cuando se produce un ángulo de deslizamiento β

La obtención teórica precisa de los momentos aerodinámicos para un fuselaje arbitrario puede ser difícil, dependiendo de la forma del fuselaje.

Por ejemplo, fuselajes de formas quebradas e irregulares generan efectos de flujo real (zonas de flujo desprendido y/o desprendimiento de vórtices) que sólo pueden ser evaluados en forma experimental, mediante ensayos en túnel de viento.

En cambio, fuselajes de formas relativamente suaves y progresivas pueden ser estudiados satisfactoriamente a nivel aproximado por una teoría de flujo potencial a la que se agregan correcciones semi-empíricas, a fin de proveer estimaciones de los momentos aerodinámicos.

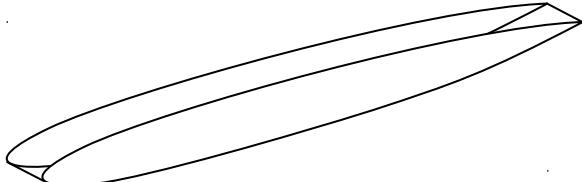
Para lo que sigue, se asume que el fuselaje genérico es una forma alargada, en la cual una dimensión (longitud) es bastante mayor que las otras (altura y ancho). Las secciones transversales de este fuselaje genérico en el plano de simetría y en un plano horizontal perpendicular al de simetría tienen formas de bordes redondeados.

El principal parámetro geométrico del fuselaje es la *relación de esbeltez*, definida como la relación entre su longitud y un diámetro medio.

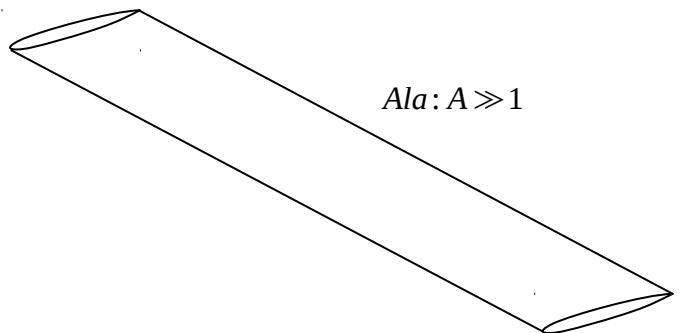
SUSTENTACIÓN DE UN CUERPO FUSELADO

A los efectos de estimar la sustentación producida por un cuerpo fuselado, en el caso más optimista en el sentido de sobre-estimarla, se lo puede asumir como una superficie sustentadora de alargamiento extremadamente bajo, inferior a 1, en la cual la cuerda raíz corresponde a la longitud del cuerpo y la envergadura corresponde a su ancho máximo.

La siguiente relación $\frac{b_{F\max}}{l_F}$ se convertiría, aproximadamente, en el “alargamiento” del cuerpo fuselado :



Cuerpo fuselado : $A < 1$



Ala : $A \gg 1$

La sustentación de un cuerpo fuselado se puede estimar empleando la pendiente de sustentación de alas de muy bajo alargamiento:

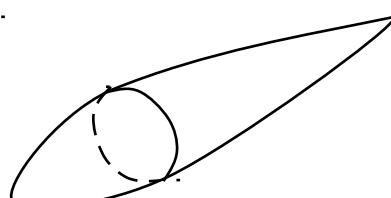
$$\begin{aligned} L_F &= C_{L\alpha} \alpha q_\infty S_{planta} \\ &= \frac{\pi}{2} A_F \alpha q_\infty S_{planta} \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{b_{F\max}^2}{S_{planta}} \alpha q_\infty S_{planta} \\ &= \frac{\pi}{2} q_\infty b_{F\max}^2 \alpha \end{aligned}$$

Es usual que un cuerpo fuselado tenga redondeada su sección transversal, en vista a reducir la resistencia aerodinámica. En cuanto a la generación de sustentación, una sección transversal redondeada contribuye a atenuar la diferencia de presiones entre la parte superior e inferior y por consiguiente reduce la sustentación producida.

En este caso, se considera que la reducción es del orden de la mitad del valor dado por la expresión anterior.

$$L_F = k \frac{\pi}{2} q_\infty b_{F\max}^2 \alpha \quad (18)$$

- | | |
|-----------|------------------------------------|
| $k = 1$ | para formas de sección rectangular |
| $k = 0.5$ | para formas de sección redondeada. |



Es importante evaluar la relación entre la sustentación del fuselaje comparativamente a la generada por el ala.

Consideremos entonces una combinación ala-fuselaje y planteemos la sustentación total:

$$\begin{aligned}
 L &= L_w + L_F \\
 &= C_{L\alpha} \alpha q_\infty b \bar{c} + k \frac{\pi}{2} q_\infty b_{F\max}^2 \alpha \\
 &= C_{L\alpha} \alpha q_\infty b \bar{c} \left(1 + k \frac{\pi}{2} \frac{1}{C_{L\alpha}} \frac{b_{F\max}}{\bar{c}} \frac{b_{F\max}}{b} \right)
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\frac{L_F}{L_w} = k \frac{\pi}{2} \frac{1}{C_{L\alpha}} \frac{b_{F\max}}{\bar{c}} \frac{b_{F\max}}{b}$$

Esta relación permite entender que la sustentación del fuselaje, en principio, es despreciable frente a la del ala, en razón de que:

- La pendiente de sustentación $C_{L\alpha}$ de ala es, al menos, un valor alrededor de 4, o superior
- La relación $\frac{b_{F\max}}{\bar{c}}$ es de orden 1 (o algo menor)
- La relación $\frac{b_{F\max}}{b}$ es un valor pequeño, típicamente 0.15 como máximo.

Con estos valores, la relación es alrededor de $\frac{L_F}{L_w} \approx 3\%$

MOMENTOS DE CABECEO Y DE GUIÑADA DE UN CUERPO FUSELADO

MÉTODO DE MUNK-MULTHOPP DE ESTIMACIÓN DE MOMENTOS (FLUJO POTENCIAL)

Asumiendo que un cuerpo fuselado sumergido en un flujo potencial (no viscoso e irrotacional) no genera sustentación, la teoría del flujo potencial predice que la resistencia aerodinámica es nula: no existen fuerzas viscosas y la distribución de presiones no genera fuerza neta. En cambio, los momentos de cabeceo y/o guiñada no necesariamente son nulos: una distribución ideal de sustentación sobre el fuselaje produce resultante nula pero genera un momento diferente de cero. Aunque la distribución ideal de presiones genere una fuerza resultante nula, da origen en cambio a un momento libre, es decir sin punto de aplicación, y que puede explicarse conceptualmente con la figura siguiente:

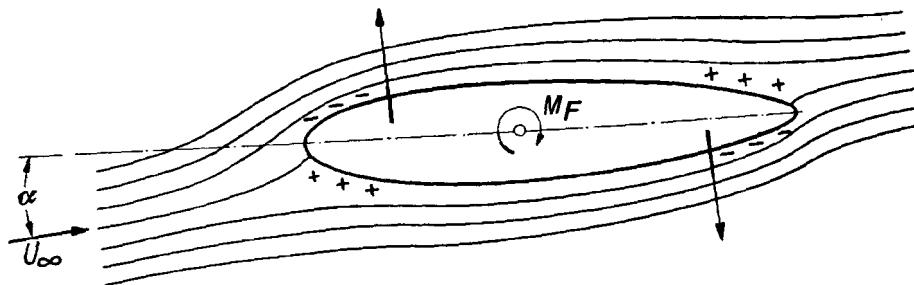


Figura 3: Cuerpo fuselado en flujo ideal

La teoría de la cuál surgen las fórmulas siguientes corresponde inicialmente a Max Munk (Alemania, USA), en la década del 20, para su aplicación a dirigibles, y desarrollada luego por Multhopp (Alemania), durante la segunda guerra mundial, para aplicarla a aviones. La teoría de Munk y de Multhopp está basada en modelar el fuselaje con una distribución de dobletes. Los detalles del desarrollo se encuentran en la referencia de Schlichting-Truckenbrodt.

Momento de cabeceo

Fuselaje de eje recto sin presencia del ala

La teoría de Munk y Multhopp condujo a la siguiente fórmula de estimación del momento libre de cabeceo de un fuselaje de eje recto en flujo no viscoso:

$$M_F = \frac{\pi}{2} k q_\infty \alpha \int_0^{l_F} b_{F(x)}^2 dx \quad (1)$$

donde $b_{F(x)}$ es la distribución del ancho local del fuselaje.

k es un factor de origen teórico, determinado por Munk, función de las relaciones ancho máximo a longitud $b_{F\max} / l_F$ y altura máxima a ancho máximo $h_{F\max} / b_{F\max}$, y está dado más adelante.

$$\delta_F = \frac{b_{F\max}}{l_F} : \text{relación de ancho de fuselaje} \quad (2)$$

$$\lambda_F = \frac{h_{F\max}}{b_{F\max}} : \text{relación de la sección transversal del fuselaje} \quad (3)$$

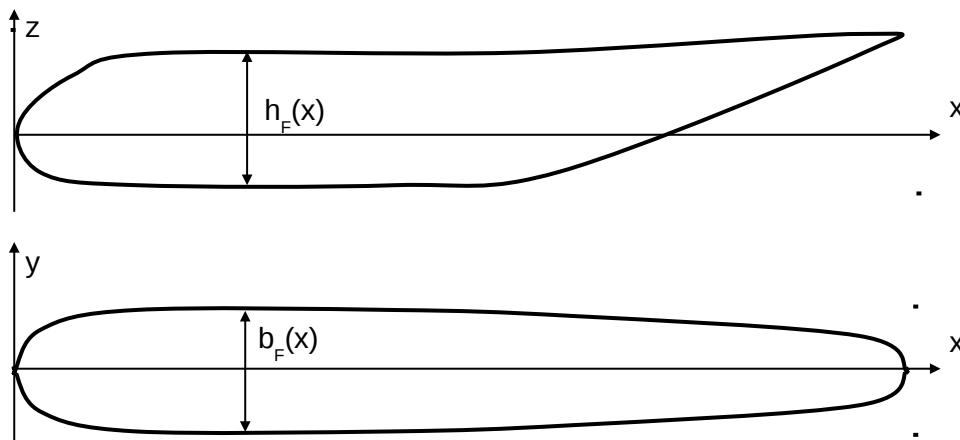


Figura 4: Fuselaje genérico

Cuando la sección es circular, el cuerpo es de simetría de revolución y el ancho b_F es el diámetro de la sección. La integral de la fórmula anterior conduce al volumen del cuerpo.

Resulta entonces :

$$M_F = 2 k q_\infty V_F \alpha \quad (4)$$

Factor de Munk:

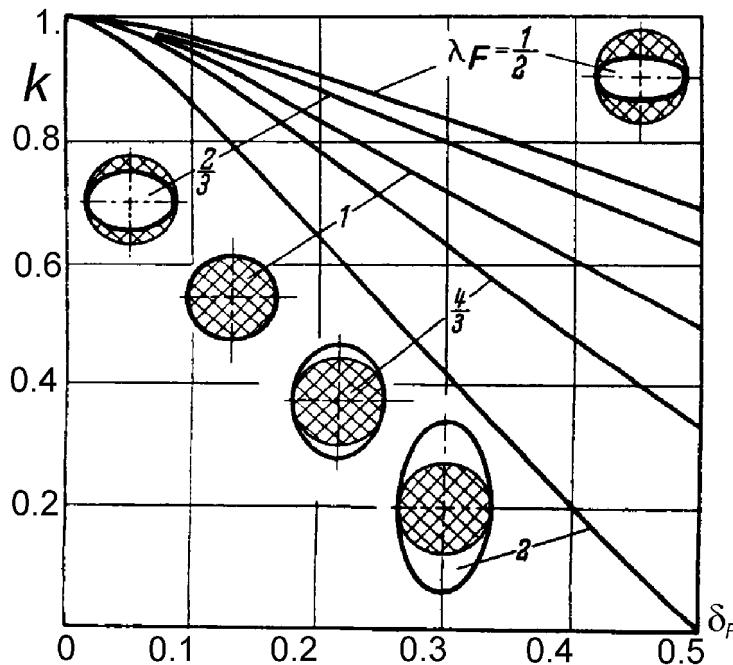


Figura 5: Valor de k en función de los parámetros geométricos δ y λ

Las formas de elipsoide, paraboloide, cono y cono truncado son muy útiles para aproximar total o parcialmente el volumen de algunos fuselajes simplificados.

Las fórmulas son:

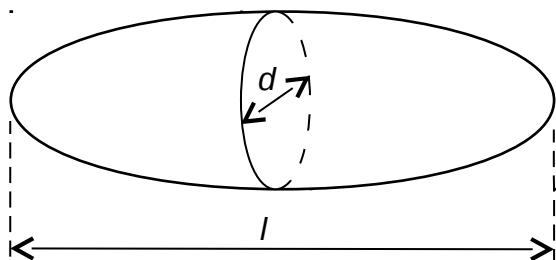
$$\text{Elipsoide de revolución: } V_F = \frac{2}{3} l S_{\max} \quad (5)$$

$$\text{Paraboloide de revolución: } V_F = \frac{8}{15} l S_{\max} \quad (6)$$

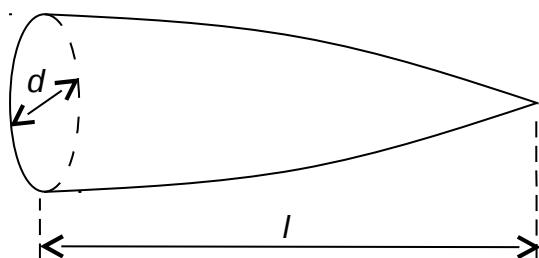
$$\text{Cono: } V_F = \frac{1}{3} l S_{\max} \quad (7)$$

$$\text{Cono truncado: } V_F = \frac{1}{3} l \pi (R^2 + r^2 + Rr) \quad (7')$$

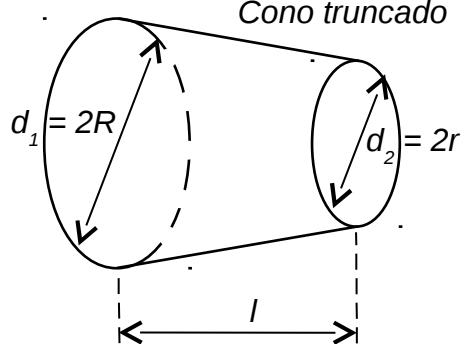
Elipsoide de revolución



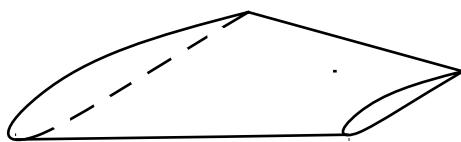
Paraboloide de revolución



Cono truncado



Cilindro perfilado



Cuando el fuselaje está en presencia del ala o cuando posee un eje que no es rectilíneo (caso frecuente en aviones de transporte, que poseen el tramo posterior del fuselaje inclinado hacia arriba, con una posible rampa trasera) se introduce un concepto de ángulo de ataque local $\alpha_{(x)}$ variable a lo largo de la longitud del cuerpo.

La expresión general del momento de cabeceo para estos casos es:

$$M_F = \frac{\pi}{2} k q_\infty \int_0^{l_F} \alpha_{(x)} b_{F(x)}^2 dx \quad (8)$$

Vemos a continuación estas dos situaciones.

Fuselaje en presencia del ala

La presencia del ala produce incrementos locales de ángulo de ataque por delante de ella (efecto de up-wash) y reducciones locales por detrás (efecto de down-wash):

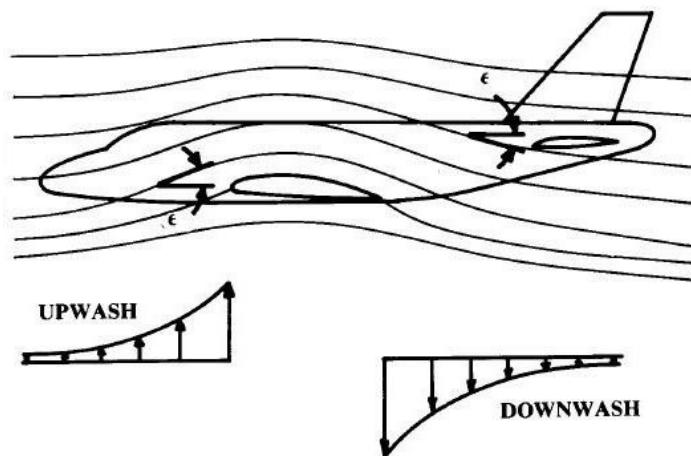


Figura 6: Efecto del ala sobre el fuselaje

En el tramo donde se encuentra el ala (longitud de la cuerda raíz aproximadamente) se asume que el flujo sobre el fuselaje está aproximadamente rectificado por la presencia de aquella.

Se introduce el concepto de ángulo de ataque local $\alpha_{(x)}$, sumando el ángulo de upwash/downwash al ángulo de ataque del eje del fuselaje:

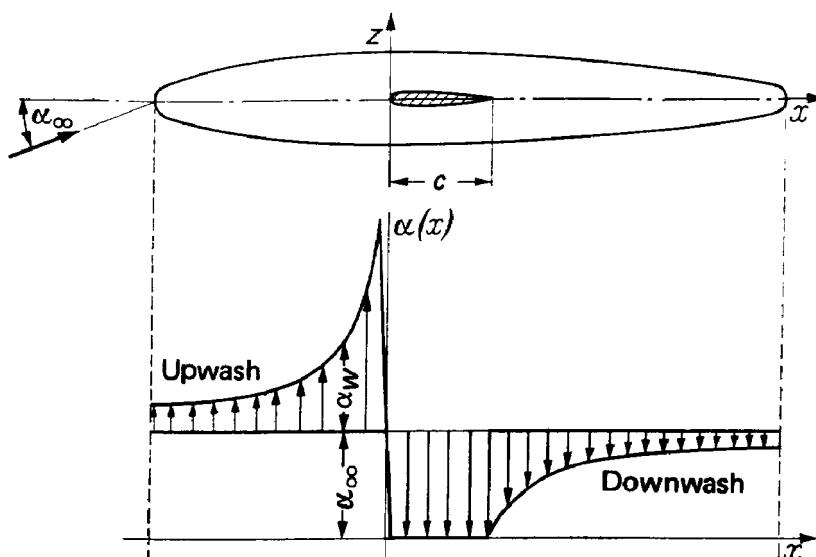
$$\alpha_{(x)} = \alpha_{\infty} + \alpha_w(x) \quad (9)$$

$\alpha_{(x)} > \alpha_{\infty}$ por delante del ala debido al up-wash $\alpha_w > 0$

$\alpha_{(x)} < \alpha_{\infty}$ por detrás del ala debido al down-wash $\alpha_w < 0$

$\alpha_{(x)} \approx 0$ sobre el tramo de implante del ala en el fuselaje, donde se asume un flujo local aproximadamente alineado con el eje del fuselaje.

El momento se plantea entonces como: $M_F = \frac{\pi}{2} k q_{\infty} \int_0^{l_F} \alpha_{(x)} b_{F(x)}^2 dx$ (10)



El ángulo de “upwash” o “downwash” α_w en una estación x es directamente proporcional al coeficiente de sustentación del ala, es decir es proporcional al ángulo de ataque aerodinámico del ala, de manera que se expresa:

$$\alpha_w = \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} (\alpha_\infty + \alpha_c - \alpha_{L0w}) \quad (11)$$

En dónde α_c es el ángulo de calaje del ala respecto el eje de referencia del fuselaje y α_{L0w} es el ángulo de sustentación nula del ala.

El coeficiente de proporcionalidad $\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty}$ es una función no lineal de la posición x a lo largo del eje del fuselaje. Una forma simplificada de cálculo la constituye la fórmula de *Lawrence y Flax*, la cual es el resultado teórico de upwash/downwash de una ala con distribución de sustentación elíptica, con el alargamiento A como único parámetro:

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} = -\frac{\sqrt{\left(\frac{A}{4}\right)^2 + X^2 + X}}{X \left(\sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + 1} + 1 \right)} \quad (12)$$

dónde $X = \frac{x}{c_r}$ y el origen x = 0 está ubicado al 25% de la cuerda raíz del ala.

Introduciendo la ecuación (11) en la ecuación (9) y reordenando, se obtiene la siguiente expresión del ángulo de ataque local es:

$$\alpha_{(x)} = \alpha_\infty \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} \right) + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} (\alpha_c - \alpha_{L0w}) \quad (13)$$

Observe que, además de ser función de x (implícito en la derivativa del downwash), tiene un término que es proporcional al ángulo de ataque del eje del fuselaje y otro término independiente de él.

Introduciendo ésta expresión en la (10) y separando la parte proporcional al ángulo de ataque de la parte constante, queda:

$$M_F = \frac{\pi}{2} k q_\infty \alpha_\infty \int_0^{l_F} \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} \right) b_{F(x)}^2 dx + \frac{\pi}{2} k q_\infty (\alpha_c - \alpha_{L0w}) \int_0^{l_F} \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} b_{F(x)}^2 dx \quad (14)$$

La fórmula anterior expresa entonces el momento de cabeceo del fuselaje con influencia del ala como:

$$M_F = q_\infty (C_1 \alpha_\infty + C_0) \quad (14')$$

Dónde C_0 y C_1 son constantes con dimensiones de volumen: $[C_0] = m^3$ $[C_1] = m^3 / rad$

$$C_1 = \frac{\pi}{2} k \int_0^{l_F} \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} \right) b_{F(x)}^2 dx \quad (15)$$

$$C_0 = \frac{\pi}{2} k (\alpha_c - \alpha_{L0w}) \int_0^{l_F} \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha_\infty} b_{F(x)}^2 dx \quad (16)$$

En la práctica, estas integrales se obtienen de manera numérica, discretizando el fuselaje en una determinada cantidad de intervalos.

Efectos de un eje no rectilíneo

Como se comentó, un fuselaje cuyo eje no es rectilíneo, asumiéndolo sin presencia del ala, puede ser visto como con ángulo de ataque local variable.

Si $z_m(x)$ es la curva que describe la línea media del fuselaje, al ángulo de ataque del eje del fuselaje se le suma el cambio de ángulo local por el eje que no es recto:

$$\Delta\alpha(x) = -\text{arc tan} \frac{dz_m}{dx} \quad (17)$$

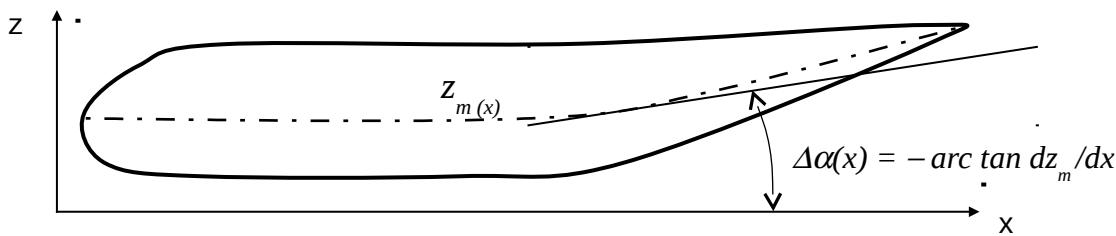


Figura 7: Fuselaje con un eje no recto

Este efecto simplemente se suma al efecto de la presencia del ala, de manera que el ángulo de ataque local en una sección de fuselaje queda dado por :

$$\alpha_{(x)} = \alpha_\infty + \alpha_{w(x)} - \text{arc tan} \frac{dz_m}{dx} \quad (18)$$

Momento de guiñada

En cuanto al momento de guiñada del fuselaje, en principio la presencia del ala no influye sobre el mismo y además el eje del fuselaje en planta es recto (fuselaje simétrico), de manera que N_F se calcula directamente mediante la expresión equivalente a la (1):

$$N_F = -\frac{\pi}{2} k' q_\infty \beta \int_0^{l_F} h_{F(x)}^2 dx \quad (1')$$

Donde k' es el mismo factor de Munk de antes, con la diferencia que para su cálculo se entra con:

$$\delta'_F = \frac{h_{F \max}}{l_F} : \text{relación de altura de fuselaje} \quad (2')$$

$$\lambda'_F = \frac{b_{F \max}}{h_{F \max}} : \text{relación de la sección transversal del fuselaje} \quad (3')$$

De manera análoga a cabeceo, cuando el cuerpo es de simetría de revolución, la altura h_F es el diámetro de la sección. La integral de la fórmula anterior conduce al volumen del cuerpo y la expresión se reduce a:

$$N_F = -2 k' q_\infty V_F \beta \quad (4')$$

CORRECCIÓN AL MOMENTO DE CABECEO DE FLUJO IDEAL POR SUSTENTACIÓN DEL FUSELAJE

Experimentalmente se ha determinado que la resultante de la sustentación del fuselaje está ubicada en la mitad trasera, entre el 60% y el 80% de la longitud del fuselaje.

$$x_{CP} = 0.6 \text{ a } 0.8 l_F \quad (20)$$

Esto último plantea entonces una modificación a la fórmula vista previamente del momento de cabeceo de fuselaje, que suponía un cuerpo no sustentador.

La corrección que debe agregarse al momento de cabeceo está dada por:

$$\Delta M_F = -L_F(x_{CP} - x_{ref}) = -k \frac{\pi}{2} q_\infty b_{Fmax}^2 \alpha (x_{CP} - x_{ref}) \quad (21)$$

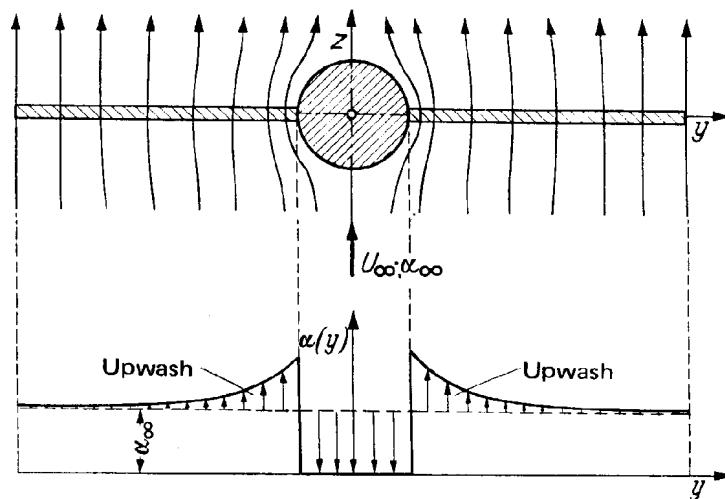
EFFECTOS DEL FUSELAJE SOBRE EL ALA

El principal efecto del fuselaje sobre el ala en flujo simétrico ($\beta = 0$) es reducir la sustentación sobre la parte de ala físicamente inexistente, que se encuentra virtualmente en el interior del fuselaje.

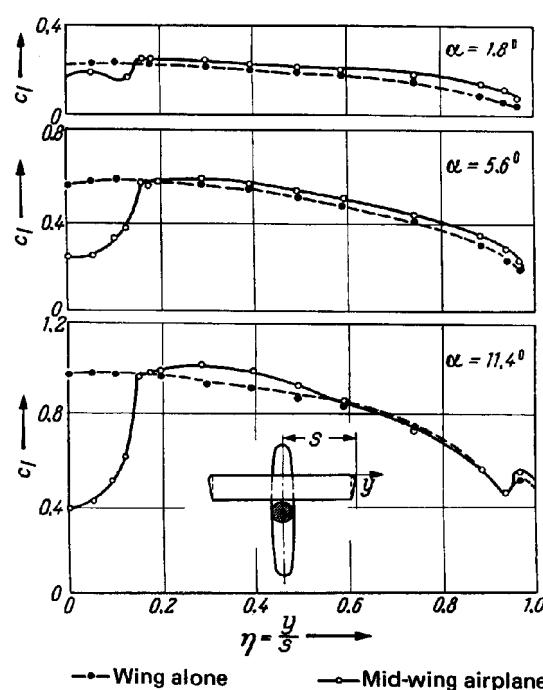
Sin embargo, en las zonas raíz del ala, próximas al fuselaje, se produce por efectos del flujo lateral sobre el ancho del cuerpo un incremento de ángulo de ataque local, que compensa parcialmente la disminución de sustentación del ala.

La figura siguiente explica éste efecto: cuando el fuselaje está con ángulo de ataque α , la componente transversal del flujo sufre sobre-velocidades a causa de la presencia del cuerpo.

Estas sobre-velocidades en el flujo transversal (plano $y-z$ del avión) son análogas a un efecto de "up-wash" y generan un aumento del ángulo de ataque local.

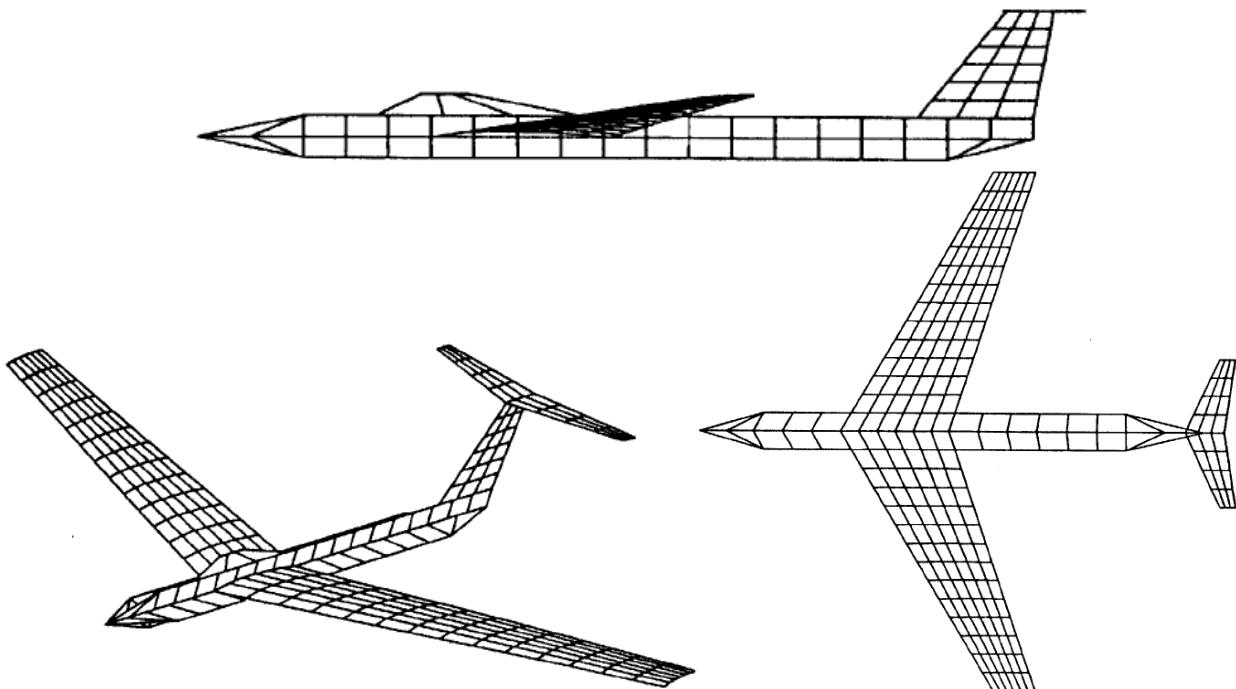


La figura siguiente presenta resultados experimentales de la distribución de C_l local para un ala rectangular, en los casos aislada y en presencia del fuselaje, para 3 ángulos de ataque. Esta distribución es equivalente a distribución de sustentación pues la cuerda es constante.



Una forma sencilla y efectiva de tener en cuenta la influencia del fuselaje, aún con ángulo de deslizamiento, es modelarlo en planta y en perfil como una superficie sustentadora plana, mediante el método de red de vórtices, según el siguiente procedimiento:

Debe modelarse el ala completa, incluyendo la parte correspondiente al interior del fuselaje, y simultáneamente modelar el fuselaje como una superficie sustentadora plana coincidente con la forma en planta del mismo. Se hace el análisis de ambas superficies.



En la práctica de aerodinámica y a nivel de estimación de la sustentación total, se puede asumir que la parte de la sustentación del ala aislada que ésta no genera en la ubicación del fuselaje, es compensada aproximadamente con la sustentación propia del fuselaje en conjunto. Por lo tanto se asume que para una combinación ala-fuselaje, el C_L es aproximadamente el correspondiente al de ala aislada.

AERODINÁMICA DE LOS EMPENAJES

Ref.1: Aerodynamics of the Airplane. Schlichting & Truckenbrodt. 1979

Ref.2: Methods for Estimating Stability. J. Roskam. 1971

Ref.3: Aircraft Design, Raymer, 1999.

DESCRIPCIÓN Y FUNCIONES DE LOS EMPENAJES DEL AVIÓN

Las funciones generales de los empenajes, sean horizontal o vertical, son:

- **estabilización y equilibrado:** equilibran al avión en una condición de vuelo determinada y en forma naturalmente estable, es decir que sin acción del piloto el avión mantiene esa condición de vuelo. Esta función de estabilización y equilibrado es realizada por el conjunto completo de cada empenaje.
- **control:** permiten cambiar a voluntad del piloto de una condición de vuelo estabilizada a otra diferente. Esta función de control es realizada por las partes móviles de los empenajes.

El **empenaje horizontal** en una configuración geométrica fija, estabiliza naturalmente el vuelo del avión a un cierto ángulo de ataque. Cambiando la geometría, permite cambiar la condición de vuelo, de un estado estable a otro, o generar un movimiento de cabeceo (situación dinámica).

El empenaje horizontal (EH) está compuesto generalmente por una parte fija: **estabilizador** (*stabilizer*), y una parte móvil: **timón de profundidad o elevador**, (*elevator*). Es muy frecuente también el empenaje horizontal todo móvil (*stabilator, slab type tail o all-flying-tail*).

El **empenaje vertical**, por una parte, estabiliza naturalmente al avión en vuelo simétrico, sin deslizamiento. Por otra parte, la deflexión del timón de dirección, permite introducir un momento de guiñada con el cual pasar a un vuelo asimétrico estabilizado, con ángulo de deslizamiento, o generar un movimiento de guiñada (situación dinámica).

También permite coordinar una maniobra compleja que combine guiñada y roldo.

El empenaje vertical (EV) normalmente está compuesto por una parte fija: **deriva** (*fin*), y una parte móvil: **timón de dirección** (o timón, a secas), (*rudder*). En algunos pocos aviones se emplea un empenaje vertical todo móvil.

