华中农业大学本科课程期末考试试卷

考试课程：**概率论与数理统计 A**　　　　试卷类型：A

学年学期：2007-2008-1　　　　考试日期：2008-01-

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
评卷人									

本题得分	

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【　】内。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 3 分，共 15 分。）

1．在假设检验问题中，显著性水平α意义是　　　　【 B 】

A. 原假设 H_0 成立，经检验不能拒绝的概率；

B. 原假设 H_0 成立，经检验被拒绝的概率；

C. 原假设 H_0 不成立，经检验不能拒绝的概率；

D. 原假设 H_0 不成立，经检验被拒绝的概率.

2．设 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则下列选项中不正确的是　　　　【C 】

A. $P\{X<\mu\}=0.5$；　　B. $P\{X>\mu\}=0.5$

C. $(X-\mu)^2 \sim \chi^2$　　D. $(\frac{X-\mu}{\sigma})^2 \sim \chi^2$.

3．设总体 $X \sim N(2,3^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是一个样本，则样本均值 $\overline{X}$ 服从　　　　【 D 】

A. $N(2,9)$；　B. $N(2n,9n)$；C. $N(2,n/9)$；D. $N(2,9/n)$.

4．设两事件 A 和 B 同时出现的概率 P(AB)=0，则　　　　【 A 】

A. AB 不一定是不可能事件；　B. AB 互斥；

C. AB 是不可能事件；　　D. P(A)=0 或 P(B)=0.

5．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 未知，σ^2 已知，X_1，X_2，X_3 是取自 X 的一个样本，则下列表达式中不是统计量的是　　　　【 B 】

A. $X_1+X_2-X_3$；　　B. $(X_1^2+X_2^2+X_3^2)\mu$；

C. $\max(X_1, X_2, X_3)$；　D. $(2X_1+3X_2-X_3)\sigma^2$.

本题得分	

二、填空题（将答案写在该题横线上。每小题 3 分，共 15 分。）

1. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且知 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 λ ＝<u>1</u>；

※※※ 班级________ 姓名________ 学号________ ※※※

装 订 线

2. 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布 $N(0,3^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_9$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_9$ 分别是取自总体 X 和 Y 的样本，且相互独立，则统计量 $U=\dfrac{X_1+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从 $\underline{t(9)}$ 分布；

3.10 部机床独立工作，因检修等原因，每部机床停机的概率为 0.2，则同时有 3 部机床停机的概率为 $\underline{\ 0.201\ \ }$ ；

4. 若总体 X 服从 $N(\mu,0.9^2)$ 分布，由来自 X 的容量为 9 的简单随机样本，测得样本均值为 5，则 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间（$z_{0.025}$＝1.96）为 <u>（4.412，5.588）</u>；

5. 设 DX＝4，DY＝2 且 X 与 Y 不相关，则 D（$3X$－$2Y$）＝<u> 44 </u>.

本题得分	

三、（10 分，要求写清步骤及结果）某学科考试，有 85 道选择题，每题 4 个选择答案，只有一个正确。若需通过考试，必须答对 51 题以上。试求某学生仅靠运气能通过该课程考试的概率.

解　设 $X_i=\begin{cases}1,第i题答对\\0，第i题答错\end{cases}(i=1,2,\cdots,85)$，且相互独立同分布

$$p(X_i=1)=\frac{1}{4},p(X_i=1)=\frac{3}{4},E(X_i)=\frac{1}{4},D(X_i)=\frac{3}{16}$$

故　$\sum_{i=1}^{85}X_i\sim B(85,\frac{1}{4})$．利用中心极限定理　（5 分）

$$P(\sum_{i=1}^{85}X_i\geq 51)=1-P(\sum_{i=1}^{85}X_i<51)=1-\Phi(7.425)=0$$　（10 分）

本题得分	

四、（10 分，要求写清步骤及结果）设总体 X 的概率密度函数 $f(x;)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)},x>c\\0\quad\ \ ,x\leq c\end{cases}$,其中 c>0 为已知, θ >1 是未知参数，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，求 θ 的最大似然估计量.

解　似然函数，$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta c^{\theta}X_i^{-(\theta+1)}=(\theta c^{\theta})^n(\prod_{i=1}^{n}X_i)^{-(\theta+1)}$，（3 分）

$$\ln L(\theta)=n(\ln\theta+\theta\ln c)-(\theta+1)\ln(\prod_{i=1}^{n}X_i)$$　（5 分）

令 $\dfrac{d}{d\theta}(\ln L)=n(\dfrac{1}{\theta}+\ln c)-\sum_{i=1}^{n}\ln X_i=0$，解得 $\hat{\theta}=\dfrac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln X_i-\ln c}$.　（10 分）

本题得分	

五、（12 分，要求写清步骤及结果）在总体 $N(12,4)$ 中随机抽取一容量为 5 的样本 X_1,X_2,X_3,X_4,X_5，($\Phi(1.12)=0.8686$, $\Phi(1.5)=0.9332$)

（1）求 $P\{|\overline{X}-12|>1\}$；（2）设 $Z=\max(X_1,\cdots,X_5)$，求 $P(Z>15)$.

