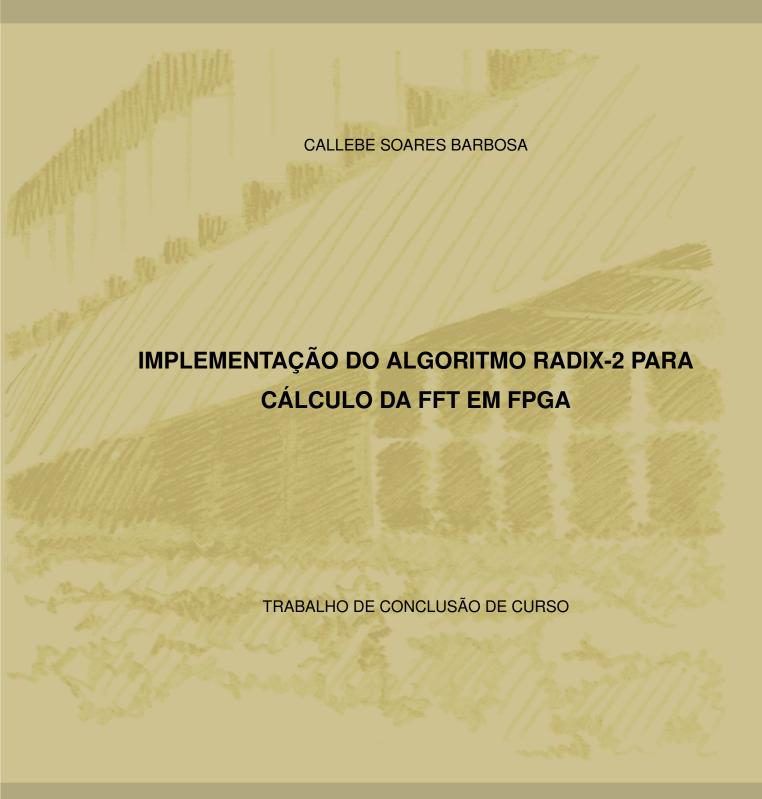
# UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELÉTRICA CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA



PATO BRANCO 2017

#### CALLEBE SOARES BARBOSA

# IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO RADIX-2 PARA CÁLCULO DA FFT EM FPGA

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Elétrica da Coordenação de Engenharia Elétrica - CO-ELT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Luiz Bertotti

# TERMO DE APROVAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado IMPLEMENTAÇÃO DO AL-GORITMO RADIX-2 PARA CÁLCULO DA FFT EM FPGA do acadêmico Callebe Soares Barbosa foi considerado APROVADO de acordo com a ata da banca examinadora Nº 123 de 2017.

Fizeram parte da banca examinadora os professores:

Prof. Dr. Fábio Luiz Bertotti

Prof. Dr. Stephen Hawking

Dr. Brian Greene

Prof. Dr. Michio Kaku

Prof. Richard Feynman



Acreditar é mais fácil do que pensar. Daí existem muito mais crentes do que pensadores. Bruce Calvert

# **AGRADECIMENTOS**

Aqui são os agradecimentos.

# **RESUMO**

Escreva aqui o texto de seu resumo...  $\mathsf{UTFPRTEX}$ 

**Palavras-chave**: LATEX, FFT, Transformada Rápida de Fourier, Sistemas Digitais, FPGA, Spartan 3E.

## **ABSTRACT**

Write here the English version of your Resumo...

 $\textbf{Keywords} \colon \, \LaTeX , \, \mathsf{FFT}, \, \mathsf{Fast} \, \, \mathsf{Fourier} \, \, \mathsf{Transform}, \, \mathsf{Digital} \, \, \mathsf{System}, \, \mathsf{FPGA}, \, \mathsf{Spartan} \, \, \mathsf{3E}, \, \mathsf{Digital} \, \, \mathsf{Signal} \, \, \mathsf{Process}.$ 

