1．上抛一枚硬币来决定乒乓球比赛的先发球权，方法是选手分别猜{正面朝上}或{反面朝上}，根据上抛硬币的结果猜中的选手先发球，试说明此方法的公平性.

解：∵ P{正面朝上}= P{反面朝上}=0.5 ∴此方法公平.

2．上抛两枚硬币若 A={有两枚正面朝上}， B={有一枚正面朝上}， C={至少有一枚正面朝上}，则 $P(A)=$__________， $P(B)=$_________， $P(C)=$__________.

解：∵ $n=4$, 而 $r(A)=1$, $r((B)=2$， $r(C)=3$，

$$\therefore P(A)=\frac{r(A)}{n}=0.25,\quad P(B)=\frac{r(B)}{n}=0.5,\quad P(C)=\frac{r(C)}{n}=0.75.$$

3. 丢掷两粒骰子,若 A={朝上的点数之和是 6}，B={朝上的点数之和是 6 并且有一粒的点数超过 3}，C={已知朝上的点数之和是 6，在此条件下有一粒点数超过 3}，试求 $P(A)$，$P(B)$ 与 $P(C)$.注意：求 $P(A)$， $P(B)$ 与 $P(C)$ 时，基本事件的总数应该有所不同.

解: ① $n=6\times 6$，$A=\{(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)\}$, $\therefore r(A)=5$, $\therefore P(A)=5/36$；

$B=\{(1,5),(5,1),(2,4),(4,2)\}$， $\therefore r(B)=4$, $\therefore P(B)=4/36$;

② $n=5$， $\therefore r=4$， $\therefore P(C)=4/5$.

4. 袋中装有 4 个红球 3 个白球，①从中任取一球，计算取得红球的概率；②从中任取两球，计算取得两个红球的概率.

解：① P{从中任取一球, 取得红球}$=C_4^1/C_7^1=\dfrac{4}{7}$；

② P{从中任取两球, 取得两红球}$=C_4^2/C_7^2=\dfrac{2}{7}$.

5. 袋中装有 4 个红球 3 个白球，如果用取后放回的方法，每次取一个球，共取两次，试计算：①第二次取出红球的概率；②两次都取出红球的概率.

解：(取后放回） （ 基本事件个数： $n=7\times 7$ ）

① P{第二次取得红球}$=\dfrac{7\times 4}{7\times 7}=\dfrac{4}{7}$；

② P{两次都取得红球}$=\dfrac{4\times 4}{7\times 7}=\dfrac{16}{49}$.

6．从 52 张扑克牌中任取 4 张，试计算：①4 张中有 1 张 A 的概率；②4 张中有 2 张 A 的概率；③4 张中有 3 张 A 的概率；④4 张都是 4 张 A 的概率.

解：基本空间 Ω={从 52 张扑克牌中任取 4 张的所有取法}， $n=C_{52}^4$

① P{4 张中有 1 张 A}$=C_4^1C_{48}^3/C_{52}^4=0.256$；

②P {4 张中有 2 张 A}$=C_4^2C_{48}^2\big/C_{52}^4$ =0. 025；

③ P {4 张中有 3 张 A}$=C_4^3C_{48}^1\big/C_{52}^4$ =0. 001；

④ P {4 张都是 4 张 A}$=C_4^4C_{48}^0\big/C_{52}^4=1\big/C_{52}^4=4\times10^{-6}$.

7. 设 $x<y,k$ 为任意一实数，①若 $A=\{x\,|\,x<k\}$，$B=\{y\,|\,y<k\}$，试比较 $P(A)$ 与 $P(B)$ 的大小；

②若 $A=\{x|x>k\}$， $B=\{y\,|\,y>k\}$，试比较 $P(A)$ 与 $P(B)$ 的大小.

解：①$\because$ $x<y$，$\therefore$ 由 $y<k\Rightarrow x<k$；即 $B=\{y\,|\,y<k\}$ 出现导致 $A=\{x\,|\,x<k\}$ 出现,

$\therefore$ $A\supset B$ ， $\therefore$ $P(B)\le P(A)$.

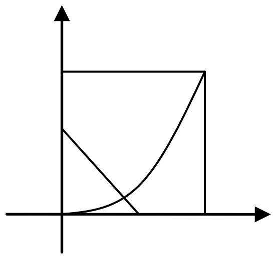
②$\because$ $x<y$ $\therefore$ 由 $x>k\Longrightarrow y>k$； 即 $A=\{x\,|\,x>k\}$ 出现导致 $B=\{y\,|\,y>k\}$ 出现,

$\therefore$ $A\subset B$ ， $\therefore$ $P(A)\le P(B)$.

8. 若正方形由 x 轴 y 轴 直线 $x=1$ 和 $y=1$ 所围成正方形内部的点坐标为 (x,y) 且

$A=\{x+y<1/2\},B=\{y>x^2\}$ ，试求 $P(A)$ 与 $P(B)$.

解： $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le1,0\le y\le1\}$,



$S_D=1$,

$A=\{(x,y)\,|\,x+y<\dfrac{1}{2}\}$,

$B=\{y\,|\,y>x^2\}$,

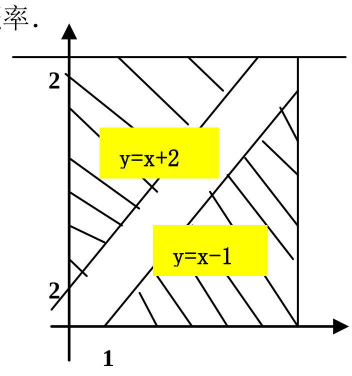
$S_A=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$, $\quad P(A)=\dfrac{S_A}{S_D}=\dfrac{1}{8}$;

$S_B=\int_0^1(1-x^2)\,dx=\dfrac{2}{3}$, $\quad P(B)=\dfrac{S_B}{S_D}=\dfrac{2}{3}$.

9. 有一个均匀的陀螺, 它的半个圆周上均匀的刻有区间[0 , 1]上的各个数字标记，另半个圆周上均匀地刻有区间［1，3］上的各个数字标记. 如果让它旋转并在他停下来时观察到圆周上接触桌面处的数字标记在区间[0.5, 1.5]上，那么此事件的概率等于______.

解：由几何概率：$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}=0.375$

10. 甲乙两艘轮船分别驶向某一个码头停泊,甲轮船停泊两小时,乙轮船停泊一小时,他们在一昼夜内到达码头的时刻是等可能的．如果这个码头不能同时停泊两艘轮船,并且先到达的轮船不需要等候,试计算这两艘轮船都不需要等候的概率.



解：用 x, y 分别表示甲乙到达码头的时刻，

则 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x,y\le 24\}$

$A=\{(x,y)\,|\,y>x+2 或 y<x-1\}$，

所以 $P(A)=\dfrac{S_A}{S_D}=\dfrac{\frac{1}{2}\times 23\times 23+\frac{1}{2}\times 22\times 22}{24\times 24}$

$=\dfrac{1013}{1152}$=0.8793 .