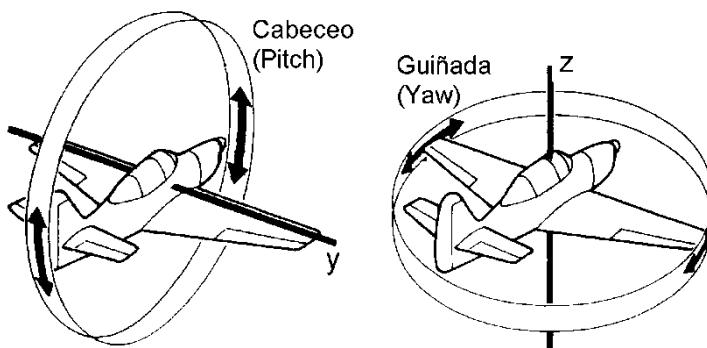


Figura 1: Movimientos generados y controlados por los empenajes

Los parámetros geométricos más importantes de los empenajes, son los siguientes:

Superficie del EH: S_H

Superficie del EV: S_V

Brazo del EH: distancia del centro aerodinámico geométrico del EH al centro aerodinámico geométrico del ala, x_{HN}

Brazo del EV: distancia del centro aerodinámico geométrico del EV (25% de la CAM del EV) al centro aerodinámico geométrico del ala, x_{VN}

Para tener idea de las magnitudes usuales de esos valores, para los aviones convencionales, una breve estadística muestra:

	$S_H/S^{(1)}$	x_{HN}/CAM	$S_V/S^{(2)}$	x_{VN}/b
rango usual	0.15 a 0.25	2 a 3	0.1 a 0.2	0.25 a 0.5

⁽¹⁾ S_H debe incluir la prolongación interior a fuselaje (análogo a la definición de S alar).

⁽²⁾ S_V debe incluir la prolongación hasta el eje longitudinal de fuselaje.

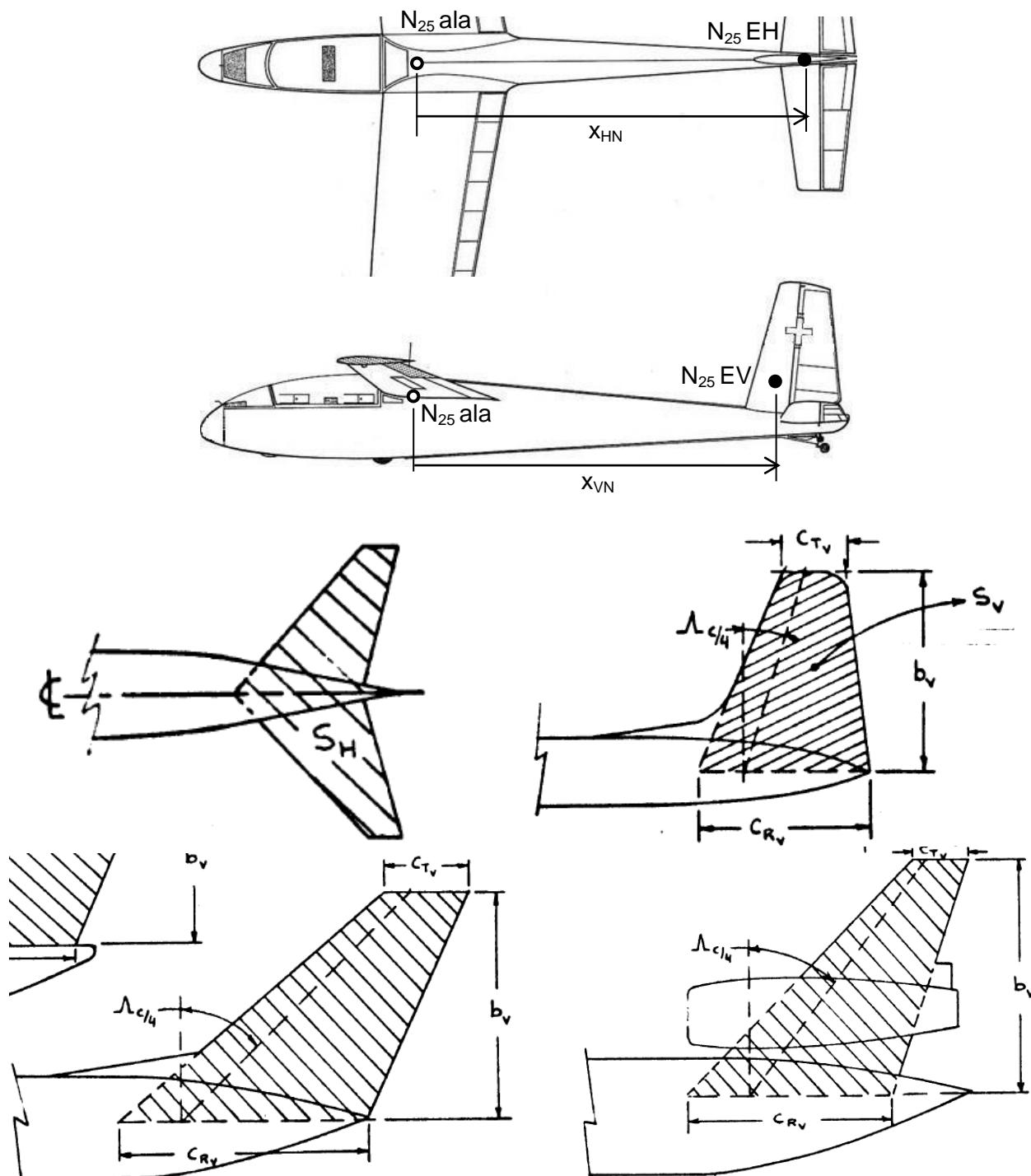


Figura 2: Definiciones geométricas de los empenajes convencionales

Se definen para el empenaje horizontal y vertical sendos parámetros denominados “coeficientes de volumen de cola” (tail volume coefficient) o “volumen de cola” a secas definidos como:

$$\text{Volumen de cola del EH: } V_H = \frac{S_H x_{HN}}{S \bar{c}} \quad \text{Volumen de cola del EV: } V_V = \frac{S_V x_{VN}}{S b}$$

Poseen valor estadístico empleándose para el dimensionamiento preliminar de la cola.

Valores típicos :	V_H	V_V
Planeadores	0.5	0.02
Aviación general y homebuilt	0.5 a 0.8	0.04 a 0.07
Aviones comerciales a reacción	1	0.09
Entrenadores a reacción	0.7	0.06
Aviones de combate a reacción	0.4	0.07

Aerodinámicamente, el EH constituye un ala y se analiza como tal, con ciertas particularidades. No posee alabeo geométrico ni aerodinámico (perfil constante). El perfil adoptado es frecuentemente simétrico y de espesor relativo menor al del ala. El alargamiento del EH generalmente es menor al alargamiento del ala. Cuando posee flecha, generalmente es mayor que la del ala.

La variable de control del EH puede ser el ángulo de calaje ϵ_H de un EH todo móvil o el ángulo de deflexión del elevador η_H , en un tipo más clásico de EH.

El EV se analiza como una semi-ala. Su alargamiento está definido en base a la altura h_V del empenaje vertical y posee valores bajos, de manera que debe analizarse con métodos aptos para ese tipo de geometría. El perfil es simétrico prácticamente sin excepción.

En algunos aviones de hélice puede poseer un pequeño ángulo de calaje respecto el plano de simetría a efectos de compensar parcialmente una cupla motora significativa.

La variable de control del EV casi sin excepción es el ángulo de deflexión del timón de dirección η_V . En algunos casos poco frecuentes (grandes aviones supersónicos) ha sido el ángulo de calaje ϵ_V de un EV todo móvil.

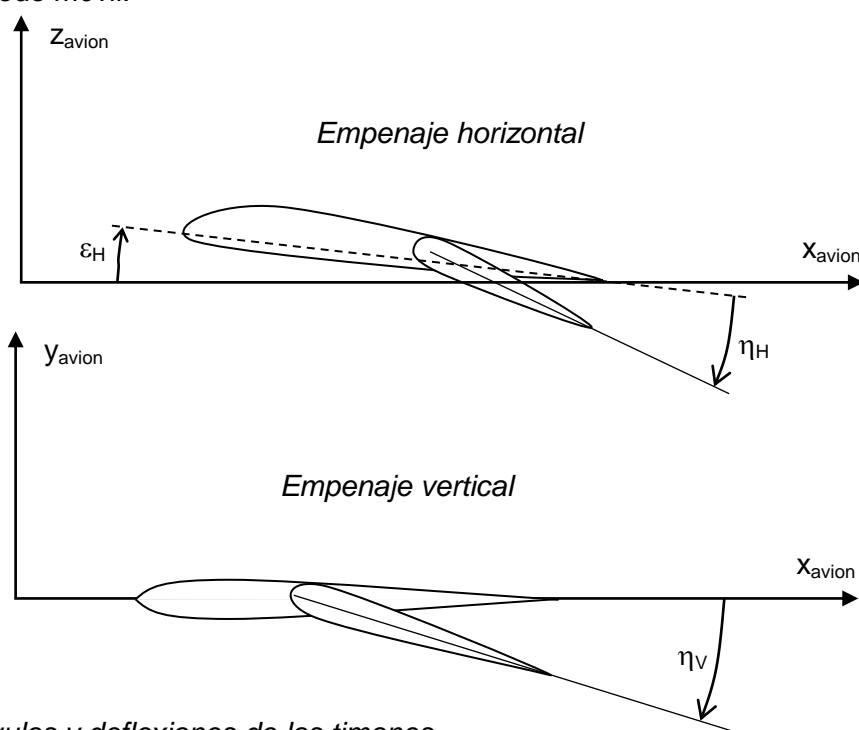


Figura 3: Ángulos y deflexiones de los timones

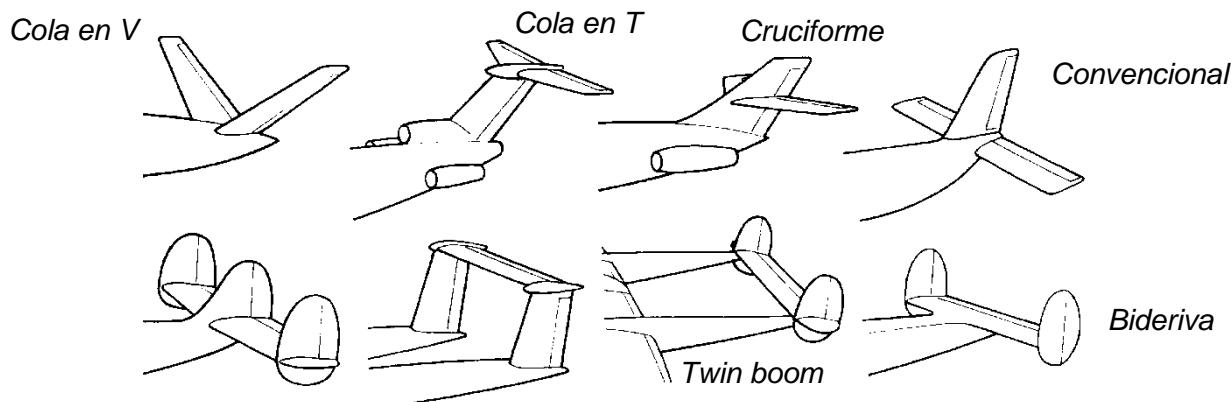


Figura 4: Tipos de empenajes

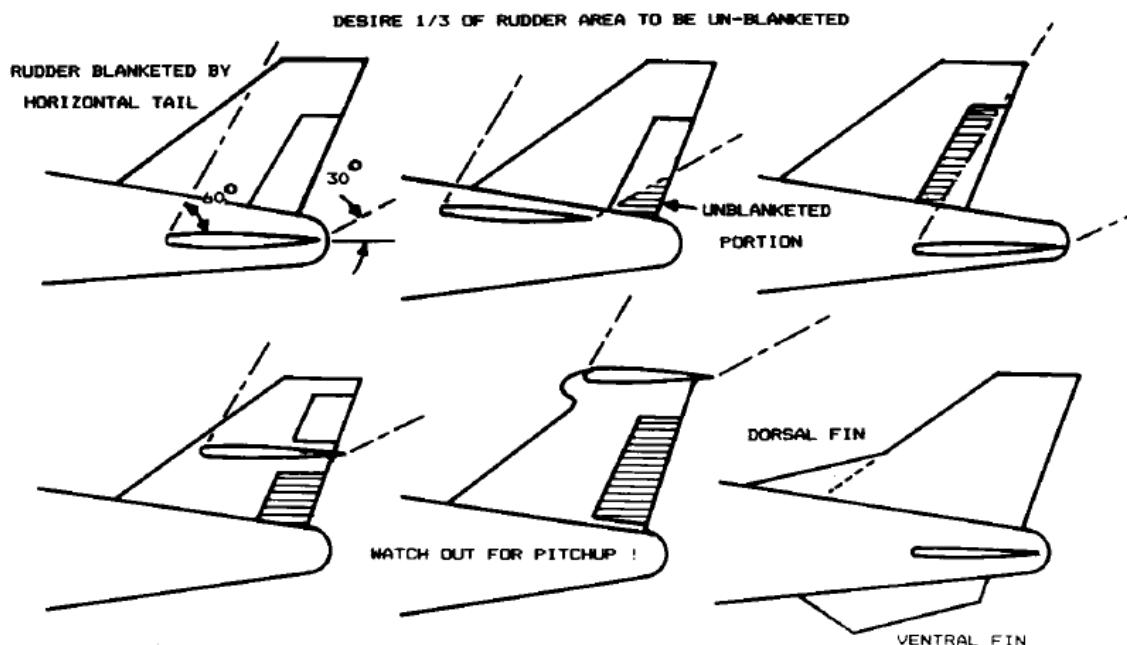
Consideraciones para la recuperación del tirabuzón (Ref. 3)

La maniobra de tirabuzón es una maniobra acrobática frecuentemente prohibida en numerosas categorías de aviones, que se verá en Mecánica del Vuelo. Esencialmente se trata de una caída vertical nariz abajo, con una rotación alrededor de la vertical, con el ala interna en pérdida y el ala externa sustentando.

El empenaje vertical es clave para la recuperación del tirabuzón pues antes que nada debe detenerse la rotación para luego sacar el ala de la pérdida. Esto requiere adecuado control del timón de dirección a gran ángulo de ataque, lo cual exige que el mismo se encuentre fuera de zonas de flujo separado, al menos un parte sustancia.

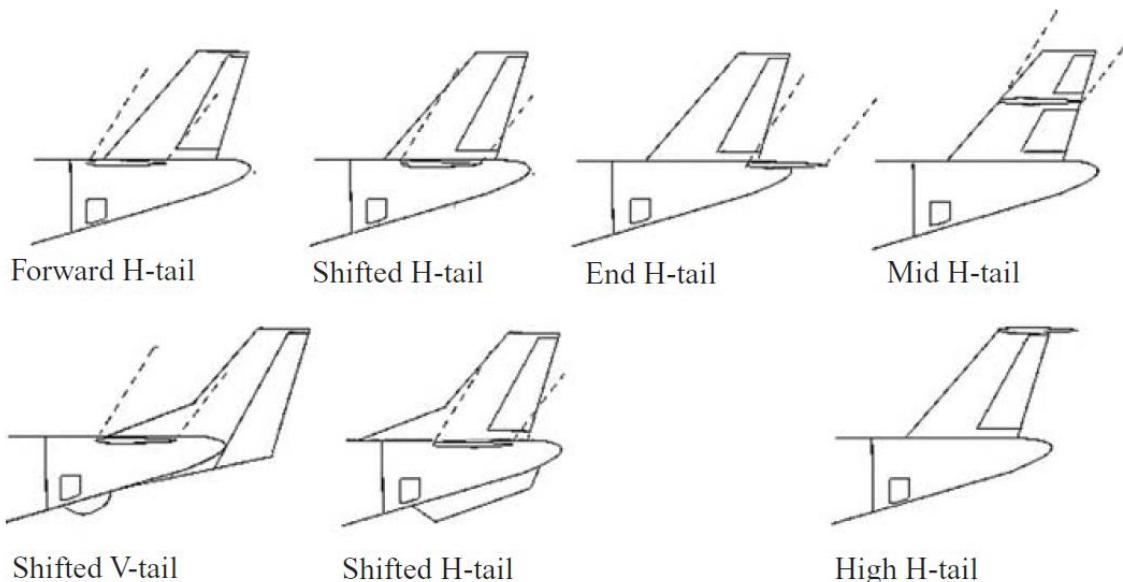
La experiencia del diseño preliminar de aviones establece que al menos un tercio de la superficie del timón de dirección debe estar fuera de la zona de flujo separado generado por el empenaje horizontal, estableciendo dicha zona de manera estimativa con líneas a ángulos de 60° y 30° desde borde ataque y de fuga respectivamente, como se muestra en la figura.

Por otra parte, el empleo de aletas dorsales, mejora la efectividad del empenaje vertical a gran ángulo de deslizamiento



Cola convencional

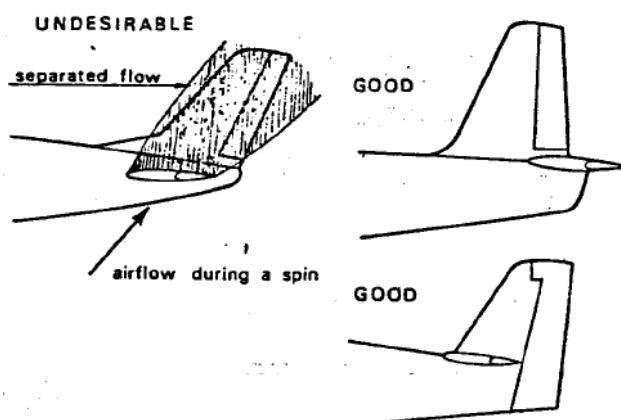
Es la configuración más común. Según Raymer, abarca del orden del 70% de los diseños en actividad. Se reconoce que provee la adecuada estabilidad y control con el menor peso de la estructura. Además es un diseño que asegura simplicidad y rigidez estructural del grupo de cola.



Cola en T

Es la segunda configuración extensamente empleada.

- Permite un EH de menores dimensiones en razón de estar más alejado, en la dirección vertical, de la influencia desfavorable del ala. Combinado con un EV con flecha puede ser aún de menores dimensiones pues se aumenta el brazo x_H
- A su vez permite un EV también de menores dimensiones pues aumenta su efectividad por el efecto placa de puntera que le provee el EH.
- Permite la configuración de motores instalados a los lados del fuselaje trasero (Boeing 727, familia Douglas DC-9/MD-80, Canadair Regional Jet, etc.)
- Otra ventaja es que garantiza un timón de dirección libre de la “sombra” de flujo turbulento o separado del EH en caso de vuelo a grandes ángulos de ataque o en tirabuzón.



- Es inherentemente de mayor peso que la convencional en razón del incremento de cargas sobre el empenaje vertical.
- Puede también plantear problemas de rigidez involucrando cargas dinámicas (fenómeno de flutter) en el EV.
- Como gran inconveniente, puede imponer severas limitaciones al EH para condiciones de vuelo a gran ángulo de ataque pues el EH puede quedar en la “sombra” de la estela

turbulenta del ala y del fuselaje reduciéndose o anulándose su efectividad, originando el fenómeno de la “deep stall”. Es una condición de pérdida de sustentación en la que el EH ha perdido su carácter estabilizante y de la cual es difícil la recuperación.

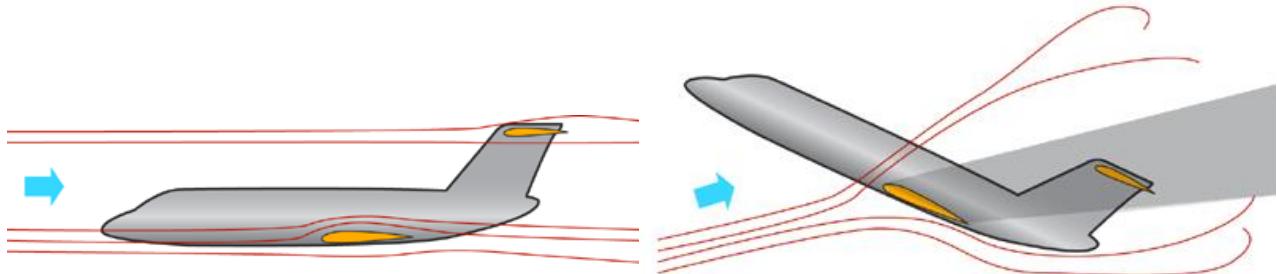


Figura 5: “deep stall”

La Ref. Aircraft Design - A Conceptual Approach, del autor Raymer, presenta el siguiente criterio sobre la ubicación deseable del CA del empenaje horizontal:

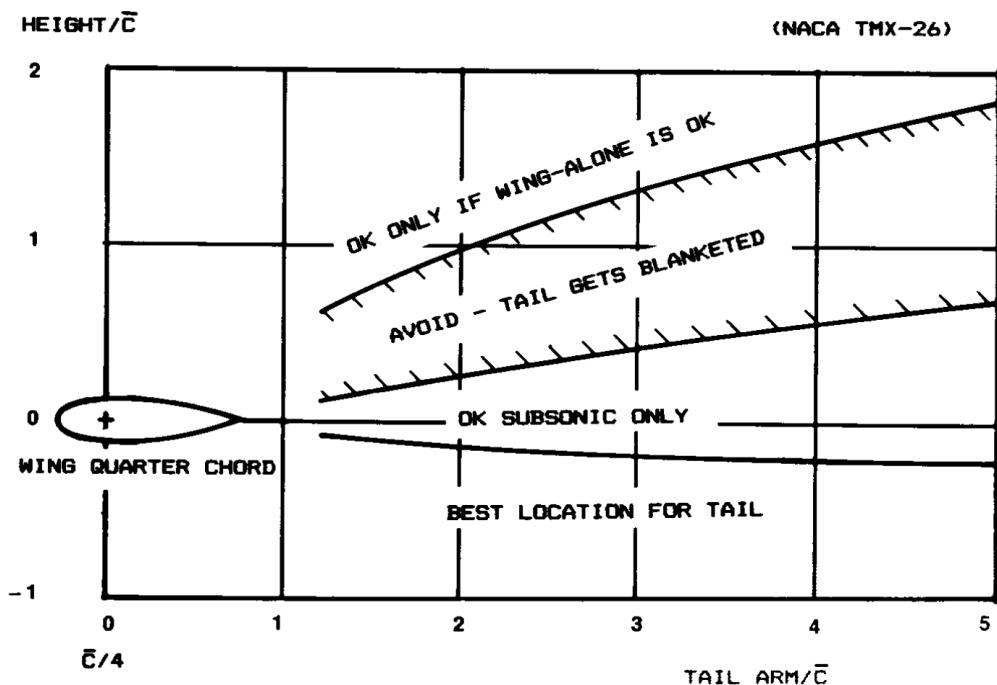


Fig. 4.29 Aft tail positioning.

Cola cruciforme

Generalmente es un compromiso intermedio entre la convencional y la cola en T y se la adopta por motivos muy específicos. Por ejemplo para alejar el EH de la influencia de un chorro de escape.

Possiblemente para dejar parte del EV expuesto a la corriente con poca perturbación, correspondiente al lado de intradós del EH, en caso de vuelo a grandes ángulos de ataque o en tirabuzón.

Cola bideriva (o en H)

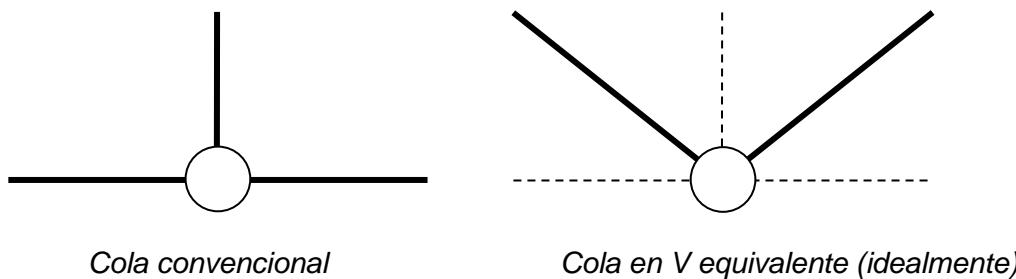
- Es inherentemente de mayor peso que la cola convencional en razón del incremento de cargas sobre el EH
- Aumenta la efectividad del EH por el efecto placa de puntera de los EV.

En caso de aviones multimotores, se ha adoptado a veces para situar los EV en el chorro de hélices a fin de aumentar su efectividad en caso de vuelo con motores inoperativos de un lado. En aviones de reacción, se ha adoptado generalmente con el objeto de exponer los EV a la corriente sin perturbar por el fuselaje en condiciones de vuelo a gran ángulo de ataque.

Cola en V:

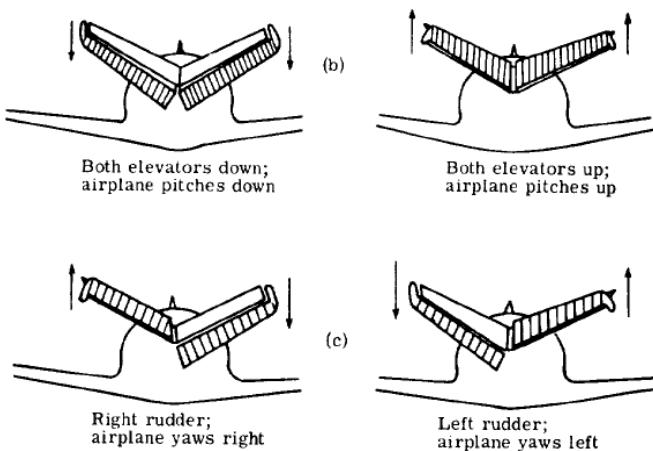
Históricamente se desarrolló bajo el supuesto que permitía proveer estabilidad y control comparables a una cola convencional pero con menor área mojada, por lo tanto menor resistencia de la configuración completa.

Este argumento asume que se corresponde con una cola convencional equivalente a sus proyecciones en los planos vertical y horizontal.



En realidad, las dimensiones deben ser incrementadas respecto de dicho criterio para lograr la estabilidad y control comparables a una cola convencional, de manera que la ventaja alegada es discutible.

Las superficies móviles de la cola en V deben servir tanto como elevadores (deflexión simétrica simultánea) como de timones de dirección (deflexión diferencial asimétrica). Esto conduce a un diseño del sistema de control más complejo que el convencional.



Cuando se deflecta de forma asimétrica, se genera tanto momento de guiñada como de rolido. El de guiñada es de carácter adverso respecto del rolido.

Finalmente, además de razones técnicas, algunas de las cuales han sido expuestas previamente, existe un argumento "no técnico", que es el de adoptar un diseño atractivo e integrado a la estética del diseño general del avión (el llamado "styling" del diseño). Por supuesto que éste enfoque de "styling" es aplicable a toda la configuración del avión, del cual la cola es una parte.

Configuración canard:

El *EH canard* se emplea en ciertas configuraciones de aviación general bajo el argumento de seguridad de vuelo: puede ser diseñado de manera de garantizar que entre en pérdida antes que el ala y vuelva al avión a la actitud normal sin intervención del piloto.

Un beneficio teórico de la configuración *canard* es que permite una configuración ala – EH optimizada en el aspecto siguiente: un EH trasero frecuentemente carga hacia abajo penalizando de esa forma al ala que debe generar un extra de sustentación y el propio EH está penalizado por la propia ala por acción del *downwash*.

En cambio el *EH canard* carga hacia arriba descargando la generación de sustentación del ala y por otra parte no se ve penalizado por la presencia del ala.

Posee la gran desventaja que en sí mismo es inestabilizante e impone grandes restricciones de desplazamiento de centro de gravedad pues el EH delantero lleva hacia adelante el punto neutro del avión, el cuál constituye un límite trasero de C.G. por razones de estabilidad natural. La estabilidad de la configuración está provista por el ala, la cual puede requerir de flecha positiva considerable en el ala (ver Starship).

Otra posible desventaja es que el flujo del EH puede interferir sobre el ala degradando su comportamiento.

Una desventaja importante es que no permite el uso de flaps sofisticados ni de grandes deflexiones pues la capacidad del canard para equilibrar al avión es limitada (el brazo x_H al CG es menor que en un EH trasero). La solución de ello puede requerir de soluciones complejas, como el Starship, en el cual la deflexión de flaps está acoplada de manera automática con un desplazamiento hacia adelante de los canards.

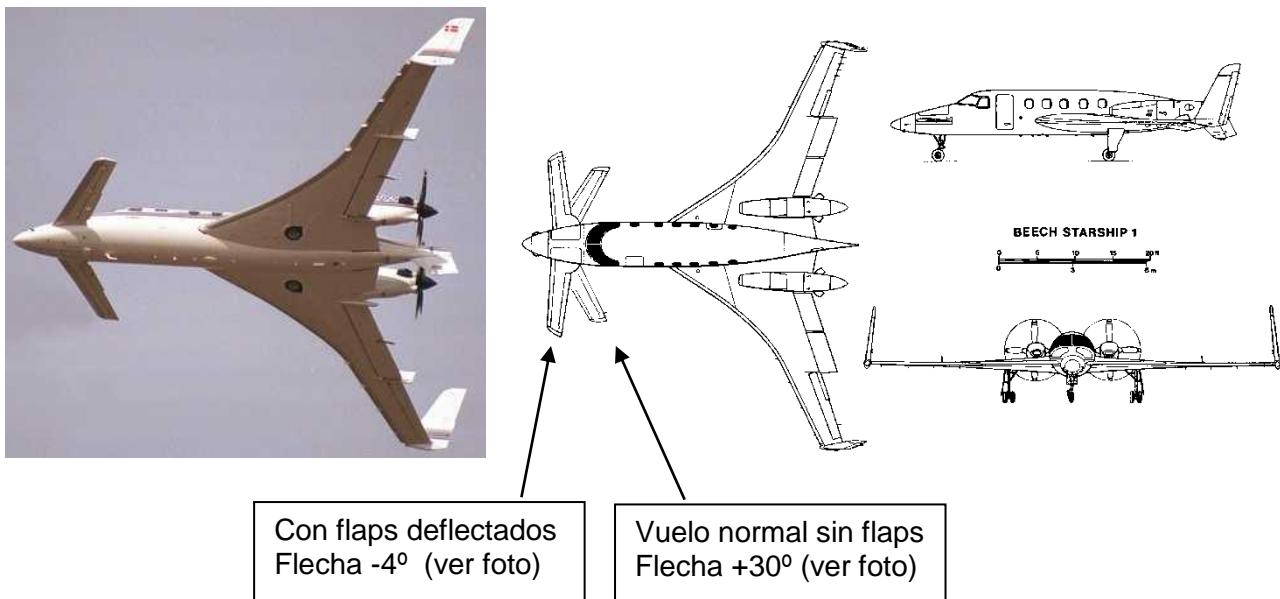


Figura 6: configuración canard. Beechcraft Starship

Donde el canard es empleado extensamente es en el área de modernos aviones de combate con estabilidad natural negativa, los cuales poseen estabilidad positiva artificial provista por un complejo sistema de control de vuelo computarizado (Dassault Rafale, Saab Gripen, Eurofighter). En esta categoría de aviones, el canard está diseñado frecuentemente para que sus torbellinos del canard energicen el flujo sobre el ala a gran ángulo de ataque permitiendo mayores ángulos de ataque.

EMPENAJE HORIZONTAL

1) Influencia del ala sobre el EH:

El EH, normalmente, es de pequeñas dimensiones respecto del ala, por lo cual la influencia (o interferencia) de él sobre ella es despreciable. Sin embargo, la influencia del ala sobre el EH es significativa.

El EH se encuentra inmerso en un flujo perturbado por la presencia del ala. La perturbación a causa del ala en la magnitud de la velocidad es despreciable. La influencia significativa es en la dirección del flujo respecto de la dirección de la corriente libre (o dirección de vuelo).

Un EH clásico, por detrás del ala, se encuentra bajo la influencia del "downwash". En cambio, un EH delantero, Canard, se encuentra bajo la influencia del "upwash" del ala.

El efecto de "down-wash" y "up-wash", o "flujo descendente/ascendente" puede ser explicado, como ya se ha visto, ya sea sobre la base del cambio de cantidad de movimiento que genera la fuerza de sustentación, ya sea mediante el sistema de vórtices del modelo teórico del ala. Ambas son caras de una misma moneda.

Para un breve recordatorio sintético, el "down-wash" es aproximadamente proporcional a la sustentación del ala e inversamente proporcional al alargamiento de la misma.

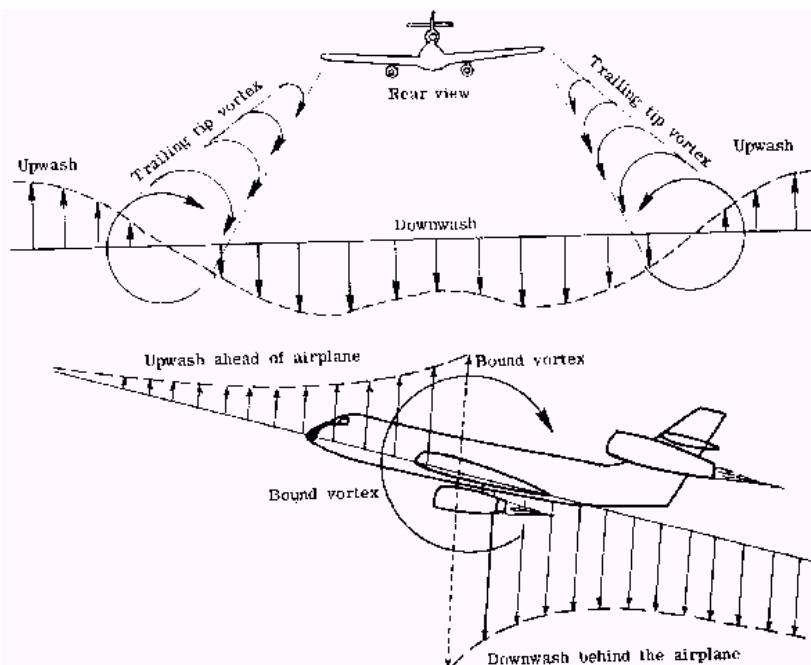


Figura 7: Flujo inducido por el ala

Esto permite entender que, básicamente, el efecto del ala sobre el EH es causar una disminución del ángulo de ataque en el caso de un EH trasero y un incremento del mismo en el caso de un EH Canard.

La magnitud de la intensidad del "down-wash" es mayor que la del "up-wash" debido a la influencia del sistema de vórtices de puntera. Sólo cuando el alargamiento tiende a infinito, las magnitudes de "down-wash" y "up-wash" son comparables.

La variación de ángulo de ataque por influencia del ala debe entenderse como un valor promedio a lo largo de la envergadura del EH, puesto que el campo de movimiento del ala, tanto de "down-wash" como de up-wash", no es rigurosamente uniforme en el sentido de envergadura.

