1.用动物做实验材料，要求体重(单位：克)为10，若 $\mu_0<10$ 需继续饲养，若 $\mu_0>10$ 则应该淘汰,从一批动物中任意抽出容量 $n=10$ 的样本,若总体标准差 $\sigma=0.4$,样本均值 $\bar{x}=10.23$,试作显著性检验($\alpha=0.05$).

分析：动物体重 $X\sim N(u,\sigma^2)$，根据样本数据，看 μ 是否等于 10.

即已知 σ^2，检验 μ .

解： $H_0:\mu=\mu_0=10$ ， $H_1:\mu\neq 10$

使用统计量： $U=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$.

拒绝域 $\mathrm{W}=\{|u|\geq u_{1-0.5\alpha}\}$

$$u=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{10.23-10}{0.4/\sqrt{10}}=1.182\ <\ u_{0.975}=1.96$$

没有落入拒绝域，故认为这批动物的平均体重为 10，可以做实验材料.

2. 玉米单交种 105 的平均穗重(单位：克)为 300，喷药后随机抽取 9 个果穗，其穗重为 308,305,311,298,315,300,321,294,320，问喷药前后的果穗重是否有显著的差异($\alpha=0.05$).解：属于“ σ^2 未知，检验均值 u ”的类型，玉米穗重 $X\sim N(u,\sigma^2)$.

$H_0:\mu=300$ ， $H_1:\mu\neq 300$.

统计量： $T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S^*/\sqrt{n}}$ ，当 H_0 为真时，因为 $T\sim N(0,1)$

拒绝域： $|t|\geq t_{1-0.5\alpha}(n-1)$，计算得： $t=2.495$ ，

而 $t_{0.975}(8)=2.306$，落入拒绝域，故喷药前后穗重差异显著.

3. 某地春小麦品种的千粒重(单位：克)为 34，引入一外地品种在 8 个小区种植得到各小区的千粒重为 35.6,37.6,33.4,35.1,32.7,36.8,35.9,34.6，试检验该外地品种与当地品种的千粒重是否有显著的差异($\alpha=0.05$)。

解： σ^2 未知，检验 μ ，

提出假设 $H_0: \mu = 34$， $H_1: \mu \neq 34$。

统计量$T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S^*/\sqrt{n}}$，当$H_0$为真时，$T \sim t(n-1)$，

拒绝域：$|t| \geq t_{1-0.5\alpha}(n-1)$，将题中的数据代入，计算得：$t = 2.092$，

$t_{0.975}(7) = 2.365$，

故认为该外地品种与当地品种的千粒重没有显著的差异.

4. 已知我国 14 岁女学生的平均体重(单位：Kg)为 43.38，从该年龄的女学生中抽查 10 名运动员的体重，分别为 39,36,43,43,40,46,45,45,42,41，试问这些运动员的体重与上述平均体重的差异是否显著($\alpha = 0.05$).

解： 未知方差σ^2，检验均值μ.

$H_0: \mu = 43.38$， $H_1: \mu \neq 43.38$.

检验统计量 $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S^*/\sqrt{n}}$，当$H_0$为真时，$T \sim t(n-1)$,

拒绝域:$|t| \geq t_{1-0.5\alpha}(n-1)$，计算$T$的观测值得到:$t = 1.412$，$t_{0.975}(9) = 2.262$，

没有落入拒绝域,故这些运动员的体重与上述平均体重没有显著性的差异.

5. 十株杂交水稻单株产量(单位：克)的观测值为
272,200,268,247,267,246,263,216,206,
256，试检验该杂交水稻总体的单株产量是否为 250($\alpha = 0.05$).

解： $H_0: \mu = 250 \leftrightarrow \mathrm{H}_1: \mu \neq 250$,

统计量：$\mathrm{t} = \dfrac{\overline{\mathrm{X}} - \mu_0}{\mathrm{S}^*/\sqrt{\mathrm{n}}}$，当$H_0$为真时，$\mathrm{t} \sim \mathrm{t}(\mathrm{n}-1)$,

拒绝域：$|t| \geq t_{1-0.5\alpha}(n-1)$,计算得：$t = -0.691$，而$t_{0.975}(9) = 2.262$，

没有落入拒绝域，认为杂交水稻总体的单株产量是 250.

