

Troisième/Identités remarquables

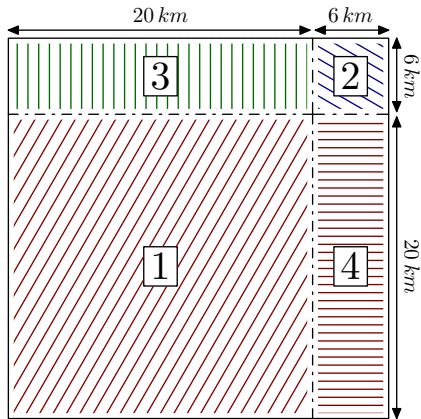
ChingEval : 2 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Première approche :

Exercice 9208



1. On considère le carré représenté ci-dessous qui a été partagé en quatre parties (deux rectangles et deux carrés) :

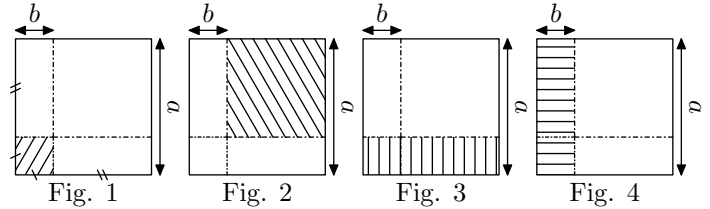


- Déterminer l'aire des quatre parties de ce carré.
 - En déduire, sans utiliser la calculatrice, la valeur de 26^2 .
2. Utiliser la même méthode pour calculer la valeur de 107^2 .

Exercice 9209



Soit a et b deux nombres réels strictement positif. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté a ci-dessous :

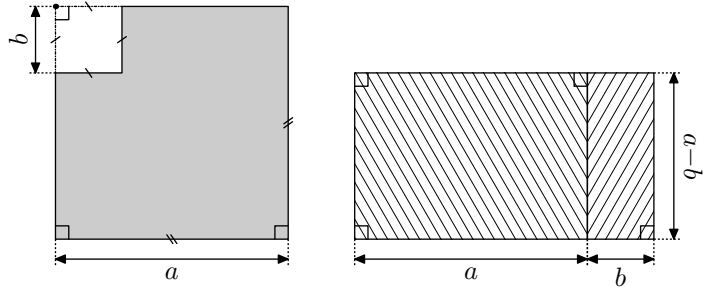


- Exprimer à l'aide des nombres a et b l'aire de chacune des parties hachurées.
 - Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression : $(a-b)^2 + 2ab - b^2$
- Justifier l'identité : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exercice 7998



On considère les deux figures ci-dessous. L'une est grisée et l'autre est composée de deux figures hachurées :



Montrer que ces deux figures ont même aires

2. Introduction aux identités remarquables - développement :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 701



Développer et réduire les expressions suivantes :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a. $(x+1)(x+1)$ | b. $(2x+3)(2x+3)$ |
| c. $(x+6)(x+6)$ | d. $(5x+1)(5x+1)$ |
| e. $(3x+3)(3x+3)$ | f. $(a+b)^2$ |

Exercice 694



Développer et réduire les expressions suivantes :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a. $(x-2)(x-2)$ | b. $(x-3)(x-3)$ |
| c. $(3x-1)(3x-1)$ | d. $(5x-1)(5x-1)$ |
| e. $(3x-2)(3x-2)$ | f. $(a-b)^2$ |

Exercice 2219



Développer et réduire les expressions suivantes :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a. $(x+2)(x-2)$ | b. $(x+1)(x-1)$ |
| c. $(2x-3)(2x+3)$ | d. $(3-4x)(3+4x)$ |
| e. $(2x+2)(2x-2)$ | f. $(a+b)(a-b)$ |

Exercice 9206



Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

- | | |
|---------------|---------------|
| a. $(3x-5)^2$ | b. $(4x+3)^2$ |
| c. $(3x+2)^2$ | d. $(2-5x)^2$ |

Exercice 3698



Donner la forme développée et réduire des expressions suivantes :

- a. $(3x+1)(3x-1)$

Exercice 698

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $(4x - 2)^2 - 2(x + 2)$

b. $(3x + 2)^2 + 2(x + 4)$

3. Développement :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9390

En développant et en réduisant l'expression de gauche, établir les identités ci-dessous :

a. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

b. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

c. $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

Exercice 9391

Proposition : pour tous nombres a et b , on a les identités suivantes :