El cambio de ángulo de ataque se denomina simplemente **ángulo de downwash** (o upwash) α_w y es función del C_L del ala.

Se puntualiza nuevamente que constituye un "*delta alfa*" , ya sea en disminución o en aumento, del ángulo que la dirección del flujo posee respecto la dirección de la corriente libre.

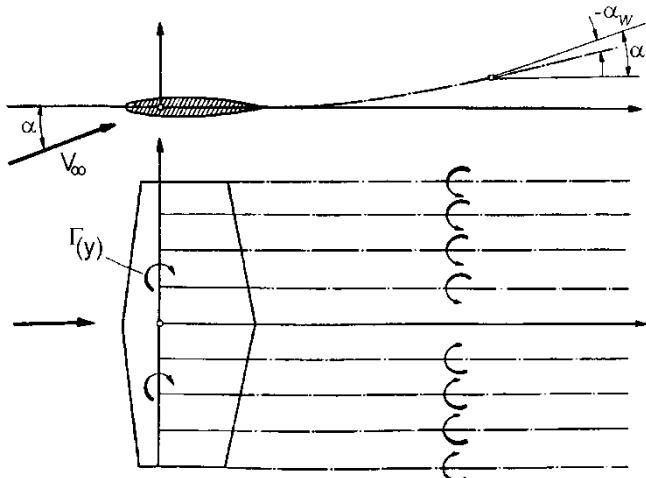


Figura 8: Sistema de vórtices por detrás del ala

El ángulo de down-wash a una distancia x dada por detrás del ala no es uniforme en la dirección de envergadura y . Sólo es así en el caso de una distribución de sustentación elíptica.

Como ya se planteó, normalmente el EH es de pequeñas dimensiones respecto el ala, de manera que en la práctica es completamente válido trabajar con el concepto de un valor medio de α_w .

Este valor medio es nulo cuando la sustentación del ala es cero: $\alpha_w = 0$ si $(C_L)_w = 0$

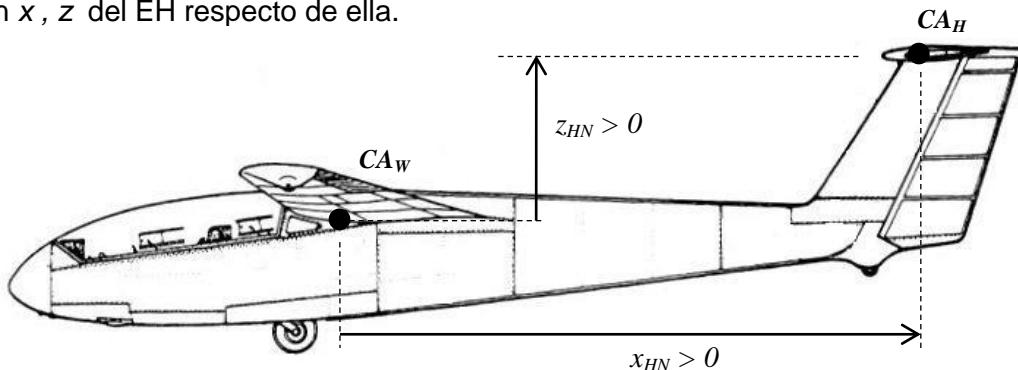
Con el ala sustentando positivamente, α_w es negativo por detrás del ala (disminución de α por downwash) y positivo por delante (aumento de α por upwash).

Dentro del rango lineal de $C_L(\alpha)$, es decir mientras no exista flujo separado y los efectos viscosos sean pequeños, α_w es proporcional al C_L del ala. Se escribe entonces:

$$\alpha_w = \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} (\alpha_a)_W = \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \frac{C_{LW}}{(C_{L_\alpha})_W} \quad (1)$$

Dónde $(\alpha_a)_W$ es el ángulo de ataque aerodinámico, o absoluto, del ala: $(\alpha_a)_W = \frac{C_{LW}}{(C_{L_\alpha})_W}$

En síntesis: dentro del rango lineal y desde un punto de vista de valor medio, la magnitud $\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha}$ constituye un parámetro constante y su valor depende sólo de la geometría del ala y de la posición relativa en x, z del EH respecto de ella.



De la geometría del ala, la variable de mayor influencia es el alargamiento. Para un ala dada, la variable de mayor influencia sobre la relación $\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha}$ es la posición x_{HN} del EH.

En el capítulo de fuselaje, se presentó la distribución según x del up-wash y down-wash, para una distribución de sustentación elíptica (fórmula de Lawrence y Flax).

Se trata del downwash para $z_{HN} \sim 0$, es decir sobre el plano del ala. Los valores para distribución de sustentación elíptica pueden ser aplicados muy estimativamente como valor medio para otras geometrías de ala siempre que se esté en el plano del ala, $z_{HN} \sim 0$.

La posición vertical z_{HN} del EH se convierte en una variable de influencia cuando la cota z_{HN} es apreciable, que es el caso de una configuración de cola en T.

A efecto ilustrativo, de la Ref. [1], la figura siguiente presenta la influencia de z_{HN} sobre la relación $\alpha_w/(\alpha_a)_w$ para dos conjuntos de alas, a una distancia de media envergadura por detrás de ella:

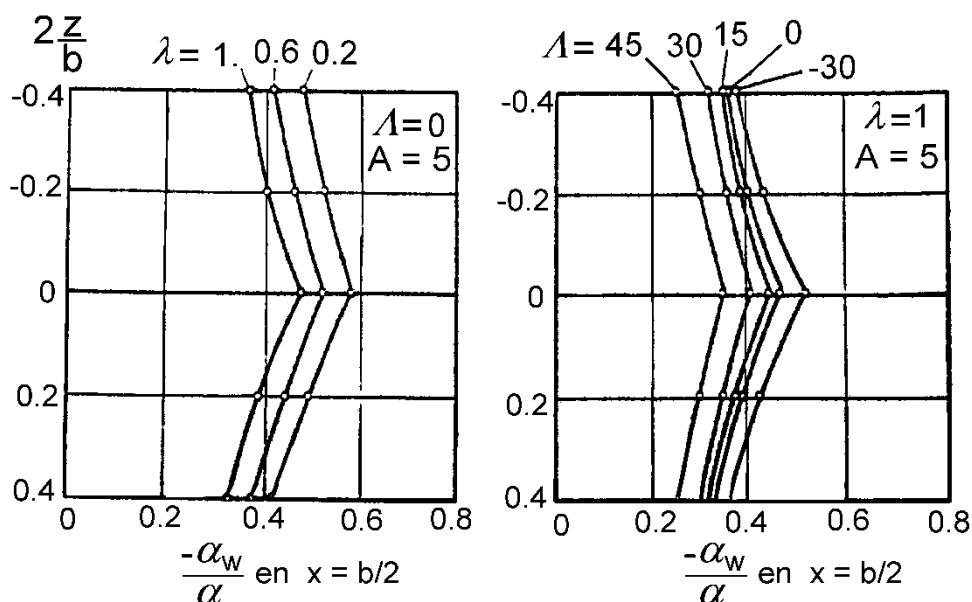


Figura 9: Variación según z del ángulo de downwash por detrás del ala

El **ángulo de ataque aerodinámico del empenaje horizontal** en un caso totalmente general está dado por:

$$\alpha_H = \alpha + \alpha_w + \varepsilon_H - (\alpha_{L0})_H - \left(\frac{\partial \alpha_{L0}}{\partial \eta} \right)_H \eta_H + \Delta\alpha \quad (2)$$

- α ángulo de ataque del eje de referencia del avión.
- α_w ángulo de downwash (implícitamente negativo en avión con EH convencional trasero)
- ε_H ángulo de calaje del EH respecto eje de referencia del avión.
- η_H ángulo de deflexión del elevador (parte móvil del EH)
- $(\alpha_{L0})_H$ ángulo de sustentación nula del perfil propio del EH (con $\eta_H = 0$)
- $\Delta\alpha$ variación de ángulo de ataque por velocidad angular de cabeceo (se verá más adelante)

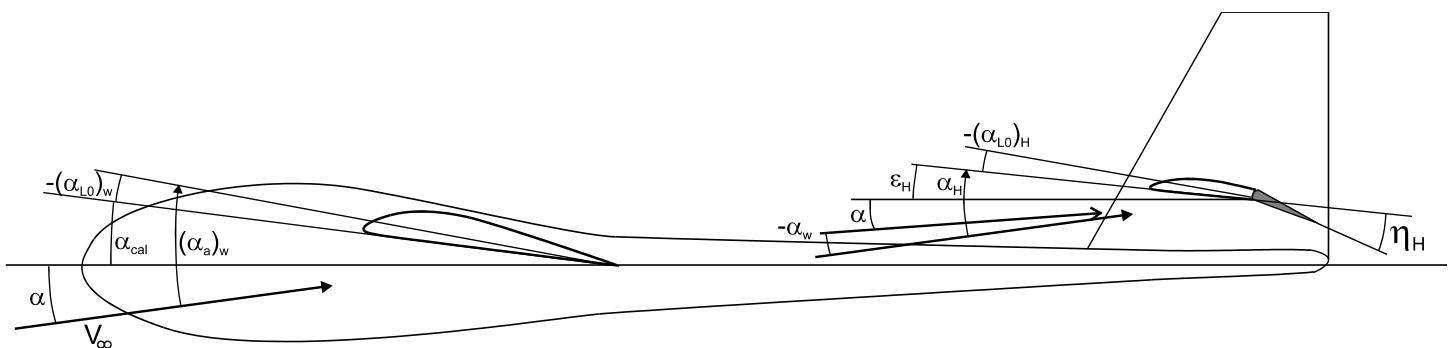


Figura 10: Definición de ángulos de ala y empenaje horizontal

Derivando parcialmente con respecto a α , se obtiene:

$$\frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \quad (3)$$

Esta expresión se denomina **factor de eficiencia** del EH (*tail efficiency factor*).

Su valor es bastante menor que uno por detrás del ala, y algo mayor que 1 por delante.

Una fórmula práctica y general para alas trapezoidales con flecha y ahusamiento es la siguiente, tomada de la Ref.[2]. Es una fórmula aproximada de origen empírico y vale para calcular el downwash detrás del ala (no vale para cálculo de up-wash en un canard):

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} = -4.44 \left[\frac{10-3\lambda}{7} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{1+A^{1.7}} \right) \frac{1 - \frac{|z_{HN}|}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2x_{HN}}{b}}} \sqrt{\cos \Lambda_{25}} \right]^{1.19} \quad (5)$$

dónde x_{HN} y z_{HN} son las cotas del CA del EH respecto el CA del ala.

En el caso de un EH Canard en presencia de un ala recta y en el plano de la misma, es decir con $z_{HN} \approx 0$, puede emplearse a efectos prácticos y como estimación preliminar el resultado teórico correspondiente a una distribución de sustentación elíptica, dado por la fórmula de Lawrence y Flax, Ref.[1]:

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} = - \frac{\sqrt{\left(\frac{A}{4}\right)^2 + X^2 + X}}{X \left(\sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 + 1} + 1 \right)} \quad (4)$$

Dónde $X = \frac{x_{HN}}{c_r}$ es la distancia del CA del EH respecto el CA del ala, adimensionalizada con la cuerda raíz del ala: para un Canard $X < 0$

Una forma de atenuar este efecto de reducción del ángulo de ataque al que trabaja el EH en un avión convencional es ubicándolo lo más arriba posible con respecto al ala, es decir adoptando una cola en T.

Adoptando un EH con cola en T, la superficie puede ser de menores dimensiones que un EH clásico pero por otro lado, puede causar el problema de "deep stall" comentado antes.

2) Utilización de mediciones sobre el avión completo para la determinación del downwash

De los resultados de ensayos de túnel de modelos de avión en los cuáles se realizan mediciones de fuerzas totales de sustentación, resistencia y momento de cabeceo, es sencillo estudiar el downwash en base al procesamiento de dichos resultados.

Obtención de la pendiente de Downwash $\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha}$

Se considera como ejemplo un avión con empenaje horizontal móvil, en el cuál la variable de control del EH es el calaje ε_H

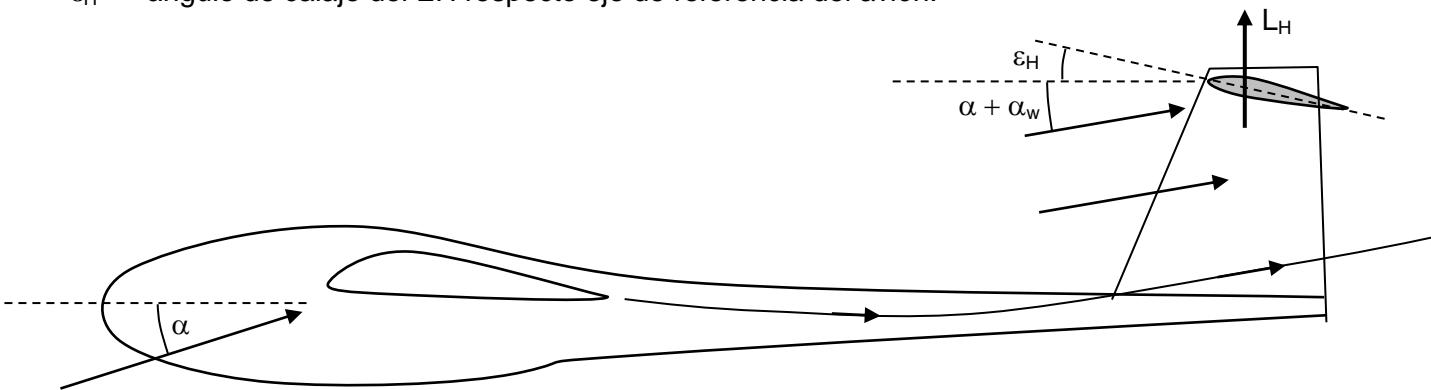
El ángulo de ataque geométrico del empenaje horizontal está dado por: $\alpha_H = \alpha + \alpha_w + \varepsilon_H$

En dónde:

α ángulo de ataque del avión.

α_w ángulo de downwash (implícito negativo con EH trasero)

ε_H ángulo de calaje del EH respecto eje de referencia del avión.



Derivando parcialmente con respecto a α se obtiene:

$$\frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} = 1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha}$$

La contribución del EH al coeficiente de momento de cabeceo del avión respecto a un CG determinado está dado por:

$$C_{MH} = - C_{LH} \frac{x_H S_H}{\bar{c} S} \frac{q_H}{q_\infty} = - C_{LH} V_H \frac{q_H}{q_\infty}$$

Derivamos respecto a α :

$$\frac{\partial C_{MH}}{\partial \alpha} = - \frac{\partial C_{LH}}{\partial \alpha} V_H \frac{q_H}{q_\infty} = - \frac{\partial C_{LH}}{\partial \alpha_H} \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} V_H \frac{q_H}{q_\infty}$$

$$\frac{\partial C_{MH}}{\partial \alpha} = - (C_{L\alpha})_H \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \right) V_H \frac{q_H}{q_\infty}$$

Derivamos respecto a ε_H :

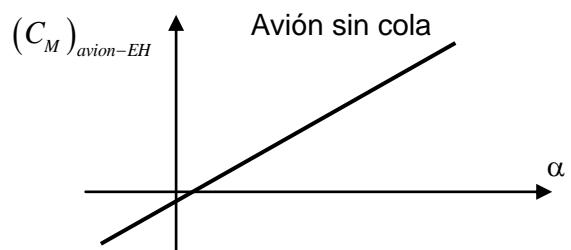
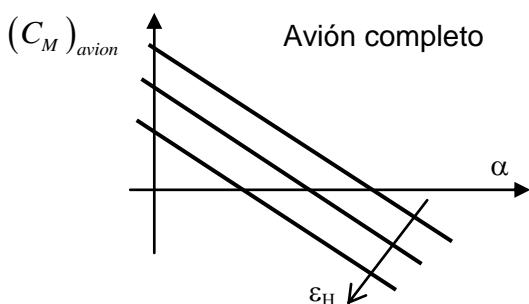
$$\frac{\partial C_{MH}}{\partial \varepsilon_H} = -\frac{\partial C_{LH}}{\partial \varepsilon_H} V_H \frac{q_H}{q_\infty} = - (C_{L\alpha})_H V_H \frac{q_H}{q_\infty}$$

Dividiendo miembro a miembro ambas expresiones:

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} = \frac{\frac{\partial C_{MH}}{\partial \varepsilon_H}}{\frac{\partial C_{MH}}{\partial \alpha}} - 1$$

Los valores de numerador y denominador se obtienen en base al procesamiento de resultados de ensayos en túnel según se detalla:

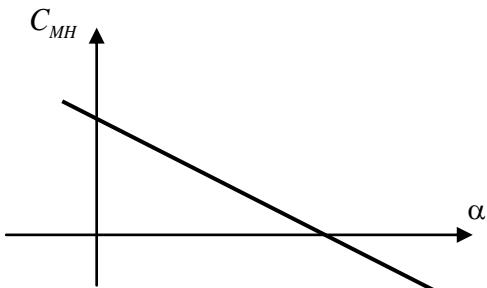
Se debe disponer de los ensayos en túnel de las curvas $C_M(\alpha)$ para la configuración del avión sin y con el empenaje horizontal. En el caso del avión con EH, se deben disponer las curvas para varios calajes del EH.



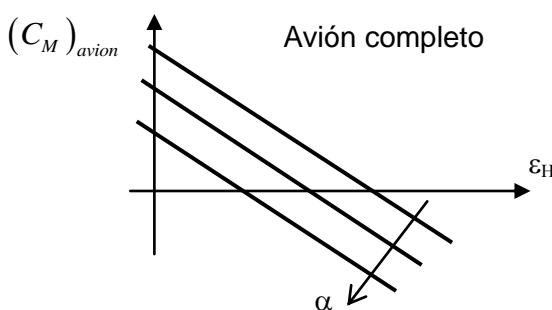
La contribución del EH al coeficiente de momento del avión se obtiene como la diferencia entre ambas curvas:

$$C_{MH} = (C_M)_{avion} - (C_M)_{avion-EH}$$

De dónde se obtiene el valor de $\frac{\partial C_{MH}}{\partial \alpha}$



Procesando las curvas del avión completo para diferentes posiciones del EH se debe obtener la curva en los siguientes términos:



Como $(C_M)_{avion} = (C_M)_{avion-EH} + C_{MH}$ y el primer término $(C_M)_{avion-EH}$ no depende de ε_H , el valor obtenido de la derivada: $\frac{\partial (C_M)_{avion}}{\partial \varepsilon_H}$ es el valor de $\frac{\partial C_{MH}}{\partial \varepsilon_H}$

El procedimiento visto implica un proceso previo de linealización de las curvas identificando las "zonas lineales" y obteniendo las rectas de mínimos cuadrados correspondientes.

Obtención del ángulo de Downwash α_w

Como antes, se considera como ejemplo un avión con empenaje horizontal móvil, en el cuál la variable de control del EH es el calaje ε_H

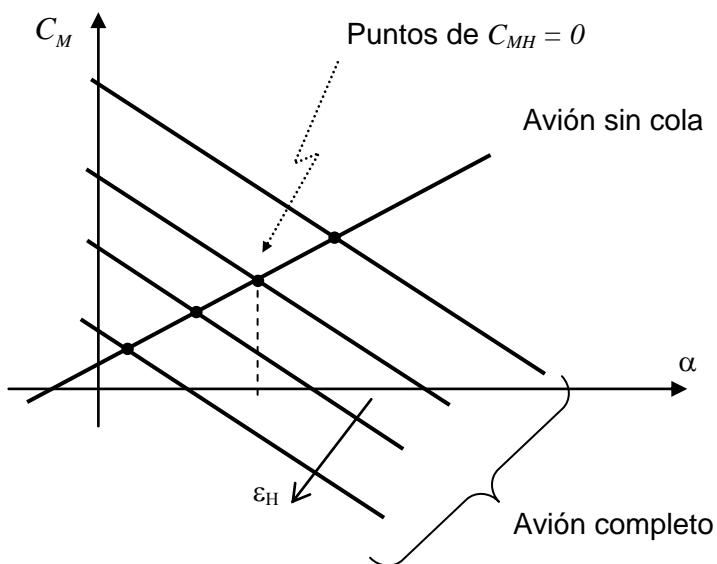
Además se considera que el EH es de perfil simétrico de manera que el ángulo de ataque geométrico y aerodinámico son idénticos:

$$C_{LH} = (C_{L\alpha})_H (\alpha + \alpha_w + \varepsilon_H) = (C_{L\alpha})_H \alpha_H \quad \alpha_H = \alpha + \alpha_w + \varepsilon_H$$

Se tiene que: $(C_M)_{avion} = (C_M)_{avion-EH} + C_{MH}$

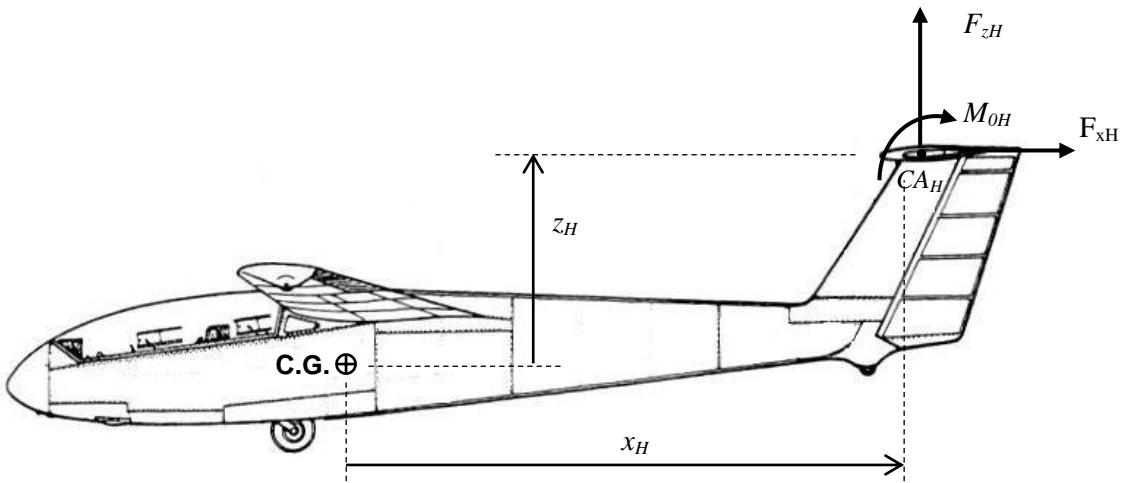
En los puntos en los cuales $(C_M)_{avion} = (C_M)_{avion-EH}$ se tiene que $C_{MH} = 0$ lo cual indica que $C_{LH} = 0$

Y por lo tanto: $\alpha_w = -(\alpha + \varepsilon_H)$



De esta manera se obtiene el ángulo de downwash para cada ángulo de ataque del avión. Este procedimiento no requiere de linealización alguna de las curvas.

3) Contribución del empenaje horizontal a la aerodinámica del avión



Momento de cabeceo

La sustentación sobre el EH modifica sustancialmente el momento de cabeceo del avión completo, en razón del gran brazo de palanca comparado con la cuerda del ala. También modifica de forma considerable la posición del punto neutro (o CA del avión completo), desplazándolo hacia atrás en un EH convencional.

La contribución del EH al momento de cabeceo del avión respecto a un punto de referencia, generalmente el CG del avión, es:

$$M_H = -x_H \ F_{zH} + z_H \ F_{xH} + M_{0H} \quad (6)$$

$$\cong -x_H \ L_H$$

Se desprecian, en primera aproximación, el momento propio del EH y el momento ejercido por la fuerza axial. Por otro lado se asumen iguales la fuerza normal y la sustentación.

$$L_H = C_{LH} \ q_H \ S_H \quad (7)$$

$$M_H = C_{MH} \ q_\infty \ \bar{c} \ S \quad (8)$$

reemplazando se obtiene:

$$C_{MH} = -C_{LH} \ \frac{x_H S_H}{\bar{c} S} \ \frac{q_H}{q_\infty} \quad (9)$$

q_H es la presión dinámica promedio en la ubicación del EH. Puede diferir del valor de corriente libre por dos causas:

- a) corriente acelerada por una hélice: incremento de q_H .
- b) estela turbulenta del ala y/o del fuselaje: reducciones de un q_H promedio.

El coeficiente de sustentación propio del EH (basado en su superficie y en la presión dinámica local) depende de la geometría (esto incluye al perfil), del ángulo de ataque local y de la deflexión de elevador y/o el calaje.

$$C_{LH} = C_{L\alpha H} \alpha_H \\ = C_{L\alpha H} \left[\alpha + \alpha_w + \varepsilon_H - (\alpha_{L0})_H - \left(\frac{\partial \alpha_{L0}}{\partial \eta} \right)_H \eta_H + \Delta \alpha \right]$$

$$C_{LH} = C_{L\alpha H} [\alpha + \alpha_w - (\alpha_{L0})_H + \Delta \alpha + \varepsilon_H]$$

Pendiente de sustentación del avión completo

La sustentación total es la suma de la sustentación del avión sin EH, denominado combinación ala-fuselaje (*wing-body*: WB), y de la sustentación generada por el EH:

$$L = L_{WB} + L_H \quad (10)$$

$$C_L q_\infty S = C_{LWB} q_\infty S + C_{LH} q_H S_H \\ C_L = C_{LWB} + C_{LH} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \quad (11)$$

Derivando respecto de α :

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)_{WB} + \frac{\partial C_{LH}}{\partial \alpha_H} \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \quad (12)$$

$$\text{Como: } \alpha_H = \alpha + \alpha_w + \varepsilon_H \quad (13)$$

Resulta:

$$C_{L\alpha} = (C_{L\alpha})_{WB} + (C_{L\alpha})_H \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \right) \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \quad (14)$$

Con respecto a la pendiente de sustentación propia del EH, $(C_{L\alpha})_H$, se analiza como la correspondiente a un ala, con ciertas diferencias. Una diferencia con el ala es que normalmente el fuselaje no se extiende por detrás del EH de manera significativa. Esto reduce la sustentación que aporta la zona central ocupada por el fuselaje. Este efecto fue estudiado de manera experimental y los resultados son presentados en la figura mostrada, donde puede estimarse la pendiente de sustentación para EH rectos en función del alargamiento y de la relación del ancho de fuselaje (al 25% de cuerda raíz del EH) a la envergadura del EH.

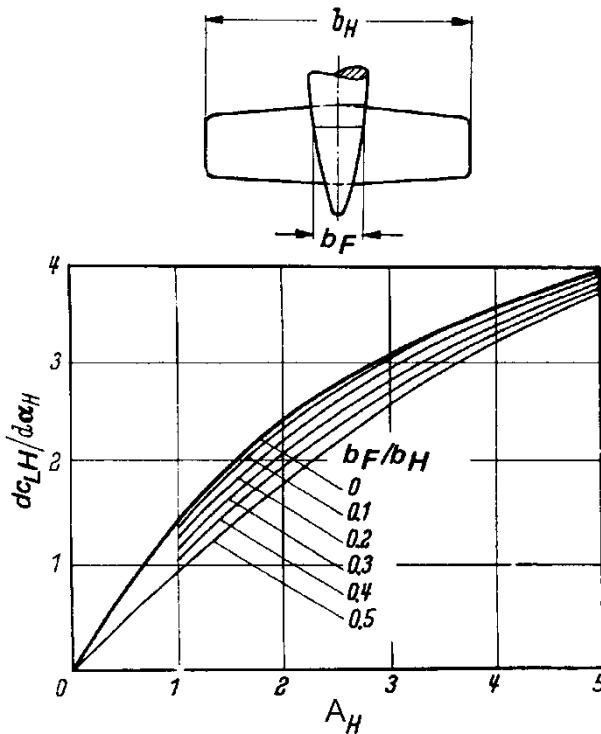


Figura 11: Pendiente de sustentación correspondiente a empenaje horizontal

Posición del punto neutro: Centro aerodinámico del avión completo

El momento de cabeceo del conjunto ala-fuselaje-empenaje horizontal es:

$$M_{CG} = M_F + M_{0W} - F_{ZW} x_W + F_{XW} z_W - F_{ZH} x_H + F_{XH} z_H + M_{0H} \quad (15)$$

Considerando despreciables los términos dr las fuerzas axiales queda:

$$M_{CG} \cong M_F + M_{0W} - L_W x_W - L_H x_H$$

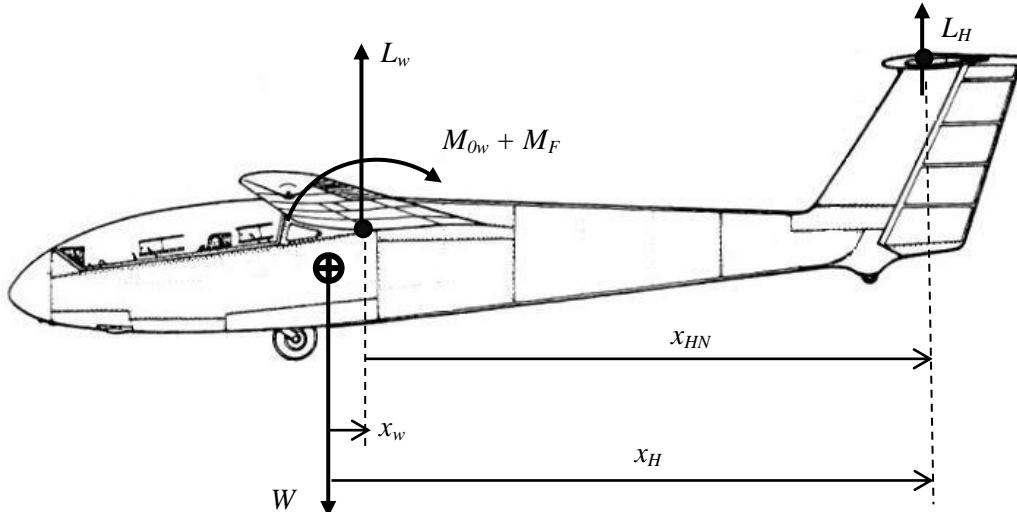
dónde:

x_W es la distancia del CA del ala respecto el C.G. (positivo hacia atrás)

x_H es la distancia del CA del EH respecto el C.G. (positivo hacia atrás)

M_{0W} es el momento libre del ala (independiente de α)

M_F es el momento de cabeceo del fuselaje (lineal con α)



El momento de fuselaje puede aproximarse como una función lineal de α como:

$$M_F = q_\infty (C_0 + C_1 \alpha) \quad (16)$$

Dónde las constantes poseen las unidades $[C_0] = m^3$ y $[C_1] = m^3 / rad$

Suponiendo el EH sin deflexión de elevador, despreciando el momento libre del EH y reemplazando las magnitudes por coeficientes se tiene:

$$M_{CG} = q_\infty (C_0 + C_1 \alpha) + M_{0W} - C_{L\alpha W} (\alpha + \alpha_{cal} - \alpha_{L0W}) S q_\infty x_W - C_{L\alpha H} (\alpha + \alpha_w + \varepsilon_H) S_H q_H x_H \quad (17)$$

Introduciendo un coeficiente de momento de cabeceo respecto al C.G.:

$$C_{M CG} = \frac{(C_0 + C_1 \alpha)}{S \bar{c}} + C_{M0W} - C_{L\alpha W} (\alpha + \alpha_{cal} - \alpha_{L0W}) \frac{x_W}{\bar{c}} - C_{L\alpha H} (\alpha + \alpha_w + \varepsilon_H) \frac{S_H}{S} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{x_H}{\bar{c}} \quad (18)$$

La condición de estabilidad natural requiere la condición que la derivada del momento total alrededor del C.G. respecto α sea negativa.

El punto neutro se define como la posición del C.G. para la cual dicha derivada se hace nula y constituye un límite (trasero) del C.G. a partir del cuál el avión se hace naturalmente inestable.

Por lo tanto derivando la relación anterior respecto de α se tiene:

$$\frac{\partial C_{M CG}}{\partial \alpha} = \frac{C_1}{S \bar{c}} - C_{L\alpha W} \frac{x_W}{\bar{c}} - C_{L\alpha H} \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \right) \frac{S_H}{S} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{x_H}{\bar{c}} = 0 \quad (19)$$

Definimos:

Δx_N : desplazamiento hacia atrás del CA del avión completo (o **punto neutro**) respecto del C.A. del ala ($\Delta x_N > 0$ para aviones con EH trasero).

x_{HN} : distancia del CA del EH por detrás del CA del ala (positivo para aviones con EH trasero)

Se tiene entonces:

$$x_{HN} = x_H - x_W = cte$$

$$\begin{aligned} x_W &= -\Delta x_N \\ x_H &= x_{HN} - \Delta x_N \end{aligned} \quad (20)$$

puesto que x_W se mide desde el C.G. hacia el C.A. del ala, en cambio Δx_N se mide desde el C.A. del ala hacia el C.G.

Reemplazando en (19):

$$0 = \frac{C_1}{S \bar{c}} + C_{L\alpha W} \frac{\Delta x_N}{\bar{c}} - C_{L\alpha H} \left(1 + \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \right) \frac{S_H}{S} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{x_{HN} - \Delta x_N}{\bar{c}} \quad (21)$$

de donde se despeja Δx_N :

En fracción de CAM:

$$\frac{\Delta x_N}{\bar{c}} = \frac{C_{L\alpha H} \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H x_{HN}}{S \bar{c}} - \frac{C_1}{S \bar{c}}}{C_{L\alpha W} + C_{L\alpha H} \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S}} \quad (22)$$

En distancia absoluta:

$$\Delta x_N = \frac{C_{L\alpha H} S_H \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} \frac{q_H}{q_\infty} x_{HN} - C_1}{C_{L\alpha W} S + C_{L\alpha H} S_H \frac{\partial \alpha_H}{\partial \alpha} \frac{q_H}{q_\infty}}$$

Este punto neutro es el denominado "timón fijo" pues se asume fija la deflexión de la superficie de control de profundidad.

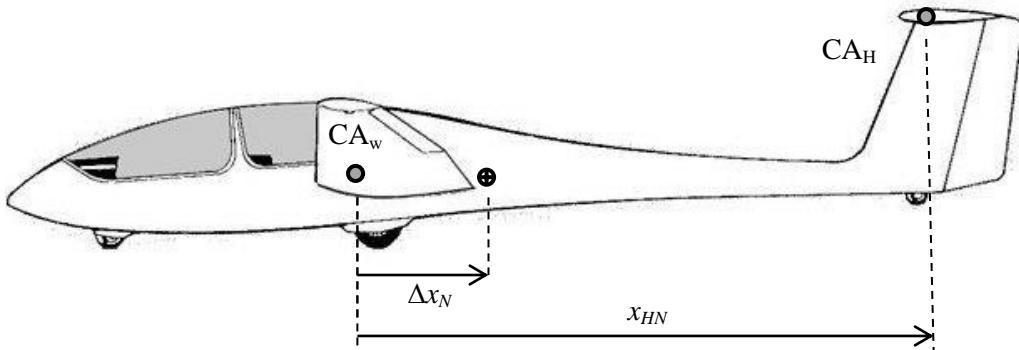


Figura 12: Posición de punto neutro

El parámetro $\frac{S_H x_{HN}}{S \bar{c}}$ es el denominado "volumen de cola" y como se comentó previamente constituye una variable de partida muy importante para el dimensionamiento del EH. De su influencia en la fórmula anterior puede inferirse su importancia.

