## Calcolo numerico 1 con laboratorio

Prof. Marco Caliari Verona, 23 febbraio 2023

codici di gli esercizi devono essere inseriti tutti un template disponibile sul pagina https://profs.scienze.univr.it/caliari/aa2122/calcolo\_numerico1/VR123456.m con nome uguale al proprio numero di matricola, da inviare all'indirizzo email marco.caliari@univr.it. File difformi da queste indicazioni comporteranno l'annullamento del compito. Qualunque riga di codice o commento non pertinente sarà valutato negativamente. Questo foglio va compilato e riconsegnato. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

Numero di matricola \_\_\_\_\_

1. Si calcoli il valore di

$$\frac{3(1-x)}{\sqrt{x}-\sqrt{x^2+x-1}}$$

per  $x = 1 + 10^{-14}$  con almeno 4 cifre significative corrette.

2. Il primo passo del metodo del punto medio implicito per la soluzione numerica dell'equazione differenziale

$$y'(t) = ry(t)(1 - y(t))$$

richiede di risolvere l'equazione

$$y_1 = y_0 + kr \frac{y_0 + y_1}{2} \left( 1 - \frac{y_0 + y_1}{2} \right).$$

Lo si applichi per trovare  $y_1$  a partire da  $y_0 = 2$  con il parametro r = 1 e un passo temporale k = 0.1.

- 3. Per le matrici generate dal comando toeplitz([-2,1,zeros(1,n-2)]), con n che varia tra 100 e 150 si mostrino, per esempio con un grafico semilogaritmico al variare di n, i termini della classica disuguaglianza che lega l'errore relativo nella risoluzione di un sistema lineare al residuo dello stesso.
- 4. Dati i valori

corrispondenti a 10 ascisse equispaziate in  $[0, 2\pi]$ , si trovino i coefficienti della funzione che meglio li approssima nel senso dei minimi quadrati, scegliendola tra  $ae^x + be^{-x} + c$  e  $a\sin(x) + b\cos(x) + c$ .

5. Usando un'opportuna formula di quadratura, si calcoli

$$\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$$

con almeno 3 cifre significative corrette. È possibile calcolare il valore esatto? Se sì, con quanti nodi di quadratura?