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1:	Índice BM & FBOVESPA, São Paulo - Brasil	12
Figura 2:	Sinal Referência de Voz	13
Figura 3:	The binary star DI Herculis consists of two B stars separated by about one-fifth the Earth-Sun distance. Both stars are about 5 times the mass of our Sun. No artist's rendition, like the one shown here, can possibly portray the fact that these stars have about 50 times the surface brightness $\phi$ of the Sun	23
Figura 4:	This illustration shows the precession in DI Herculis. The point at which the two stars come closest (periastron) in their mutual orbit advances (precesses) from orbit to orbit. But the amount of precession in DI Her is less than what theory predicted. The illustration is not to scale.	24
Figura 5:	This illustration demonstrates how the equatorial bulges of the two stars in DI Herculis are nearly perpendicular to the binary's orbital plane. This unusual configuration explains why DI Her's	
	orbital precession is not in accordance with theoretical predictions.	25

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Exemplo de Tabel		19
----------------------------	--	----

# LISTA DE SÍMBOLOS

 $\phi$ 

 $\vec{\alpha}$ alpha

 $v\omega\psi_{n-1}^{jk}$  Função de teste da lista de símbolos. Está é uma descrição longa para um

único símbolo Gradiente

 $\nabla$ 

 $\upsilon\omega\psi_{n-1}^{jk}$ teste

# **SUMÁRIO**

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 JUSTIFICATIVA	11
2 REVISÃO DE LITERATURA	12
2.1 SISTEMAS DE TEMPO CONTINUO E TEMPO DISCRETO	13
2.2 SÉRIE DE FOURIER      2.2.1 Espectro Exponencial de Fourier	13 14
2.3 SÉRIE DE FOURIER EM TEMPO DISCRETO	14
2.4 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER	17
2.5 FPGA	18
2.6 SÉRIE DE FOURIER	18
2.7 ESPECTRO DE FOURIER	18
2.8 SÉRIE DE FOURIER EM TEMPO DISCRETO	18
2.9 A TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER	18
3 IMPLEMENTANDO FFT - 8 PONTOS	19
3.0.2 Testes e exemplos de lista de símbolos	19 19 20
4 NÍVEL 1 - TESTES DE CAPITULAÇÃO - PRIMÁRIO	21
4.1 NÍVEL 2 - SECUNDÁRIO 4.1.1 Nível 3 - Terciário	
ANEXO A - STELLAR MYSTERY SOLVED, EINSTEIN SAFE	23
A 1 EXEMPLO DE SECÃO ANEXO	26

# 1 INTRODUÇÃO

# 1.1 JUSTIFICATIVA

#### 2 REVISÃO DE LITERATURA

Um sinal é um conjunto de dados ou informações, que podem descrever diversos tipos de fenômenos, como um sinal de telefonia ou de voz (Figura 2), o registro de vendas de uma empresa ou ainda os valores de fechamento de uma bolsa de valores (Figura 1) (LATHI, 2007, p. 75). Segundo Willsky e Oppenheim (2010, p. 1) existe uma linguagem adequada para descrever sinais e um conjunto poderoso de ferramentas para analisá-los, capaz de se aplicar a problemas oriundos de diversos domínios. A série de Fourier e a Transformada Rápida de Fourier são ambas exemplos destas ferramentas, e serão apresentadas nos próximos capítulos.

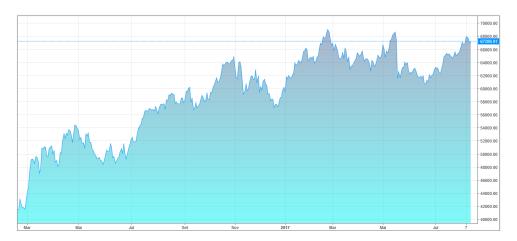


Figura 1: Índice BM & FBOVESPA, São Paulo - Brasil

Fonte: TradingView (2017)

