华中农业大学本科课程考试
参考答案与评分标准

考试课程：**概率论与数理统计**　　　　　　　　学年学期：

试卷类型：**B**　　　　　　　　　　　　　　　　考试日期：

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【　　】内。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 2 分，共 10 分。）

1. 设随机变量 X 的概率密度 $p(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$，则 $Y=2X$ 的分布密度为___.　　【 b 】

　(a) $\dfrac{1}{\pi(1+4x^2)}$；　(b) $\dfrac{2}{\pi(4+x^2)}$；　(c) $\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$；　(d) $\dfrac{1}{\pi}\arctan x$.

2. 设随机变量序列 $x_1, x_2,\ldots, x_n\ldots$相互独立,并且都服从参数为 1/2 的指数分布,则

　当 n 充分大时,随机变量 $Y_n=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ 的概率分布近似服从___________.　　【 b 】

　(a) N(2,4)　(b) N(2,4/n)　(c) N(1/2,1/4n)　(d) N(2n,4n)

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 已知，σ^2 未知，X_1,X_2,X_3 是总体 X 的一个简单随机样本，则下列表达式中不是统计量的是____________.　　【 C 】

　（a） $X_1+X_2+X_3$；　（b） $\min(X_1,X_2,X_3)$；　（c） $\sum_{i=1}^{3}\dfrac{X_i^2}{\sigma^2}$；　（d） $X+2\mu$.

4．在假设检验问题中，检验水平 α 意义是 _______ .　　【 a 】

　（a）原假设 H_0 成立，经检验被拒绝的概率；

　（b）原假设 H_0 成立，经检验不能拒绝的概率；

　（c）原假设 H_0 不成立，经检验被拒绝的概率；

　（d）原假设 H_0 不成立，经检验不能拒绝的概率.

5．在线性回归分析中，以下命题中，错误的是_____ .　　【 d 】

　（a） SSR 越大，SSE 越小；　　（b） SSE 越小，回归效果越好；

　（c） $|r|$ 越大，回归效果越好；　　（d） $|r|$ 越小，SSR 越大.

二、填空题（将答案写在该题横线上。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 2 分，共 10 分。）

1．设离散型随机变量 X 只取 x_1 和 x_2 两个可能值(且 $x_1<x_2$),又已知 $P\{X=x_1\}=0.2$, $E(X)=2.6$, 方差 $D(X)=0.64$，则 x_1=__**1**__， x_2=__**3**__。

2．从 10 个数字 0,1,2,3,…,9 中任取两个数字,其和大于 10 的概率为 $16/C_{10}^2$ =**0.356**.

3. 设 A,B 为两个事件, P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B/A)=0.8，则 $P(\bar{A}\cap B)$=__**0.2**__.

4. 在单因素方差分析中，试验因素 A 的 r 个水平的样本总容量为 n，则当原假设 H_0 成立时，SSA/σ^2 服从__**$X^2(r-1)$**__分布，MSA/MSE 服从__**F(r–1,n–r)**__分布.

5. 在线性回归分析中，回归平方和的含义是 __自变量 x 对响应变量 y 的影响程度__.

三、(10 分，要求写清步骤及结果)．假设一条自动生产线生产的产品的合格率是 0.8. 要使一批产品的合格率达到 76%与 84%之间的概率不小于 90%，问这批产品至少要生产多少件？

（附：Φ(1.64)=0.95，其中Φ(x)是标准正态分布函数。）

解：假设至少要生产 n 件产品，记 X 表示 n 件产品中合格品的数目，显然 $X\sim B(n,0.8)$.由题意，

应该确定生产产品数 n，使其满足不等式 ……………………………… **（2 分）**

$$P\left\{0.76<\frac{X}{n}<0.84\right\}\geq 0.90$$ ……………………… **（2 分）**

由 De Moivre-Laplace 定理，当 n 比较大时，X 近似服从正态分布 $N(0.8n,0.16n)$，故

$$P\left\{0.76<\frac{X}{n}<0.84\right\}=P\left\{\left|\frac{X-0.8n}{0.4\sqrt{n}}\right|<\frac{0.04n}{0.4\sqrt{n}}\right\}\approx 2\Phi(0.1\sqrt{n})-1\geq 0.90,$$

即 $\Phi(0.1\sqrt{n})\geq 0.95.$ ……………… . ……………… ……. **（4 分）**

由标准正态分布表，可得 $0.1\sqrt{n}\geq 1.64$. 从而 $n\geq 268.96$，因此 n 至少为 269 件…. **（2 分）**

四、(10 分，要求写清步骤及结果) 为估计鱼池内的鱼数,第一次捕了 2000 尾,做了记号再放回鱼池内,充分混和后再捕 2000 尾,结果发现 500 尾有记号,试用极大试然法估计鱼池内的鱼数。