Estabilidad y equilibrio (*trim*) longitudinal del avión

El equilibrio del avión en vuelo simétrico significa que las fuerzas resultantes según X y Z son nulas y que el momento resultante según Y alrededor del CG es nulo.

Esta condición de equilibrio puede ser de carácter estable, inestable o indiferente.

La estabilidad del avión en una condición de equilibrio dada significa que el mismo debe poseer una tendencia **natural** a regresar a la condición estacionaria de vuelo luego de una perturbación pequeña. Por tendencia “natural”, se entiende que el avión regresa a la condición inicial por acción de las fuerzas aerodinámicas sin aplicación de las superficies de control, es decir sin acción del piloto (la estabilidad es una cualidad de la que puede prescindirse para el vuelo, aunque ello es incómodo y peligroso, pues el piloto debe suplir con atención permanente la falta de esa estabilidad natural).

Esta estabilidad natural se denomina **estabilidad estática**, pues sólo plantea la tendencia de retorno a la condición de equilibrio ante una perturbación pequeña. No se establece de qué manera será el proceso transitorio de regreso a dicha condición ante una perturbación arbitraria. Esto significa estudiar la denominada estabilidad dinámica del avión, tema específico del área de cualidades de vuelo del avión.

Sin embargo, la estabilidad estática constituye una condición necesaria aunque no suficiente para la estabilidad dinámica.

La condición de estabilidad en cabeceo, para perturbaciones pequeñas es:

$$\frac{\partial M_y}{\partial \alpha} < 0 \quad (23)$$

En forma de coeficientes:

$$\frac{\partial C_{M_y}}{\partial \alpha} < 0 \quad \text{o} \quad \frac{\partial C_{M_y}}{\partial C_L} < 0 \quad (24)$$

La condición de equilibrio estable requiere que el centro de gravedad del avión esté situado siempre por delante del punto neutro, o centro aerodinámico del avión completo.

Se denomina *margen estático* a la distancia entre el punto neutro del avión y el centro de gravedad, adimensionalizada con la CAM del ala. Se define positivo cuando el PN está detrás del CG.

En la referencia ECA: $\frac{x_N - x_{CG}}{\bar{c}}$ (25)

En aviones de transporte, valores típicos del mínimo margen estático están entre 5% a 10%. En aviones de combate clásicos y entrenadores a reacción, ese valor ronda el 5%.

Valores típicos de vuelo usual de algunos aviones son:

Avión	Margen Estático
Cessna 172	0.19
Learjet 35	0.13
Boeing 747	0.27
P-51 Mustang	0.05
Convair F-106	0.07
General Dynamics F-16A	-0.02
General Dynamics F-16C	0.01
Grumman X-29	-0.33

El vuelo en equilibrio a diferentes velocidades se realiza a diferentes ángulos de ataque y por lo tanto a diferentes deflexiones o calajes del EH, pues a una geometría fija del avión le corresponde uno y sólo un ángulo de ataque de equilibrio:

En la práctica, la condición de equilibrio se define en términos de un C_L de trim y no de un ángulo de ataque, aunque conceptualmente es equivalente.

La figura presentada más adelante muestra las curvas de mediciones experimentales de un avión completo, con y sin EH (avión Messerschmitt Me-109: monomotor de ala baja trapezoidal):
La configuración con EH presenta 3 calajes diferentes: $+1^\circ$, -2° y -5°

Observe :

- La linealidad de las curvas en el rango de α bajos
- La influencia del EH sobre la curva de sustentación es pequeña, en cambio es sustancial sobre las curvas de momento de cabeceo alrededor del CG.
- El avión sin cola es inestable (pendiente de momento positiva) y el avión con cola es estable (pendiente de momento negativa)
- A cada curva con ϵ_H diferente, corresponde un C_L de equilibrio diferente.
- A mayor C_L de equilibrio, corresponde un ϵ_H menor (de positivo a cada vez más negativo)

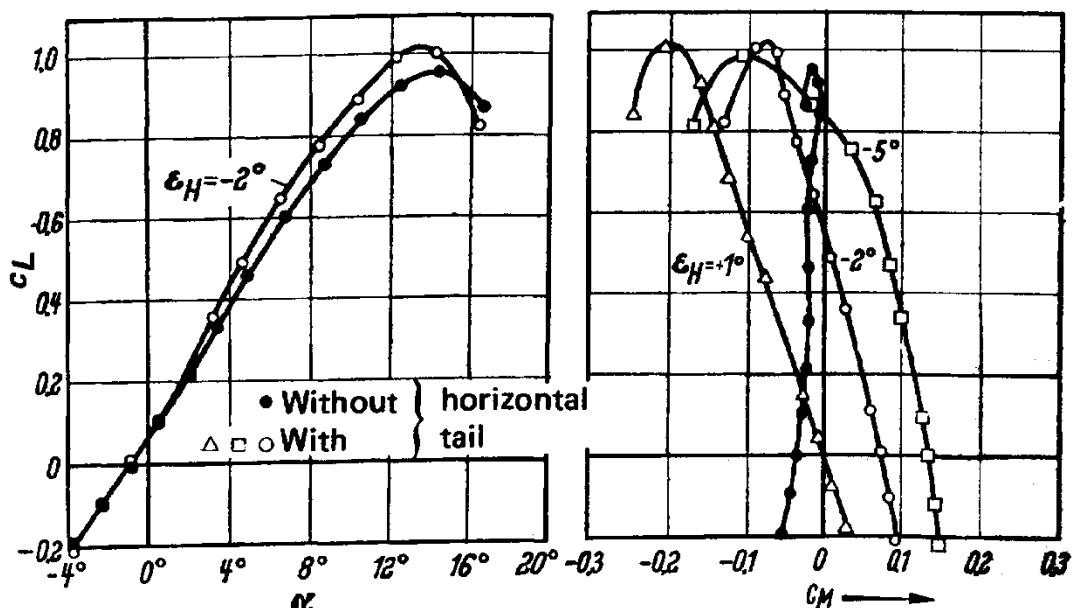


Figura 13 : Curvas C_L y C_M de avión con y sin cola (Me-109)

Cálculo de la condición trim

El cálculo de la condición trim del avión permite conocer cómo se distribuye la sustentación total entre el ala y el EH. Esto es muy importante para determinar la carga aerodinámica sobre éste último.

La obtención de la condición trim o de equilibrio se realiza en base a las ecuaciones de fuerzas y de momentos.

Todas las resistencias aerodinámicas son incluidas en un único coeficiente de resistencia C_D puesto en función de C_L . Es una práctica corriente adoptar el modelo de polar parabólica.

Para el siguiente análisis, se realizan las hipótesis simplificativas siguientes :

- Se desprecia la influencia de las componentes de fuerza axial en el equilibrio de momentos.
- Se desprecia la influencia de la propulsión en el equilibrio de momentos : se supone que el eje de empuje pasa por el CG y si hay hélice, ésta sólo genera fuerza de tracción.

- Se asume que el ángulo de ataque del avión α y el ángulo del eje de empuje ε respecto el eje del avión son pequeños, de manera que :

$$\cos \alpha \sim 1$$

$$\cos (\alpha+\varepsilon) \sim 1$$

$$\operatorname{sen} (\alpha+\varepsilon) \sim \alpha+\varepsilon$$
- Se asume fuerza normal idéntica a sustentación, en magnitud.

Las ecuaciones de equilibrio, en caso de vuelo con velocidad horizontal, con las hipótesis previas, resultan :

$$0 = T - D$$

$$m \frac{u^2}{R_c} = L_w + L_h + T (\alpha + \varepsilon) - m g \quad (26)$$

$$0 = M_F + M_{0W} - L_w x_w - L_h x_h$$

dónde los brazos de palanca son medidos desde el CG del avión, en el sentido del eje X.
Cómo es práctica corriente en aeronáutica, la aceleración centrípeta es incluida como una fuerza de inercia.

La aceleración centrípeta sumada a la aceleración de la gravedad y expresada en unidades de g da origen al concepto de **factor de carga normal n_z** .

$$0 = T - D$$

$$n_z m g = L_w + L_h + T (\alpha + \varepsilon) \quad (27)$$

$$0 = M_F + M_{0W} - L_w x_w - L_h x_h$$

Introduciendo los coeficientes aerodinámicos de fuerzas y momentos, así como agrupando el momento de fuselaje y el momento libre de ala en un único momento WB (Wing-Body) se tiene :

$$T = q S C_D$$

$$\frac{n_z m g}{q_\infty S} = C_{LW} + C_{LH} \frac{q_H S_H}{q_\infty S} + C_D (\alpha + \varepsilon) \quad (28)$$

$$0 = C_{MWB} - C_{LW} \frac{x_w}{\bar{c}} - C_{LH} \frac{q_H S_H}{q_\infty S} \frac{x_h}{\bar{c}}$$

En el miembro derecho de la segunda ecuación, se desprecia el término que incluye la resistencia frente a la suma de los otros dos. Esto puede entenderse re-escribiendo la segunda ecuación como :

$$\frac{n_z m g}{q S} = C_L \left(1 + \frac{C_D}{C_L} (\alpha + \varepsilon) \right) \approx C_L \quad (29)$$

Finalmente las ecuaciones quedan :

$$T = q_\infty S C_D$$

$$\frac{n_z m g}{q_\infty S} = C_{LW} + C_{LH} \frac{q_H S_H}{q_\infty S} \quad (30)$$

$$0 = C_{MWB} - C_{LW} \frac{x_w}{\bar{c}} - C_{LH} \frac{q_H S_H}{q_\infty S} \frac{x_h}{\bar{c}}$$

La primera ecuación (denominada *ecuación de propulsión*) queda desacoplada de las otras. Simplemente provee el valor requerido de tracción T a fin de que el avión mantenga constante la magnitud de la velocidad de vuelo.

Las dos ecuaciones restantes, (denominada la segunda, *ecuación de sustentación*) determinan para una condición de vuelo dada, los valores de los C_L de ala y EH. Con el de ala puede calcularse, si se desea, el ángulo de ataque del avión.

Es muy importante conocer cómo se reparte la sustentación entre el ala y el EH para el cálculo de las cargas aerodinámicas sobre la estructura del EH, en diferentes condiciones de vuelo.

En términos de fuerzas, las ecuaciones de sustentación y de momento son :

$$\begin{aligned} n_z m g &= L_w + L_h \\ 0 &= M_F + M_{0W} - L_w x_w - L_h x_h \end{aligned} \quad (31)$$

$$\text{Si el momento de fuselaje es modelado como: } M_F = q_\infty (C_0 + C_1 \alpha) \quad (32)$$

las ecuaciones en términos de coeficientes resultan:

$$\begin{aligned} \frac{n_z m g}{q_\infty S} &= C_{LW} + C_{LH} \frac{q_h}{q_\infty} \frac{S_h}{S} \\ 0 &= \frac{C_0 + C_1 \alpha}{S \bar{c}} + C_{M0W} - C_{LW} \frac{x_w}{\bar{c}} - C_{LH} \frac{q_h}{q_\infty} \frac{S_h}{S} \frac{x_h}{\bar{c}} \end{aligned} \quad (33)$$

Se trata de dos ecuaciones con tres incógnitas explícitas, que pueden reducirse a dos vinculando el ángulo de ataque del avión con el coeficiente de sustentación del ala:

$$C_{LW} = C_{L\alpha W} (\alpha + \alpha_C - \alpha_{L0W}) \quad (34)$$

dónde α_C es el ángulo de calaje del ala.

$$\text{Se despeja entonces: } \alpha = \frac{C_{LW}}{C_{L\alpha W}} - \alpha_C + \alpha_{L0W} \quad (35)$$

Se introduce el coeficiente de sustentación del avión, dado por las condiciones del vuelo:

$$C_L = \frac{n_z m g}{q_\infty S} \quad (36)$$

Trabajando aritméticamente sobre las ecuaciones (33) habiendo introducido la (35) y la (36) se despejan:

Coeficiente de sustentación del empenaje horizontal:

$$C_{LH} = \frac{1}{\frac{q_h}{q_\infty} \frac{S_h}{S}} \frac{C_L \left(\frac{C_1}{S \bar{c} C_{L\alpha W}} - \frac{x_w}{\bar{c}} \right) + C_{M0W} + \frac{C_0}{S \bar{c}} + \frac{C_1}{S \bar{c}} (\alpha_{L0W} - \alpha_C)}{\frac{C_1}{S \bar{c} C_{L\alpha W}} + \frac{x_{HN}}{\bar{c}}} \quad (37)$$

Esta relación muestra que el empenaje horizontal avión puede requerir la generación de fuerza tanto hacia arriba como hacia abajo dependiendo de la condición de vuelo, del centraje y de características de la configuración.

Es frecuente que el requerimiento de carga negativa sea más importante que el de carga positiva: por ello es común encontrar aviones que adoptan en el EH un perfil combado pero invertido, es decir, mejor adaptado para trabajar a C_{LH} negativos (éste caso es notorio en el conocido C-130 Hércules):

Coeficiente de sustentación del ala:

$$C_{LW} = C_L - C_{LH} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \quad (38)$$

$$C_{LW} = \frac{C_L \frac{x_H}{\bar{c}} - C_{MOW} - \frac{C_0}{S \bar{c}} - \frac{C_1}{S \bar{c}} (\alpha_{LOW} - \alpha_C)}{\frac{C_1}{S \bar{c} C_{L\alpha W}} + \frac{x_H - x_W}{\bar{c}}}$$

Habiendo obtenidos los respectivos coeficientes de sustentación de ala y empenaje horizontal, a continuación pueden obtenerse el ángulo de ataque del avión y el ángulo de deflexión del control de profundidad del empenaje:

Ángulo de ataque del avión:

$$\alpha = \frac{C_{LW}}{C_{L\alpha W}} - \alpha_C + \alpha_{LOW} \quad \text{rep. (35)}$$

Ángulo de deflexión del control de profundidad:

Se calcula el ángulo de downwash (o upwash si es canard) como: $\alpha_w = \frac{\partial \alpha_w}{\partial \alpha} \frac{C_{LW}}{C_{L\alpha W}}$ (39)

Por ejemplo suponiendo un EH todo móvil, en el que la variable de control es el calaje ε_H se tendrá:

$$\varepsilon_H = \frac{C_{LH}}{C_{L\alpha H}} - \alpha - \alpha_w + (\alpha_{L0})_H - \Delta \alpha \quad (40)$$

Se incluye en el análisis de ángulos del EH el efecto de la variación de alfa por velocidad angular de cabeceo que se explica a continuación.

Amortiguamiento de cabeceo

Cuando el avión está en una situación dinámica con **movimiento de cabeceo**, el propio movimiento de velocidad angular de cabeceo modifica el ángulo de ataque con que el flujo incide sobre el EH, en forma similar a lo que sucede con cada sección de ala cuando ésta se encuentra en movimiento de rollido.

Cuando el avión está instantáneamente con una velocidad angular de cabeceo q positiva, el EH se encuentra con una velocidad relativa ascendente, de manera que se produce un incremento de ángulo de ataque, que surge de la ecuación:

$$\tan(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{V_\infty \sin \alpha + q x_H}{V_\infty \cos \alpha - q z_H}$$

Asumiendo:

- Bajo ángulo de ataque
- $\frac{q z_H}{V_\infty} \ll 1$

Se llega a la siguiente expresión aproximada del incremento:

$$\Delta\alpha \approx \frac{q x_H}{V_\infty} \quad (41)$$

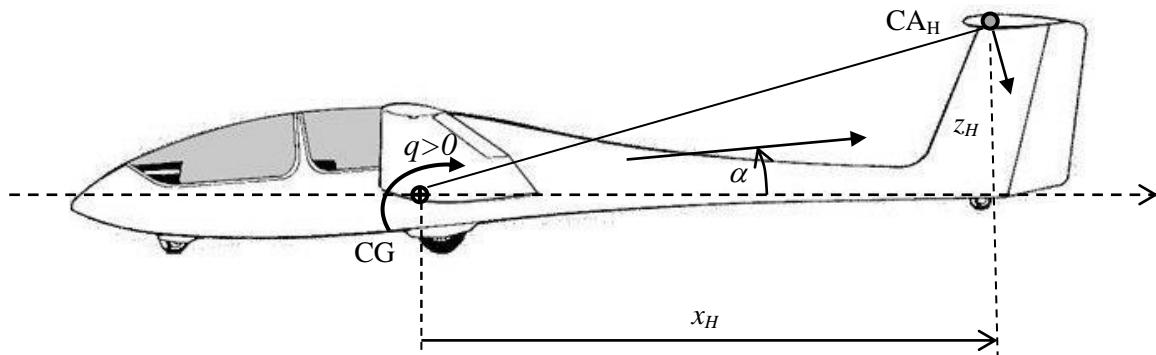


Figura 14 : Avión en movimiento de cabeceo

La velocidad angular de cabeceo está vinculada directamente al factor de carga normal mediante la relación de mecánica básica:

$$q = \frac{(n_z - 1)g}{V_\infty} \quad (42)$$

De donde resulta: $\Delta\alpha = \frac{(n_z - 1) g x_H}{V_\infty^2} \quad (43)$

Se produce por esta variación de alfa una fuerza de sustentación adicional en el EH, la cual genera un momento de cabeceo que se opone al movimiento que lo genera. Este efecto se denomina **amortiguamiento de cabeceo** (*pitch damping*).

$$\begin{aligned}\Delta L_H &= C_{L\alpha H} \Delta \alpha q_H S_H \\ \Delta L_H &= C_{L\alpha H} \frac{q x_H}{V_\infty} q_H S_H\end{aligned}\quad (44)$$

$$\begin{aligned}\Delta M_y &= -\Delta L_H x_H \\ \Delta M_y &= -C_{L\alpha H} \frac{q x_H^2}{V_\infty} q_H S_H\end{aligned}\quad (45)$$

Es práctica corriente trabajar en términos de una velocidad angular de cabeceo adimensional definida por :

$$\bar{q} = \frac{q \bar{c}}{2V_\infty} \quad (46)$$

Introduciendo ésta definición y trabajando en términos de coeficientes de fuerza y momentos resultan :

$$\Delta C_L = 2 C_{L\alpha H} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \frac{x_H}{\bar{c}} \bar{q} \quad (47)$$

$$\Delta C_{My} = -2 C_{L\alpha H} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \left(\frac{x_H}{\bar{c}} \right)^2 \bar{q} \quad (48)$$

Las fórmulas (39) y (40) son muy importantes en el estudio de la dinámica del movimiento longitudinal del avión (cabeceo).

Se definen las correspondientes “derivativas” de fuerza normal y de momento de cabeceo respecto a la velocidad angular de cabeceo:

$$\frac{\partial C_z}{\partial \bar{q}} = 2 C_{L\alpha H} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \frac{x_H}{\bar{c}} \quad (49)$$

$$\frac{\partial C_{My}}{\partial \bar{q}} = -2 C_{L\alpha H} \frac{q_H}{q_\infty} \frac{S_H}{S} \left(\frac{x_H}{\bar{c}} \right)^2 \quad (50)$$

EMPENAJE VERTICAL

Contribución del empenaje vertical a la aerodinámica del avión

Como se comentó en la parte introductoria de estas notas, la función del empenaje vertical, es por un lado la estabilización del avión en una condición de vuelo simétrica sin deslizamiento, y por otro proveer capacidad de control, por ejemplo para poner el avión en un vuelo asimétrico estabilizado, con ángulo de deslizamiento, o generar un movimiento de guiñada. Esta función de control es realizada por la parte móvil del empenaje.

Se adopta para los siguientes análisis el sistema de Ejes Cuerpo Aerodinámica (x hacia atrás, y hacia estribor, z hacia arriba).

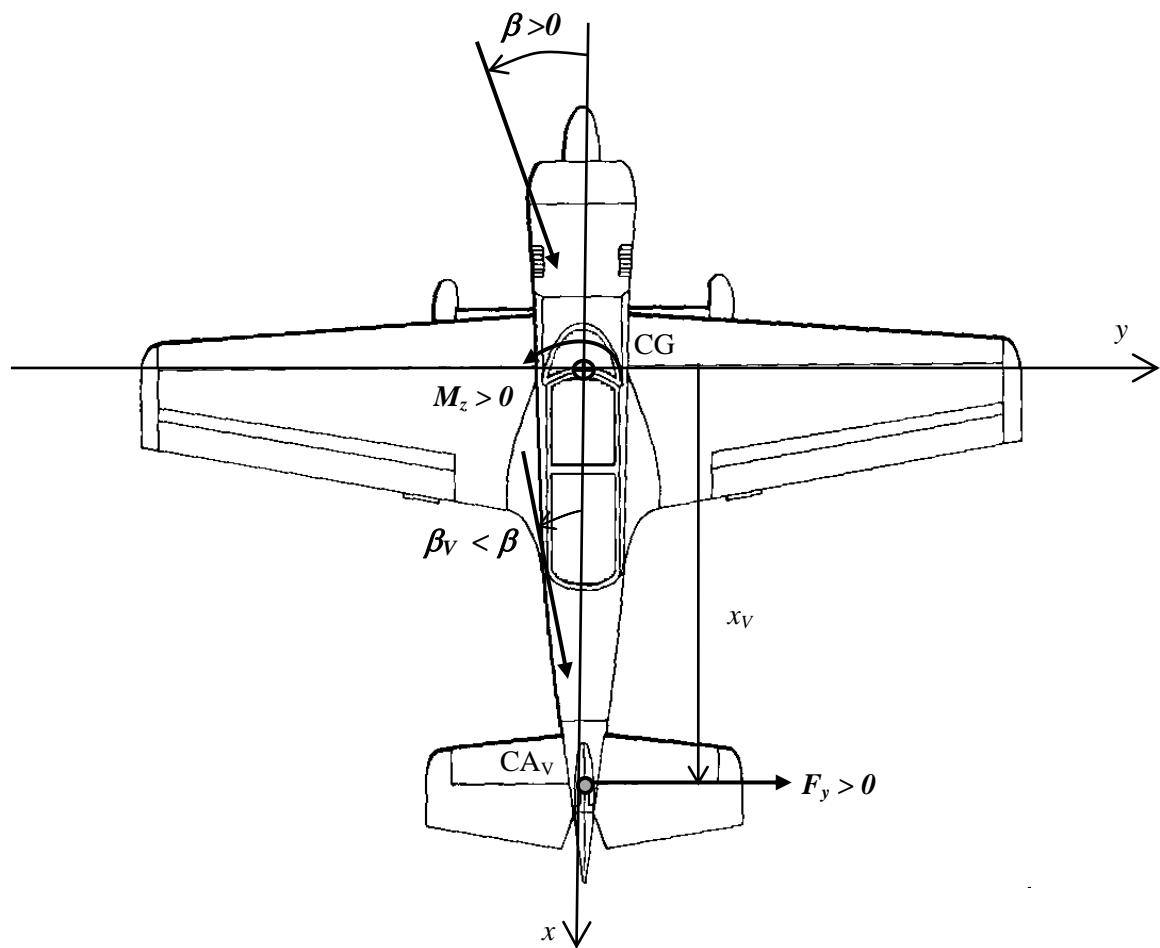


Figura 15 : Avión en deslizamiento

La fuerza transversal F_y generada en el EV constituye la "sustentación" del EV. Depende de :

- Superficie del EV
- Presión dinámica local.
- Coeficiente de sustentación propio

$$F_y = (C_L)_V \cdot q_V \cdot S_V \quad (1)$$

Análogamente a lo visto antes para EH, la presión dinámica en la ubicación del EV puede diferir del valor de corriente libre por las dos causas citadas : corriente acelerada por una hélice o estela turbulenta del fuselaje.

La dirección del flujo incidente sobre el EV β_V puede diferir de la que correspondería por un ángulo de deslizamiento β del avión, en forma análoga a lo que ocurría con el EH aunque con un origen radicalmente diferente.

La presencia del fuselaje y la posición del ala respecto a éste (ala alta, media o baja) genera una compleja modificación del ángulo con el cuál la corriente libre llegaría al EV. En general se produce una reducción del ángulo de deslizamiento local.

Se denomina eficiencia del EV o factor de "sidewash" al parámetro $\frac{\partial \beta_V}{\partial \beta}$

Este efecto, que generalmente produce $\beta_V < \beta$, es complejo y dificultoso de ser estimado con precisión.

A nivel preliminar se asume despreciable, sabiendo que puede poseer mayor o menor influencia. Debe recurrirse a modelos de flujo 3D para cuantificarlo.

La figura siguiente presenta a modo ilustrativo, un conjunto de resultados experimentales para un fuselaje simple con tres posiciones de un ala rectangular.

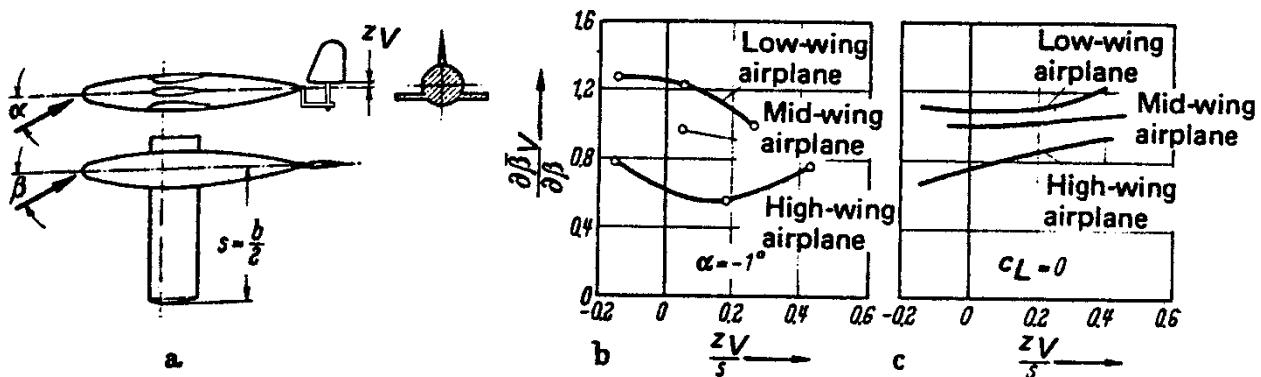


Figure 7-39 Efficiency factors of the vertical tail for high-wing, mid-wing, and low-wing airplanes at several high positions of the fin. (a) Geometry. (b) Measured efficiency factors from Jacobs. (c) Theoretical efficiency factors from Jacobs.

Figura 16 : Factor de "sidewash" en un caso de ejemplo

El coeficiente de fuerza C_L (basado en su propia superficie y presión dinámica) depende del ángulo de ataque local β_V al cuál esté el EV y del ángulo de deflexión del timón de dirección η_V .

$$(C_L)_V = \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)_V \beta_V + \left(\frac{\partial C_L}{\partial \eta} \right)_V \eta_V \quad (2)$$

La influencia del ángulo de deslizamiento se trata directamente de manera similar a cómo se hace con un ala o EH, a través de una pendiente de sustentación "lateral" del EV.

El EV se analiza como un ala de bajo alargamiento. Su alargamiento está definido en base a la altura b_V del empenaje como muestra la figura siguiente y según lo mostrado en la Figura 2.

$$A_V = \frac{b_V^2}{S_V} \quad (3)$$

El EV debe ser analizado con un modelo de superficie sustentadora, apto justamente para analizar superficies sustentadoras de bajo alargamiento. El modelo de línea sustentadora no es apropiado.

La figura siguiente presenta resultados teóricos y experimentales de la pendiente de sustentación $\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\right)_V$, en función del alargamiento del EV definido de la manera anterior.

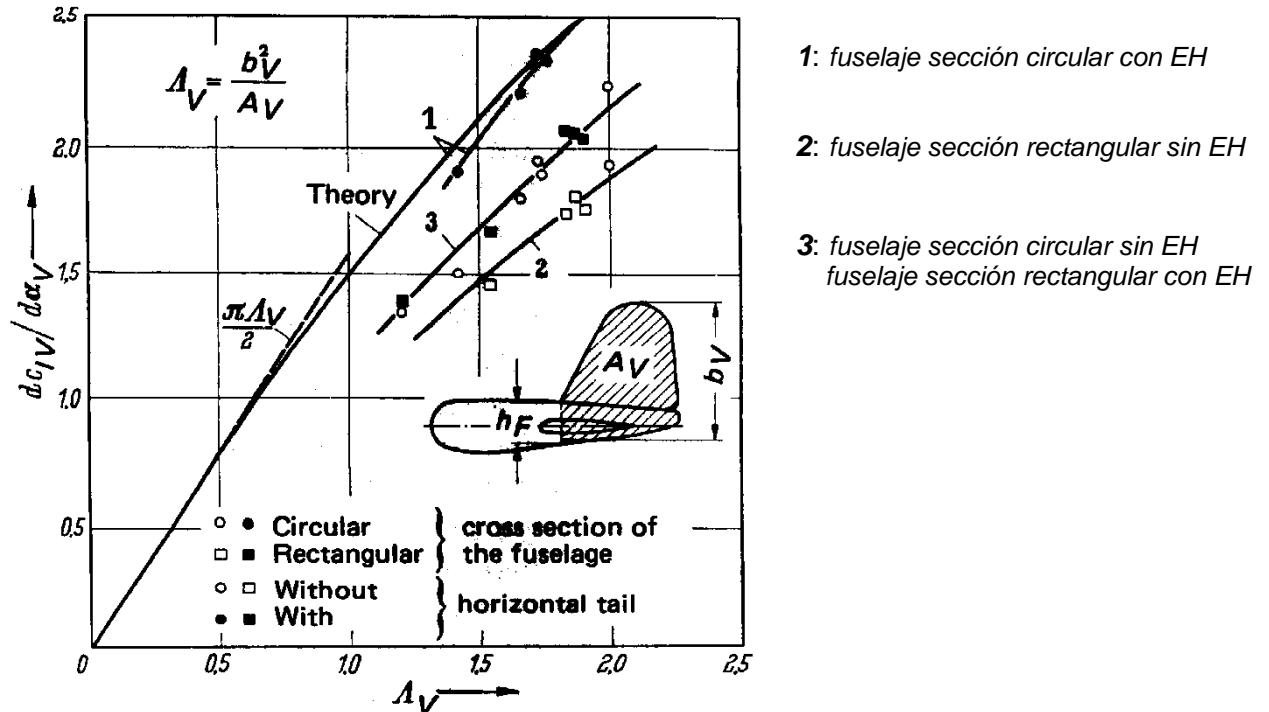


Figura 17 : Pendiente de sustentación propia de EV

Para un EV implantado en un fuselaje de sección circular y con presencia de EH, es válido emplear la siguiente fórmula empírica vista para alas:

$$(C_{L\alpha})_V = \frac{2 \pi A_V}{\sqrt{A_V^2 + 4} + 2} \quad (4)$$

La influencia de la deflexión del timón de dirección debe ser evaluada en base a métodos más avanzados como el método de red de vórtices, estimando el parámetro $\frac{\partial C_L}{\partial \eta}$

La fuerza transversal finalmente puede expresarse como :

$$F_y = \left(C_{L\alpha} \frac{\partial \beta_V}{\partial \beta} \beta + C_{L\eta} \eta_V \right) q_V S_V \quad (5)$$

En forma de coeficiente a ser integrado al avión completo (basado en la superficie alar del avión y presión dinámica de corriente libre) :

$$C_y = \left(C_{L\alpha} \frac{\partial \beta_V}{\partial \beta} \beta + C_{L\eta} \eta_V \right) \frac{q_V}{q_\infty} \frac{S_V}{S} \quad (6)$$

La fuerza transversal generada por el EV por el ángulo de deslizamiento produce un momento de guiñada de carácter estabilizante. Este efecto es denominado "estabilidad de veleta" (*weathercock stability*) y hace al avión naturalmente estable en guiñada. Debe recordarse que el fuselaje en deslizamiento produce un momento inestable, tendiente a incrementar el ángulo de deslizamiento.

El momento de guiñada producido por el EV:

$$M_z = F_y x_v \quad (7)$$

El coeficiente de momento de guiñada se define en forma análoga al coeficiente de rolido, tomando la envergadura b como longitud de referencia para adimensionalizar.