6. 饲养场规定肉鸡平均体重超过 3 公斤方可屠宰,若从鸡群中随机抽取 20 只，得到体重的平均值为 2.8 公斤，标准差为 0.2 公斤，问这一批鸡可否屠宰($\alpha = 0.05$).

解： $H_0: \mu = 3 \leftrightarrow H_1: \mu > 3$,

统计量：$t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S^*/\sqrt{n}}$，当 H_0 为真时， $t \sim t(n-1)$，

拒绝域：$t \ge t_{1-\alpha}(n-1)$；计算得到：$t = -4.359$， $t_{0.95}(19) = 1.729$；

故拒绝 H_1，接受 H_0，这批鸡不可以屠宰.

7. 一个混杂的小麦品种株高(单位：cm)的标准差为 14，经提纯后随机抽出 10 株的株高为 90,105,101,95,100,100,101,105,93,97，试检验提纯后是否比原来的群体较为整齐.

解： 一般讲，提纯后的株高只会更整齐，即方差只会更小，于是：

$H_0: \sigma = 14 \leftrightarrow H_1: \mu < 14$,

统计量：$\chi^2 = SS/\sigma_0^2$，当 H_0 为真时， $\chi^2 \sim \chi^2(n-1)$

拒绝域：$\chi^2 \sim \chi_\alpha^2(n-1)$,计算得到：$\chi^2 = 1.113$, $\chi_{0.05}^2(9) = 3.33$ 落入拒绝域，

即：提纯后比原来的群体更整齐.

8. 以糯和非糯玉米杂交，预期 F1 代植株上糯性花粉粒的成数 $p = 0.5$，结果观测到 20 粒花粉中糯性花粉有 8 粒，问这个结果与预期的结果是否有显著的差异($\alpha = 0.05$).

解：此题是百分比的假设检验，虽要求样本容量 n 较大，但此题中 $n = 20$, 有点欠妥.

$H_0: p = p_0 = 0.5, \quad H_1: p \neq 0.5$.

统计量：$U = (\overline{X} - p_0)\big/\sqrt{p_0(1-p_0)/n}$，当 H_0 为真时， $U \sim N(0,1)$；

拒绝域：$|U| \ge u_{1-0.5\alpha}$, 计算得到：$u = -0.894$，而 $u_{0.975} = 1.96$，没有落入拒绝域，

接受 H_0，此结果与预期结果没有显著性的差异.

9. 两个小麦品种从播种到抽穗所需天数的观测值分别为 101,100,99,99,98,100,98,99,99,99与100,98,100,99,98,99,98,98,99,100，试用两个正态总体均值与方差作假设检验的方法检验两品种的观测值有没有显著

的差异($\alpha=0.05$).

解：两个小麦品种从播种到抽穗所需天数分别是X与Y，

$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\sigma_1^2)$,且两者独立。

(1)先作方差的检验： $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$.

检验统计量$F=S_X^{*2}/S_Y^{*2}$，当H_0为真时，因为$F\sim F(n-1,m-1)$

所以拒绝域是： $f\le F_{0.5\alpha}(n-1,m-1)$或$f\ge F_{1-0.5\alpha}(n-1,m-1)$，

计算： $f=0.844/0.767=1.100$， $F_{0.975}(9,9)=4.03$， $F_{0.025}(9,9)=1/4.03=0.248$

没有落入拒绝域，认为$\sigma_1^2=\sigma_2^2$。

(2)再检验均值：因为（1）中已经检验了$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，但未知方差值。

$H_0:\mu_1=\mu_2$， $H_1:\mu_1\neq\mu_2$，

检验统计量$T=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{1/n+1/m}}$，其中$S_w^2=\dfrac{ssx+ssy}{n+m-2}$，当$H_0$为真时，

因为$T\sim t(n+m-2)$，所以拒绝域是：$|t|\ge t_{1-0.5\alpha}(n+m-2)$

计算得： $t=0.747$，而$t_{0.975}(18)=2.101$，没有落入拒绝域,

从而有理由认为两品种的观测值没有显著性的差异。

10. 某小麦品种经过4代选育，从第5代和第6代中分别抽出10株得到它们株高的观测值

分别为66,65,66,68,62,65,63,66,68,62和64,61,57,65,65,63,62,63,64,60，试检验株高这一性状是否已达到稳定($\alpha=0.05$).

