华中农业大学本科课程期末考试试卷 B 卷答案

考试课程：概率论与数理统计 学年学期：2005-2006-1 考试日期：2006-1-18

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【 】内。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 2 分，共 10 分。）

1. **设 A 和 B 是任意两个概率不为 0 的互不相容事件，则下列结论中肯定正确的是** 【(d)】.

(a) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 不相容； (b) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 相容； (c) P(AB)=P(A)P(B)； (d) P(A–B)=P(A)。

2. **设随机变量序列** X **服从** $N(\mu,16)$, Y **服从** $N(\mu,25)$，**记** $p_1=P\{X<\mu-4\}$, $p_2=P\{X>\mu+5\}$,**则下列结论正确的是** 【(a) 】.

(a)**对任何实数**μ，**都有** $p_1=p_2$； (b) **对任何实数**μ，**都有** $p_1<p_2$；

(c) **对个别实数**μ，**才有** $p_1=p_2$； (d) **对任何实数**μ，**都有** $p_1>p_2$.

3. **设总体** X **服从正态分布** $N(\mu,\sigma^2)$，**其中** μ **未知**，σ^2 **已知**，X_1,X_2,X_3 **是总体** X **的一个简单随机样本，则下列表达式中不是统计量的是** 【(d)】.

(a) $X_1+X_2+X_3$； (b) $\min(X_1,X_2,X_3)$； (c) $\sum_{i=1}^{3}\frac{X_i^2}{\sigma^2}$； (d) $X+2\mu$.

4. **在线性回归分析中，以下命题中，错误的是** 【(d)】.

(a) SSR 越大，SSE 越小； (b) SSE 越小，回归效果越好；

(c) $|r|$ 越大，回归效果越好； (d) $|r|$ 越小，SSR 越大.

5. **设随机变量** X~F(n,m),**欲使** $P\{\lambda_1<X<\lambda_2\}=1-\alpha$,**则**$\lambda_2$ **的值可为** 【(d)】；

λ_1 **的值可为** 【(a)】.

(a) $F_{\frac{\alpha}{2}}(n,m)$； (b) $F_{\frac{\alpha}{2}}(m,n)$； (c) $\left[F_{\frac{\alpha}{2}}(n,m)\right]^{-1}$； (d) $\left[F_{\frac{\alpha}{2}}(m,n)\right]^{-1}$；

二、填空题（将答案写在该题横线上。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 2 分，共 10 分。）

1. **一射手对同一目标射击 4 次,假设每次是否命中使相互独立的,已知至少命中一次的概率为** 80/81,**则该射手的命中率为** 2/3 .

2.**设**θ**服从**$[-\pi,\pi]$**上的均匀分布,又** $X=\sin\theta$, $Y=\cos\theta$, **则** X **与** Y **的相关系数**$\rho_{XY}=$ 0 .

3. **数理统计的目的是通过样本推断总体.**

4**. 在单因素方差分析中，试验因素** A **的** r **个水平的样本总容量为** n**，则当原假设** H_0 **成立时，**

SSA/σ^2 **服从** $x^2(r-1)$ **分布，** MSA/MSE **服从** F(r–1, n–r) **分布**.

5. **在线性回归模型** $y=b_0+b_1x+e$ **中，如果** b_1 **为** β_1 **的最小二乘估计，则** $Eb_1=\beta_1$.

三、(10 分，要求写清步骤及结果)**证明下列命题：**

1 **.若** $P(A/B)>P(A)$ **,则** $P(B/A)>P(B)$; 2**.若** $P(A)>P(A/B)$ **,则** $P(A)<P(A/\overline{B})$ **.**

证明： 1. 由 $P(A/B)>P(A)$, **得** $P(AB)/P(B)>P(A)$, ……………………(2 分)

进而有 $P(AB)/P(A)>P(B)$; **即** $P(B/A)>P(B)$.……………………(3 分)

2. 1. 由 $P(A)>P(A/B)$, **得** $P(A)P(B)>P(AB)$, ……………………(1 分)

进而有 $-P(A)P(B)<-P(AB)$; .……………………(2 分)

两边加上 P(B),**得** $P(A)P(\overline{B})<P(A\overline{B})$,**即** $P(A)<P(A/\overline{B})$. ………(2 分)

四、(10 分，要求写清步骤及结果) **一个复杂的系统，由** n **个相互独立的部件所组成，每个部件的可靠性为** 0.9**，且必须至少有** 80%**的部件工作才能使整个系统工作，问：** n **至少为多少才能使系统以** 0.95 **的概率工作？**

(附：Φ(1.64)=0.95，Φ(1.96)=0.975，其中Φ(x)是标准正态分布函数。)