Queda entonces :

$$C_{Mz} = \left(C_{L\alpha} \frac{\partial \beta_v}{\partial \beta} \beta + C_{L\eta} \eta_v \right) \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \frac{x_v}{b} \quad (8)$$

El EV también genera un momento de rolido debido a que dicha fuerza está aplicada con un brazo de palanca en Z .

$$M_x = -F_y z_v \quad (9)$$

$$C_{Mx} = - \left(C_{L\alpha} \frac{\partial \beta_v}{\partial \beta} \beta + C_{L\eta} \eta_v \right) \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \frac{z_v}{b} \quad (10)$$

Amortiguamiento de guiñada

En una situación dinámica, cuando el avión está instantáneamente con movimiento de guiñada se produce una situación análoga a la vista en cuanto a cabeceo, aunque más simple en su análisis. La velocidad angular de guiñada modifica el ángulo de ataque del flujo sobre el EV de forma directa:

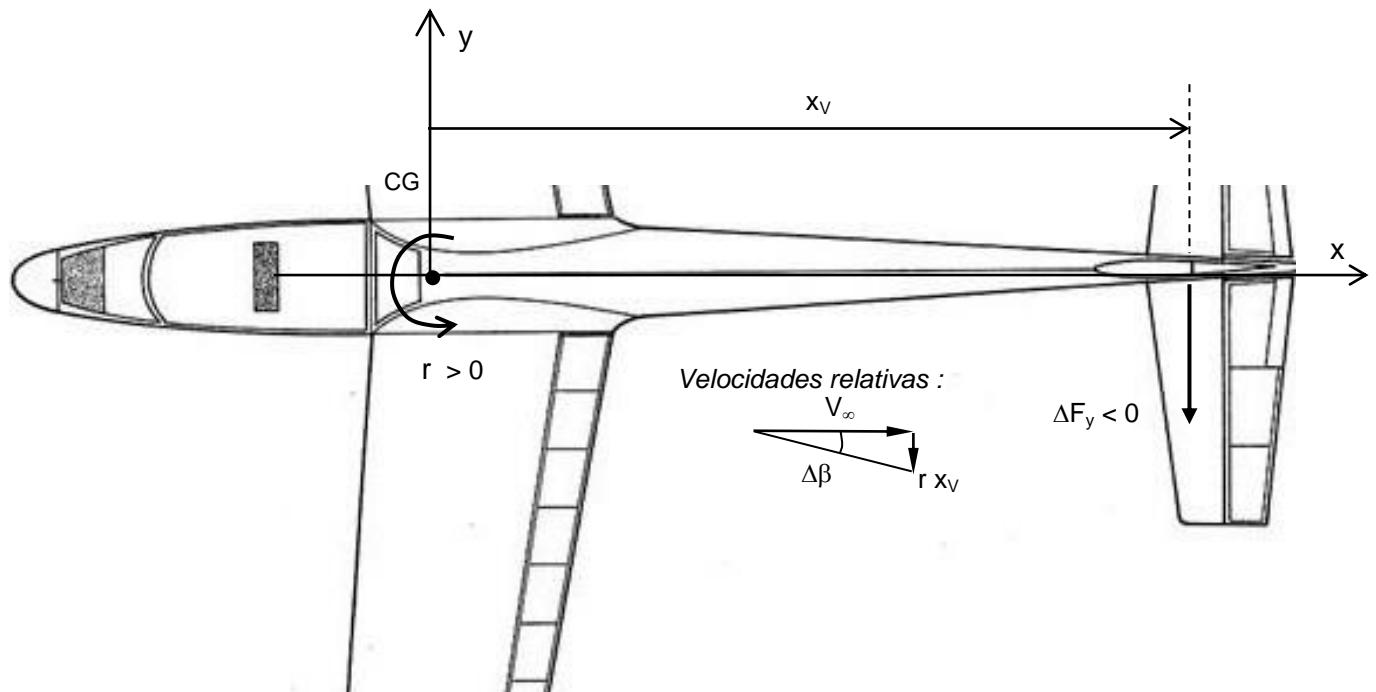


Figura 18 : Avión en movimiento de guiñada

Una velocidad angular de guiñada r positiva produce en el EV una variación de ángulo de ataque local dado por :

$$\Delta\beta = -\frac{r x_v}{V_\infty} \quad (11)$$

expresión deducida en base a analizar las velocidades relativas respecto el EV.

Se produce por ésta variación de ángulo, una variación de la fuerza lateral la cual a su vez origina un momento de guiñada opuesto al movimiento que lo genera, denominado **amortiguamiento de guiñada** (*yaw damping*).

$$\Delta F_y = (C_{L\alpha})_v \Delta\beta q_v S_v$$

$$\Delta F_y = -C_{L\alpha} \frac{r x_v}{V_\infty} q_v S_v \quad (12)$$

$$\Delta M_z = \Delta F_y x_v$$

$$\Delta M_z = -C_{L\alpha} \frac{r x_v^2}{V_\infty} q_v S_v \quad (13)$$

Se introduce una velocidad angular de guiñada adimensional definida en forma análoga a la ya vista velocidad angular de rolido :

$$\bar{r} = \frac{r b}{2V_\infty} \quad (14)$$

Introduciendo ésta definición y trabajando en términos de coeficientes de fuerza y momentos referidos al avión resultan :

$$\Delta C_y = -2 C_{L\alpha} \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \frac{x_v}{b} \bar{r} \quad (15)$$

$$\Delta C_{Mz} = -2 C_{L\alpha V} \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \left(\frac{x_v}{b} \right)^2 \bar{r} \quad (16)$$

Se definen las correspondientes “derivativas” de fuerza lateral y de momento de guiñada respecto la velocidad angular de guiñada:

$$\frac{\partial C_y}{\partial \bar{r}} = -2 C_{L\alpha} \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \frac{x_v}{b} \quad (17)$$

$$\frac{\partial C_{Mz}}{\partial \bar{r}} = -2 C_{L\alpha V} \frac{q_v}{q_\infty} \frac{S_v}{S} \left(\frac{x_v}{b} \right)^2 \quad (18)$$

Las fórmulas (17) y (18) son importantes en el estudio de la dinámica del movimiento lateral del avión, caracterizado por guiñada y rolido en influencia mutua.

Estabilidad estática de guiñada

Veamos en forma muy somera y simplificada el principio de la estabilidad estática de guiñada, denominada "estabilidad de veleta".

El fuselaje en guiñada produce siempre, análogamente a cabeceo, un momento de carácter inestable : con un ángulo β , el fuselaje genera un momento de guiñada tendiente a incrementar el valor de β .

Por otra parte, en caso de aviones con hélice impulsora, éste efecto inestable se incrementa a causa de la fuerza generada por la hélice (esto se verá en la asignatura Aerodinámica II).

Con el sistema de ejes adoptado (Ejes Cuerpo Aerodinámica) :

Para $\beta > 0$: $M_{Fz} < 0$ (acción inestabilizante de fuselaje) (19)

La presencia del empenaje vertical introduce un efecto estabilizante, denominado por razones obvias "estabilidad de veleta", tendiente a mantener naturalmente al avión alrededor de la condición β nulo.

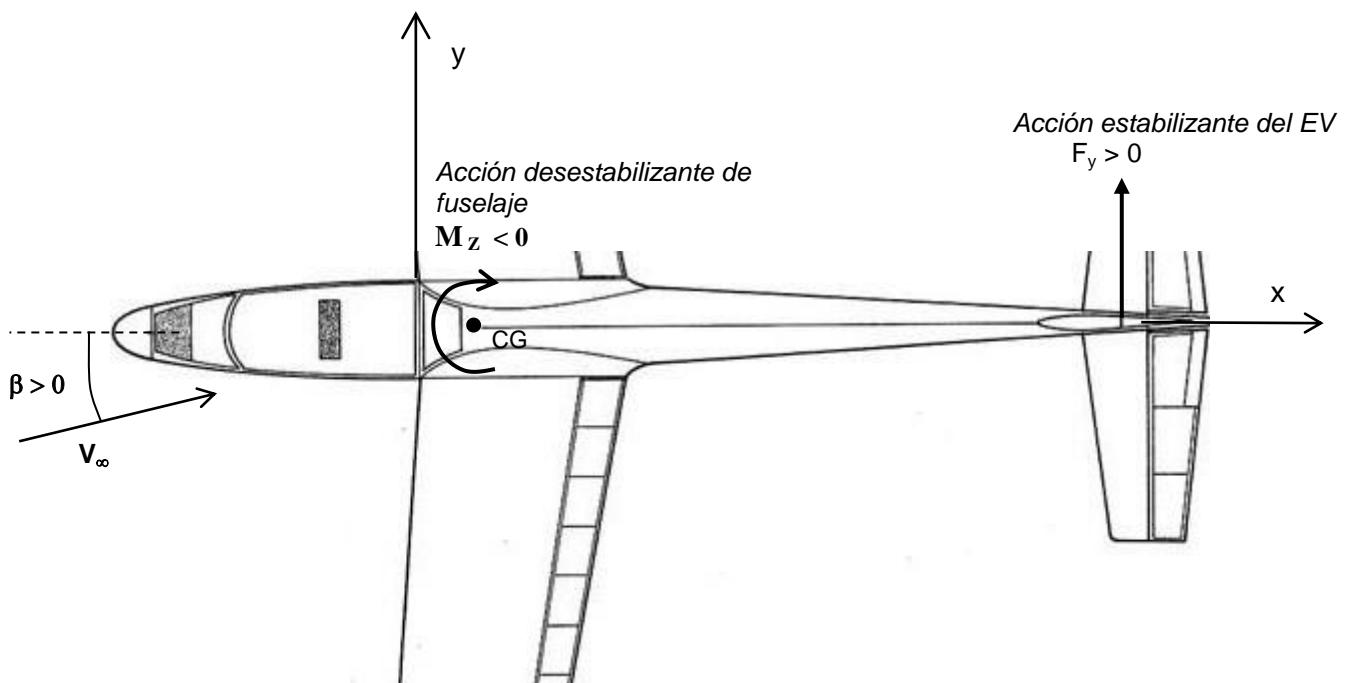


Figura 19 : Estabilidad de veleta

El momento de guiñada respecto el CG :

$$M_{z CG} = M_{Fz} + F_y \cdot x_V \quad (20)$$

Derivando respecto beta :

$$\frac{\partial M_{z CG}}{\partial \beta} = \frac{\partial M_{Fz}}{\partial \beta} + \frac{\partial F_y}{\partial \beta} x_V > 0 \quad \text{por estabilidad}$$

Se plantea como condición de estabilidad:

$$\frac{\partial M_F z}{\partial \beta} + (C_{L\alpha})_V \frac{\partial \beta_V}{\partial \beta} q_V S_V x_V > 0 \quad (21)$$

En términos de coeficiente de momento de guiñada referido al avión:

$$\frac{\partial C_{Mz}}{\partial \beta} = \left(\frac{\partial C_{Mz}}{\partial \beta} \right)_F + (C_{L\alpha})_V \frac{\partial \beta_V}{\partial \beta} \frac{q_V}{q_\infty} \frac{S_V x_V}{S b} > 0 \quad (22)$$

o

$$\frac{\partial C_n}{\partial \beta} = \left(\frac{\partial C_n}{\partial \beta} \right)_F + (C_{L\alpha})_V \frac{\partial \beta_V}{\partial \beta} \frac{q_V}{q_\infty} \frac{S_V x_V}{S b} > 0$$

No existe en la dinámica lateral del avión algo equivalente al punto neutro en longitudinal de manera que el criterio de estabilidad direccional se establece a través de un valor mínimo a cumplir de la derivada del coeficiente de momento de guiñada respecto el CG.

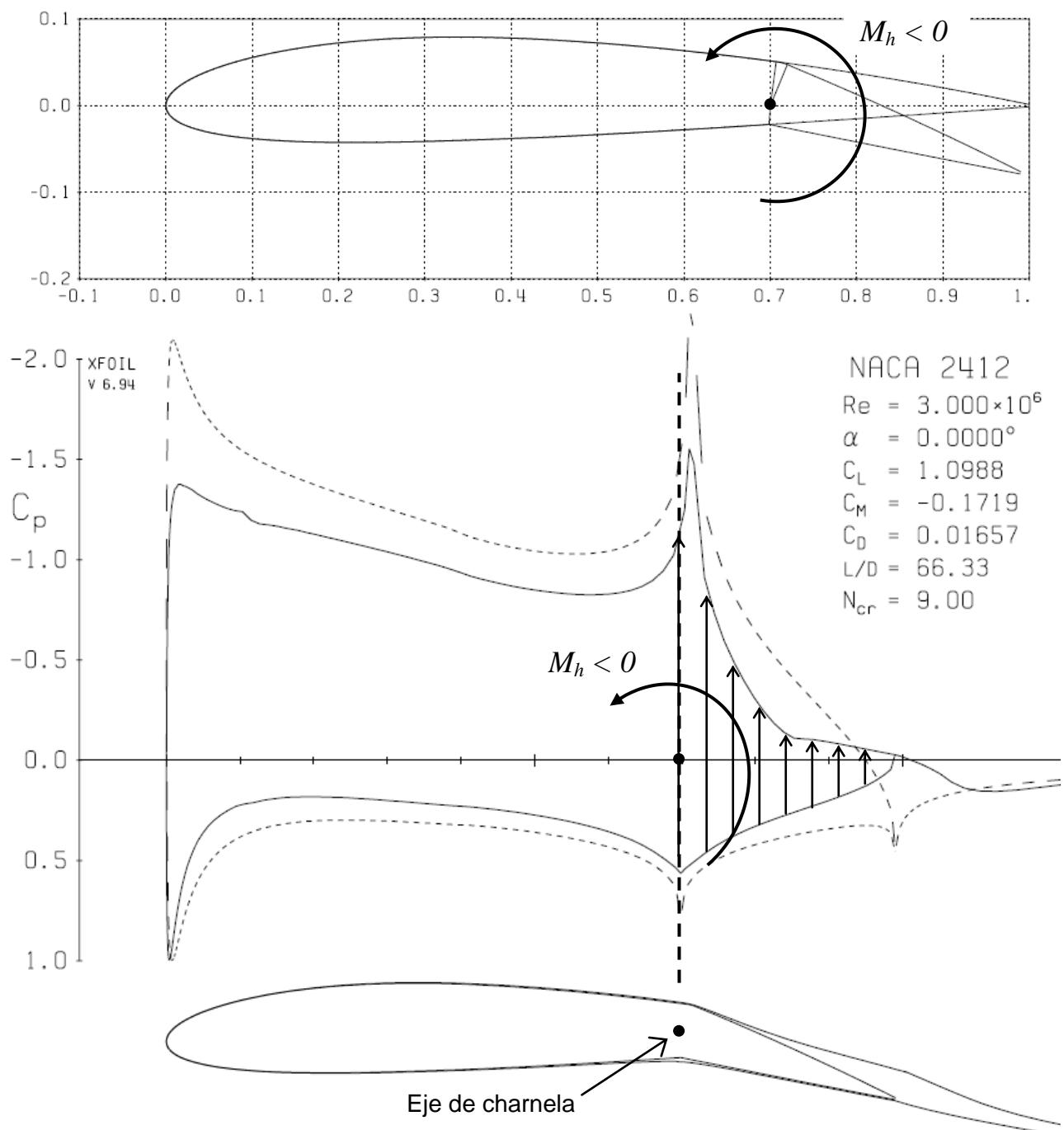
La posición de CG posee una influencia considerablemente menor sobre la estabilidad direccional que sobre la longitudinal. La estabilidad de veleta está provista esencialmente por el brazo de palanca del EV y al ser comparativamente grande con el margen de desplazamiento de CG, éste no ejerce influencia considerable.

Un criterio empírico de estabilidad direccional, para categoría de aviones de transporte, está dado por:

$$\frac{\partial C_{Mz}}{\partial \beta} = \frac{\partial C_n}{\partial \beta} = +0.0005 \sqrt{\frac{W [lbf]}{b^2 [ft^2]}} \quad [1/ grado] \quad (23)$$

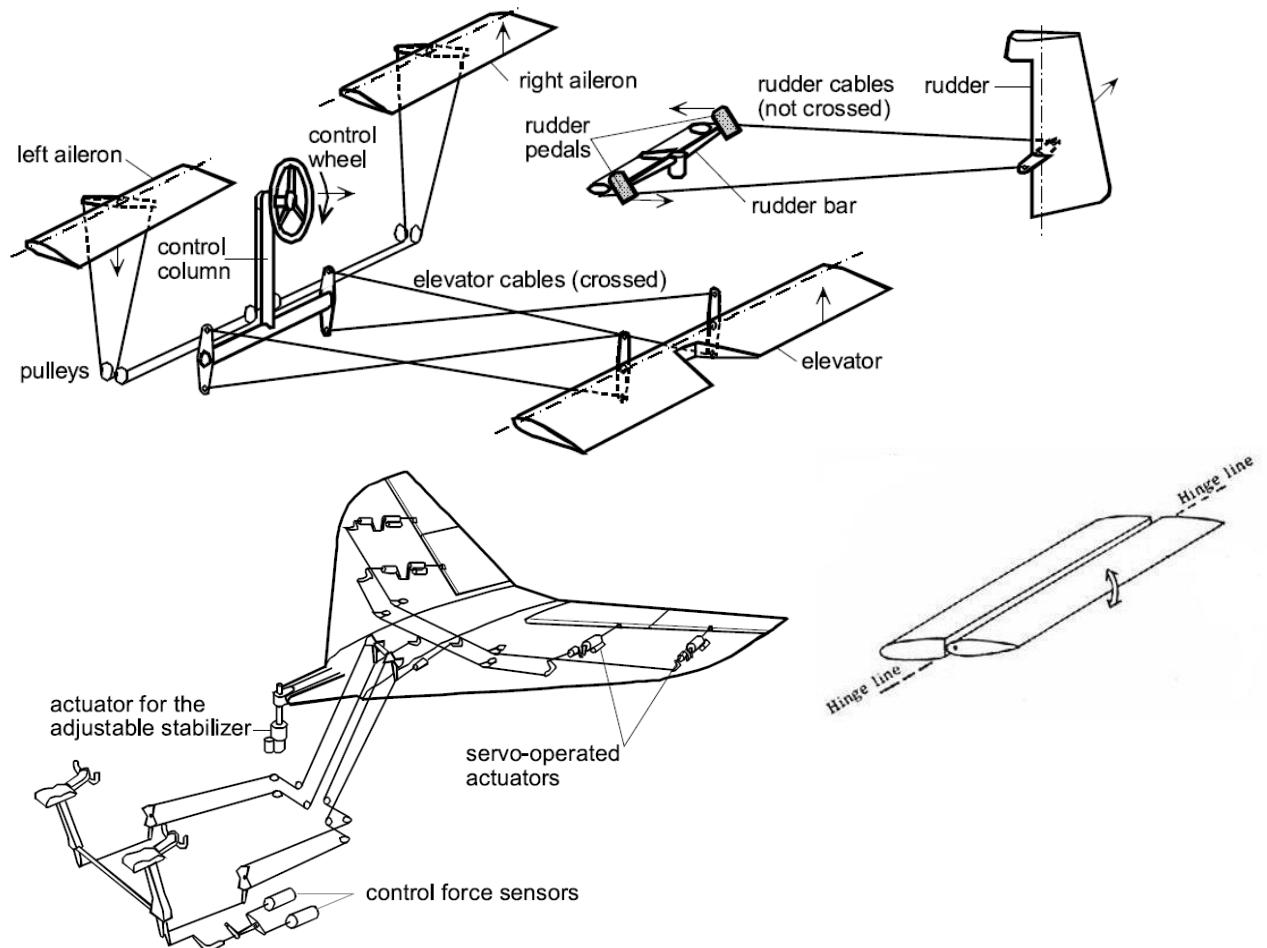
MOMENTO DE CHARNELA

Se refiere al momento requerido alrededor del pivote para accionar una superficie de control un determinado ángulo de deflexión o para equilibrarla en una deflexión dada. Cuando se deflecta una superficie de control, la fuerzas aerodinámicas resultantes de la distribución de presiones sobre ella producen un momento respecto del pivote o eje de giro (o eje de charnela, "hinge line"). Este momento debe ser equilibrado directamente por el piloto o por el sistema de control (normalmente las fuerzas aerodinámicas se oponen a la deflexión, no ayudan a la misma). Este momento, denominado "momento de charnela" M_h o HM (hinge moment), es de origen aerodinámico y está causado por la distribución de presiones sobre la parte del perfil o del ala que corresponde al comando pivotado.



Si el control corresponde a un empenaje todo móvil, sin parte fija, el momento de charnela simplemente es el momento aerodinámico completo del perfil respecto del punto pivote.

A modo descriptivo, la figura siguiente muestra el sistema básico de accionamiento manual de un elevador, alerones y timón de dirección, tal como existe aún en numerosos aviones. En éste caso, es la fuerza muscular del piloto la que debe equilibrar al momento de charnela, a través de una cadena mecánica.



En el caso de comandos con servo actuadores, el momento de charnela es equilibrado por los mismos, y el valor del momento sirve a los efectos de cuantificar las fuerzas requeridas al sistema. Cuantificar el momento de charnela permite diseñar y dimensionar adecuadamente el sistema de control, sea del tipo que sea: accionamiento de los controles, brazos de palanca, dimensiones de barras y cables, potencia de servomotores, esfuerzo de los servoactuadores, etc. El estudio detallado del momento de charnela normalmente se realiza de manera experimental, mediante ensayos en túnel de viento, y más actualmente mediante simulación numérica. Tip

La convención de signo es análoga a la de momentos de cabeceo: por ejemplo en caso de un elevador, momento de charnela positivo significa un momento sobre el comando que tiende a aumentar la deflexión (Vea la primer figura).

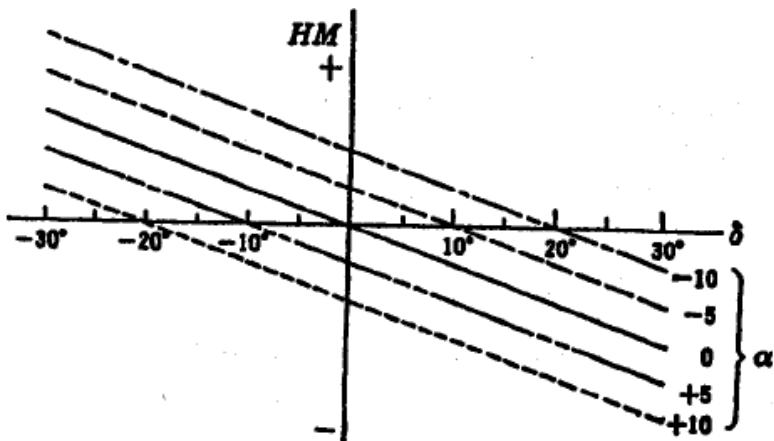


FIGURE 6-5. Typical hinge moment curves.

Se define un coeficiente adimensional de momento de charnela:

$$M_h = C_h q_\infty A_f c_f$$

Una definición frecuente, pero no estandarizada universalmente, del área y cuerda de referencia para la adimensionalización es:

- A_f área de la superficie de control
- c_f cuerda media geométrica: $c_f = A_f / b_f$ (b_f es la envergadura de la superficie de control)

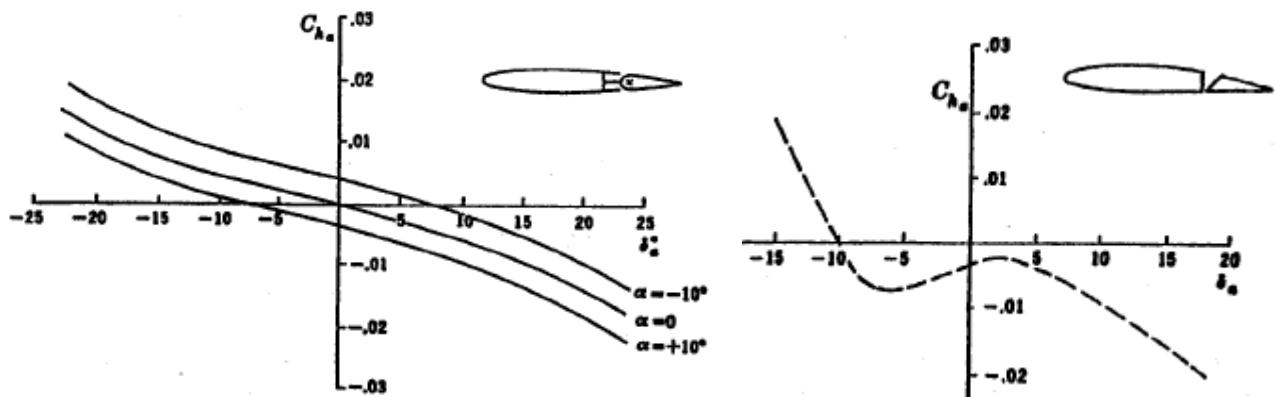
Al trabajar con información de coeficiente de momento de charnela se debe ser muy cuidadoso en tener clara la definición del mismo pues existen otras definiciones del área y cuerda de referencia.

El coeficiente de momento de charnela se estudia en función del ángulo de ataque α y del ángulo de deflexión η : $C_h(\alpha, \eta)$

Para ángulos moderados y superficies de control convencionales el comportamiento es habitualmente lineal, por lo que se escribe:

$$C_h(\alpha, \eta) = C_{h0} + C_{h\alpha} \alpha + C_{h\eta} \eta$$

Por ejemplo, un alerón de diseño Frise es altamente no lineal, incluso para bajos alfa y deflexiones. Una superficie de control convencional poseerá comportamiento no lineal recién a grandes ángulo de ataque o deflexión.



Curvas típicas de un alerón convencional y un alerón Frise

Los parámetros $C_{h\alpha}$ y $C_{h\eta}$ son valores que deben ser obtenidos en base al post procesado de los resultados de los ensayos de la superficie de control.

A nivel de estimaciones iniciales se trabaja con métodos de manual, de base empírica, o con métodos de red de vórtices dependiendo del tipo de comando (por ejemplo, un alerón Frise no es susceptible de ser analizado con métodos teóricos)

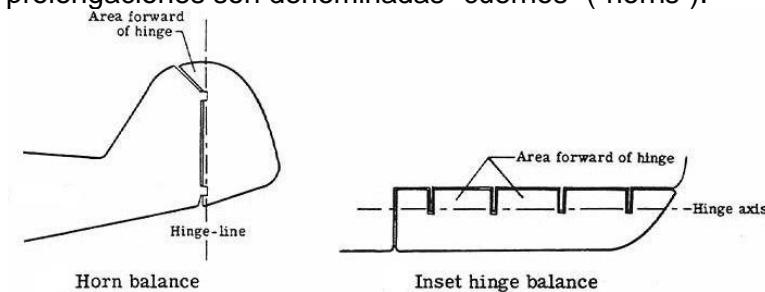
Normalmente, es imperativo reducir la magnitud del momento de charnela, ya sea por razones de comodidad del vuelo en caso de aviones con controles manuales o por razones de reducción de esfuerzos en los servoactuadores.

Para ello, las superficies de control frecuentemente poseen sistemas atenuadores del momento de charnela a fin de aliviar la fuerza en los mandos o anularla completamente (lo que se denomina en la jerga, "trimar el avión").

Se dividen en elementos "compensadores" y elementos "reguladores". Los segundos permiten la reducción o anulación del momento de charnela a voluntad del piloto, en diferentes condiciones de vuelo.

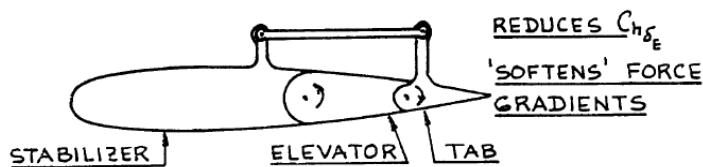
Elementos compensadores

Una forma usual de atenuar el momento de charnela es mediante pequeñas prolongaciones de la superficie de control por delante del eje de charnela. Esto es denominado en general "balanceado aerodinámico". Las prolongaciones son denominadas "cuernos" ("horns").



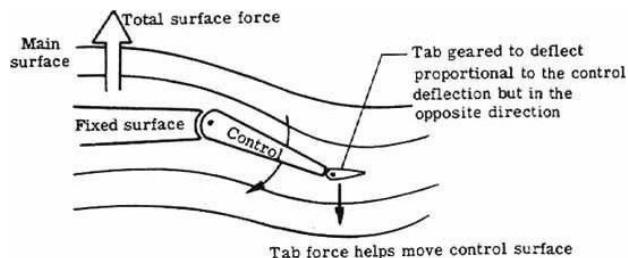
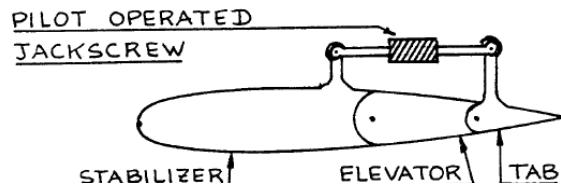
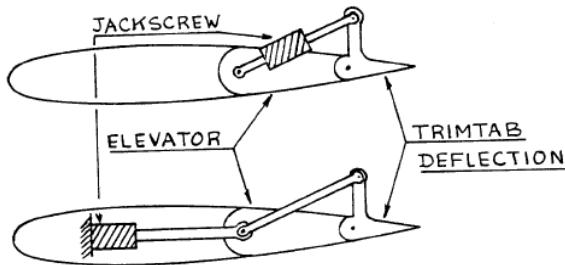
Otros sistemas de balanceado también son de origen aerodinámico pero con un sistema mecánico con pequeñas superficies móviles en el borde de fuga del comando, llamadas genéricamente "aletas compensadoras"

Un sistema es el denominado "balance tab": se trata de una pequeña aleta en el borde de fuga del comando móvil con un eslabonamiento mecánico de manera que se deflexiona en sentido opuesto al del comando sin intervención del piloto. De esa forma atenúa el momento de charnela sin modificar significativamente la fuerza aerodinámica neta que el comando genera sobre el avión, la cual es la que equilibra al avión en la condición de vuelo.

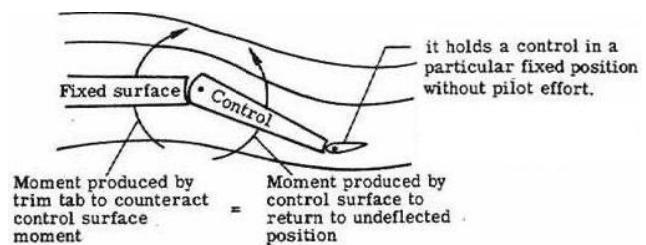


Elementos reguladores

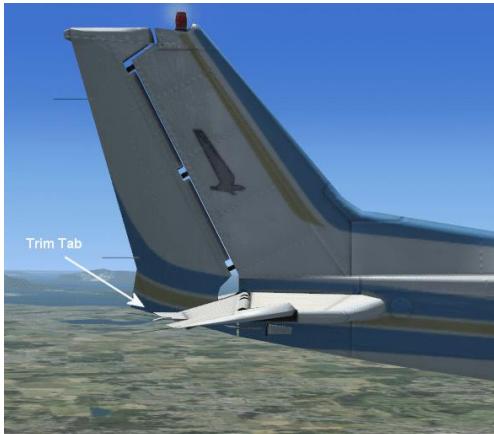
El más común es el denominado "trim tab": funciona de manera análoga al anterior pero es controlado a voluntad de manera que el piloto puede reducir a cero la fuerza en el comando en la condición de vuelo en la que se encuentre. Frecuentemente se combina ambos, como en el caso de la derecha.



(a) Balance tab operation.

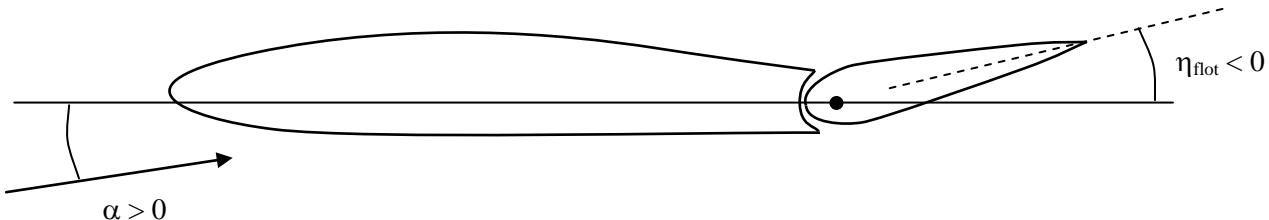


(b) Trim tab operation.



Ángulo de flotamiento

Cuando el comando se deja libre, su deflexión se ajusta a la condición de momento de charnela nulo, para el ángulo de ataque que sea. Esta condición de mandos libres no es de interés para el sistema de control sino para el estudio del margen de estabilidad del avión con mandos libres. Se verá que este margen de estabilidad es algo menor que la de mandos fijos.



En la condición de flotamiento, o denominada también "timón libre", se tiene: $C_h(\alpha, \eta) = 0$

Por lo tanto, en la condición de flotamiento, la deflexión del comando está determinada por el ángulo de ataque, de manera que es una función $\eta(\alpha)$

Asumiendo linealidad: $C_h(\alpha, \eta) = C_{h0} + C_{h\alpha} \alpha + C_{h\eta} \eta = 0$

Se tiene: $\frac{\partial \eta_{flot}}{\partial \alpha} = -\frac{C_{h\alpha}}{C_{h\eta}}$

El coeficiente de sustentación de la sección se ve influenciado en forma directa,

$$C_l(\alpha, \eta) = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \left(\alpha - \alpha_{l0} - \frac{\partial \alpha_{l0}}{\partial \eta} \eta \right)$$

El motivo de la importancia del estudio de ésta característica de flotamiento de un comando es el siguiente:

Cuando se analiza la estabilidad natural del avión, existen dos enfoques de estudio:

- 1) Con los comandos establecidos en una posición fija, denominado estudio de estabilidad “timón fijo”, que es el que se ha visto en los capítulos correspondientes de empenaje.
- 2) Con los comandos dejados libres ,o “flotantes”, denominado estudio de estabilidad “timón libre”, para el cuál es determinante conocer los ángulos de flotamiento de las diferentes superficies de control.

Este enfoque de estabilidad es más restrictivo que el de “timón fijo”: el centro aerodinámico del avión en condición “timón libre” se encuentra algo adelante del centro aerodinámico “timón fijo”, que ha sido el estudiado previamente, de manera que establece un límite trasero de CG más restrictivo que el anterior.

RESISTENCIA AERODINÁMICA

La resistencia aerodinámica de una configuración es una única fuerza, sin embargo para su estudio se la divide tanto según sus diversos orígenes físicos, como según la parte componente del avión que la genera.

Una clasificación convencional según sus orígenes físicos es:

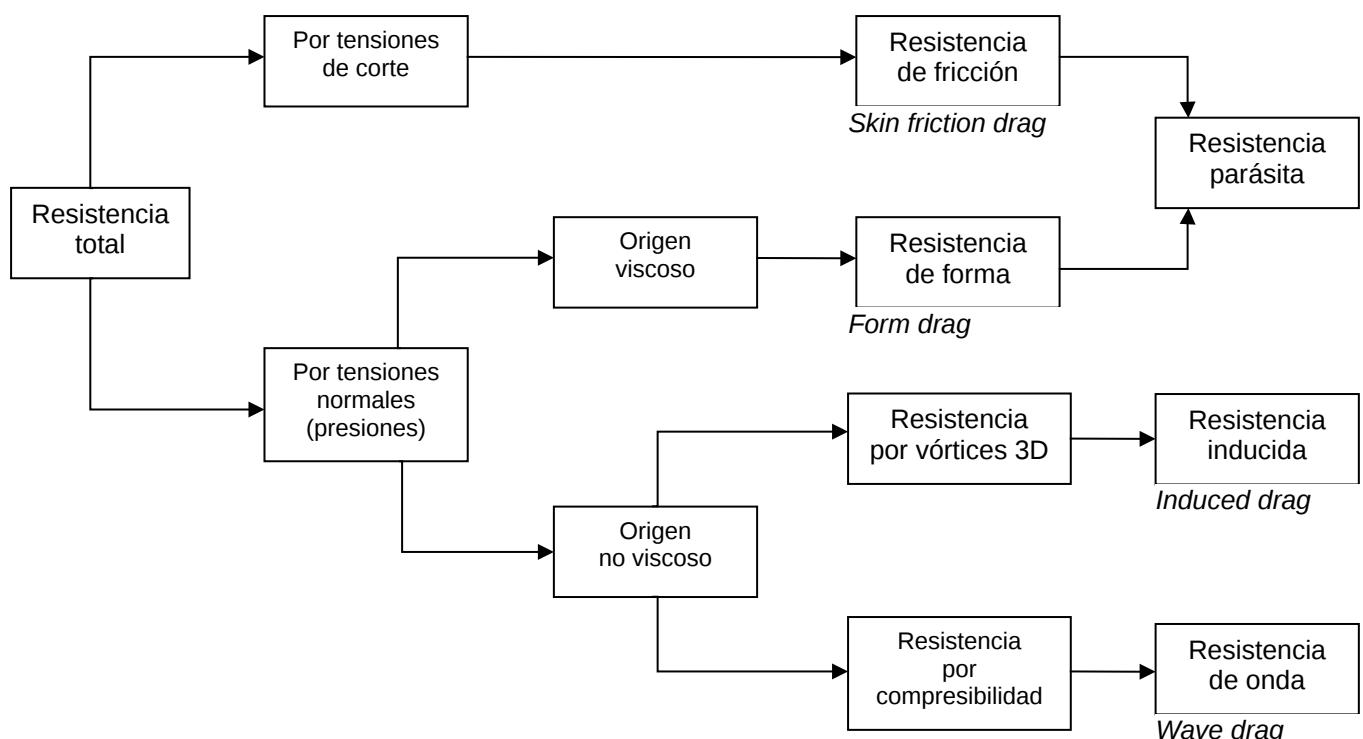
Resistencia de origen viscoso:

Denominada **resistencia parásita**. Se compone de una parte de fricción (generada por la distribución de tensiones de corte) y otra de presión (asociada a la modificación de la distribución de presiones ideal por la capa límite y/o por separación de flujo). Esta parte de resistencia viscosa debida a presiones es denominada resistencia de forma). En aviones bien diseñados y en la configuración de crucero, la resistencia parásita es mayoritariamente de fricción. En régimen subsónico es prácticamente independiente del carácter compresible del flujo.