解：（1）先作方差的检验：$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$， $H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

检验统计量$\mathrm{f}=\mathrm{S}_\mathrm{X}^{*2}/\mathrm{S}_\mathrm{Y}^{*2}$，当$H_0$为真时，因为$\mathrm{f}\sim\mathrm{F}(\mathrm{n}-1,\mathrm{m}-1)$

所以拒绝域是： $\mathrm{f}\le\mathrm{F}_{0.5\alpha}(\mathrm{n}-1,\mathrm{m}-1)$或$\mathrm{f}\ge\mathrm{F}_{1-0.5\alpha}(\mathrm{n}-1,\mathrm{m}-1)$，

计算得： $f=0.760$，而$F_{0.025}(9,9)=1/4.03=0.248$, $F_{0.975}(9,9)=4.03$,

没有落入拒绝域，故$\sigma_1^2=\sigma_2^2$.

（2）再检验均值：上面已经检验了 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，但未知方差值.

$H_0:\mu_1=\mu_2$， $H_1:\mu_1\neq\mu_2$.

统计量 $t=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_W\sqrt{1/n+1/m}}$，其中 $S_w^2=\dfrac{ssx+ssy}{n+m-2}$，当 H_0 为真时，

$t\sim t(n+m-2)$，所以拒绝域是：$|t|\geq t_{1-0.5\alpha}(n+m-2)$，计算得：$t=5.141$，

而 $t_{0.975}(18)=2.101$，拒绝 H_0，故认为株高这一性状尚未达到稳定状态.

11. 某试验测定单株选种对提高甘蓝结球率的影响，结果单株选种的 504 株中 30 株不

结球，而作为对照的 531 株中 58 株不结球，试检验两者的差异是否显著（$\alpha=0.05$）.

解：本题属于“两个总体百分比的假设检验”的类型.

$H_0:p_1=p_2$， $H_1:p_1\neq p_2$，

当 n 较大时，$U=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\overline{P}(1-\overline{p})(1/n+1/m)}}$，其中 $\overline{p}=\dfrac{\sum_i X_i+\sum_i Y_i}{n+m}$，

当 H_0 为时，$U\sim N(0,1)$，所以拒绝域是：$|u|\geq u_{1-0.5\alpha}$，

计算：$u=2.866$，$u_{0.975}=1.960$，拒绝 H_0，两者有显著的差异，

就是说单株种对提高甘蓝结球率的影响不显著.

12. 报载某城市对养猫灭鼠的效果所作统计的结果为：119个养猫户中15户有鼠,418个无猫户中58户有鼠,试当显著性水平为0.05时检验在这个大城市中养猫灭鼠的效果不明显.

解：若养猫户有鼠的比率低于无猫户的比率，则说明养猫灭鼠的效果明显，否则不明显。

$H_0:p_1\geq p_2$， $H_1:p_1<p_2$（p_1,p_2 分别是养猫户有鼠的比率及无猫户有鼠的比率）

当 n 较大时，统计量 $U=(\overline{X}-\overline{Y})\Big/\sqrt{\overline{P}(1-\overline{p})(1/n+1/m)}\sim N(0,1)$，

故拒绝域是 $u \le -u_{1-\alpha}$, 计算得到： $u = -0.357$, $u_{0.95} = 1.640$ 或 1.650

并没有落入拒绝域，接受 $H_0 : p_1 \ge p_2$，即养猫对灭鼠并没有明显的效果.