解。 设 X 表示 n **个相互独立的部件正常工作的个数，则 X～B(n,0.9)，**

EX=0.9n，DX=0.09n. ……………………(3 分)

由中心极限定理知：$\dfrac{X-0.9n}{\sqrt{0.01n}} \sim N(0,1)$.　　　　　　　　　　　　…………………(3 分)

则：$P\{n \ge X \ge 0.8n\} = P\left\{\dfrac{n-0.9n}{\sqrt{0.01n}} \ge \dfrac{X-0.9n}{\sqrt{0.01n}} \ge \dfrac{0.8n-0.9n}{\sqrt{0.01n}}\right\}$

$$= P\left\{\frac{\sqrt{n}}{3} \ge \frac{X-0.9n}{\sqrt{0.01n}} \ge -\frac{\sqrt{n}}{3}\right\} = 0.95$$　　　　………………(2 分)

得到：　　$2\Phi\left(\dfrac{\sqrt{n}}{3}\right)-1=0.95$，n=35.　　　　　　　　…………………(2 分)

五、(12 分，要求写清步骤及结果)　设总体 X 服从(0,q)上的均匀分布，取容量为 6 的样本观测值为：1.3，0.6，1.7，2.2，0.3，1.1，求：总体参数q的矩估计以及极大似然估计值.

解：　由 EX=θ/2, 得矩估计：$\hat{q} = 2\overline{x} = 2.4$　　　　　…………………(6 分)

极大似然估计为：$\hat{q} = \max\{x_i, i=1,\ldots,6\} = 2.2$　　…………………(6 分)

六、(15 分, 要求写清步骤及结果) 随机抽取了甲地 10 户与乙地 8 户居民的月收入如下表：

($a = 0.05$).

		行平均值
甲(元)	473　260　324　653　518　558　373　443　578　373	455.3
乙(元)	234　251　198　167　198　360　233　373	251.75

试问:1.两地居民的月收入方差是否有显著差异?

2．两地居民的月收入平均值是否有显著差异?

(附：$F_{0.975}$（9，7）=4.82，$F_{0.975}$（7，9）=4. 2，$t_{0.975}(16)=2.12$)

解：设两地居民的月收入分别是 X与Y，

$X \sim N(m_1, s_1^2), Y \sim N(m_2, s_1^2)$,且两者独立。

(1) 先作方差的检验：　$H_0: s_1^2 = s_2^2, H_1: s_1^2 \ne s_2^2$.　　　　…………………(1 分)

检验统计量 $F = S_X^{*2} / S_Y^{*2}$，当 H_0 为真时，因为 $F \sim F(n-1, m-1)$,

所以拒绝域是： $f \le F_{0.5a}(n-1,m-1)$ **或** $f \ge F_{1-0.5a}(n-1,m-1)$ **，** …………(4 分)

计算： $f = 123.83^2 / 75.638^2 = 2.68$, $F_{0.975}$（9，7）=4.82，…………(2 分)

$F_{0.025}(9,7) = 1/4.20 = 0.238$, **拒绝域** $W_1=\{F>4.82\}\cup\{F<0.238\}$.

没有落入拒绝域，认为 $s_1^2 = s_2^2$**。** ………………(1 分)

(2) **再检验均值：因为（1）中已经检验了** $s_1^2 = s_2^2$**，但未知方差值。**

$H_0: m_1 = m_2$, $H_1: m_1 \ne m_2$ **，**

检验统计量 $T = \dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{1/n+1/m}}$, **其中** $S_w^2 = \dfrac{ssx+ssy}{n+m-2}$ **，**

当 H_0 **为真时，因为** $T \sim t(n+m-2)$ **，**

所以拒绝域是： $|t| \ge t_{1-0.5a}(n+m-2)$ ……………(5 分)

计算得： $t = 4.07$, **而** $t_{0.975}(16)=2.12$**，　落入拒绝域**,

从而有理由认为两品种的观测值 显著性的差异。 ………………(2 分)

七、(15 分, 要求写清步骤及结果) **某消防队要考察 4 种不同型号冒烟报警器的反应时间（单位：秒），今将每种型号的 5 种报警器安装在同一条烟道中，当烟道均匀时观测报警器的反应时间，得数据如下**

报警	反　应　时　间					$\overline{X_{i\cdot}}$
A_1(甲型)	5.2	6.3	4.9	3.2	6.8	5.28
A_2(乙型)	7.4	8.1	5.9	6.5	4.9	6.56
A_3(丙型)	3.9	6.4	7.9	9.2	4.1	6.30
A_4(丁型)	12.3	9.4	7.8	10.8	8.5	9.76