Resistencia de origen no viscoso en régimen incompresible:

Está vinculada en forma directa a la generación de vórtices en flujo 3D y en consecuencia a la generación de sustentación en flujos 3D y es completamente resistencia de presión. Es denominada **resistencia inducida**.

Resistencia de origen no viscoso en régimen compresible: denominada genéricamente **resistencia de onda**. Esta resistencia aerodinámica aparece cuando existe, ya sea local o globalmente, flujo supersónico sobre el cuerpo. Esto sucede a partir de un número de Mach de vuelo 0.7 a 0.8 aproximadamente, según la situación. A su vez posee una parte asociada al volumen del cuerpo y otra directamente asociada a la generación de sustentación.



Genéricamente, se denomina **polar de resistencia** a la relación $C_D = f(C_L)$, para una determinada geometría y valores dados de número de Reynolds y número de Mach.

En la materia se cubrirán la resistencia aerodinámica correspondiente al flujo incompresible y subsónico bajo, de manera que la resistencia de onda C_{Dw} no se va a considerar.

La terminología en inglés frecuentemente distingue la “*induced drag*” de la “*lift dependent drag*”, la cual incluye la inducida y la parte de la parásita que depende del ángulo de ataque.

Los aviones pasan del orden de 90% de su vida de vuelo en trayectorias relativamente rectas y en vuelo no acelerado donde las fuerzas se encuentran en equilibrio estático. Por su importancia, es esta condición de crucero la que se toma como condición estándar de diseño del avión y para la cual tiene importancia primordial la predicción de la resistencia aerodinámica.

La predicción de la resistencia para situaciones de vuelo acelerado (despegue, aterrizaje y maniobras) es una cuestión importante pero en segundo lugar de relevancia.

Existen tres niveles distintivos de predicción de la resistencia correspondientes a los niveles de avance del diseño de un vehículo: diseño conceptual, diseño preliminar y diseño detallado. Cada uno con nivel creciente de sofisticación y de discriminación de los diferentes aportes a la resistencia total.

En la materia se cubrirán métodos válidos para las fases de diseño conceptual y preliminar.

Modelo de aproximación de polar parabólica del avión completo

Frecuentemente es conveniente aproximar la polar del avión completo $C_D(C_L)$, ya sea obtenida mediante ensayos o mediante cálculos, por la forma estándar de polar parabólica simple:

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 = C_{D0} + \frac{1}{\pi A e} C_L^2$$

Su importancia primordial reside en que los métodos más sencillos para el cálculo de las performances del avión, de precisión razonable, se basan en los parámetros C_{D0} y K de dicho modelo.

A es el alargamiento del ala pero e es un factor de Oswald del avión completo, que no debe confundirse con el factor de Oswald del ala o “factor de eficiencia del ala”, visto en resistencia inducida del ala. Los parámetros C_{D0} y K (o e) se obtienen de un ajuste de mínimos cuadrados de C_D como función lineal de C_L^2 .

Según éste modelo, la mínima resistencia es a sustentación nula, lo cual no es exacto aunque constituye una buena primera aproximación.

La Tabla siguiente de la Ref. [4] presenta valores representativos de varias categorías de aviones:

	C_{D0}	e
high-subsonic jet aircraft	.014 - .020	.75 - .85*
large turbopropeller aircraft	.018 - .024	.80 - .85
twin-engine piston aircraft	.022 - .028	.75 - .80
small single engine aircraft	.020 - .030	.75 - .80
retractable gear	.025 - .040	.65 - .75
fixed gear		
agricultural aircraft :		
- spray system removed	.060	.65 - .75
- spray system installed	.070 - .080	.65 - .75

Un segundo modelo sencillo pero de mayor validez es el de la polar cuadrática completa, en la cual la resistencia mínima no es exactamente la de sustentación nula:

$$C_D = C_{D0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2 = C_{Dmin} + \frac{1}{\pi A e} (C_L - C_{Lmin})^2$$

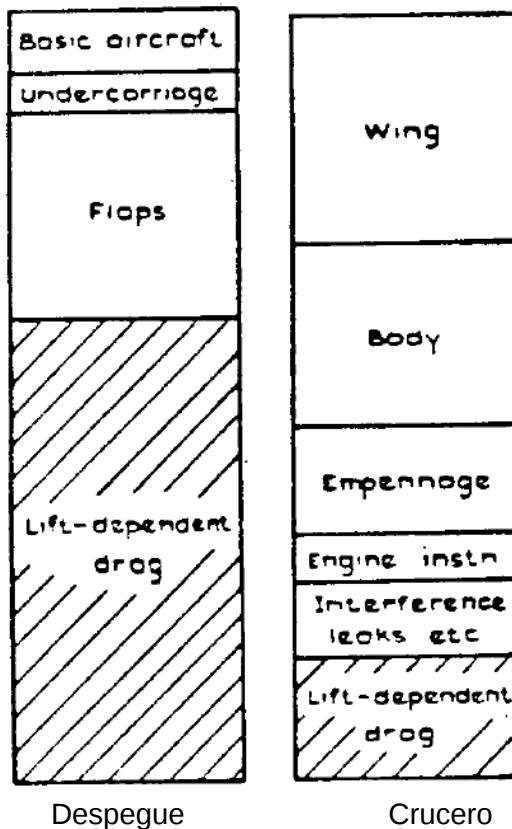
Verdaderamente el mínimo coeficiente de resistencia no se produce a sustentación nula sino a un cierto valor bajo del coeficiente de sustentación. Esto es causado por la existencia de alabeo y de diferentes calajes de distintas componentes del avión, lo cual hace que dichas componentes se encuentren en su condición de mínima resistencia a diferentes ángulos de ataque.

A nivel de una primera aproximación se presentará una metodología básica de estimar la polar en la forma parabólica sencilla, válida para un nivel de diseño preliminar, en la cual es suficiente suponer:

$$C_{Dmin} \approx C_{D0}$$

Los coeficientes del modelo parabólico, sea del tipo que sea, deben ser obtenidos mediante un método de minimización del error (método de mínimos cuadrados el tradicional), sobre la base de los datos de origen (ya sean de origen empírico o de cálculo).

A continuación se presenta para un tipo genérico de avión comercial subsónico, la distribución de las diferentes fuentes de resistencia, según la condición de vuelo: crucero (vuelo a alta velocidad y bajo ángulo de ataque) y despegue (vuelo a baja velocidad y ángulo de ataque relativamente elevado):

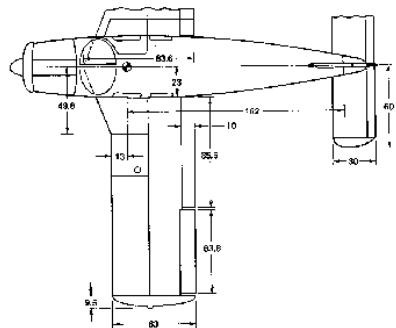
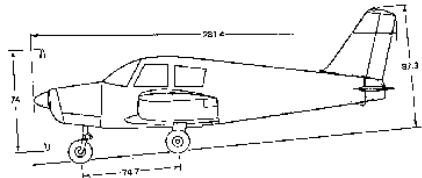


A alta velocidad (crucero), la resistencia parásita a sustentación nula C_{D0} es muy mayoritaria. En cambio, a baja velocidad (despegue), la parte de resistencia dependiente de la sustentación es tan importante como la parásita C_{D0} .

A modo ilustrativo de la distribución porcentual de la resistencia parásita C_{D0} entre las diferentes partes e ítems de un avión típico, se presentan los resultados de dos aviones disímiles:

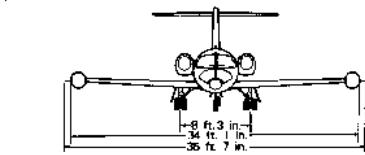
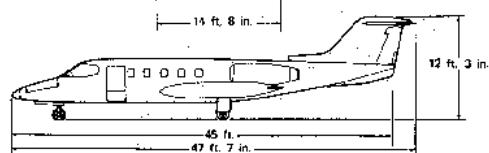
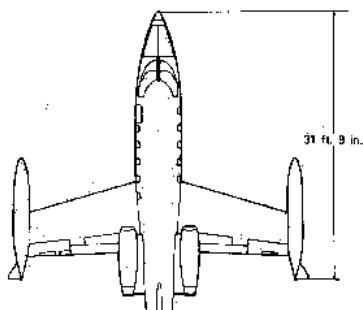
Piper Cherokee 180

Item	%
Ala	38.2
Fuselaje	22.6
Empenaje Horizontal	5.4
Empenaje Vertical	2.6
Montantes de tren	4.9
Cubiertas de tren	1.8
Ruedas	11.3
Tubo Pitot-estático	0.5
Carenados de recorrido de flaps	2.3
Tubos de drenaje	0.3
Herrajes de amarre	0.5
Antenas	5.9
Tubos de escape	0.5
Sonda de temperatura	1.5
Interferencia	1.8
TOTAL	100.0



Gates Learjet 25

Item	%
Ala	23.5
Fuselaje	27.9
Empenaje Horizontal	7.1
Empenaje Vertical	4.9
Tanques de puntera	9.7
Barquillas	5.3
Pilones	1.3
Interferencia	13.7
Misceláneos	6.6
TOTAL	100.0



Base de cálculo de la resistencia parásita mínima

Décadas de recopilación de información experimental de la resistencia aerodinámica de aviones (esencialmente en los años 40, 50 y 60) permitieron disponer de la resistencia parásita de numerosos diseños de diferentes categorías. El análisis de dicho conjunto de datos condujo al enfoque siguiente.

La fuerza de resistencia parásita dividida la presión dinámica de vuelo tiene dimensiones de área:

$\frac{D_p}{q_\infty}$ Denominada “área de resistencia parásita” o “parasite drag area” o “equivalent parasite area”

El área mojada (wetted area o wet area S_{wet}) se define como el área de toda la superficie externa del avión expuesta al contacto con el flujo de aire.

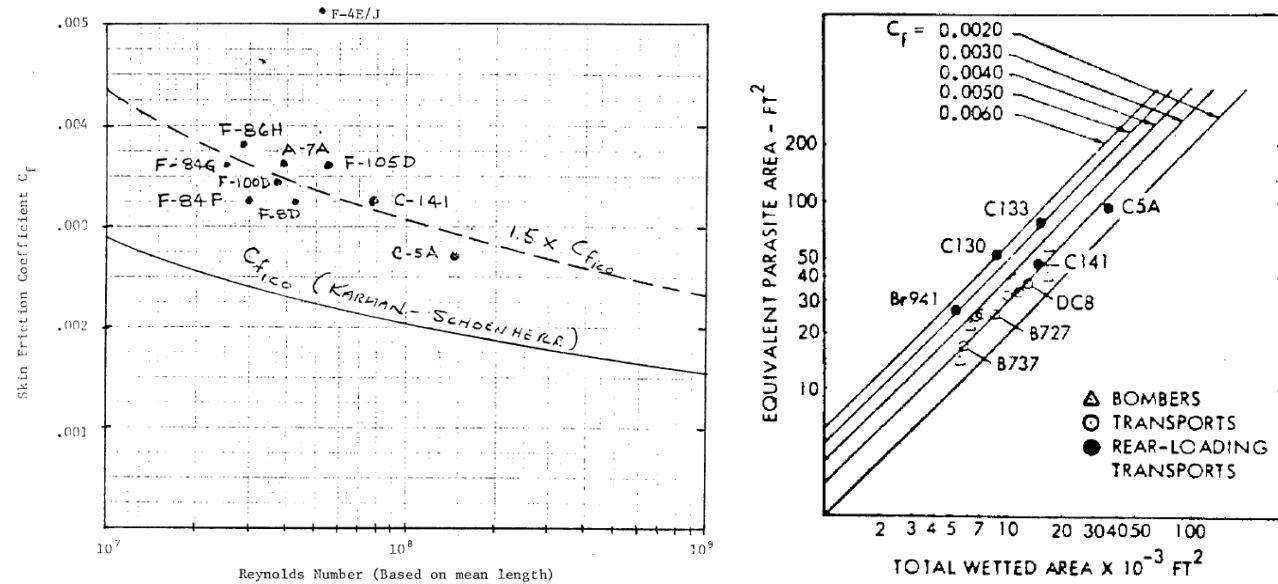
Si se divide el área de resistencia parásita por el área mojada del avión se obtiene un coeficiente adimensional de resistencia denominado “coeficiente de fricción equivalente”:

$$C_{Dfe} = \frac{D_p}{q_\infty S_{wet}}$$

La figura siguiente, a la izquierda, presenta el valor mínimo de dicho coeficiente, para una variedad de aviones, en función de un número de Reynolds basado en la longitud del avión y correspondiente a la condición de crucero subsónico. También se presenta en el mismo gráfico, la curva del coeficiente de resistencia de fricción de placa plana en flujo incompresible.

Se observa que del orden de las 2/3 partes de la resistencia parásita se atribuye a fricción.

El resto es resistencia de forma y resistencia por interferencia. Esta última es una resistencia adicional resultante de la interacción mutua del campo de flujo alrededor de diferentes componentes del avión (se verá luego).

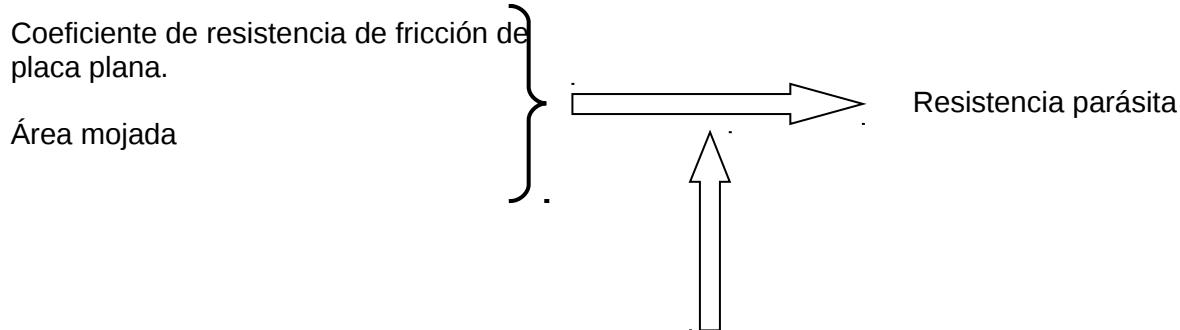


La figura superior a la derecha presenta, para una variedad de aviones, el área de resistencia parásita correspondiente a la condición de crucero subsónico en función del área mojada del avión, con isocurvas del coeficiente de resistencia de fricción de placa plana en flujo incompresible.

Se observa una clara correlación tanto entre resistencia parásita y área mojada como entre la resistencia parásita y el coeficiente de resistencia de fricción de placa plana.

Sintetizando: históricamente se concluyó que el coeficiente de resistencia de fricción de placa plana y el área mojada constituyen una base útil para predecir la resistencia aerodinámica subsónica de los aviones, a la cual deben agregarse correcciones en forma de factores o de

términos adicionales a fin de completar la resistencia parásita total, contabilizando la resistencia de forma y por interferencia.



Factores empíricos que tienen en cuenta:

Parte de resistencia de presión

Efectos de interferencia

Lo que se denomina efecto de interferencia tiene en cuenta que las diferentes partes o componentes del avión influyen entre sí, de manera que la resistencia aerodinámica obtenida sin considerar la influencia mutua entre las diferentes partes es generalmente menor a la que contempla dicha influencia.

Un ejemplo clásico de interferencia no corresponde al campo de la aeronáutica sino de la aerodinámica de vehículos. Consideremos dos autos idénticos a una misma velocidad. Cada uno posee la misma resistencia aerodinámica estando uno fuera de la influencia del otro:



Cuando ambos vehículos a la misma velocidad se disponen uno tras el otro a muy pequeña distancia, el auto delantero prácticamente no modifica su resistencia pero en cambio, el auto trasero la disminuye notablemente:



En este caso no existe “interferencia” (en el sentido de influencia) del vehículo trasero sobre el delantero, pero sí existe de manera significativa del vehículo delantero sobre el trasero.

Este caso constituye además un ejemplo en el cual la interferencia es favorable, pues reduce la resistencia aerodinámica respecto de la situación del auto aislado.

En el campo de la aeronáutica, generalmente la interferencia de una componente del avión sobre otra es desfavorable, aunque no está descartado que existan situaciones de interferencia favorable.

Relación de fineza (o “eficiencia aerodinámica”)

Aceptando que la resistencia parásita es directamente proporcional al área mojada y asumiendo un modelo sencillo de polar parabólica simple, puede plantearse el coeficiente de resistencia del avión (como es la norma, basado en la superficie alar):

$$C_D = C_{Dfe} \frac{S_{wet}}{S} + \frac{C_L^2}{\pi A e}$$

Busquemos la relación de fineza máxima:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{D0}}{C_L} + K C_L \quad \frac{\partial(C_D/C_L)}{\partial C_L} = \frac{-C_{D0}}{C_L^2} + K = 0$$

El CL de fineza máxima es: $C_L|_{(L/D)_{max}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$

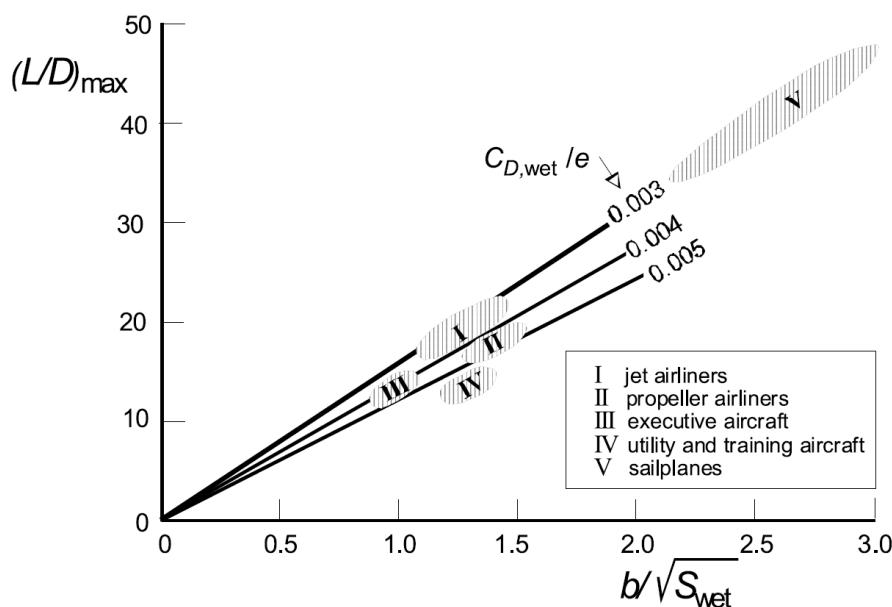
La inversa de la fineza máxima es: $\left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{min} = 2\sqrt{KC_{D0}} = 2\sqrt{\frac{C_{Dfe} S_{wet}}{\pi b^2 e}}$ con lo cual la fineza máxima es:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{e}{C_{Dfe}}} \frac{b}{\sqrt{S_{wet}}}$$

Se observa que la máxima fineza de una configuración es directamente proporcional a la relación $b/\sqrt{S_{wet}}$ e inversamente proporcional a la raíz de la relación C_{Dfe}/e

- Menores valores de C_{Dfe} se logran con mejor terminación y limpieza superficial y con perfil alar de menor resistencia.
- El valor de e está determinado por el diseño del ala y, en forma más compleja y menos clara, por la adecuada integración de las diferentes partes del avión completo.
- La envergadura y la superficie mojada del avión quedan determinadas por el diseño.

La figura siguiente, tomada de la Ref. [9], muestra valores correspondientes a diferentes categorías de aviones, donde se observan los valores de fineza que pueden ser obtenidos:



El gráfico muestra tanto los límites como las posibilidades de un diseño determinado.

La ecuación anterior puede acomodarse de la siguiente manera:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \sqrt{\frac{\pi e}{4C_{Dfe}} \frac{A}{S_{wet}/S}} \leq \sqrt{\frac{\pi e_{max}}{4C_{Dfe}} \frac{A}{(S_{wet}/S)_{min}}}$$

Idealmente se puede aspirar como máximo: $e_{max}=1$

La mínima área mojada corresponde a la situación de un ala volante pura, en la cual, para bajo espesor relativo, aproximadamente la superficie mojada es el doble de la superficie en planta:

$$(S_{wet}/S)_{min} \approx 2$$

De manera que puede obtenerse una cota máxima para la máxima fineza de una configuración, dada por el alargamiento y por el coeficiente de fricción equivalente:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} \leq \sqrt{\frac{\pi}{8} \frac{A}{C_{Dfe}}}$$

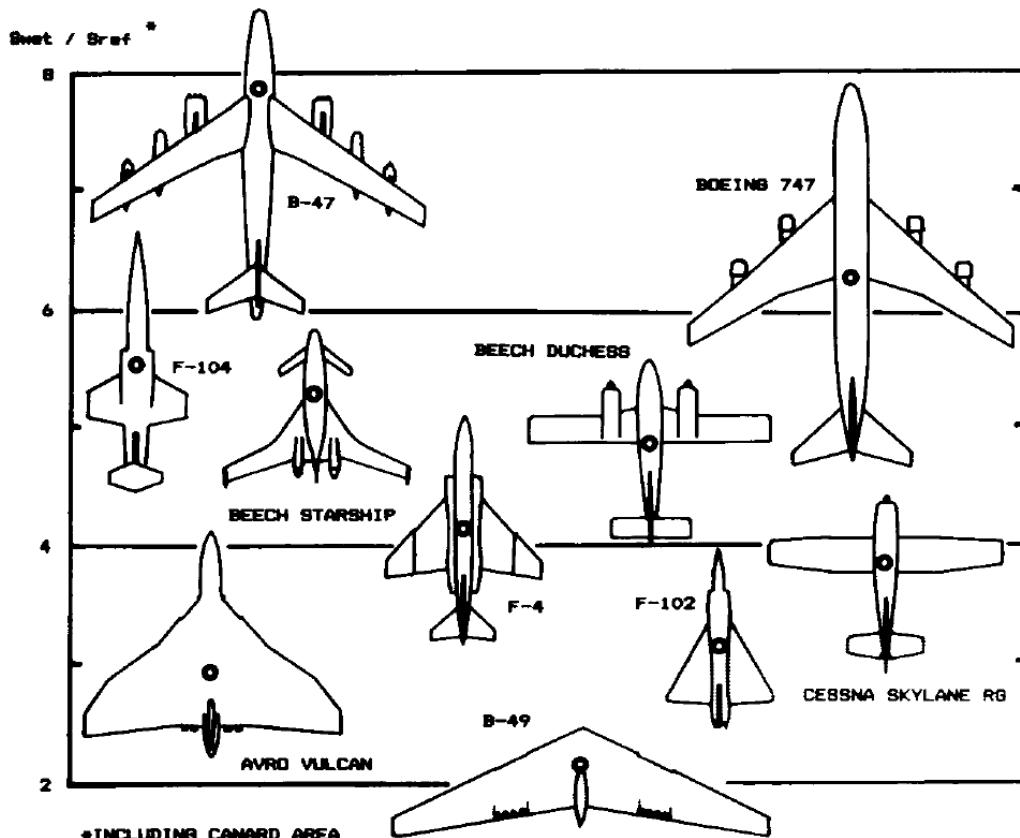


Fig. 3.5 Wetted area ratios.

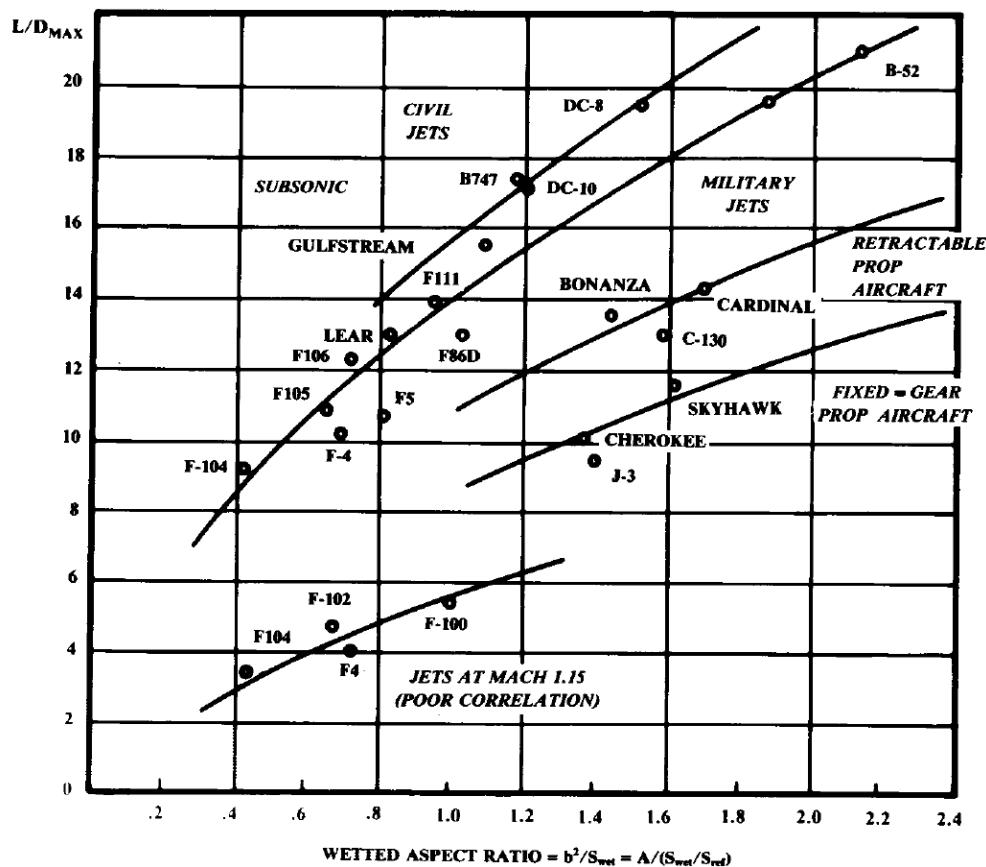
Una forma alternativa de tratar la relación anterior es definiendo un “alargamiento mojado” (“wetted aspect ratio”):

$$A_{wet} = \frac{b^2}{S_{wet}}$$

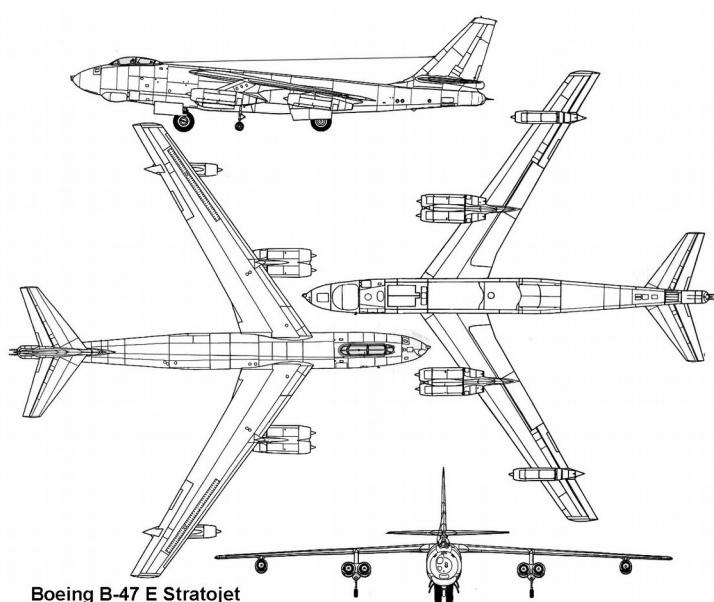
Con el cuál la expresión de la máxima fineza puede escribirse como:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{max} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{e}{C_{Df}}} \sqrt{A_{wet}}$$

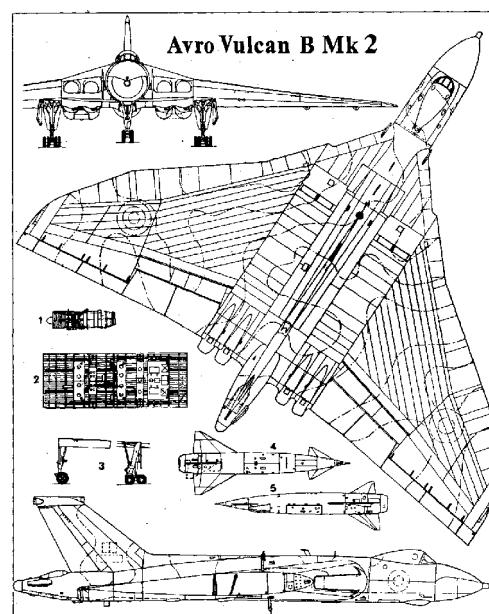
La figura siguiente presenta la correlación experimental entre máxima fineza y alargamiento mojado de un conjunto de aviones reales, que muestra la validez de la relación anterior.



Un caso histórico que muestra la validez del vínculo entre máxima fineza y alargamiento mojado está dado por el estudio comparativo de los aviones bombarderos Boeing B-47 (USA) y Avro Vulcan (UK) de la década del 50:



Boeing B-47 E Stratojet



Avro Vulcan B Mk 2

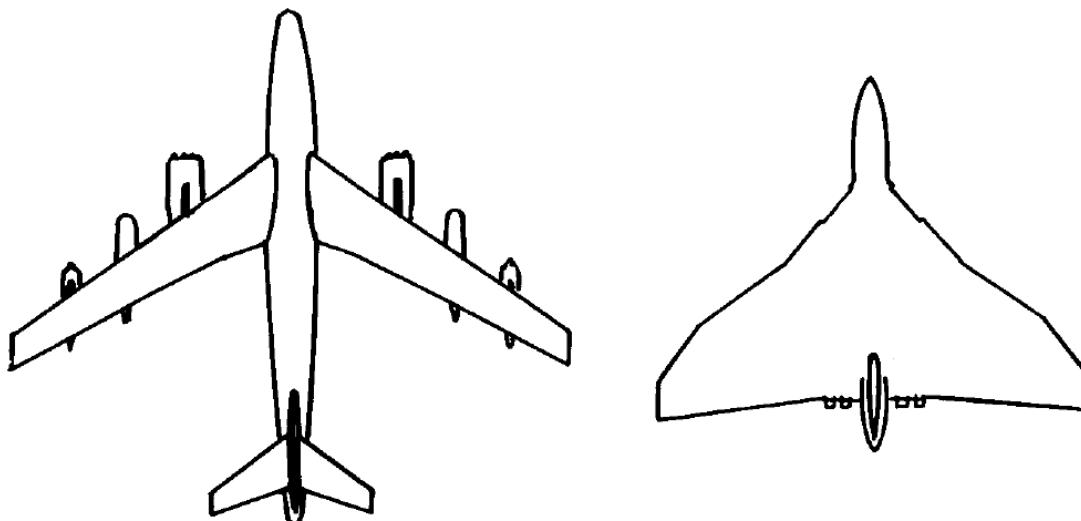
Ambos son aviones muy disímiles en su configuración aunque estaban destinados aproximadamente a un mismo requerimiento operativo.

	<i>Boeing B-47</i>	<i>Avro Vulcan</i>
Techo de servicio (km)	10	17
MTOW (ton)	100	93
M _{max}	0.91	0.92
M _{cruce}	0.83	0.86

El Vulcan, en su configuración de ala volante, posee una relativamente baja relación área mojada a superficie alar (2.8), aunque la superficie alar es considerable. También posee un ala delta, de bajo alargamiento ($A = 3$).

El B-47, en cambio, posee una superficie alar mucho menor (casi la tercera parte del Vulcan) aunque la relación área mojada a superficie alar es muy elevada (7.9). Su ala es de gran alargamiento ($A = 9.4$).

El alargamiento mojado de ambos aviones es prácticamente el mismo (1.2 vs 1.1) y la máxima fineza de ambos también (17.2 vs 17).



	B-47	AVRO VULCAN
S reference	1430	3446
S wetted	11300	9600
SPAN	116	90
Swet/Sref	7.9	2.8
ASPECT RATIO	9.4	3.0
WETTED ASPECT RATIO	1.2	1.1
L/D max	17.2	17.0

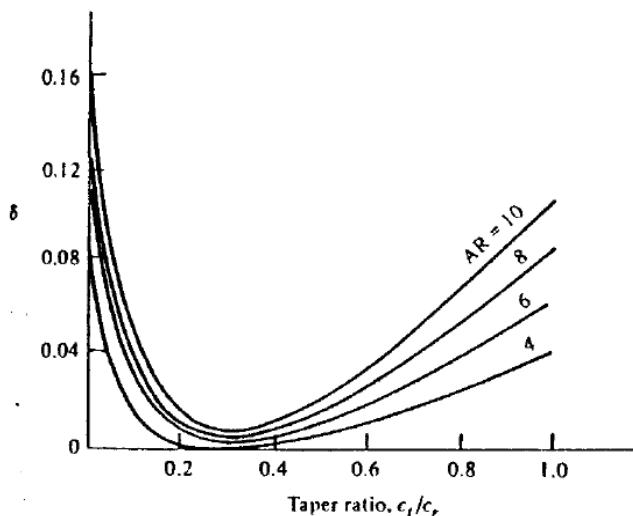
En la figura anterior, las superficies están expresadas en pies cuadrados y la envergadura en pies.

