Université Libre de Bruxelles

INFO-F311
Intelligence Artificielle

Synthèse IA

Étudiants :
Rayan Contuliano Bravo

Enseignants :
T. Lenaerts

16 novembre 2023

Contents

1 Probabilités **2**
1.1 Quelques définitions 2
1.2 Rappel proba 2
1.3 Indépendance 4

2 Réseaux Bayesiens **5**

1 Réseaux Bayesiens

Définition 1.1. Réseaux Bayésiens

Un réseau bayésien est un graphe orienté acyclique (DAG) dont les nœuds représentent des variables aléatoires et les arcs représentent des dépendances conditionnelles.
Ils permettent de représenter des distributions de probabilités conjointes de manière compacte, de construire des modèles de raisonnement probabiliste et de faire de l'inférence.

- Les nœuds représentent des variables aléatoires
- Les arcs représentent des dépendances (*causilités ?*) conditionnelles ainsi que des distributions de probabilités pour chaque variable aléatoire **étant donné** ses parents

Façon compacte de représenter des probabilités conjointes.

La topologie du **RB** modélise les relations de causalités entre les variables aléatoires.
Un arc $X \rightarrow Y$ signifie que X influence Y.

Si X n'a pas de parents, alors sa distribution de probabilité est dite **inconditionnelle** ou **à priori**. Si X a des parents, alors sa distribution de probabilité est dite **conditionnelle** ou **à posteriori**.

Exemple: Voici un exemple du livre *Artificial Intelligence : A Modern Approach* de Stuart Russel et Peter Norvig. Considérons la situation suivante :

- Je suis au travail et mes voisins Marie et John m'ont promis de **m'appeller** chaque fois que mon **alarme** se déclenche.
- **Jean m'appelle** pour me dire que mon alarme s'est déclenchée.
  - Cependant, il **la confond** parfois avec la sonnerie du téléphone
- **Marie m'appelle pas toujours**
  - Elle écoute de la musique et ne l'entend pas toujours
- Mon alarme peut également sonner à cause de **séismes**.
- $\longrightarrow$ **Comment conclure qu'il y a un cambriolage ?**

On représente cette situation par le réseau bayésien suivant :

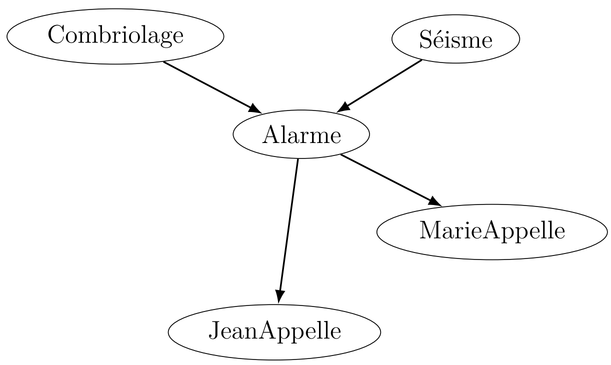

FIGURE 1.1 – Réseau bayésien de l'exemple

Voici les probabilités conditionnelles associées à ce réseau bayésien :

$P(Combriolage)$	$P(\neg Combriolage)$
0.001	0.999

FIGURE 1.2 – Probabilités de *Combriolage*

$P(Séisme)$	$P(\neg Séisme)$
0.002	0.998

FIGURE 1.3 – Probabilités de *Séisme*

$Combriolage$	$Séisme$	$P(Alarme)$
V	V	0.95
V	F	0.94
F	V	0.29
F	F	0.001

FIGURE 1.4 – Probabilités conditionnelles de *Alarme*

$Alarme$	$P(JeanAppelle)$
V	0.90
F	0.05

FIGURE 1.5 – Probabilités conditionnelles de *JeanAppelle*

$Alarme$	$P(MarieAppelle)$
V	0.70
F	0.01

FIGURE 1.6 – Probabilités conditionnelles de *MarieAppelle*

Note:-
Les réseaux bayésiens peuvent avoir des variables aléatoires continues ou discrètes.

Nous savons que par définition, $P(A, B) = P(A|B)P(B)$. Nous pouvons donc écrire la probabilité conjointe d'un réseau bayésien comme suit :

$$P(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i|Parents(X_i)) \tag{1}$$

Où $Parents(X_i)$ est l'ensemble des parents directe de X_i dans le réseau bayésien.

Exemple: En utilisant le réseau bayésien de l'exemple précédent, nous pouvons calculer la probabilité conjointe de toutes les variables aléatoires comme suit :

$$\begin{aligned} P(C = F, S = F, A = V, J = V, M = V) \\ &= P(C = F)P(S = F)P(A = V|C = F, S = F)P(J = V|A = V \\ &= 0.999 \times 0.998 \times 0.001 \times 0.90 \times 0.70 \\ &= 0.000628 \end{aligned}$$

Pour calculer les probabilités marginales, on peut ignorer les noeuds **dont les descendants ne sont pas les noeuds observés**

Exemple:

$$\begin{aligned} P(C = F \cap A = V) &= \sum_s \sum_j \sum_m P(C = F, S = s, A = V, J = j, M = m) \\ &= \sum_s P(A = V|C = f, s)P(C = F)P(S = s) \end{aligned}$$

On peut ignorer J et M car ils ne sont pas des descendants de C qui est observé. Cependant, on ne peut pas ignorer S car A est un descendant de S et A est observé.