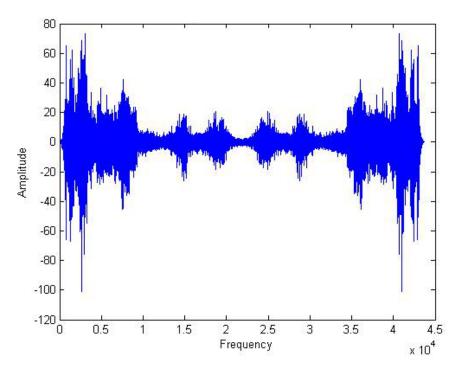


Figura 2: Sinal Referência de Voz Fonte: NirmalRaj e Vigneswaran (2015)

#### 2.1 SISTEMAS DE TEMPO CONTINUO E TEMPO DISCRETO

#### 2.2 SÉRIE DE FOURIER

Segundo Lathi (2007, p. 530) "Um sinal periódico x(t) com período  $T_0$  pode ser descrito como a soma de senoides de frequência  $f_0$  e todas as suas harmônicas", conforme visto em (1). O qual e conhecida como série trigonométrica de Fourier de um sinal periódico x(t), sendo  $\omega_0$  a frequência fundamental.

$$x(t) = a_0 + sum_{n=1}^{\infty} a_n cos(n\omega_0 t) + b_n sen(n\omega_0 t)$$
(1)

E possível determinar os coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  de (1 )pelas equações (2) e (3), em que o coeficiente  $T_0$  representa o período relativo a  $f_0$ .

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) cos(n\omega_0 t) dt$$
 (2)

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} x(t) cos(n\omega_0 t) dt \tag{3}$$

A expressão da série de Fourier em termos exponenciais  $e^{j\omega_0t}$  e  $e^{2j\omega_0t}$  é fa-

cilmente obtida a partir da forma trigonométrica (LATHI, 2007). A forma exponencial da serie de Fourier é dada por (4), em que o coeficiente  $C_n$  e análogo aos coeficientes  $a_n$  e  $b_n$  da serie trigonométrica, sendo obtido por (5.) Nota-se que diferente dos coeficientes  $a_n$  e  $b_n$ , o coeficiente  $C_n$  pode representar um valor complexo.

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \tag{4}$$

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t)e^{jn\omega_0 t} dt \tag{5}$$

#### 2.2.1 ESPECTRO EXPONENCIAL DE FOURIER

Segundo Lathi (2007, p. 556), o espectro exponencial de Fourier e traçado a partir dos coeficientes  $C_n$  e das frequências  $n\omega_0$  da forma exponencial da serie de Fourier. Então e necessário expressar o espectro em função da parte real e da parte imaginaria, ou do modulo e do ângulo. A forma de  $C_n$  em modulo é angulo geralmente é mais útil para se expressar o espectro. Logo são taçados dois gráficos para o espectro exponencial de Fourier, um que relaciona  $|C_n|$  com  $n\omega_0$ , e outro que relaciona  $|C_n|$  com  $n\omega_0$ .

Para Lathi (2007, p. 533) os dois gráficos juntos formam o espectro de frequência, o qual revela os conteúdos de frequência do sinal x(t), com suas amplitudes e fase. Conhecendo-se este espectro não só é possível analisar o sinal x(t), como também reconstruí-lo de forma fácil.

#### 2.3 SÉRIE DE FOURIER EM TEMPO DISCRETO

Ate aqui foi apresentada a forma continua da série de Fourier, porém para ser útil em uma aplicação computacional é necessário encontrar sua forma discreta, ou DFT (*Discrete Fourier Transform*). Segundo HAYKIN e Veen (2001, p. 314) a DFT é a única representação de Fourier que pode ser calculada por um computador, sendo amplamente usada para manipular sinais.

