

1. 上抛两枚硬币,看朝上的面,上抛的两枚硬币如果不分甲与乙,则样本空间 $\Omega =$ _____.

解: $\Omega = \{\text{两正, 一正一反, 两反}\}$

2. 上抛两粒六面骰子,看朝上的点数,丢掷的两粒骰子如果不分“某一粒”与“另一粒”,只观察朝上的点数,则样本空间 $\Omega =$ _____.

解: 用 i, j 分别表示两骰子朝上的点数,因不区分两粒骰子,故

$$\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,4); (4,5); (4,6); (5,5); (5,6); (6,6)\},$$

$$\text{或 } \Omega = \{(i, j) \mid i \leq j, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

3. 三粒同一批号的水稻种子做发芽试验,①观察发芽种子的粒数,②观察种子甲、乙、丙发芽或不发芽,发芽记作 F , 不发芽记作 \bar{F} , 试写出随机试验①与②的样本空间.

解: ① $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$.

$$\text{② } \Omega = \{FFF, FFF, FFF, FFF, FF\bar{F}, FF\bar{F}, F\bar{F}\bar{F}, F\bar{F}\bar{F}, \bar{F}\bar{F}\bar{F}, \bar{F}\bar{F}\bar{F}\}. \text{ (区分甲,乙,丙)}$$

4. 袋中装有三粒弹子,一红一绿一白,① 从中任取一粒放在桌上,再任取一粒;② 从中任取一粒,看过颜色后,将它放回袋中,再任取一粒.试根据取出的两粒弹子的颜色,不考虑先后,写出随机试验①与②的样本空间.

解: ① $\Omega = \{1 \text{ 红 } 1 \text{ 绿}, 1 \text{ 红 } 1 \text{ 白}; 1 \text{ 绿 } 1 \text{ 白}\}$

$$\text{② } \Omega = \{2 \text{ 红}, 2 \text{ 绿}, 2 \text{ 白}, 1 \text{ 红 } 1 \text{ 绿}, 1 \text{ 红 } 1 \text{ 白}; 1 \text{ 绿 } 1 \text{ 白}\}$$

5. 某棉麦连作地区,因受气候条件影响,棉花、小麦都可能减产,如果记 $A = \{\text{棉花减产}\}$, $B = \{\text{小麦减产}\}$,试用 A, B 表示事件:①棉花、小麦都减产;②棉花减产,小麦不减产;③棉花、小麦至少有一样减产;④棉花、小麦至少有一样不减产.

解: ① AB ; ② $A\bar{B}$; ③ $A \cup B$; ④ $\bar{A} \cup \bar{B}$.

6. 调查甲 乙 丙收看某电视剧的情况,如果记 $A = \{\text{甲收看}\}$, $B = \{\text{乙收看}\}$, $C = \{\text{丙收看}\}$,试用 A, B, C 表示事件:①甲收看,乙收看,丙未收看;②甲 乙 丙之中有一人收看;③甲 乙 丙之中有两人未收看;④甲 乙 丙至少有一人未收看.

解: ① ABC ; ② $\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$; ③ $\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$; ④ $\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C} = \overline{ABC}$.

7. 试说明下列事件两两之间是否有包含、相容、不相容或对立关系;

$$\text{① } A \cup B \cup C; \text{② } ABC; \text{③ } \bar{A}\bar{B}\bar{C}; \text{④ } \overline{ABC}.$$

解: ① $A \cup B \cup C$ 表示 A, B, C 至少有一个发生; ② ABC 表示 A, B, C 三个都发生;

③ $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 表示 A 、 B 、 C 三个都不发生； ④ \overline{ABC} 表示 A 、 B 、 C 三个不都发生。

所以① \supset ②；①与③对立；①与④相容；②与③不相容；②与④对立；③ \subset ④。

8. 在电炉上安装了四个温控器，所显示的温度误差是随机的。在使用的过程中，只要有二个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 ，电炉就要断电。若事件 $E = \{\text{电炉断电}\}$ ，而 $T_4 \geq T_3 \geq T_2 \geq T_1$ 为四个温控器显示的按递增顺序排列的温度值，则事件 E 与 $[C]$ 等价。

(A) $\{T_1 \geq t_0\}$; (B) $\{T_2 \geq t_0\}$; (C) $\{T_3 \geq t_0\}$; (D) $\{T_4 \geq t_0\}$ 。

解： $E = \{\text{两个温控显示温度不低于临界温度 } t_0\}$ ，当 $T_3 \geq t_0$ 时 $T_4 \geq T_3 \geq t_0$ 故 $E = \{T_3 \geq t_0\}$ 。

9. 在某系的学生中任选一人，设 $A = \{\text{他是男学生}\}$ ， $B = \{\text{他是一年级学生}\}$ ， $C = \{\text{他是田径运动员}\}$ ，试说明：①事件 ABC 的意义；②事件 \overline{ABC} 的意义；③事件 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 的意义；④事件 $ABC = C$ 的意义。

解：① $ABC = \{\text{他是男生，他是一年级学生，但不是田径运动员}\}$ ；

② $\overline{ABC} = \{\text{他至少具备：不是男生，不是一年级学生，不是田径运动员三条件之一}\}$ ；

③ $\overline{A}\overline{B}\overline{C} = \{\text{他不是男生，不是一年级学生，不是田径运动员}\}$ ；

④ 若 $ABC = C \Rightarrow AB \supseteq C$ ，即 $C = \{\text{他是田径运动员}\} \subset \{\text{他是一年级男生}\}$ 。

10. 已知事件 A 与 B ，试用较为简单的方式表示下列事件：

① $AB + \overline{A}B$ ；② $\overline{A}B + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B$ ；③ $(A \cup \overline{B})(\overline{A} \cup \overline{B})$ ；④ $(A \cup B)(A - B)$ 。

解：① $AB + \overline{A}B = (A + \overline{A})B = B$ ；

② $\overline{A}B + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B = \overline{A}B + \overline{A} = (A \cup \overline{B}) \cup \overline{A} = (A \cup \overline{A}) \cap (\overline{B} \cup \overline{A}) = \overline{B} \cup \overline{A} = \overline{AB}$ ；

③ $(A \cup \overline{B})(\overline{A} \cup \overline{B}) = (A \cap \overline{A}) \cup \overline{B} = \Phi \cup \overline{B} = \overline{B}$ ；

④ $(A \cup B)(A - B) = (A \cup B)(\overline{A}B) = \overline{A}B$ ($\because \overline{A}B \subset A \subset (A \cup B)$)。