• $(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$

• $(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$

• $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Développer et réduire les expressions suivantes :

a. $(2x + 1)^2$

b. $(3x - 4)^2$

c. $(x - 2)(x + 2)$

4. Utilisation du développement des identités remarquables :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 5240

On considère les programmes de calcul suivants :

Programme A

- Choisir un nombre
- Lui ajouter 1
- Calculer le carré de la somme obtenue
- Soustraire au résultat le carré du nombre départ

Programme B

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 au double de ce nombre

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes?
2. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Exercice 5658

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre

- Ajouter 2

- Elever cette somme au carré

- Soustraire au résultat le carré du nombre choisi au départ

- Soustraire au résultat 4.

1. a. Montrer que, si le nombre choisi est 1, le programme de calcul renvoie le nombre 4.
b. Montrer que, si le nombre choisi est 5, le programme de calcul renvoie le nombre 20.
2. Quel est le nombre retourné par le programme de calcul si le nombre choisi est 2?
3. a. En notant x le nombre de départ, quelle est l'expression littérale obtenue par ce programme de calcul?
b. Justifier que l'expression obtenue par le programme de calcul est égale à $4 \times x$.

Exercice 3696

1. Développer : $(x-1)^2$.
Justifier que $99^2 = 9801$ en utilisant le développement précédent.
2. Développer : $(x-1)(x+1)$.
Justifier que $99 \times 101 = 9999$ en utilisant le développement précédent.

5. Factorisation et identité remarquable :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7997

Factoriser les expressions suivantes :

a. $(x + 4)^2 - 2^2$

b. $(x + 1)^2 - 3^2$

c. $(x - 2)^2 - 2^2$

d. $4^2 - (x + 1)^2$

6. Développer, factoriser et évaluer : (+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 699



- Développer l'expression : $A = (2x-1)^2$.
- Donner la forme factorisée de : $B = 4x^2 - 4x + 1$
- Donner la valeur de B pour $x=0$ et pour $x=\frac{1}{2}$

Exercice 3697



On considère l'expression :

$$D = (2x+3)^2 + (x-5)(2x+3)$$

- Développer et réduire l'expression D .
- Factoriser l'expression D .
- Evaluer l'expression pour $x=1$ et $x=\frac{2}{3}$.

7. Problèmes :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 6303



Léa pense qu'en multipliant deux entiers impairs consécutifs (*c'est-à-dire qui se suivent*) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

- Etude d'un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
 - Calculer : $5 \times 7 + 1$.
 - Léa a-t-elle raison pour cet exemple?
- Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

| | A | B | C | D | E |
|----|-----|---------------|-----------------------|--|------------------|
| 1 | | Entier impair | Entier impair suivant | Produit de ces entiers impairs consécutifs | Résultat obtenu |
| 2 | x | $2x+1$ | $2x+3$ | $(2x+1)(2x+3)$ | $(2x+1)(2x+3)+1$ |
| 3 | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 |
| 4 | 1 | 3 | 5 | 15 | 16 |
| 5 | 2 | 5 | 7 | 35 | 36 |
| 6 | 3 | 7 | 9 | 63 | 64 |
| 7 | 4 | 9 | 11 | 99 | 100 |
| 8 | 5 | 11 | 13 | 143 | 144 |
| 9 | 6 | 13 | 15 | 195 | 196 |
| 10 | 7 | 15 | 17 | 255 | 256 |
| 11 | 8 | 17 | 19 | 323 | 324 |
| 12 | 9 | 19 | 21 | 399 | 400 |

- D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?
- Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n'est attendue.
 - Formule 1 : $=(2*A3+1)*(2*A3+3)$
 - Formule 2 : $=(2*B3+1)*(2*C3+3)$
 - Formule 3 : $=B3*C3$

● Formule 4 : $=(2*D3+1)*(2*D3+3)$

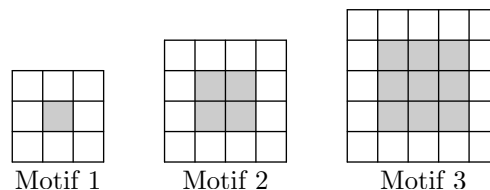
3. Etude algébrique :

- Développer et réduire l'expression : $(2x+1)(2x+3)+1$
- Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice 7634



Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et gris de la façon suivante :



Gaspard forme un carré avec des carreaux gris puis le borde avec des carreaux blancs.

- Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border la carré gris du motif 4 (*un carré ayant 4 carreaux gris de côté*)?
- Justifier que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux gris.
 - Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré gris obtenu?
- On appelle "*motif n*" le motif pour lequel on borde un carré de n carreaux gris de côté. Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le "*motif n*" :

- Expression n°1 : $2 \times n + 2 \times (n+2)$
- Expression n°2 : $4 \times (n+2)$
- Expression n°3 : $4 \times (n+2) - 4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle?

8. Problèmes et géométrie :

(+2 exercices pour les enseignants)

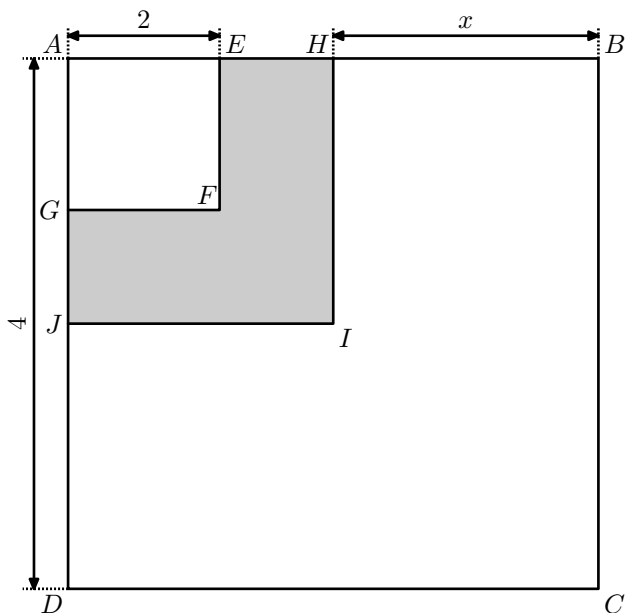
Exercice 826



1. Dans la figure ci-dessous $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.

Calculer AH en fonction de x ; en déduire l'aire de $AHIJ$ puis préciser, dans la liste ci-dessous, la (ou les) expressions(s) algébriques qui correspondent à l'aire hachurée :

$$M = (4-x)^2 - 2^2 \quad ; \quad N = (4-x-2)^2 \quad ; \quad P = 4^2 - x^2 - 2^2$$



2. Développer et réduire l'expression : $Q = (4-x)^2 - 4$.

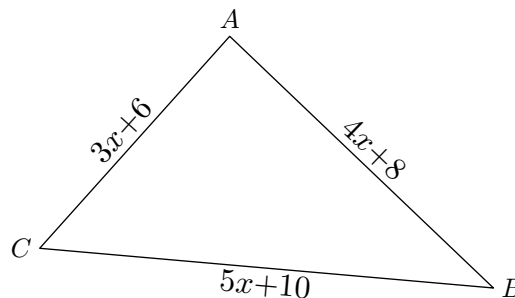
3. Factoriser Q .

4. Calculer Q pour $x=2$. Que traduit ce résultat pour la figure?

Exercice 680



Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A quelle que soit la valeur de " x " :



9. Partage :

Exercice 693



1. Développer et simplifier les expressions suivantes :

a. $(3x+2)^2$ b. $(5-x)(5+x) + (x-1)^2$

2. Factoriser les expressions suivantes :

a. $9x^2 - 25$ b. $(x+1)(5-2x) - (x+1)^2$

Exercice 3759



Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule d'entre elles est exacte.

Chaque réponse donne un point, une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Pour chacune des questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

| | | Réponse 1 | Réponse 2 | Réponse 3 |
|----|--|----------------|------------|------------|
| 1. | $6-4(x-2)$ est égale à | $2x-4$ | $14-4x$ | $-2-4x$ |
| 2. | Quelle l'expression factorisée de : $4x^2-12x+9$ | $(2x+3)(2x-3)$ | $(2x+3)^2$ | $(2x-3)^2$ |
| 3. | Pour $x=-2$, l'expression $5x^2+2x-3$ est égale à | 13 | -27 | 17 |