RESISTENCIA INDUCIDA

Esta resistencia corresponde a la de origen no viscoso de superficies sustentadoras. Como fue visto en el modelo de ala finita, la resistencia inducida se entiende como una pequeña componente de la fuerza de "sustentación" normal a una velocidad resultante de sumar a la velocidad de corriente libre una velocidad inducida descendente, generada por el sistema de vórtices de la estela del ala.

El coeficiente de resistencia inducida se calcula básicamente en la forma vista en la teoría de línea sustentadora de Prandtl:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A} (1 + \delta)$$



Para un primer cálculo es suficiente el modelo anterior.

El modelo más general aplicable cuando la superficie sustentadora posee alabeo y combadura es una función cuadrática más completa:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} + K_1 C_L$$

La Ref. [6] presenta un completo método de manual para calcularlo de ésta manera. Sin embargo, para una estimación es precisión suficiente modelarlo en la primera forma, pues los términos no cuadráticos tienen una magnitud secundaria.

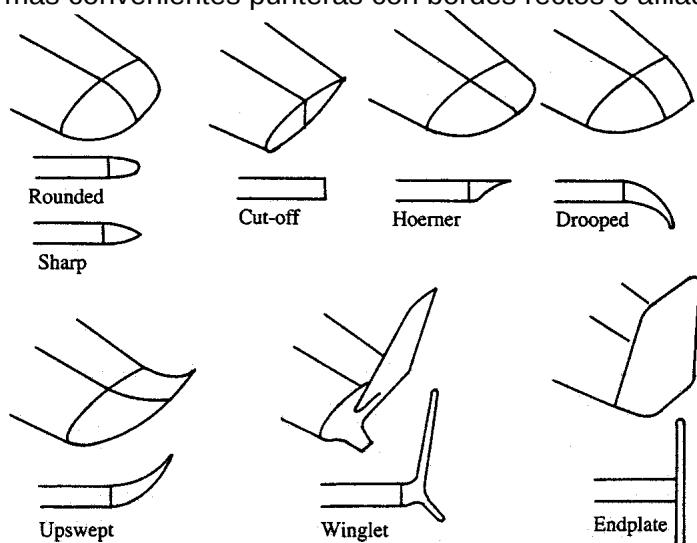
Un modelo de superficie sustentadora que tenga en cuenta todos los detalles geométricos de alabeo y de combadura permite calcular la resistencia inducida en forma fiable. El método reconocido como más conveniente es el **método del plano de Trefftz**, que se describe en un anexo final.

El coeficiente de resistencia inducida depende esencialmente del alargamiento. En segunda importancia, depende de la forma en planta, de la ley de alabeo y de la geometría de la puntera del ala. La influencia de la forma en planta en alas que no sean trapezoidales y la influencia de la ley de alabeo y combadura es de carácter complejo y no puede establecerse de antemano una geometría conveniente.

La Ref.[8] propone la siguiente influencia de la presencia del fuselaje sobre la resistencia inducida del ala, reduciendo el factor de eficiencia del ala según la relación diámetro medio del fuselaje y la envergadura del ala:

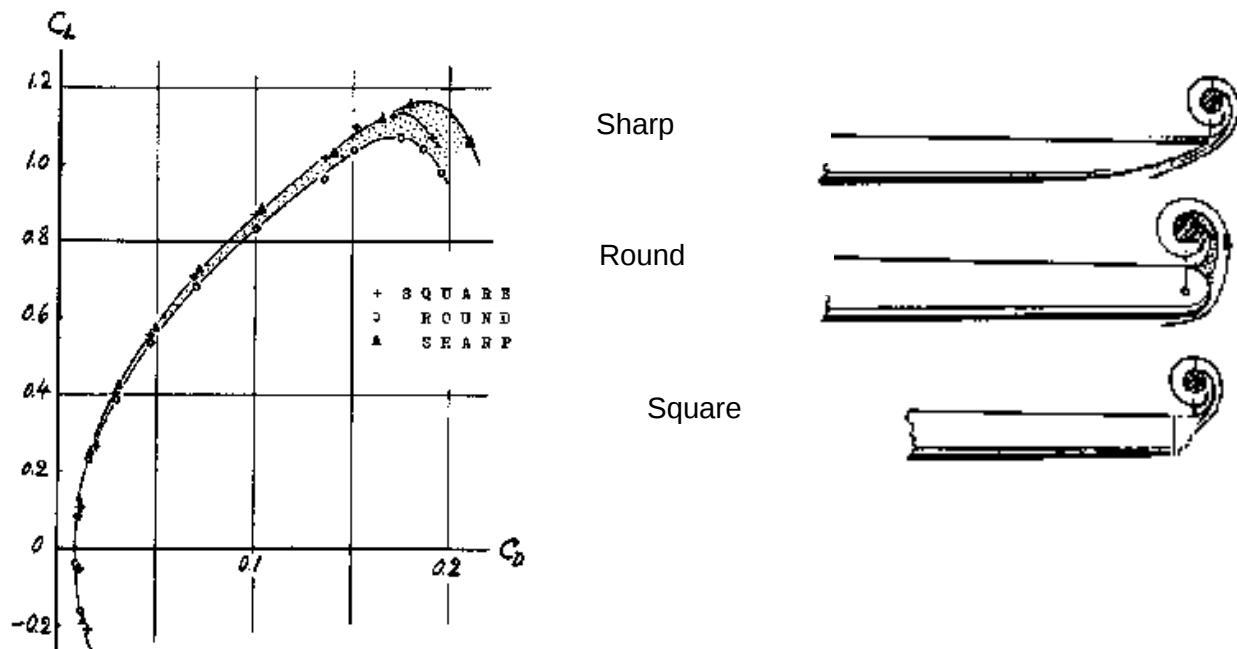
$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e'} \quad \text{con} \quad e' = e \left[1 - \left(\frac{\bar{d}_F}{b} \right)^2 \right]$$

Con respecto a la forma de las punteras, se ha visto que la forma en planta de las punteras posee poca influencia y sí posee una limitada influencia la forma de la puntera en la vista frontal. Son más convenientes punteras con bordes rectos o afilados que una puntera redondeada.



El borde recto ("square") o afilado ("sharp") aleja al núcleo del torbellino de puntera en una pequeña fracción más allá de la envergadura, de manera que se atenúa mínimamente la influencia de dichos vórtices. Una puntera redondeada ("round") forma el núcleo del vórtice marginalmente dentro de la envergadura del ala, con lo cual su influencia es mayor.

Se presentan resultados experimentales de la Ref. [5]

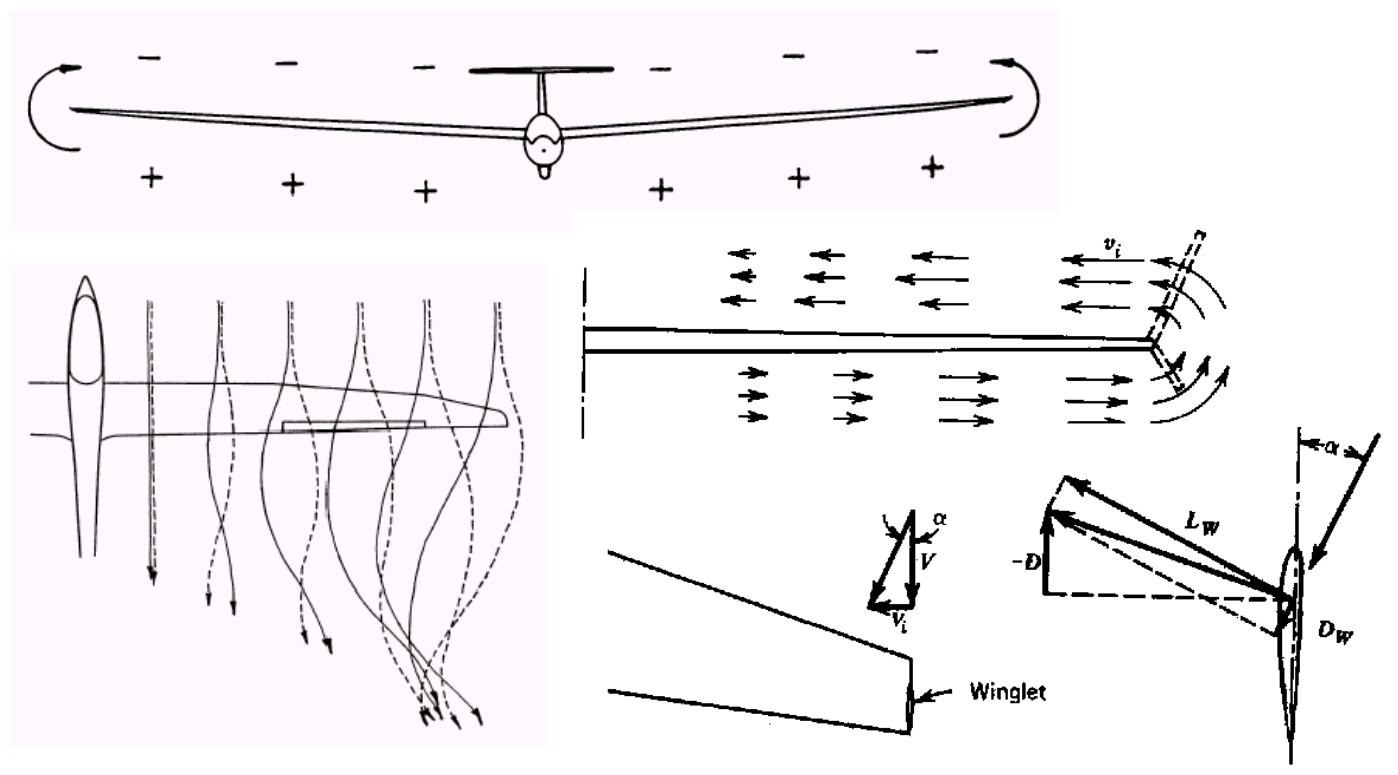


Otra forma de reducir la resistencia inducida, pero no la resistencia total, es la de placas puntera, que "bidimensionalizan" parcialmente el flujo sobre el ala. El problema es que deben ser de grandes dimensiones por lo que la penalización por resistencia parásita normalmente sobrepasa la reducción de inducida, además de complicar el diseño. Su única aplicación usual se encuentra en empenajes horizontales pero no obedece a razones aerodinámicas, aunque tiene el beneficio adicional de aumentar la efectividad de la superficie horizontal.

Una forma efectiva de reducir la resistencia inducida consiste en adoptar los denominados "winglets", desarrollados en los años 70.

Una explicación de su funcionamiento que suele darse es la de que "atenúan" la intensidad de los vórtices de puntera, pues poseen un efecto parcial de placa puntera, sin embargo la realidad es bastante más compleja que esto.

La explicación alternativa es que trabajan como velas inmersas en el flujo circulatorio de puntera de ala (en una primera época también eran denominados "wingsails" o "velas del ala"). Gracias al flujo secundario, de intradós hacia extradós, en la zona de puntera, un winglet genera una resultante aerodinámica propia que posee una componente hacia adelante y que se computa como una reducción de resistencia.



La reducción porcentual de resistencia inducida que se traduce en una reducción porcentual menor de la resistencia total es apreciable. Las figuras siguientes presentan resultados de la reducción porcentual de resistencia total: la izquierda presenta el ΔC_D del avión DC-10 en función de C_L ; la derecha muestra el ΔC_D de diversos aviones de transporte en la condición de crucero.

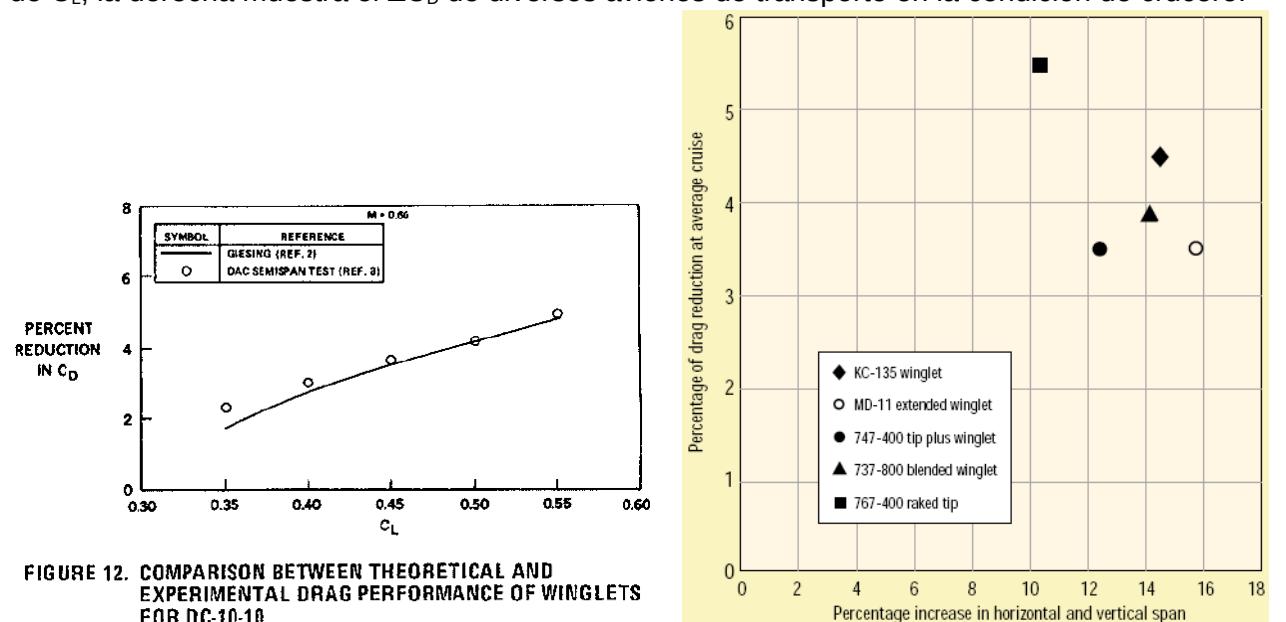
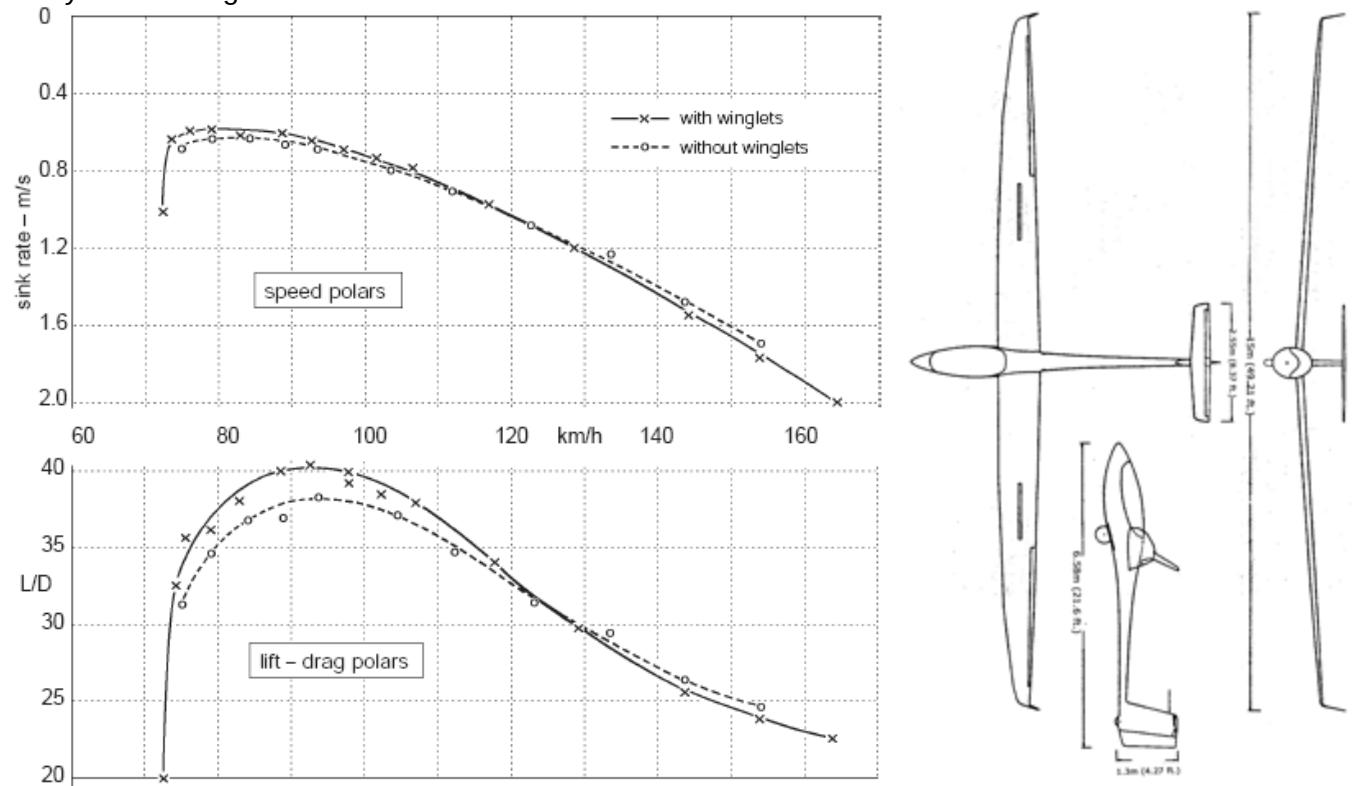
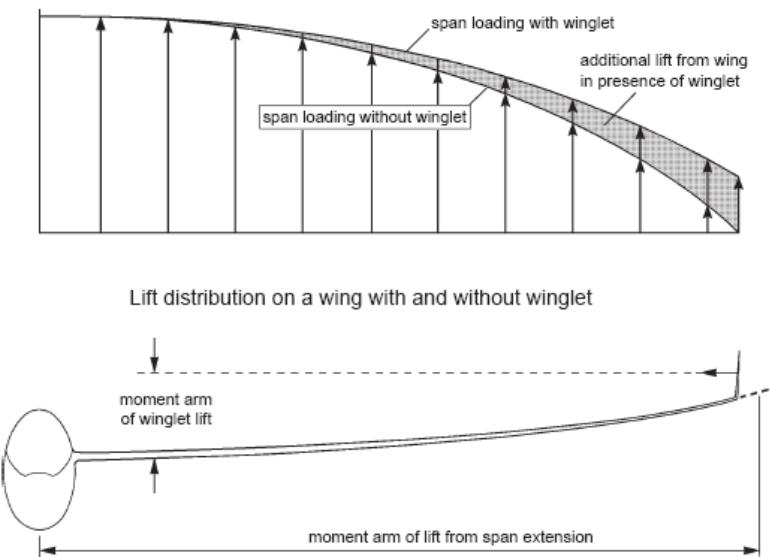


FIGURE 12. COMPARISON BETWEEN THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DRAG PERFORMANCE OF WINGLETS FOR DC-10-10

La figura siguiente muestra las curvas de performances en planeo del velero ASW-19 mostrado, con y sin los winglets instalados:

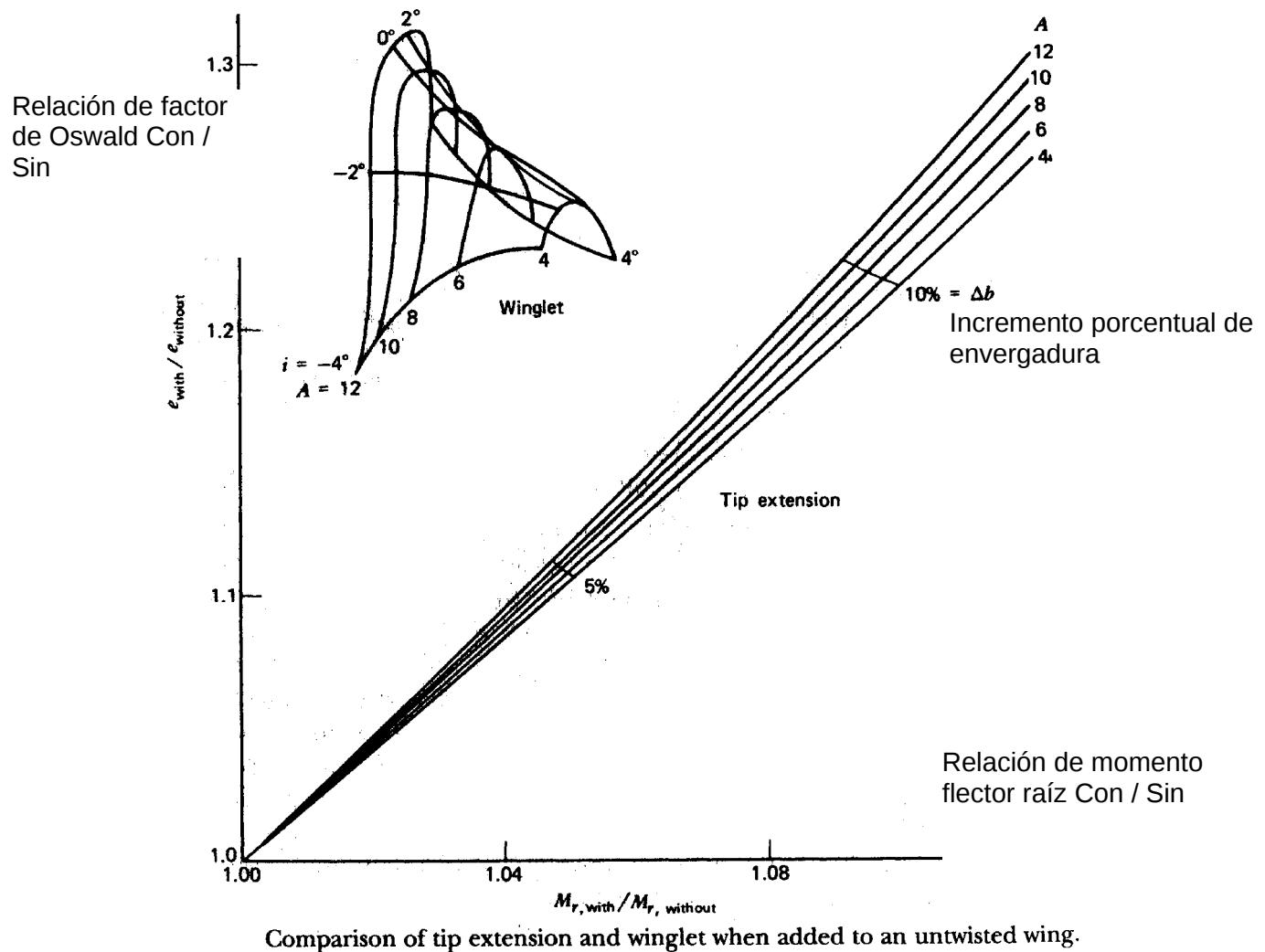


Como se comentó previamente, los winglets ofician de placa de puntera de manera que la sustentación en la sección que sería la puntera del ala en ausencia de winglet no es nula. Este efecto, sumado al de la propia sustentación del winglet, genera un incremento del momento flector raíz en el ala.



McCormick presenta un interesante gráfico que compara al winglet con una simple extensión de puntera de ala.

Con cualquiera de ambos sistemas puede obtenerse la misma reducción de resistencia inducida. La ventaja del winglet es que ante la misma reducción de C_{Dind} , el incremento del momento flector raíz es menor que en el caso de adoptar una simple extensión de puntera.



Se han propuesto otras formas más o menos extravagantes de puntera de ala a fin de reducir la resistencia inducida pero no se han mostrado con efectividad suficiente.

RESISTENCIA PARÁSITA

La resistencia parásita está ligada mayoritariamente a los siguientes aspectos del avión:

- Superficie mojada
- Terminación y calidad superficial
- Limpieza exterior de la configuración: excrecencias, protuberancias, tren fijo, etc.
- Existencia o no de regiones de flujo separado.
- Perfil alar y su condición de trabajo.

Existen diferentes métodos para estimar o calcular aproximadamente la resistencia parásita del avión o de sus partes, y todos basados en información empírica. La resistencia parásita se estima en condiciones aproximadamente de sustentación nula (Zero Lift Drag), como C_{D0} .

En el caso particular del ala, si son conocidas las polares de los perfiles que la conforman, la resistencia parásita se puede calcular en forma general.

Cálculo de C_{Dp} del ala

El método siguiente es un método confiable cuando se dispone de las características aerodinámicas del perfil bidimensional. No es aplicable para alas de bajo alargamiento en las cuales existen efectos vorticosos que deben tenerse en cuenta por métodos específicos. El coeficiente de resistencia parásita depende indirectamente del C_L global del ala a través de la distribución de sustentación local y se calculará como:

$$C_{Dp} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} C_d(C_l(y, C_L)) \cdot c(y) \cdot dy$$

Cuando tratamos con alas con alargamiento desde valores moderados ($A > 3$), en la expresión anterior C_d es el coeficiente de resistencia del perfil 2D, calculado para cada estación 'y' a lo largo de la envergadura en función del C_l local en dicha estación.

La distribución del C_l local es obtenida para un determinado ángulo de ataque, que determina también un C_L global del ala. $c(y)$ es la distribución de cuerdas y S es la superficie alar.

El cálculo numérico de la expresión anterior para un determinado ángulo de ataque puede sintetizarse de la forma siguiente:

1. En primer lugar es conveniente aproximar la polar del perfil $C_d = f(C_l)$ con alguna fórmula de mínimos cuadrados. Se aconseja realizar dicha aproximación en el rango de C_l para los cuales se necesitará conocer el C_d del perfil, de manera de obtener la menor dispersión posible en la fórmula de aproximación.
2. Luego debe obtenerse la distribución de C_l local del ala para el ángulo de ataque deseado, así como también el coeficiente de sustentación total C_L y el coeficiente de resistencia inducida C_{Di} . Esto se realiza mediante el empleo de un método de análisis de ala finita.
3. Se evalúa en cada estación a lo largo de la envergadura el coeficiente de resistencia del perfil C_d mediante la aproximación realizada en el paso 1 y para el valor correspondiente del C_l local obtenido en el paso 2.
4. Finalmente se evalúa la integral en forma numérica. Un método de suficiente aproximación y de gran simplicidad de aplicación es el método de trapecios, donde la distribución continua a lo largo de la semi ala se discretiza en n secciones de raíz a puntera.

Método del coeficiente de fricción equivalente (Equivalent skin friction method)

Este método realiza una estimación del C_{D0} global del avión completo sobre una base empírica estadística. Asume, según lo visto previamente, que para un avión bien diseñado, en la condición de crucero, la resistencia parásita es mayoritariamente de fricción, con una parte minoritaria de resistencia de presión. Se define el “coeficiente de fricción equivalente”, una especie de promedio que incluye tanto fricción como presión, basado en la superficie mojada del avión completo S_{wet} :

$$C_{D0} = C_{Dfe} \frac{S_{wet}}{S}$$

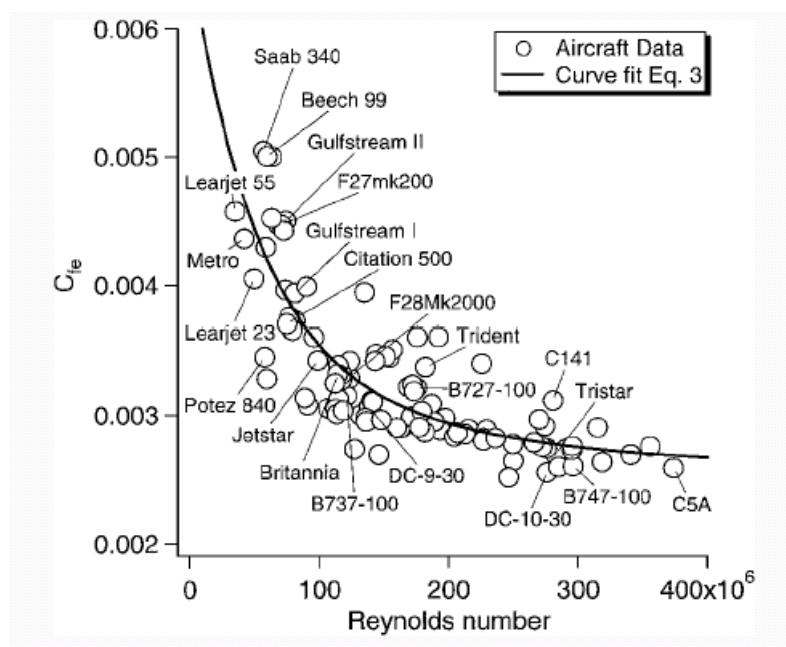
Los valores del coeficiente de fricción equivalente están generalmente en una banda de 0.0025 a 0.0055, dependiendo de la categoría del avión:

Categoría de avión	C_{Dfe}	Ejemplos
Bombardero o comercial de transporte	0.0030	Boeing B-52 ; Airbus
De carga con rampa trasera	0.0035	C-130 Hercules ; C-141 Starlifter
De combate terrestre	0.0035	F-15 ; F-16
De combate naval	0.0040	F-14 ; F-18
Supersónico para crucero	0.0025	Concorde ; B-1
Liviano monomotor	0.0055	Tomahawk ; Cherokee
Liviano bimotor	0.0045	Cessna 310

La Ref.[1] presenta una expresión actualizada de estimar este coeficiente de fricción equivalente, válida para la categoría de aviones de transporte, en la cuál considera la influencia del número de Reynolds sobre el coeficiente de fricción equivalente:

$$C_{Dfe} = 0.00258 + 0.00102 e^{-6.2810^{-9} Re} + 0.00295 e^{-2.0110^{-8} Re} \quad \text{con: } Re_{wet} = \frac{\rho_\infty V_\infty \bar{C}_{wet}}{\mu_\infty}$$

El número de Reynolds está basado en una “cuerda media mojada”: $c_{wet} = S_{wet}/b$



La figura izquierda muestra la correlación de la fórmula dada para C_{Dfe} y los valores experimentales en base al C_{D0} medido.

Fig. 1 Equivalent skin-friction coefficient as function of Reynolds number.

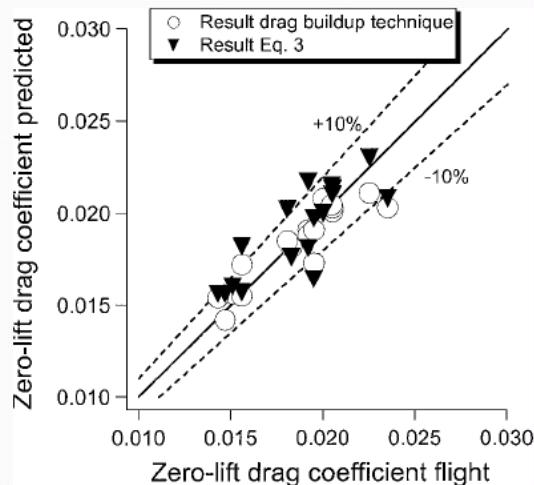


Fig. 3 Comparison between predicted and flight determined zero-lift drag coefficient.

La figura izquierda muestra la correlación entre los valores experimentales de C_{D0} y los valores calculados por dos métodos: el método de la ecuación anterior y el método siguiente de suma de componentes.

Se observa que la dispersión se encuentra generalmente acotada a $\pm 10\%$.

Método de suma de componentes (Componente Buildup method)

Este método realiza un cálculo de la resistencia de las diferentes partes del avión y las suma teniendo en cuenta las interferencias mutuas. Existe una gran variedad de métodos y fórmulas de base empírica para la estimación de la resistencia.

Están englobados en los llamados métodos de manual ("handbook methods") consistentes en seguir un determinado procedimiento de cálculo, en base a gráficos y/o fórmulas empíricas o semi-empíricas.

La formulación más usual es la siguiente, sobre una base de la analogía de la placa plana:

$$C_{D0} = \frac{1}{S} \sum FF C_{Df\ pp} S_{wet} FI + \frac{1}{S} \sum (C_D S)_{misc}$$

$C_{Df\ pp}$

Es el coeficiente de fricción de la placa plana, basado en un número de Reynolds apropiado. En caso de cuerpos fuselados: fuselajes, barquillas, tanques externos, etc se basa en la longitud del cuerpo.

S_{wet}

Superficie mojada de la componente analizada

FF

Factor de forma: número siempre mayor o igual que 1 que tiene en cuenta la fracción existente de resistencia de forma (viscosa de presión): a causa de una capa límite gruesa o de zonas relativamente limitadas de flujo separado.

FI

Factor de interferencia. Estima la variación de la resistencia de la componente estudiada en su entorno, respecto de su resistencia analizada en flujo libre, aislada de su entorno y sin influencia de lo que la rodea. Se trata de un factor concreto en su definición conceptual pero bastante difuso en su determinación práctica.. Es un número que se establece para cada componente en particular y generalmente es mayor que 1 aunque es posible que sea menor, dependiendo de las influencias mutuas.

En otros métodos de plantear la suma de componentes, la interferencia no se tiene en cuenta como un factor que multiplica la resistencia de la componente sino como un término adicional ΔC_D

A continuación se presenta tomado de Ref.[2] un conjunto básico de información a fin de realizar cálculos prácticos de estimación de la resistencia parásita.

