1．设 X 的分布规律如下，试写出 $Y_1=X-2$ 及 $Y_2=(X-2)^2$ 的分布规律.

X	1	2	3	4
P	0.1	0.2	0.3	0.4

解：

X	1	2	3	4
$X-2$	-1	0	1	2
$(X-2)^2$	1	0	1	4
P	0.1	0.2	0.3	0.4

故 Y_1 的分布律是:

Y_1	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.3	0.4

Y_2 的分布律是:

Y_2	0	1	4
P	0.2	0.4	0.4

2．袋中装有 3 个球，分别标有数字 1，2，2，从袋中任取一球并记录球上的数字 X 后，放在旁边再任取一球并记录球上数字 Y，试求 $Z_1=X+Y$ 及 $Z_2=X-Y$ 的分布规律.

解：先求出（x,y）的联合分布律：

X \ Y	1	2
1	0	1/3
2	1/3	1/3

由联合分布律得：

$Z_1=X+Y$	3	4
P	2/3	1/3

同理 X－Y 的分布律为：

$Z_2=X-Y$	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

即：

$X+Y$	3	4
P	2/3	1/3

3．设 X 与 Y 相互独立且 $P\{X=\mathrm{k}\}=\mathrm{a}/\mathrm{k}$，$P\{Y=-\mathrm{k}\}=\mathrm{b}/\mathrm{k}^2$,k=1,2,试求 $X+Y$ 的分布规律.

解：

X	1	2
P	a	$a/2$

Y	-1	-2
P	b	$b/4$

$a+\dfrac{a}{2}=1$,故 $a=\dfrac{2}{3}$，$b+\dfrac{b}{4}=1$，$b=\dfrac{4}{5}$,由独立性得联合分布律:

X \ Y	－1	－2
1	8/15	2/15
2	4/15	1/15

从而

$X+Y$	－1	0	1
P	2/15	9/15	4/15

(也可不写出联合分布律,直接由独立性得到)

4．某商店每星期五进货若干供周末两天销售.如果星期六的销售量为 X 万元，星期日的销售量为 Y 万元，且 X 与 Y 相互独立，分布规律如下：

X	13	14	15
P	0.3	0.6	0.1

Y	10	11	12
P	0.2	0.7	0.1

（1）求周末两天销售总量的分布规律；

（2）如果进货 25 万元，试计算供不应求的概率；

（3）如果进货 24 万元，试计算供大于求的概率.

解: (1) 即求 $X+Y$ 的分布律:同 3 题先求出（X，Y）的联合分布律:

X \ Y	10	11	12
13	0.06	0.21	0.03
14	0.12	0.42	0.06
15	0.02	0.07	0.01

$X+Y$	23	24	25	26	27
P	0.06	0.33	0.47	0.13	0.01

(2)进货 25 万供不应求，即$\{X+Y>25\}=\{X+Y=26\}\cup\{X+Y>27\}$,

$P\{X+Y>25\}=0.13+0.01=0.14$

(3)进货 24 万供大于求 即 $P\{X+Y<24\}=0.06$.

5. 若 X 与 Y 相互独立，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}=0.5$, $P\{Y=1\}=P\{Y=2\}=0.5$,试求 $Z_1=X+Y$ 及 $Z_1=2X$ 分布规律，说明 Z_1 与 Z_2 的分布规律有什么不同？

解: 可由如下表示写出(X, Y)的联合分布律:

$X \backslash Y$	1	2	P_X
1	0.25	0.25	0.5
2	0.25	0.25	0.5
P_Y	0.5	0.5	

因此，$Z_1=X+Y$ 及 $Z_1=2X$ 分布律为

$Z_1=X+Y$	2	3	4
P	0.25	0.5	0.25

$Z_2=2X$	2	4
P	0.5	0.5

Z_1 与 Z_2 可能的取值不同,对应的概率也不相同,原因是:$Z_1=X+Y$，$Z_2=X+X$，Z_1 中的 X 与 Y 同分布且独立.Z_2 中的两个 X 是同一随机变量，同分布但不独立.

6. 设（X，Y）的分布规律如下，试求 $Z_1=\max\{X, Y\}$及 $Z_2=\min\{X, Y\}$的分布规律.

$X \backslash Y$	1	2
1	0	1/3
2	1/3	1/3

解:依题意可知

(X, Y)	(1,2)	(2,1)	(2,2)
$\max\{X, Y\}$	2	2	2
$\min\{X, Y\}$	1	1	2
P	1/3	1/3	1/3

合并得:

$\max\{X,Y\}$	2
P	1

$\min\{X,Y\}$	1	2
P	2/3	1/3

7. 设（X, Y）的分布规律如下,试求 Z_1= max{X, Y}及 Z_2= min{X, Y}的分布律.

$X \backslash Y$	1	2
1	1/9	2/9
2	2/9	4/9

解:

min{X,Y}	1	2
P	5/9	4/9

Max{X, Y}	1	2
P	1/9	8/9

8. 设随机变量 X_1 和 X_2 相互独立，且 $P\{X_i = k\} = \frac{1}{3}, (i = 1,2, k = 1,2,3)$，记随机变量 Y_1= max{X_1, X_2}, Y_2= min{X_1, X_2},，试判定 Y_1 和 Y_2 是否相互独立？

解:

$X_1 \backslash X_2$	1	2	3	$p_{i.}$
1	1/9	1/9	1/9	1/3
2	1/9	1/9	1/9	1/3
3	1/9	1/9	1/9	1/3
$p_{.j}$	1/3	1/3	1/3	

(X_1, X_2)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
Y_1	1	2	3	2	2	3	3	3	3
Y_2	1	1	1	1	2	2	1	2	3
P	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9	1/9

Y_1	1	2	3
P	1/9	1/3	5/9

Y_2	1	2	3
P	5/9	1/3	1/9

$Y_1 \backslash Y_2$	1	2	3	$p_{i.}$
1	1/9	0	0	1/9
2	2/9	1/9	0	1/3
3	2/9	2/9	1/9	5/9
$p_{.j}$	5/9	1/3	1/9	

$P\{Y_1=2, Y_2=3\}=0 \neq P\{Y_1=2\} \cdot P\{Y_2=3\}=1/27$，即 Y_1, Y_2 不相互独立.