

## CURS nr. 9 – TEHNICI DE SIMULARE

### Modele de simulare

Lect. dr. Bianca Mogoș

## Conținut

### 1. Funcționalități ale limbajului GPSS

- 1.1 Operatori aritmetici/relaționali/logici
  - 1.2 Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS
  - 1.3 Obținerea unor caracteristici ale entităților GPSS
  - 1.4 Predefinierea unor expresii constante sau variabile
  - 1.5 Definirea paramerilor tranzațiilor și a variabilelor
2. Tipuri de modele care pot fi simulate folosind limbajul GPSS
- 2.1 Sisteme de așteptare
  - 2.2 Sisteme de modelare a stocurilor

### Operatori aritmetici/relaționali/logici

- ▶ **Operatori aritmetici:**
  - ▶ "+" – adunare, "-" – scădere
  - ▶ "#" – înmulțire, "/" – împărțire
  - ▶ "\" – împărțire având ca rezultat o valoare întreagă
  - ▶ ":", "@" – putere, "@" – restul împărțirii
- ▶ **Operatori relaționali:**
  - ▶ "G" –  $>$ , "GE" –  $\geq$
  - ▶ "L" –  $<$ , "LE" –  $\leq$
  - ▶ "E" –  $=$ , "NE" –  $\neq$
- ▶ **Operatori logici:**
  - ▶ "AND" – "și" logic
  - ▶ "OR" – "sau" logic
  - ▶ "NOT" – "negație" logică

### Obținerea unor caracteristici ale entităților GPSS (2)

- ▶ Variabile furnizând *informații despre blocuri*:
  - ▶ W\$etichetaBloc – numărul curent de tranzații aflate în blocul având eticheta "etichetaBloc"
  - ▶ N\$etichetaBloc – numărul total de tranzații care au intrat în blocul având eticheta "etichetaBloc"
- ▶ Variabile furnizând *informații despre facilitatea cu numele "resursă"*:
  - ▶ F\$resursă – indică starea curentă: 0 – liberă, 1 – ocupată
  - ▶ FC\$resursă – numărul de tranzații care au ocupat facilitatea
  - ▶ FR\$resursă – procentul de timp (din timpul total de simulare) cât a fost ocupată facilitatea (ia valori între 0 și 1000)
  - ▶ FT\$resursă – timpul mediu de ocupare de către o tranzație

### Obținerea unor caracteristici ale entităților GPSS (1)

- ▶ **SNA – System Numerical Attributes** – reprezintă "variabile de stare" ale sistemului care pot fi interogate în cadrul unui model de simulare
- O clasificare a atributelor din SNA:*
- ▶ Variabile furnizând *informații despre sistem*:
    - ▶ C1 – timpul de simulare de la ultimul RESET
    - ▶ AC1 – timpul de simulare de la ultimul CLEAR
  - ▶ Variabile furnizând *informații despre tranzații*:
    - ▶ M1 – lungimea intervalului de timp scurs de la crearea unei tranzații și până în momentul în care se evaluează atributul
    - ▶ PR – prioritatea tranzației
    - ▶ XID1 – indice asociat tranzației la generare

### Obținerea unor caracteristici ale entităților GPSS (3)

- ▶ Variabile furnizând *informații despre punctul de servire cu mai multe stații sau entitatea de depozitare cu numele "resursă"*:
  - ▶ R\$resurse – numărul de stații/unități libere (care pot fi ocupate de tranzații)
  - ▶ S\$resurse – numărul de stații/unități ocupate
  - ▶ SA\$resurse – numărul mediu de stații/unități ocupate
  - ▶ SR\$resurse – procentul de utilizare
  - ▶ ST\$resurse – timpul mediu de utilizare a entității
- ▶ Variabile furnizând *informații despre coada de așteptare cu numele "coadă"*:
  - ▶ Q\$coadă – numărul curent de tranzații din coada de așteptare
  - ▶ QA\$coadă – numărul mediu de tranzații din coadă
  - ▶ QM\$coadă – numărul maxim de tranzații aflate la un anumit moment al timpului de simulare în coadă
  - ▶ QC\$coadă – numărul total de tranzații care au intrat în coada de așteptare
  - ▶ QT\$coadă – timpul mediu de așteptare în coadă
  - ▶ QX\$coadă – timpul mediu de așteptare în coadă calculat pentru tranzațiile care au așteptat un timp strict pozitiv

- ▶ Algoritm de generare a numerelor (pseudo)aleatoare în GPSS se bazează pe *algoritmul multiplicativ – congruențial al lui Lehmer* cu o perioadă maximă de  $\lambda = 2^{31} - 2$ .
- ▶ *Atributul RNj* returnează o valoare întreagă în intervalul [0, 999].
- ▶ Comanda *RMULT* setează sămânța generatorului pentru generatorii "RNj,  $j = 1, \dots, 7$ ".
- ▶ În absența comenzii "RMULT" sămânța coincide cu numărul  $j$  al generatorului "RNj". De exemplu, RN2 pornește cu sămânța 2.