Área mojada

El área mojada puede ser estimada descomponiendo la geometría del cuerpo en formas simples. Entre las más útiles para una aproximación sencilla se encuentran, además del simple cilindro, las siguientes:

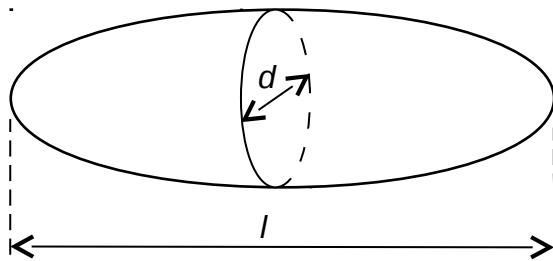
$$\text{Elipsoide de revolución: } S_{wet} = \frac{\pi}{4} \pi d l$$

$$\text{Paraboloide de revolución: } S_{wet} = \frac{2}{3} \pi d l$$

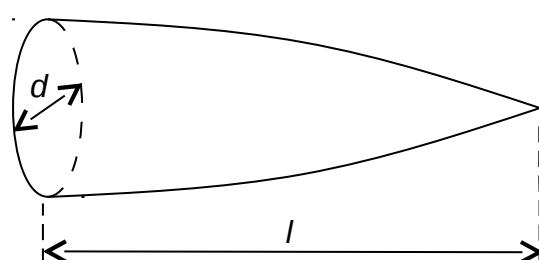
$$\text{Cono truncado: } S_{wet} = \frac{\pi}{4} (d_1 + d_2) \sqrt{4l^2 + (d_1 - d_2)^2}$$

$$\text{Cilindro perfilado (ala): } S_{wet} \approx 2 S \left(1 + 0.25 \frac{t}{c} \right) \text{ donde } S = \bar{c} b$$

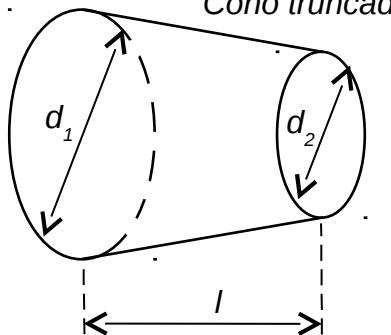
Elipsoide de revolución



Paraboloide de revolución



Cono truncado



Cilindro perfilado



Coeficiente de fricción de placa plana

Se toman como base las conocidas expresiones para flujo laminar y flujo turbulento, correspondientes a una placa plana lisa. En aviones, a alto Re, es usual asumir flujo totalmente turbulento:

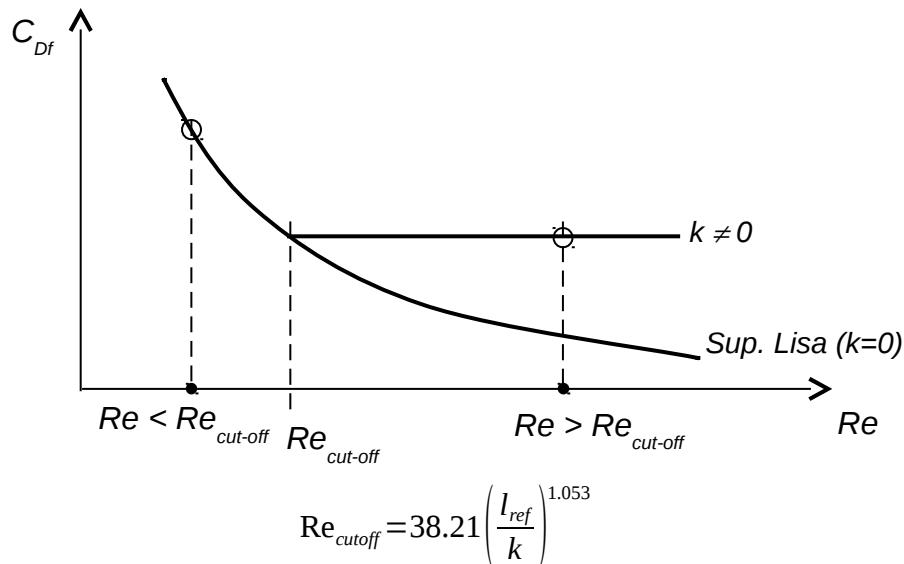
$$C_{Df} = \frac{0.455}{(\log Re_l)^{2.58}} \quad \text{para flujo turbulento y superficie lisa con } Re_l = \frac{\rho_\infty V_\infty l_{ref}}{\mu_\infty}$$

El número de Reynolds es el basado en la longitud de referencia apropiada para cada elemento: longitud del cuerpo en caso de fuselajes y cuerpos fuselados, barquillas, etc. y la cuerda media aerodinámica en caso de alas y empenajes.

La influencia de la rugosidad superficial es muy importante y posee analogía con la ya estudiada influencia de la rugosidad en el coeficiente de fricción en tuberías. En este caso, la rugosidad superficial de la pared no es influyente en régimen laminar y tampoco lo es en régimen turbulento por debajo de determinado número de Reynolds, a partir del cual posee una incidencia creciente.

En aerodinámica externa, el efecto de la rugosidad en el coeficiente de fricción es tenido en cuenta de una forma análoga al caso de la fricción interna, mediante el método siguiente:

Se define un “número de Reynolds de corte” (“Cutoff Reynolds number”) en función de la rugosidad superficial. Su significado es el valor de Reynolds por debajo del cual la rugosidad superficial no es influyente. De manera que el coeficiente de fricción de placa plana se calcula con el menor de ambos Reynolds:



Donde k es la rugosidad superficial, tomada de la siguiente tabla, extractada de Ref. [2] y [6]:

Tipo de superficie	k (centésimas de mm)
Plástico con molde de buena terminación	0.05
Aluminio pulido	0.15
Aluminio natural	0.4
Pintura aplicada cuidadosamente	0.6
Pintura de camuflaje sobre aluminio: aplicación promedio	1
Pintura de camuflaje sobre aluminio: aplicación en masa	3

Factor de forma FF

Para alas, empenajes, pilones y montantes perfilados

$$FF = \left[1 + \frac{0.6}{(x/c)_{t \max}} \frac{t}{c} + 100 \left(\frac{t}{c} \right)^4 \right] (\cos \Lambda_{t \max})^{0.28}$$

dónde:

(t/c) : espesor relativo del perfil.

$(x/c)_{max}$: es la posición, en fracción de cuerda, del espesor máximo del perfil.

Λ_{max} : es la flecha del ala en la línea de espesor máximo.

Para fuselajes de avión con perfiles suaves de cabina: $FF = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400}$

Para barquillas y cargas externas de forma suave: $FF = 1 + \frac{0.35}{f}$

Dónde f es una relación longitud/diámetro medio del cuerpo, definido según: $f = \frac{l}{d} = \frac{l}{\sqrt{\frac{4}{\pi} S_m}}$

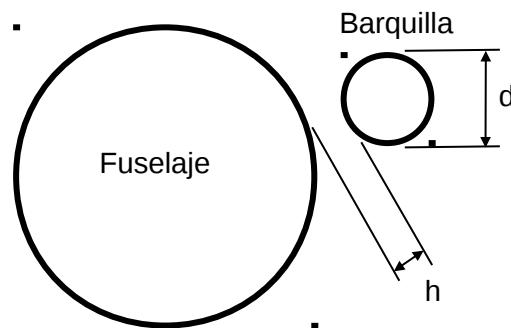
siendo l la longitud del cuerpo y S_m el área frontal de la sección máxima.

Factor de interferencia FI

Una primer fuente común de interferencia es en el caso de barquillas o de cargas externas montadas en proximidad del fuselaje o del ala. En los pasajes de flujo entre ambos elementos se producen sobre-velocidades que hacen que la resistencia aerodinámica del elemento sea mayor que si se analizara la barquilla o el elemento en flujo aislado.

Se considera que la barquilla o carga no afecta significativamente a la componente mayor (fuselaje o ala) pero sí se incrementa su propia resistencia en un cierto factor FI y se habla de "interferencia del fuselaje o del ala sobre el elemento menor":

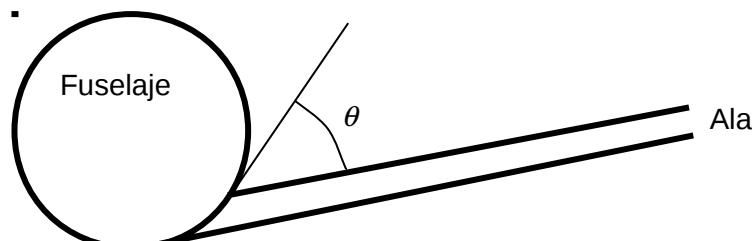
Distancia entre elemento mayor y menor	FI
$h/d \sim 0$	1.5
$h/d \sim 1$	1.3
$h/d \gg 1$	1



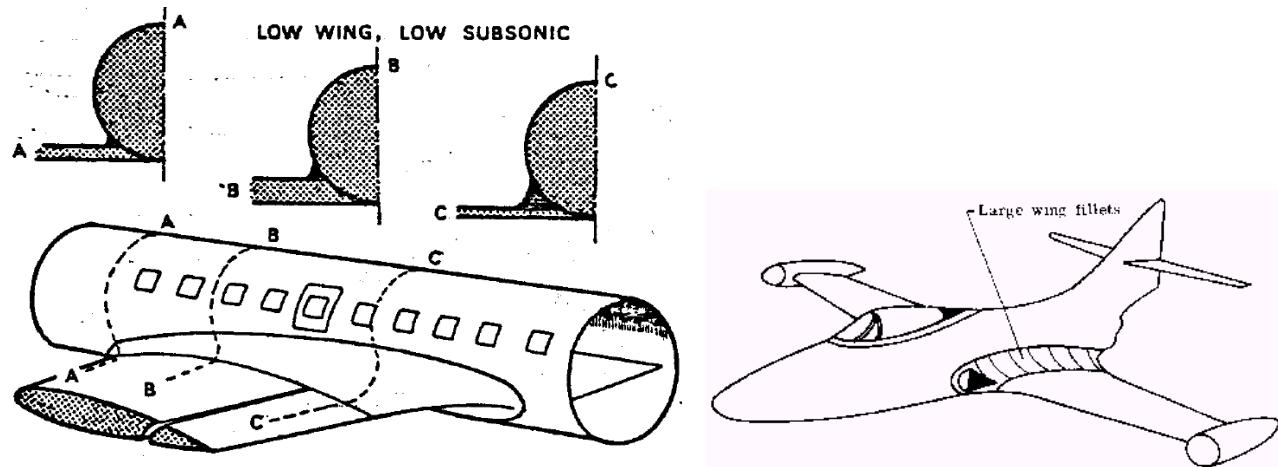
Una segunda fuente común es la que se engloba bajo el término de "interferencia ala-fuselaje", y que se tiene en cuenta en el cálculo de la resistencia del ala. La interacción viscosa 3D que se produce en la unión ala-fuselaje, entre las capas límite desarrolladas sobre el fuselaje y sobre el ala, incrementan considerablemente la resistencia parásita.

La experiencia ha mostrado que:

- El incremento de resistencia es prácticamente despreciable cuando el ángulo θ entre la superficie del fuselaje y del ala es 90° . Cuanto menor es dicho ángulo, mayor es la interferencia desfavorable.
- La interacción viscosa es mucho más importante en el caso del extradós del ala que en el de intradós.

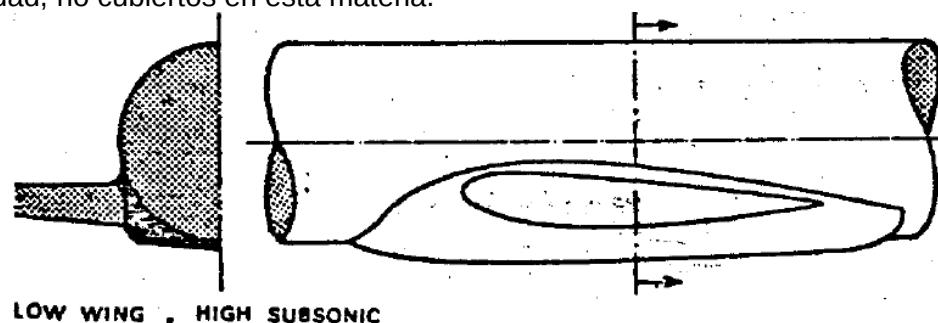


En el caso de $\theta < 90^\circ$ sobre el extradós de alas bajas, la resistencia puede reducirse significativamente mediante un adecuado carenado de unión (denominado "wing fillet") en la zona del extradós. En alas bajas que no posean carenado de unión, o cuando no está bien diseñado, el FI ronda entre 1.1 y 1.4. Con un adecuado carenado de unión ala – fuselaje (wing fillet), FI se asume 1.



En caso de alas altas o medias, FI puede asumirse 1 a excepción de situaciones inusuales con ángulos θ muy bajos, las cuales normalmente no se dan.

En el caso de aviones comerciales, ya sean de ala baja o alta, es frecuente observar un diseño excepcionalmente voluminoso de la unión ala-fuselaje. Este diseño no obedece solamente a los efectos de interferencia comentados antes, sino a la denominada "regla de las áreas" aplicable al vuelo a alto número de Mach y que corresponde al campo de la aerodinámica con efectos de la compresibilidad, no cubiertos en ésta materia.

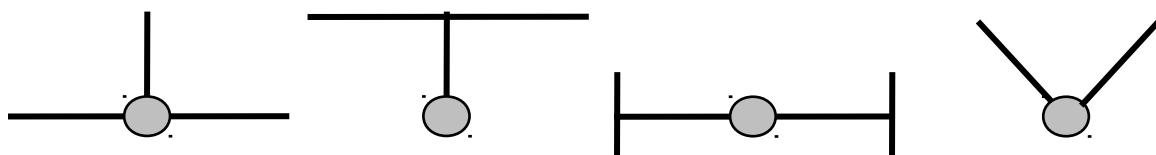


Como se comentó previamente, la interferencia ala-fuselaje se contabiliza en la resistencia del ala, de manera que para el caso del fuselaje, FI se toma 1 por definición

La tercer fuente frecuente de interferencia esta asociada al grupo empenajes, segúb sea la configuración:

Configuración	FI
Convencional o en T	1.05
En H	1.08
En V	1.03

Físicamente se vincula con el número de "esquinas" de interacción viscosa entre capas límite:

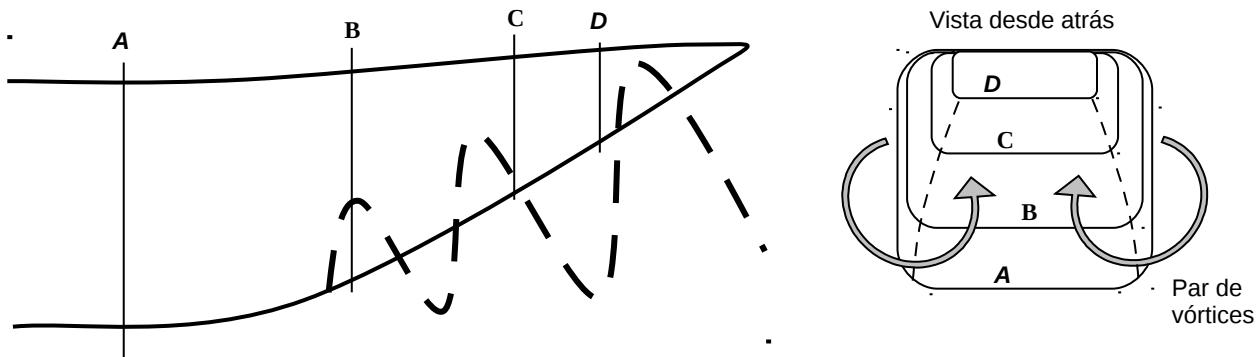


Otras fuentes misceláneas de resistencia

Resistencia por upsweep

Cuando la línea media del fuselaje no es recta y posee ángulos pronunciados, la estimación de resistencia por la analogía de la placa plana es limitada pues una porción muy importante de D se compone de resistencia de presión. Esta situación es típica de fuselajes de aviones de transporte de carga, cuyo fuselaje trasero está inclinado un gran ángulo hacia arriba por razones de accesibilidad (Lockheed C-130, CASA 212, Aeritalia G-222, Transall, etc.).

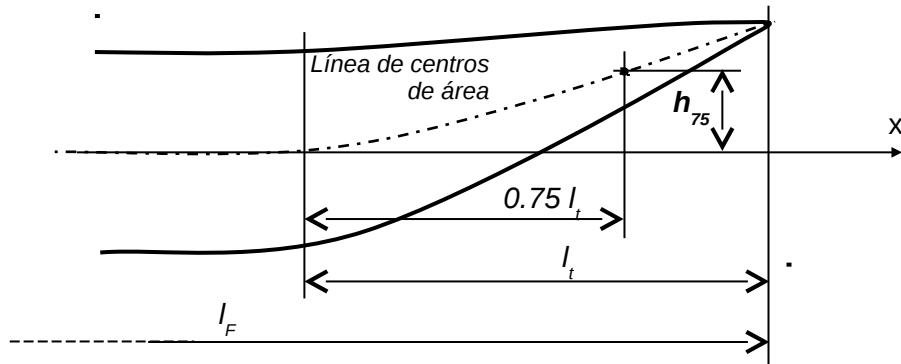
Este tipo de geometría genera un patrón de flujo de dos vórtices que se desprenden del plano inclinado constituido por la rampa de ese fuselaje trasero. La baja presión asociada a éste sistema de vórtices da origen a un incremento muy importante de resistencia de presión.



Fuselaje trasero con rampa ("upsweep") y formación de los vórtices

Esta resistencia denominada “upsweep drag” puede ser estimada de manera grosera por la siguiente fórmula empírica, de la Ref.[10]:

$$C_{D_{up\ sweep}} = 0.075 \left(\frac{h_{75}}{l_F} \right) \frac{S_m}{S} \quad \text{con } S_m : \text{área frontal máxima del fuselaje}$$



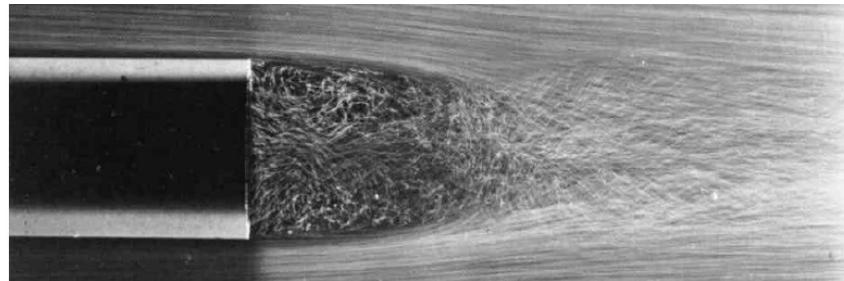
Datos de geometría para estimación de C_D por upsweep



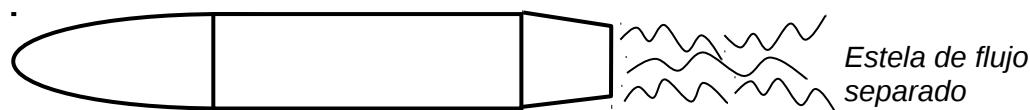
Métodos más precisos y elaborados, que tienen en cuenta la influencia del downwash del ala se encuentran en la Ref.[4] y en el ESDU 80006.

Resistencia de base

Cuando el cuerpo posee “área de base”, es decir que el cuerpo es tronco y no se cierra al terminar su longitud, dicha área está expuesta a flujo separado lo que origina un incremento de resistencia de presión muy importante, de manera análoga al caso de placas normales al flujo.



Aunque se trata de una configuración geométrica inusual en fuselajes propiamente dichos de aviones, puede ser frecuente en cargas externas, bombas, tanques, pilones, etc.



Cuerpo con área de base y origen de la resistencia de base

Existe una muy grande variedad de fórmulas empíricas para la resistencia de base, según el tipo de cuerpo que se trata y de diversas variables geométricas. Cuando ésta resistencia existe, constituye una fracción importante del total. Ver la Ref.[5].

La Ref.[8] propone la siguiente fórmula simple: $C_{D_{base}} = 0.1 \frac{S_{base}}{S}$

La Ref.[6] presenta el siguiente y más refinado método para el cálculo incompresible de ésta resistencia:

$$C_{D_{base}} = \frac{0.029}{\sqrt{C_{D_F}}} \left(\frac{S_{base}}{S_m} \right)^{3/2} \frac{S_m}{S}$$

S_m : área frontal (máxima) del cuerpo

S_{base} : área de base

$C_{Dfb} = C_{Df_{pp}} FF \frac{S_{wet}}{S_m}$ (Coeficiente de resistencia del cuerpo basado en el área frontal, excluyendo el efecto de base)

La Ref.[5] presenta diversos resultados en forma de gráficos y tablas.

Efecto del ángulo de ataque sobre C_D de un cuerpo fuselado

La Ref. [6] presenta una fórmula de estimación del crecimiento de la resistencia de cuerpos fuselados con el ángulo de ataque, aplicable a cuerpos de revolución:

$$\Delta C_D(\alpha) = \eta C_{dC} \alpha^3 \frac{S_p}{S_{ref}} + 2 \alpha^2 \frac{S_{base}}{S_{ref}}$$

- η Relación del C_d de un cilindro finito con el de uno infinito, función de la relación de esbeltez del cuerpo. Ver figura adjunta.
- C_{dC} C_d del cilindro circular bidimensional. Función del número de Mach normal al cuerpo $M_c = M \sin \alpha$ y tomado para flujo turbulento. Ver figura adjunta.
- S_p Área en planta del cuerpo.
- S_{base} Área de base, en el caso que el cuerpo sea trunco en su parte posterior.

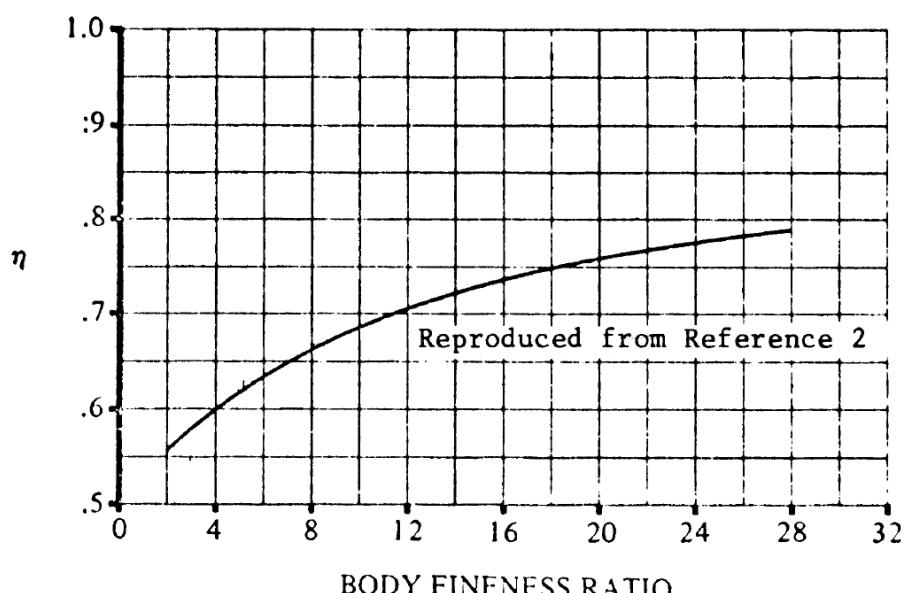


Figure 3.16 Ratio of the Drag Coefficient of a Circular Cylinder of Finite Length to that of a Cylinder of Infinite Length

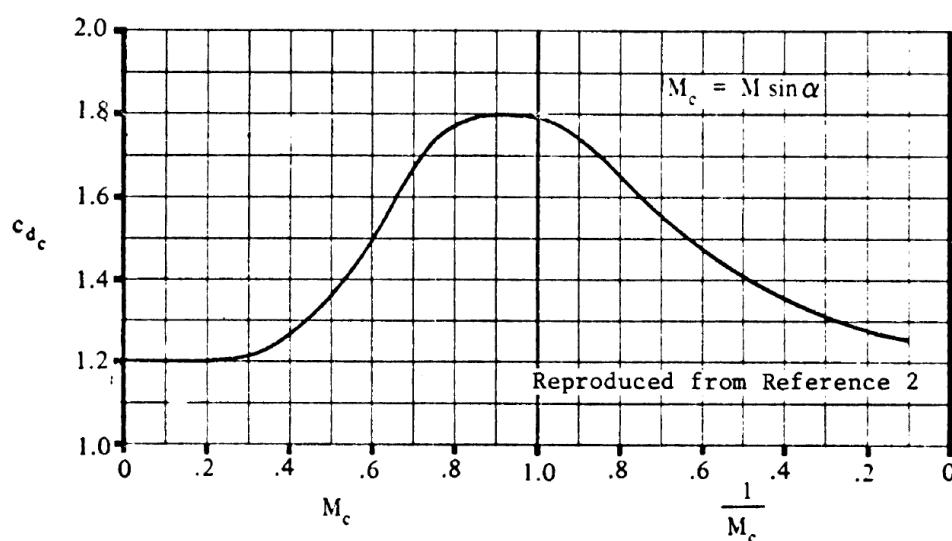


Figure 3.17 Steady State Cross-Flow Drag Coefficient for Circular Cylinders (Two Dimensional)

Otras resistencias adicionales

Pueden destacarse las siguientes fuentes adicionales:

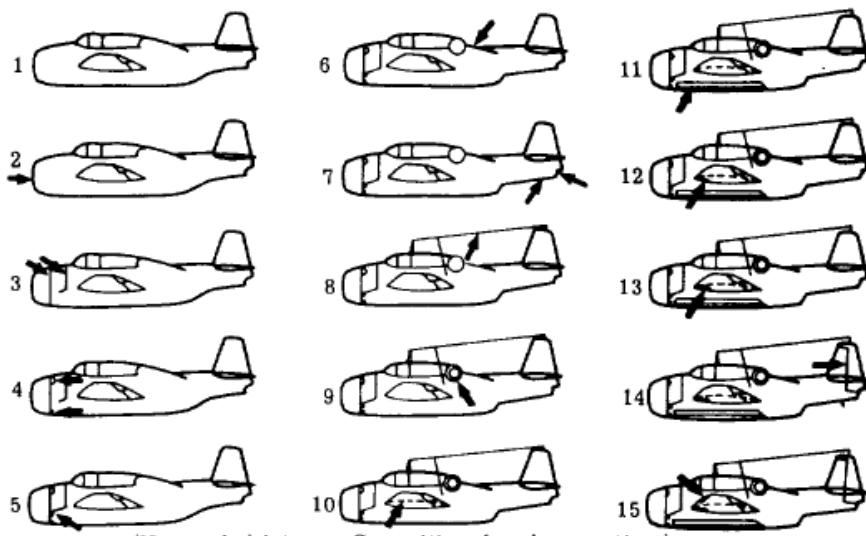
- por *deflexión de flaps*
- por *tren de aterrizaje extendido o tren fijo*
- por *protuberancias y excrecencias* :
 - antenas
 - tubos de escape
 - tomas de aire auxiliares
 - tubos Pitot y tomas estáticas
 - carenados de detalles
 - tapas
 - radiadores
 - etc.
- por *carenados de tomas de aire*
- por *cambios de cantidad de movimiento de flujos fluidos, en entradas y/o salidas.*

Se debe recurrir a una amplia variedad de referencias a fin de estimar estas resistencias adicionales, de la que se destaca la Ref.[5]

A modo ilustrativo de las fuentes adicionales de resistencia en configuraciones representativas de aviación general, se presentan resultados obtenidos por NACA en los años 40 sobre aviones de combate de la época.

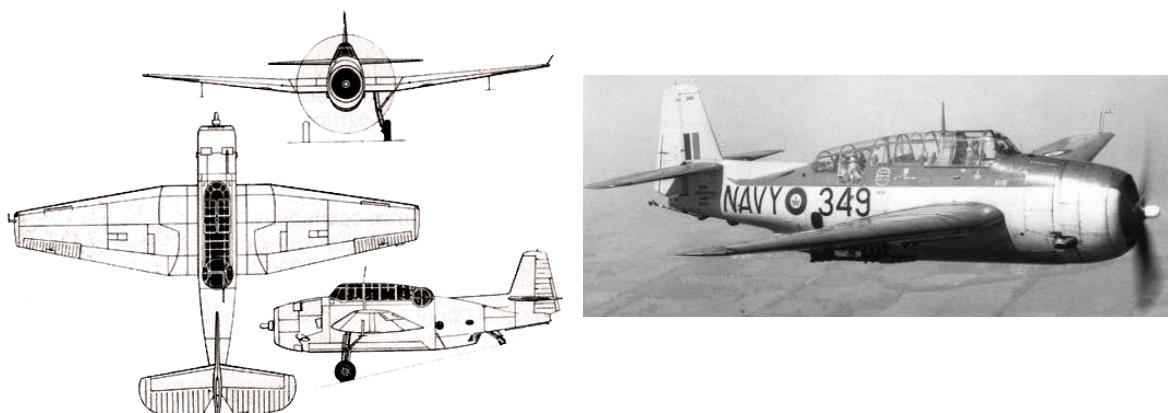
Queda en evidencia la importancia de la limpieza y terminación externa de la configuración.

Grumman TBF Avenger

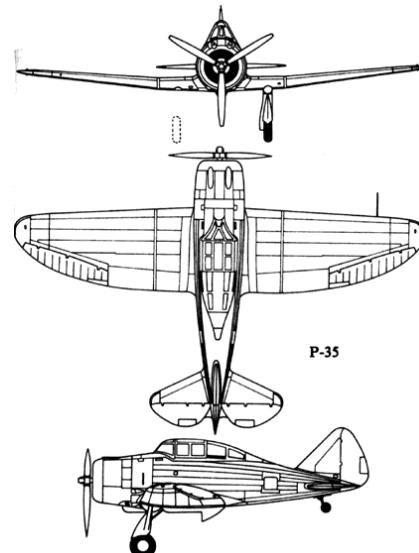
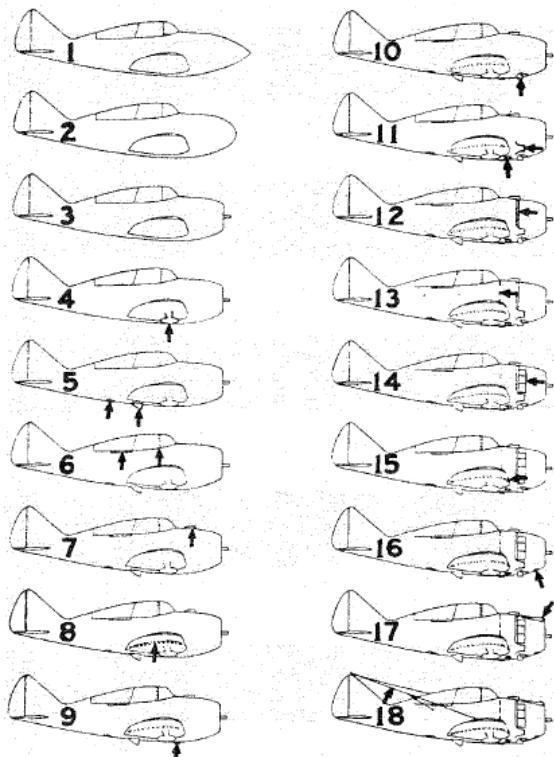


(National Advisory Committee for Aeronautics.)

Condition	Airplane configuration	C_D at $C_L = 0.245$	Reference condition (see column 1)	ΔC_D
1	Airplane completely sealed and faired	0.0183	—	—
2	Flat plate removed from nose	0.0189	1	0.0006
3	Seals removed from flapped-cowling air exits	0.0199	2	0.0010
4	Seals removed from cowling-flap hinge-line gaps	0.0203	3	0.0004
5	Exhaust stacks replaced	0.0211	4	0.0008
6	Canopy fairing removed, turret leaks sealed	0.0222	5	0.0011
7	Tail wheel and arresting-hook openings uncovered	0.0223	6	0.0001
8	Aerial, mast, and trailing antenna tube installed	0.0227	7	0.0004
9	Canopy and turret leak seals removed	0.0230	8	0.0003
10	Leak seals removed from shock strut, cover plate, and wing-fold axis	0.0234	9	0.0004
11	Leak seals removed from bomb-bay doors and miscellaneous leak seals removed	0.0236	10	0.0002
12	Fairings over catapult hooks removed	0.0237	11	0.0001
13	Wheel-well cover plates removed	0.0251	12	0.0014
14	Seals removed from tail-surface gaps	0.0260	13	0.0009
15	Plates over wing-tip slot openings removed. Airplane in service condition	0.0264	14	0.0004
Total-drag change				0.0081



Seversky XP-41 (derivado del P-35)



Condition number	Description	C_D ($C_L = 0.15$)	ΔC_D	ΔC_D , percent ^a
1	Completely faired condition, long nose fairing	0.0166		
2	Completely faired condition, blunt nose fairing	.0169		
3	Original cowling added, no airflow through cowling	.0186	0.0020	12.0
4	Landing-gear seals and fairing removed	.0188	.0002	1.2
5	Oil cooler installed	.0205	.0017	10.2
6	Canopy fairing removed	.0203	-.0002	-1.2
7	Carburetor air scoop added	.0209	.0006	3.6
8	Sanded walkway added	.0216	.0007	4.2
9	Ejector chute added	.0219	.0003	1.8
10	Exhaust stacks added	.0225	.0006	3.6
11	Intercooler added	.0236	.0011	6.6
12	Cowling exit opened	.0247	.0011	6.6
13	Accessory exit opened	.0252	.0005	3.0
14	Cowling fairing and seals removed	.0261	.0009	5.4
15	Cockpit ventilator opened	.0262	.0001	.6
16	Cowling venturi installed	.0264	.0002	1.2
17	Blast tubes added	.0267	.0003	1.8
18	Antenna installed	.0275	.0008	4.8
Total			0.0109	

Resistencia de trim (Trim Drag)

Esta resistencia aerodinámica no es estrictamente una resistencia parásita. Se trata de la resistencia adicional originada en el equilibrado del avión en una condición de vuelo determinada.

Está causada por la deflexión de las superficies de control longitudinal del avión, requerida para el equilibrado (o "trimado").

Por lo tanto es una resistencia adicional que depende de la velocidad y altitud de vuelo, del peso y del centraje de CG.

En caso de una configuración convencional, con empenaje horizontal, sea trasero o delantero (canard) la resistencia adicional consiste principalmente en la resistencia inducida de la superficie sustentadora correspondiente.

De acuerdo a la Ref.[7], tanto para un empenaje horizontal trasero o canard:

$$\Delta C_{D_{trim}} = (C_{Di})_H \frac{S_H}{S} = \frac{C_{LH}^2}{\pi A_H e_H} \frac{S_H}{S}$$

en dónde el coeficiente de sustentación propio del EH, basado en su propia superficie y presión dinámica media se obtiene de plantear el equilibrio del avión en la condición de vuelo correspondiente.

En caso de una configuración ala volante en la cual las superficies de control longitudinal están integradas al ala, esta resistencia de trim es más difícil de estimar pues se compone mayoritariamente de la variación de la resistencia parásita del ala por deflexión de las superficies de control.

Referencias

- [1] Rapid Estimation of the Zero Lift Drag of Transport Aircraft. AIAA Journal of Aircraft August 2002.
- [2] Aircraft Design – D. Raymer.
- [3] Aerodynamics, Aeronautics and Flight mechanics – B. McCormick.
- [4] Synthesis of Subsonic Airplane Design. - E. Torenbeek.
- [5] Fluid Dynamic Drag - S. Horner
- [6] Methods for Estimating Drag Polars of Subsonic Airplanes - J. Roskam
- [7] Airplane Aerodynamics and Performance - J. Roskam
- [8] Prediction of Aerodynamic Drag – USAF Wright Aeronautical Laboratory, 1984.
- [9] Flight Physics – E. Torenbeek, H. Wittenberg, 2002.
- [10] Stanford University Course Notes: <http://adg.stanford.edu/aa241/>