O primeiro passo para se obter uma DFT e considerar o teorema da Amostragem. Tal teorema afirma que um sinal real x(t), cujo o espectro e limitado em  $\phi$  Hz, pode ser reconstruído a partir de suas amostras tomadas uniformemente a uma taxa  $f_s>2\phi$  (LATHI, 2007, p. 679). Em seguida, a amostragem de x(t), feita a uma frequência  $f_s$ , pode ser obtida pela multiplicação de x(t) por um trem de impulsos  $\delta(t)$ . Sendo tais

impulsos unitários e periódicos, repetidos a cada  $T=1/f_s$  segundos, por um numero total de amostras  $N_0$ , a amostragem pode ser definida por:

$$\overline{x}(t) = x(t)\delta_T(t) = \sum_{n=0}^{N_0 - 1} x(nT)\delta(t - nT)$$
(6)

Por conveniência, deseja-se obter um espectro do sinal amostrado x(t) em função de  $\omega$  ou expresso em termos de frequência. Para tal, segundo Lathi (2007, p. 681), o trem de impulsos  $\delta(t)$  e um sinal periódico que pode ser descrito pela série trigonométrica de Fourier da seguinte forma:

$$\delta_T(t) = \frac{1}{T} [1 + 2\cos(\omega_s t) + 2\cos(2\omega_s t) + 2\cos(3\omega_s t) + \dots]$$
 (7)

Logo, multiplicando x(t) por  $\delta_T(t)$ , obtem-se:

$$\overline{x}(t) = x(t)\delta_T(t) = \frac{1}{T}[x(t) + 2x(t)cos(\omega_s t) + 2x(t)cos(2\omega_s t) + 2x(t)cos(3\omega_s t) + \dots]$$
**(8)**

Segundo Willsky e Oppenheim (2010, p. 125), a transformada de Fourier do primeiro termo x(t), em (8), é  $X(\omega)$ . Já a transformada de Fourier do segundo termo  $2x(t)\cos(!st)$  é  $X(\omega?\omega_s) + X(\omega+\omega_s)$ , e do terceiro termo  $2x(t)\cos(2\omega_s t)$  é  $X(\omega?2\omega_s) + X(\omega+2\omega_s)$ . E assim, semelhantemente a transformada de Fourier dos demais termos da serie que descreve (8), representam o espectro  $X(\omega)$  deslocado em  $n\omega_s$  e  $?n\omega_s$ . Assim,

$$\overline{X}(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{\infty}^{-\infty} X(\omega - n\omega_s)$$
 (9)

Desde que a frequência de amostragem  $f_s$  garanta o critério do teorema da Amostragem, o sinal  $\overline{X}$  será constituído de repetições não sobrepostas de  $x(\omega_0)$ , a um intervalo de tempo  $T=1/f_s$ . Logo tanto  $\overline{X}(\omega)$ , quanto  $\overline{x}(t)$  são periódicas e equivalentes, porém com representações distintas do especto amostrado. Sendo assim, através da propriedade de deslocamento no tempo da transformada de Fourier (10) e da e (6), obtém-se (11) Willsky e Oppenheim (2010, p. 125):

$$\delta(t - nT) \longleftrightarrow e^{-jn\omega T}$$
 (10)

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=0}^{N_0 - 1} x(nT)e^{-jn\omega T}$$
(11)

Segundo Lathi (2007, p. 705), a transformada de  $\overline{x}(t)$  pode ser aproximada, considerando um certo *aliasing* negligenciável, para  $X(\omega)/T$ . Portanto:

$$X(\omega) = T \sum_{n=0}^{N_0 - 1} x(nT)e^{jn\omega T} |\omega| \le \frac{\omega_s}{2}$$
 (12)

Analisando a propriedade periódica de x(t) e  $X(\omega)$ , e considerando x(nT) e  $X(r\omega_0)$  a n-ésima e r-ésina amostra de x(t) e  $X(\omega)$ , respectivamente, são definidas as seguintes variáveis:

$$x_n = Tx(nT) (13)$$

$$x_n = \frac{T_0}{N_0} x(nT) \tag{14}$$

$$X_r = X(\omega) \tag{15}$$

$$\omega = r\omega_0 \tag{16}$$

$$X_r = X(r\omega_0) \tag{17}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} \tag{18}$$

Assim, substituindo (17) e (14) em (12), e fazendo  $\omega_0 T=\Omega_0=2pi/N_0$ , se obtêm a seguinte expressão para a transformada discreta de Fourier (WILLSKY; OPPENHEIM, 2010, p. 125):

$$X_r = \sum_{n=0}^{N_0 - 1} x_n e^{j\omega_0 nr}$$
 (19)