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (3)

- ▶ *Exemple de funcții de generare de valori aleatoare*

| <i>Repartiția de probabilitate</i>          | <i>Funcția de generare</i>                |
|---|---|
| $X \sim U(a, b)$                            | UNIFORM(1, a, b)                          |
| $X \sim N(\mu, \sigma^2)$                   | NORMAL(1, $\mu$ , $\sigma$ )              |
| $X \sim \text{Exp}(\alpha, \lambda)$        | EXPONENTIAL(1, $\alpha$ , $1/\lambda$ )   |
| $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \lambda, \nu)$ | GAMMA(1, $\alpha$ , $1/\lambda$ , $\nu$ ) |
| $X \sim \text{Bin}(n, p)$                   | BINOMIAL(1, n, p)                         |
| $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$            | POISSON(1, $\lambda$ )                    |

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (5)

*Algoritmul* care stă la baza comenzii "FUNCTION":

- ▶ Se evaluează expresia definită în argumentul funcției, notăm valoarea obținută cu  $A_0$
- ▶ Se determină indicele  $i$  minim pentru care  $A_0 \leq f_i$ .
- ▶ Avem următoarele cazuri:
  - ▶ Dacă  $f_n < A_0$  atunci  $FN\$nume = a_n$
  - ▶ Dacă  $A_0 < f_1$  atunci  $FN\$nume = a_1$
  - ▶ Dacă  $B = Cn$  și  $f_{i-1} < A_0 \leq f_i$  atunci valoarea funcției se obține prin interpolare cu formula:  
$$FN\$nume = a_{i-1} + (a_i - a_{i-1}) \# (A_0 - f_{i-1}) / (f_i - f_{i-1})$$
  - ▶ Dacă  $B = Dn$  și  $f_{i-1} < A_0 \leq f_i$  atunci  $FN\$nume = a_i$

- ▶ *Forma generală a unei funcții de generare* de valori de selecție asupra unei variabile aleatoare având o repartiție de probabilitate dată este (de obicei):

*numeRepartiție(nrGen, locație, scală, formă)*

unde

- ▶ *nrGen* – reprezintă numărul generatorului de numere aleatoare; trebuie să fie o valoare  $\geq 1$ .
- ▶ *locație, scală, formă* – sunt parametri ai repartiției de probabilitate

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (4)

- ▶ *FUNCTION* – este o comandă care definește o entitate funcție. Forma generală este:

nume FUNCTION A,B

$f_1, a_1/f_2, a_2/\dots/f_n, a_n$

- ▶  $f_1, f_2, \dots, f_n$  trebuie să verifice condiția  $f_1 < f_2 < \dots < f_n$
- ▶ *nume* – este o etichetă obligatorie prin care va fi accesată valoarea returnată de funcție
- ▶ A – este argumentul funcției (poate fi o expresie) ce va fi evaluat;
- ▶ B – este un parametru format dintr-o literă care indică tipul funcției (poate fi C – continuă sau D – discretă) și o valoare numerică reprezentând numărul  $n$  de perechi  $(f_i, a_i), i = 1, 2, \dots, n$  din definiția funcției.

- ▶ Pentru a obține valoarea returnată de funcție se folosește *atributul FN\$nume*.

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (6)

*Folosirea entității funcție de tip continuu pentru simularea unei v.a. continue* (nu este recomandată, se recomandă folosirea funcțiilor de generare).

- ▶ Fie v.a. continuă  $X$  având funcția de repartiție  $F(x)$ . În acest caz,
  - ▶ argumentul funcției va fi generatorul de numere aleatoare RN1 (generează valori între 0 și 0.999999 când este folosit de comanda "FUNCTION")
  - ▶ Parametrii din sintaxa comenzii "FUNCTION":  
 $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  și  $f_1 < f_2 < \dots < f_n$  sunt astfel încât

$$f_i = F(a_i) = P(X \leq a_i), \forall i = 1, 2, \dots, n$$

- ▶ *Exemplu:* aproximarea simulării v.a.  $X \sim \text{Exp}(1)$

varC FUNCTION RN1,C10

0.05,0.0513/0.15,0.1625/0.25,0.2877/0.35,0.4308/0.45,0.5978/0.55,0.7985/0.65,1.0498/0.75,1.3863/0.85,1.8971/0.95,2.9957

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (7)

- ▶ *Exemplu* de folosire a entității funcție de tip continuu pentru evaluarea unui argument și asocierea valorii corespunzătoare determinate prin interpolare

```
varC FUNCTION C1,C7  
5,15/10,20/15,10/20,10/25,15/30,20/35,10
```