解：用 $X_i=\begin{cases}1, & \text{混合后从鱼池内捕出的第}i\text{条鱼有记号,}\\ 0, & \text{否则。}\end{cases}$ $i=1,2,\ldots,2000.$

用 N 表示鱼池的鱼数， $P\{X_i=x_i\}=(2000/N)^{x_i}(1-2000/N)^{1-x_i}$

似然函数 $L=\prod_{i=1}^{2000}(2000/N)^{x_i}(1-2000/N)^{1-x_i}$ ....**(4 分)**

$$=(2000/N)^{\sum_{i=1}^{2000}x_i}(1-2000/N)^{2000-\sum_{i=1}^{2000}x_i}$$

$$=(2000/N)^{2000\bar{x}}(1-2000/N)^{2000(1-\bar{x})}$$

取对数: $l=\ln L=2000\bar{x}\ln(2000/N)+2000(1-\bar{x})\ln(1-2000/N)$ .... **(2 分)**

求导数: $\frac{dl}{dN}=-2000\bar{x}\frac{1}{N}+2000(1-\bar{x})\frac{2000}{N(N-2000)}=0,$ .... **(2 分)**

得: $\hat{N}=\frac{2000}{\bar{x}}=\frac{2000}{500/2000}=8000.$ .... **(2 分)**

五、(12 分，**要求写清步骤及结果**)　已知某树种的木材横纹抗压力遵从正态分布,随机抽取该中木材的试件 9 个,做横纹抗压力试验,获得下列数

据(单位 kg/cm2): **482, 493, 457, 510 ,446, 435, 418, 394, 469.**

试求 该木材的平均横纹抗压力 95%的置信区间. *(附：$t_{0.975}(9\text{-}1)=2.306$)*

解：　此为小样本问题. 总体 X 具有分布为 N(μ , σ²), μ , σ² 均未知.用

$$T=\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{s^*}\quad (\text{或}\ T=\frac{\sqrt{n-1}(\bar{x}-\mu)}{s})$$ …. ……………………… **（4 分）**

$\bar{x}=456$, $s^*=37.0135$, $s=34.8967$, …. ……………………… **（4 分）**

$$\Delta=\frac{s^*}{\sqrt{n}}\ t_{0.975}(9\text{-}1)=28.45,$$ …. ……………………… **（2 分）**

$\mu\in[\bar{x}-\Delta, \bar{x}+\Delta]=[427.55, 484.45]$.

为此抽样下的置信区间. …. ……………………… **（2 分）**

六、(15 分，**要求写清步骤及结果**) 在施以底肥与不施底肥的两块苗床上,分别抽取 10 株苗木,测得苗高数据(单位:cm)如下表:

							行和
施肥	77.3	79.1	81.0	79.1	82.1	77.3	475.9
不施肥	75.5	76.2	78.1	72.4	77.4	76.7	456.3

设苗木的苗高服从正态分布,且为重复抽样. (取显著水平 $\alpha=0.01$)

1．检验施肥苗床的苗木的苗高的方差是否一样?

2．问施肥苗床的苗木的苗高是否显著高于不施肥苗床上苗木的苗高.

(*附:* $F_{0.975}(6-1, 6-1)=7.15$ ， $t_{0.95}(6+6-2)=1.812$)

解: 1. 1^0 提出假设: $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2 \leftrightarrow H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, …. ……….. **(1 分)**

$\mathbf{2^0}$ $F=\dfrac{s_1^{*2}}{s_2^{*2}}=\dfrac{1.94^2}{2.005^2}=0.936$, …. ……….. **(4 分)**

3^0 $w_1=\{F>7.15\} \cup \{F<1/7.15=0.14\}$; …. ……….. (**2 分**)

4^0 F 值没有落在 w_1 中,接受 $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$. …. ……….. **(1 分)**

2. 1^0 提出假设: $H_0: \mu_1=\mu_2 \leftrightarrow H_1: \mu_1>\mu_2$, …. ……….. **(1 分)**

$\mathbf{2^0}$ $T=\dfrac{\sqrt{n}(\overline{x_1}-\overline{x_2})}{\sqrt{s_1^{*2}+s_2^{*2}}}=\dfrac{\sqrt{6}(79.317-76.05)}{\sqrt{3.762+4.019}}=2.869$; …. ……….. **(4 分)**

3^0 $w_2=\{T>1.812\}$ …. ……….. **(1 分)**

4^0 T 值 落在 w_2 中,拒绝 H_0: $\mu_1=\mu_2$, 接受 $H_1: \mu_1>\mu_2$ ……… **(1 分)**

七、(15 分，要求写清步骤及结果) 设在育苗试验中有 3 种不同的处理方法,每种方法做 6 次重复试验,一年后,苗高数据如下表:

处理方法	苗高 yij(cm)	行 和
1	39.2　29.0　25.8　33.5　41.7　37.2	$T_{1.}$=206.4
2	37.3　27.7　23.4　33.4　29.2　35.6	$T_{2.}$ =186.6
3	20.8　33.8　28.6　23.4　22.7　30.9	$T_{3.}$=160.2

1. 试问不同的处理方法是否有显著差异?