Onde:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{N_0} \tag{20}$$

Para compactar a expressão de (19) se faz a substituição da expressão exponencial pela variável W, de modo que  $W_{N_0}=e^{2\pi/N_0}=e^{-j\Omega_0}$ . Logo a expressão para DFT é dada por (21) (??, p. 344):

$$X_r = \sum_{n=0}^{N_0 - 1} x_n e^{j\omega_0 nr}$$
 (21)

Onde:

$$0 \le k \le N_0 - 1 \tag{22}$$

#### 2.4 TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

Para se calcular uma DFT de  $N_0$  valores usando apenas (21), e necessário realizar um total de  $N_0^2$  multiplicações e  $N_0(N0?1)$  somas utilizando números complexos. Deste modo, quando  $N_0$  assume um valor elevado, muitos recursos computacionais são necessários, até chegar ao ponto de que esse algoritmo se torna impraticável.

Para que se possa reduzir o numero de operações matemáticas necessárias para calcular a DFT é que surgiu o algoritmo criado por J.W. Cooley e John Tukey, conhecido como Transformada Rápida de Fourier ou FFT (Fast Fourier Transform) Lathi (2007, p. 719). Para reduzir o numero de cálculos, a FFT se utiliza da propriedade linear da transformada de Fourier. Já que, segundo Willsky e Oppenheim (2010, p. 119), a transformada de Fourier de um sinal pode ser dada pela combinação linear da transformada de Fourier de segmentos menores do mesmo sinal. Logo, é possível aplicar a DFT o paradigma da Divisão e Conquista, o qual é um recurso muito utilizado em algoritmos de ordenação.

Segundo ??, p. 21) um algoritmo de Divisão e Conquista realiza o desmembramento de um problema em vários subproblemas que são idênticos ao original, porém menores em sua faixa de ação, o que os torna mais simples de resolver. Em seguida, resolvem-se os subproblemas recursivamente e combinam-se essas soluções de modo a obter a solução para o problema original.

De modo muito semelhante o algoritmo da FFT prevê uma divisão recursiva da DFT em dois blocos: bloco par e o bloco ímpar, como mostrado em (23) (??,

2.5 FPGA 18

p. 35). Nesta mesma equação os limites dos somatórios de ambas as parcelas ímpar e par foram redefinidas para englobar apenas metade dos  $N_0$  pontos, bem como os expoentes de W foram ajustados.

$$X_{r} = \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N_{0}}{2}-1} x_{2n} W_{N_{0}}^{2nr}}_{Parcela\ Par} + \underbrace{\sum_{n=0}^{\frac{N_{0}}{2}-1} x_{2n+1} W_{N_{0}}^{(2n+1)r}}_{Parcela\ Impar}$$
(23)

- 2.5 FPGA
- 2.6 SÉRIE DE FOURIER
- 2.7 ESPECTRO DE FOURIER
- 2.8 SÉRIE DE FOURIER EM TEMPO DISCRETO
- 2.9 A TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

#### 3 IMPLEMENTANDO FFT - 8 PONTOS

Tabela 1: Exemplo de Tabela

Posição	Município	População
1	São Paulo	11.376.685
2	Rio de Janeiro	6.690.290
3	Salvador	2.710.968
4	Brasília	2.648.532
5	Fortaleza	2.500.194

Fonte: (??)

#### 3.0.1 TESTES E EXEMPLOS DE LISTA DE SIGLAS

Testes da lista de siglas:

(TDLS1).

(EASREFER).

(ER).

Esta é uma sigla em que os parênteses não aparecem: SQPNA.

(DMA).

É preciso rodar duas vezes o Latex para que a lista de siglas seja atualizada.

#### 3.0.2 TESTES E EXEMPLOS DE LISTA DE SÍMBOLOS

$$\phi = \vec{\alpha} \otimes \upsilon \omega \psi_{n-1}^{jk} \tag{24}$$

Onde:

 $\phi$ : Angulo phi.

