Quatrième/Arithmétique

1. Nombres de diviseurs :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 9073

Soit a et b deux entiers positif. On dit que b est un **diviseur** du nombre a s'il existe un entier k tel que : $a = k\times b$

1. Si possible, compléter les pointillés ci-dessous à l'aide d'entiers :

a. $18 = 1\times \dots$ b. $18 = 2\times \dots$ c. $18 = 3\times \dots$

d. $18 = 4\times \dots$ e. $18 = 5\times \dots$ f. $18 = 6\times \dots$

g. $18 = 7\times \dots$ h. $18 = 8\times \dots$ i. $18 = 9\times \dots$

2. Donner l'ensemble des diviseurs du nombre 18.

Exercice 9074

a. Donner les 2 diviseurs du nombre 13.

b. Donner les 6 diviseurs de l'entier 12.

c. Donner les 4 diviseurs de l'entier 22.

Exercice 9322

Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

Affirmation : pour tous les nombres entiers n compris entre 2 et 9, $2^n - 1$ est un nombre premier.

2. Entiers premiers :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9076

Le tableau ci-dessous présente les entiers de 2 à 99 :

		2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

1. a. Entourer l'entier 2.
   b. Hachurer les cases dont l'entier admet 2 pour diviseur.
2. a. Entourer l'entier 3.
   b. Hachurer les cases dont l'entier admet 3 pour diviseur.
3. a. Répéter les instructions précédentes avec les entiers 5 et 7.
   b. Entourer tous les nombres non-hachurés de la grille.
4. a. Combien de diviseurs admettent les entiers 2, 3, 5, 7, 11?
   b. Parmi les entiers 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, lesquels appartiennent à une table de multiplication? Si oui, laquelle?
   c. Pour quelle raison peut-on dire que le nombre 97 n'admet que deux diviseurs 1 et 97?

Définition : on dit qu'un entier a est **premier** s'il admet exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Exemple : les entiers 2, 3, 5, 7, 11, 13 sont des entiers premiers.

Remarque : cet exercice présente la méthode dite du "*crible d'Eratosthène*" permettant de déterminer rapidement les entiers premiers parmi 2 à 99.
Eratosthène est un scientifique grec du 2e siècle avant JC. Il est connu pour avoir été nommé directeur de la bibliothèque d'Alexandrie et pour avoir été le premier à avoir mesuré la circonférence de la Terre.
Vous trouverez un diaporama présentant le crible d'Eratosthène dans le lien ci-contre. r298-1

Exercice 9077

1. Parmi les entiers suivants, lequel n'est pas un entier premier : 31 ; 33 ; 37 ; 41
2. Parmi les entiers suivants, lequel n'est pas un entier premier : 43 ; 47 ; 49 ; 53

Vous trouverez dans le lien ci-contre la liste des entiers premiers inférieurs ou égal à 1 000. r114-0

3. Décomposition d'un entier en produit de nombres premiers :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 9079

Définition : on dit qu'un entier est **décomposé en produit d'entiers premiers** s'il est écrit comme un produit dont tous les facteurs sont des entiers premiers.

Exemple : l'entier 72 admet la décomposition : $2\times2\times2\times3\times3$

Algorithme : ci-contre une méthode d'obtention de la décomposition d'un entier en produit d'entiers premiers :

$$72 = 2\times\underbrace{36}$$
$$72 = 2\times\underbrace{2\times18}$$
$$72 = 2\times2\times\underbrace{2\times9}$$
$$72 = 2\times2\times2\times3\times3$$

1. Utiliser l'égalité $28=2\times14$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 28.
2. Utiliser l'égalité $40=2\times20$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 40.
3. Utiliser l'égalité $96=2\times48$ pour obtenir la décomposition en produit d'entiers premiers de l'entier 96.

Exercice 9080

Pour chacun des entiers 198, 297, 462, déterminer leur décomposition en produit d'entiers premiers.

Indications : pour cela, on utilisera les égalités :
- $198 = 6\times33$
- $297 = 9\times33$
- $462 = 14\times33$

Exercice 9321

Quel est le plus grand nombre premier qui divise 41 895?

4. Simplification de fractions :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 9082

1. Donner la décomposition en produit des entiers premiers des entiers : 42 ; 90
2. En déduire l'écriture réduite de la fraction $\frac{42}{90}$.

Exercice 9083

1. Décomposer 140 et 870 en produit de nombres premiers.
2. En déduire la forme irréductible de la fraction $\frac{140}{870}$