2. 请列出方差分析表.

3. 哪种处理方法最好？（附:α =0.05, $F_{0.95}(3-1,18-3)=3.68$）

解： 1． T ＝553.2, $\bar{x}$=30.73, $\overline{x_1}$=34.4, $\overline{x_2}$=31.1, $\overline{x_3}$=26.7; $C=T^2/n$=17001.68;

$$SST=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{6}x_{ij}^2-C=17640.66-17001.68=638.98;$$

$$SSA=6\sum_{i=1}^{3}(\overline{x_i}-\bar{x})^2=179.08,\quad MSA=SSA/2=89.54;$$

SSE=SST-SSA= 459.9, MSE=SSE/15=30.66,　 F=MSA/MSE=2.92;

拒绝域为 W={ F ＞ 3.68}, F 值在拒绝域内 ,故有理由认为不同的处理方法没有显著差异.

2.

平方和	F 值	临界值
SST=638.98		3.68
SSA=89.54		
SSE=30.66	2.92	- 不显著

3. 因为不同的处理方法没有显著差异,所以谈不上哪种处理方法最好.

本题得分	

八、(18 分，要求写清步骤及结果) 为研究某种商品的单位家庭的月需求量 Y 与该商品的价格 x 之间的关系,得数据如下:(α =0.05)

价格 X_i(元)	1.0	2.0	2.0	2.3	2.5	2.6	2.8	3.0	3.3	3.5
月需求量 Y_i（500 克）	5.0	3.5	3.0	2.7	2.4	2.5	2.0	1.5	1.3	1.2

1．试求：$\bar{x}$，$\bar{y}$，l_{xx}，l_{xy}，l_{yy}；

2．试求：对 x 的一元线性之经验回归方程;

3．对此一元线性回归方程进行显著性检验.

4．求当 x=1.5 时,需求量 y_0 的估计值和 y_0 的 95%的置信区间.

（附：$t_{0.975}(10-2)=2.306$ ，$r_{0.05}(10-2)=0.6319$ ，$F_{0.95}(1,10-2)=5.32$ ）

（ 提示：预测公式 $t=(y_0-\hat{y}_0)\Big/\sqrt{\frac{SSE}{n-2}\bullet[1+1/n+(x_0-\bar{x})^2/l_{xx}]}\sim t(n-2)$）

解： 1. $\bar{x}=2.5$， $\bar{y}=2.51$， $\sum x_i y_i=55.3$， $l_{xx}=4.78$， $l_{xy}=-7.45$， $l_{yy}=11.929$;..... **（4 分）**

2. $\hat{\beta}=l_{xy}/l_{xx}=-1.56$， $\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\,\bar{x}=6.406$，

得经验线性回归方程：$\hat{y}=6.406-1.56x$； .... **（4 分）**

3. 提出假设：H_0 ：$\beta=0 \leftrightarrow H_1$ ：$\beta\neq0$ ， .... **（2 分）**

统计量：$F=SSR/MSE=\hat{\beta}\,l_{xy}/(l_{yy}-\hat{\beta}\,l_{xy})=290.25$，

$T=\hat{\beta}\sqrt{\frac{l_{xx}}{MSE}}=-1.56\sqrt{\frac{4.78}{0.04}}=-17.05$， $r=\frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx}l_{yy}}}=-0.987$；

拒绝域：$W=\{F>5.32\}=\{|T|>2.306\}=\{|r|>0.6319\}$ .... **（4 分）**

拒绝 H_0 ：$\beta=0$，即认为线性回归方程显著.

4. 点估计 $\hat{y}_0=4.0686$， $\Delta_1=\sqrt{\frac{SSE}{n-2}\bullet[1+1/n+(x_0-\bar{x})^2/l_{xx}]}=0.229$，

$\Delta=\Delta_1\bullet t_{0.975}(10-2)=0.528$， ....**（2 分）**

得区间估计 ： $y_0\in[3.5406,\ 4.596]$. .... **（2 分）**