 $\vec{\alpha}$ : Alfa.

 $\upsilon\omega\psi_{n-1}^{jk}$ : Um simbolo grande.

Este símbolo ( $\nabla$ ) foi inserido no texto, fora do ambiente  $\it equation.$ 

$$\upsilon\omega\psi_{n-1}^{jk}$$

# 3.0.3 EXEMPLOS DE CITAÇÃO DE REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(GRAINGER; STEVENSON, 1994)

(ANDERSON; FOUAD, 1977; GLOVER; SARMA, 2002)

Conforme Frasson (2003) a metodologia proposta é, bla bla bla...

**(??**)

# 4 NÍVEL 1 - TESTES DE CAPITULAÇÃO - PRIMÁRIO

- 4.1 NÍVEL 2 SECUNDÁRIO
- 4.1.1 NÍVEL 3 TERCIÁRIO
- 4.1.1.1 NÍVEL 4 QUATERNÁRIO
- 4.1.1.1.1 NÍVEL 5 QUINÁRIO

## **REFERÊNCIAS**

ANDERSON, Paul M.; FOUAD, A. A. **Power System Control and Stability**. Ames, USA: The Iowa State University Press, 1977. 464 p.

FRASSON, Miguel V. S. Classe ABNT. confeção de trabalhos acadêmicos em LATEX segundo as normas ABNT. [S.I.], 2003. Disponível em: <a href="http://abntex.codi-golivre.org.br">http://abntex.codi-golivre.org.br</a>. Acesso em: 12 out. 2013.

GLOVER, J. Duncan; SARMA, Mulukutla S. **Power System Analysis and Design**. 3. ed. Pacific Grove, USA: Brooks/Cole, 2002. 656 p.

GRAINGER, John J.; STEVENSON, Willian D. **Power System Analysis**. New York, USA: McGraw-Hill, Inc., 1994. 787 p.

LATHI, B. Sinais e Sistemas Lineares. 2. ed. [S.I.]: Brasil: Bookman, 2007.

NIRMALRAJ, S.; VIGNESWARAN, T. A novel method to compress voice signal using compressive sensing. In: **2015 International Conference on Circuits, Power and Computing Technologies [ICCPCT-2015]**. [S.I.: s.n.], 2015. p. 1–4.

TRADINGVIEW. Índice BM & FBOVESPA. 2017. https://www.tradingview.com/symbols/BMFBOVESPA-IBOV/. Acessado em 14 de Agosto de 2017.

WILLSKY, Alan S; OPPENHEIM, Alan V. **Sinais e Sistemas**. 2. ed. [S.I.]: Brasil:Pearson, 2010.

#### ANEXO A - STELLAR MYSTERY SOLVED, EINSTEIN SAFE

For more than 30 years, Villanova University astronomer Ed Guinan has been plagued, puzzled, and perplexed by DI Herculis. On the surface, this binary star seems pretty much like any other binary star, with two stars going 'round and 'round each other in a predictable, orderly fashion. But there remained a nagging problem that as much as Guinan wanted, he couldn't just sweep under the rug: DI Her was not behaving in accordance with Einstein's general theory of relativity.



Figura 3: The binary star DI Herculis consists of two B stars separated by about one-fifth the Earth-Sun distance. Both stars are about 5 times the mass of our Sun. No artist's rendition, like the one shown here, can possibly portray the fact that these stars have about 50 times the surface brightness  $\phi$  of the Sun.

Fonte: (GRAINGER; STEVENSON, 1994)

Every year, Guinan and his colleagues would observe the 8.5 - magnitude star. The two stars orbit each other in a plane lined up perfectly with Earth's line of sight, and they eclipse each other every 10.55 days. Thanks to these eclipses, which have been recorded since 1900, Guinan could make exceedingly precise measurements of the stars' masses, sizes, luminosities, and orbital characteristics.

Almost every known aspect of the system was hunky-dory. The stars are exactly as massive, large, and bright as theory predicts. But in a series of published papers, Guinan and his Villanova colleague Frank Maloney kept pointing out that the orbit was not behaving in accordance with general relativity, the cornerstone for modern science's understanding of gravity.