- ▶ Se evaluează argumentul funcției, C1 – timpul de simulare; de exemplu, dacă C1 = 22 atunci funcția va returna valoarea corespunzătoare lui  $A_0 = C1 = 22$  prin interpolarea perechilor (20, 10) și (25, 15), și anume

$$FN\$varC = 10 + (15 - 10) \# (22 - 20) / (25 - 20) = 12$$

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (8)

*Folosirea entității funcție de tip discret pentru simularea unei v.a. discrete*

- ▶ Fie v.a. discretă X definită prin repartiția

$$X : \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}, \sum_{i=1}^n p_i = 1, a_1 < a_2 < \dots < a_n,$$

- ▶ argumentul funcției va fi generatorul de numere aleatoare RN1
- ▶ Parametrii din sintaxa comenzii "FUNCTION":
  - $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  reprezintă valorile pe care le ia v.a. X
  - $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$  reprezintă frecvențele cumulate, adică

$$f_i = p_1 + p_2 + \dots + p_i, i = \overline{1, n}$$

- ▶ *Exemplu*

```
varD FUNCTION RN1,D5  
0,1,5/0,35,10/0,7,20/0,8,25/1,30
```

## Folosirea repartițiilor de probabilitate în GPSS (9)

- ▶ *Exemplu* de folosire a entității funcție de tip discret pentru evaluarea unui argument și asocierea valorii corespunzătoare

```
varD FUNCTION C1,D7  
5,15/10,20/15,10/20,10/25,15/30,20/35,10
```

- ▶ Se evaluează argumentul funcției, C1 – timpul de simulare; de exemplu, dacă C1 = 22 atunci funcția va returna valoarea

$$FN\$varD = a_5 = 15$$

## Predefinirea unor expresii constante sau variabile (2)

*Predefinirea unor expresii variabile*

- ▶ *BVARIABLE/VARIABLE/FVARIABLE* - este o comandă care definește o entitate asociată unei expresii a cărei valoare poate să varieze când se reevaluează expresia. Forma generală este:

- nume BVARIABLE X ; X este o expresie logică  
nume VARIABLE X ; X este o expresie ce ia o valoare întregă  
nume FVARIABLE X ; X este o expresie ce ia o valoare reală
- ▶ nume - este o etichetă obligatorie și reprezintă numele entității ce va lua valoarea expresiei X
  - ▶ X - este o expresie obligatorie având o valoare care poate varia când se reevaluează expresia.

- ▶ *Expresia X se evaluează* folosind

- ▶ atributul BV\$nume pentru comanda "BVARIABLE"
- ▶ atributul V\$nume pentru comanda "VARIABLE"
- ▶ atributul V\$nume pentru comanda "FVARIABLE"

- ▶ BV\$nume(V\$nume) = valoarea expresiei X.

## Predefinirea unor expresii constante sau variabile (1)

*Predefinirea unor expresii constante*

- ▶ *EQU* - este o comandă care definește o entitate asociată unei expresii având o valoare constantă. Forma generală este:

nume EQU X

- ▶ X - este o expresie obligatorie având o valoare constantă
- ▶ nume - este o etichetă obligatorie și reprezintă numele constantei ce va lua valoarea expresiei X.

*Exemplu care ilustrează folosirea constantei predefinite prin blocul "EQU"*

```
▶ timpService EQU (150#72 + 36)  
GENERATE 5
```

.....

```
SEIZE punctService  
ADVANCE timpService  
RELEASE punctService
```

.....

```
TERMINATE 1
```

## Predefinirea unor expresii constante sau variabile (3)

- ▶ *Exemplu – folosirea blocurilor "VARIABLE" și "FVARIABLE"*

|                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| timp VARIABLE RN1/100 | timp FVARIABLE RN1/100 |
| GENERATE 5            | GENERATE 5             |
| SEIZE servise         | SEIZE servise          |
| ADVANCE V\$ timp      | ADVANCE V\$ timp       |
| RELEASE servise       | RELEASE servise        |
| TERMINATE 1           | TERMINATE 1            |

- ▶ *Exemplu – folosirea blocului "BVARIABLE"*

```
timp BVARIABLE (25<M1'AND'M1<30)
astept VARIABLE RN1@16+20
GENERATE 30
SEIZE serviciu
ADVANCE V$astept
RELEASE serviciu
SAVEVALUE 1,M1
TEST E BV$ timp.1,termin
TERMINATE 1
```

termin TERMINATE 1

- ▶ *ASSIGN* – permite atribuirea/modificarea unei valori/valorii unui parametru asociat tranzației care accesează blocul. Are forma generală:

ASSIGN param[±],valoare

- ▶ param – este identificatorul asociat parametrului/caracteristicii tranzației; valoarea parametrului poate fi obținută folosind atributul P\$param (dacă "param" este șir de caractere) sau Pparam (dacă "param" este număr)
- ▶ valoare – este valoarea atribuită sau cu care se incrementează sau decrementează parametrul tranzației
- ▶ [±] – parantezele pătrate nu fac parte din sintaxa blocului; indică opționalitatea parametrilor "+" sau "-".
- ▶ Dacă operatorii "+" sau "-" lipsesc atunci P\$param = valoare
- ▶ Dacă blocul ASSIGN are sintaxa: "ASSIGN param+,valoare" atunci P\$param = P\$param + valoare
- ▶ Dacă blocul ASSIGN are sintaxa: "ASSIGN param-,valoare" atunci P\$param = P\$param - valoare

## Definirea paramerilor tranzacțiilor și a variabilelor (2)

- ▶ *SAVEVALUE* – permite atribuirea/modificarea unei valori/valorii unei variabile (globale) atunci când o tranzație accesează blocul. Are forma generală:

SAVEVALUE var[±],valoare

- ▶ var – este identificatorul asociat variabilei; valoarea variabilei poate fi obținută folosind atributul X\$var (dacă "var" este șir de caractere) sau Xvar (dacă "var" este număr)
- ▶ valoare – este valoarea atribuită sau cu care se incrementează sau decrementează variabila
- ▶ [±] – parantezele pătrate nu fac parte din sintaxa blocului; indică opționalitatea parametrilor "+" sau "-".
- ▶ Dacă operatorii "+" sau "-" lipsesc atunci X\$var = valoare
- ▶ Dacă blocul SAVEVALUE are sintaxa: "SAVEVALUE var+,valoare" atunci X\$var = X\$var + valoare
- ▶ Dacă blocul SAVEVALUE are sintaxa: "SAVEVALUE var-,valoare" atunci X\$var = X\$var - valoare

## Sisteme de așteptare – Exemplu 2

- ▶ *Modelarea și simularea dezvoltării unui produs* într-o fabrică având mai multe departamente
- ▶ *construirea produsului în mod secvențial*: componenta construită în Departamentul 2 depinde de componenta contruită în Departamentul 1, etc.
- ▶ *construirea produsului în paralel*: fiecare departament construiește o anumită componentă a produsului, în final "Departamentul asamblare" va realiza asamblarea componentelor și va construi produsul final.





## Sisteme de așteptare – Exemplu 1

- ▶ *Modelarea și simularea rezolvării unor proiecte diferite* (considerate în ordinea apariției sau ordonate în funcție de priorități) într-o firmă având mai multe departamente. Câteva modalități de abordare a proiectelor având ca scop rezolvarea acestora:
- ▶ *rezolvarea secvențială a unui proiect*: proiectul va trece prin fiecare departament în mod secvențial în sensul că Departamentul 2 depinde de partea realizată de Departamentul 1, Departamentul 3 primește proiectul de la Departamentul 2, etc.
- ▶ *rezolvarea în paralel a părților proiectului*: se presupune că pentru a se finaliza proiectul Departamentul 2 și Departamentul 3 trebuie să discute părțile realizate separat.

## Sisteme de modelare a stocurilor – Exemplu

- ▶ Presupunem că sucursala unei bănci deține 2 bancomate. Presupunem că suma maximă cu care este alimentat un bancomat este de 10000 de lei. Se realizează următoarele operațiuni:
- ▶ La un interval repartizat exponential de medie 20 de minute se extrag sume având valori repartizate uniform între 50 și 2000 de lei. Durata unei tranzații este de 5±2 minute.
- ▶ La fiecare 2 ore un angajat al băncii verifică dacă bancomatul conține o sumă mai mică de 5000 de lei. În acest caz, soldul bancomatului va fi completat până la capacitatea maximă.
- ▶ Să se simuleze activitatea sistemului în primele 8 ore.

## Bibliografie I

-  T. Schreiber, *An Introduction to Simulation Using GPSS/H*, Disponibil la:  
<http://webuser.bus.umich.edu/schreiber/gpssh/gpssh.htm>,  
Ultima accesare: decembrie 2015
-  I. Văduva (2004), *Modele de simulare: note de curs*, Editura Universităţii din Bucureşti, Bucureşti
-  K. Velten (2009), *Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers*, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim
-  Generaliştii GPSS, site [http://andrei.clubcisco.ro/cursuri/f/f-sym/5master/md/MS\\_03%20\(GPSSH\).PDF](http://andrei.clubcisco.ro/cursuri/f/f-sym/5master/md/MS_03%20(GPSSH).PDF) Ultima accesare: decembrie 2015