试问：(1）各种型号报警器的反应时间有无显著差异？(α**=0.01)**
(2）请列出方差分析表.
(3)如果各种型号报警器的反应时间有显著差异,那么何种最优？

（*附:* α **=0.01，** $F_{0.99}(3,16) = 5.324$）

解：(1) H_0:**各个总体的** m_i **相同.** ………………(2 分)

$SSA=\sum_i \frac{T_{i\cdot}^2}{n_i}-C=56.2855$， $SSE=SST-SSA=48.7720$; $F_{0.99}(3,16)=5.324$，

$F>F_{0.99}(3,12)$.**故四种种型号报警器的反应时间有显著差异**. ………………(5分)

(2) $r-1=3$，$n-r=16$．**列表：**

方差来源	**平方和**	**自由度**	**均方和**	**F值**	**显著性**
因素 A	56.2855	3	18.76	6.15	* *
误差	48.7720	16	3.048		
总和	105.0575	15			

………………(5 分)

(3) $\hat{m}_1=\bar{x}_{1\cdot}=5.280$，$\hat{m}_2=\bar{x}_{2\cdot}=6.56$，$\hat{m}_3=\bar{x}_{3\cdot}=6.30$， $\hat{m}_4=\bar{x}_{4\cdot}=9.76$.

甲型型号报警器最优． ………………(3 分)

八、(18分，要求写清步骤及结果) **某种物质在不同温度下可以吸附另一种物质，如果温度**x**(单位：℃)与吸附重量**Y **(单位：mg)的观测值如下表所示：**

										行和
温度 x_i	1.5	1.8	2.4	3.0	3.5	3.9	4.4	4.8	5.0	**30.3**
重量 y_i	4.8	5.7	7.0	8.3	10.9	12.4	13.1	13.6	15.3	**91.11**

(1) 试求线性回归方程；(2) 对线性回归方程显著性检验；(3) 若 $x_0=2$，**求:**Y_0 **的** 0.99 **预测区间**.

(附：$t_{0.995}(7)=3.499$，$r_{0.01}(7)=0.7977$，$F_{0.99}(1,7)=12.2$ **)**

(提示：预测公式 $\mathbf{t}=(y_0-\hat{y}_0)\Big/\sqrt{\frac{SSE}{n-2}\bullet[1+\frac{1}{n}+\frac{(x_0-\bar{x})^2}{l_{xx}}]}\sim t(n-2)$**)**

解：(1) 建模: $y_i=b_0+b_1x_i+e_i\sim N(b_0+b_1x_i,s^2).i=1,\Lambda,n.$ …………(1 分)

$\sum_i x_i=30.3,\sum_i y_i=91.11,\bar{x}=3.367$，$\bar{y}=10.122$，$\sum_i x_i^2=115.11,\sum_i x_iy_i=345.09$，

$\sum_i y_i^2=1036.65$，$l_{xx}=13.100$，$l_{xy}=38.387$，$l_{yy}=114.516$，$n=9$，

$b=l_{xy}/l_{xx}=2.9303$，$a=\bar{y}-b\bar{x}=0.2569$， ……………(5 分)

所求的经验线性回归方程为: $\hat{y}$ ＝0.2569+2.9303x；……………(3 分)

（2）对 $H_0:\beta_1=0 \leftrightarrow H_1:\beta_1 \neq 0$ 的检验, a =0.05. （任选一种方法都可以）

⑴ F**检验法**: $SST=l_{yy}$ ＝114.516，

$SSR=bl_{xy}$ ＝112.485， $SSE=SST-bl_{xy}$ ＝2.031， n–2＝7， $F_{0.99}(1,7)$ ＝12.2，

$F=\dfrac{SSR}{SSE/(n-2)}$ ＝387.69，**所以回归方程极显著；**

⑵ t **检验法**： $|t|=|b|\sqrt{\dfrac{l_{xx}}{SSE/(n-2)}}$ ＝19.69, $t_{0.995}(7)$＝3.499,**所以回归方程极显著；**

⑶ r **检验法**： $r^2=\dfrac{l_{xy}^2}{l_{xx}l_{yy}}$ ＝0.9823，r＝0.9911， $r_{0.01}(7)$＝0.7977，

所以回归方程极显著； …………(6 分)

（3）**预测区间**

⑴当 x_0 =2 时，Y_0 的点估计为 $\hat{y}_0$ =6.12；

⑵ $\Delta(x_0)=t_{1-\alpha/2}\sqrt{MSE\bullet(1+1/n+(x_0-\bar{x})^2/l_{xx})}$ =2.03，Y_0 的0.95**预测区间为**(4.09,8.15).

…………(4 分)