For years, Guinan looked for a third star in the system, or some other factor

that could be throwing the orbit out of whack, but to no avail. The point in the orbit at which the two stars come closest continues to advance (precess) each orbital cycle at a rate only one-fourth the amount theory predicts. Guinan continually receives mail from armchair theorists who attempt to explain DI Her's anomalous precession with alternative theories of gravity.

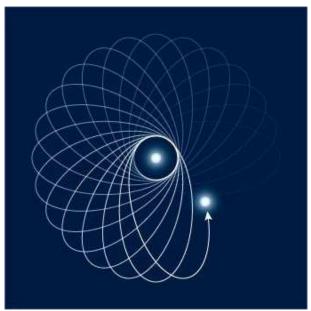


Figura 4: This illustration shows the precession in DI Herculis. The point at which the two stars come closest (periastron) in their mutual orbit advances (precesses) from orbit to orbit. But the amount of precession in DI Her is less than what theory predicted. The illustration is not to scale. Fonte: (GRAINGER; STEVENSON, 1994)

Finally, after decades of frustration, a group led by Simon Albrecht (MIT) has solved the problem, and Einstein's theory has survived unscathed. "The monkey has been lifted off my back," jokes Guinan.

After being informed about DI Her by Guinan, Albrecht and his colleagues took detailed spectra in 2008 using a 1.93-meter telescope in France. These measurements, unlike earlier ones made by Guinan and others, were obtained with a high-resolution spectrograph. With more modern equipment, computers, and techniques, Albrecht revealed that the rotation axes of the two stars are tipped over on their sides with respect to the orbital plane (similar to Uranus's orientation with respect to the Sun), which makes DI Her an oddity among closely separated binary stars.

In this unusual arrangement, gravitational forces created by the misaligned equatorial bulges of the stars give them an extra "kick" when they are closest in their elliptical (oval-shaped) orbits. This kick reduces the orbital precession to the observed

rate, eliminating any discrepancies with Einstein's theory. "We consider the mystery of the anomalous orbital precession of DI Herculis to be solved," says Albrecht, whose paper will appear in tomorrow's *Nature*.

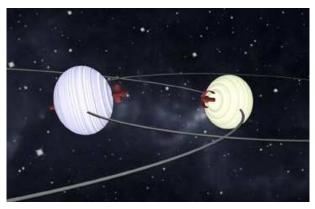


Figura 5: This illustration demonstrates how the equatorial bulges of the two stars in DI Herculis are nearly perpendicular to the binary's orbital plane. This unusual configuration explains why DI Her's orbital precession is not in accordance with theoretical predictions.

Fonte: (GRAINGER; STEVENSON, 1994)

Guinan concurs, but he adds, "I'm relieved that the general relativity problem is solved. But it's been replaced with a new mystery."

DI Her's two members, both hot, massive, B-type stars, should have formed from a common disk of gas and dust. By feeding from the same disk, the spin axes of the two stars should be nearly perpendicular to the orbital plane, an arrangement seen in the large majority of binary stars, especially those like DI Her that have small separations.

"My guess is that there was a third-body interaction that perturbed the system, or the two stars formed separately and formed a binary through a capture process," says Guinan. "Another possibility is that our ideas of how binaries form may be off."

Together with MIT colleague Joshua Winn, Albrecht is observing other binary systems that display similar anomalies. "We want to understand if DI Her is a unique system or if misalignment is more common among close systems," says Albrecht. "We also want to understand what might cause this misalignment. Clearly, there is more going on then we guessed so far."

Even if Einstein's theory remains safe and sound, astronomers and physicists continue to subject it to more stringent tests. Given general relativity's incompatibility with quantum mechanics (the theory that describes the microworld of atoms and

light with extraordinary accuracy), scientists expect that Einstein will not have the last word on gravity. Ultimately, it will be replaced by an even deeper "theory of everything."

# A.1 EXEMPLO DE SEÇÃO ANEXO

Esta é uma seção, dentro dos anexos.