解　(1) 因为 $X\sim N(12,4)$, $\overline{X}\sim N(12,\frac{4}{5})$

$$P\{|\overline{X}-12|>1\}=1-P\{|\overline{X}-12|\le 1\}=1-P\{\frac{|\overline{X}-12|}{\sqrt{4/5}}\le\sqrt{\frac{5}{4}}\}$$

$$=1-(2\Phi(\sqrt{\frac{5}{4}})-1)=2-2\Phi(1.12)=0.2628.$$ （6 分）

(2)因为 X_i 的分布函数为 $\Phi(\frac{x-12}{2})$，故 $Z=\max(X_1,\cdots,X_5)$ 的分布函数为

$F_Z(x)=[\Phi(\frac{x-12}{2})]^5$，

所以　$P(Z>15)=1-P(Z\le 15)=1-F_Z(15)=1-[\Phi(1.5)]^5=0.2923$　（12 分）

本题得分	

六、（12 分，要求写清步骤及结果）下表分别给出两个文学家 Mark Twain 8 篇小品文以及 Snodgrass 的 10 篇小品文中由 3 个字母组成的单字的比例

Mark Twain：0.225 0.262 0.217 0.240 0.230 0.229 0.235 0.217

Snodgrass：0.209 0.205 0.196 0.210 0.202 0.207 0.224 0.223 0.220 0.201

设两组数据分别来自正态总体 $N(\mu_1,\sigma_1^2),N(\mu_2,\sigma_2^2),\mu_1,\sigma_1^2,\mu_2,\sigma_2^2$，均未知，且两样本独立，（$F_{0.025}(7,9)=4.20,F_{0.025}(9,7)=4.82,t_{0.025}(16)=2.1199$）

（1）检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2,H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2,(\alpha=0.05)$

（2）在（1）的基础上检验假设 $H_0:\mu_1=\mu_2,H_1:\mu_1\ne\mu_2,(\alpha=0.05)$

解　(1) 先作方差的检验：检验统计量 $F=S_X^2/S_Y^2$，

所以拒绝域是：$f\le F_{1-0.5\alpha}(n-1,m-1)$ 或 $f\ge F_{0.5\alpha}(n-1,m-1)$，　(3 分)

计算：$f=0.0146^2/0.0097^2=2.2655$，$F_{0.025}$（7，9）=4.20，

$F_{0.975}(7,9)=1/4.82$，没有落入拒绝域，认为 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$。　(6 分)

(2)因为（1）中已经检验了 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，但未知方差值。

$H_0:\mu_1=\mu_2$， $H_1:\mu_1\neq\mu_2$，

检验统计量 $T=\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_w\sqrt{1/n+1/m}}$，其中 $S_w^2=\dfrac{(8-1)s_x^2+(10-1)s_y^2}{n+m-2}=0.012^2$，

所以拒绝域是： $|t|\geq t_{0.5\alpha}(n+m-2)$ (9 分)

计算得：$t=3.9$，而 $t_{0.025}(16)=2.1199$， 落入拒绝域,

从而有理由认为小品文中由 3 个字母组成的单字的比例有显著性的差异。(12 分)

本题得分	

七、（12分，要求写清步骤及结果）三台机器制造同一种产品，记录五天的产量如下：

机器	日 产 量					$T_{i\cdot}$
A_1	38	44	35	49	43	209
A_2	63	48	52	46	57	266
A_3	55	44	59	47	53	258

用方差分析检验这三台机器的日产量是否有显著差异（写出方差分析表），并估计各个总体的未知参数 $\mu_{i\cdot}$ 和 μ .（$\alpha=0.05, F_{0.05}(2,12)=3.89$）

解 H_0：三台机器的日产量没有显著差异.

s=3,n=15, $T_{1\cdot}=209, T_{2\cdot}=266, T_{3\cdot}=258, T=733$,

$\sum X_{1j}^2=8855, \sum X_{2j}^2=14342, \sum X_{3j}^2=13460, \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{n_i}X_{ij}^2=36657$,（3 分）

$C=\dfrac{T^2}{n}=35819.267, \sum_{i=1}^{3}\dfrac{T_i^2}{n_i}=36200.2$，

SST=837.7, SSA=380.9, SSE=SST-SSA=456.8.

方差分析表

来源	平方和	自由度	均方	F 值	显著性
SSA	380.9	2	190.45	5	*
SSE	456.8	12	38.06		
SST	837.7	14			

F=5>3.89 ,产品有显著差异。 （10 分）

$\hat{\mu}_1=\overline{x}_{1\cdot}=41.8$， $\hat{\mu}_2=\overline{x}_{2\cdot}=53.2$， $\hat{\mu}_3=\overline{x}_{3\cdot}=51.6$， $\hat{\mu}=\overline{x}_{\cdot\cdot}=48.9$.（12分）

本题得分	

八、（14 分，要求写清步骤及结果）为考察某种毒药的剂量（以 *mg*/单位容量计）与老鼠死亡之间的关系，通过做试验得到以下的数据：

剂量 x	4	6	8	10	12	14	16	18
死亡老鼠数 y	1	3	6	8	14	16	20	21

1）求 $\bar{x},\bar{y},S_{xx},S_{xy},S_{yy}$；

2）求 Y 对 x 的线性回归方程；

3）在 $\alpha=0.05$ 下用 t 检验法检验回归方程的显著性.（$t_{0.025}(6)=2.4469$）

解 1）

$$\sum x_i=88,\sum x_i^2=1136,\bar{x}=11,$$

$$\sum y_i=89,\sum y_i^2=1403,\bar{y}=11.125,\sum x_i y_i=1240$$

$$S_{xx}=\sum x_i^2-n\bar{x}^2=168,S_{xy}=\sum x_i y_i-n\overline{xy}=261,S_{yy}=\sum y_i^2-n\bar{y}^2=412.875$$（5 分）

2） $b=\dfrac{S_{xy}}{S_{xx}}=1.553571,a=\bar{y}-b\bar{x}=-5.964281.$

故回归方程 $\hat{y}=a+bx=-5.964+1.554x.$ （10 分）

3）$|t|=|b|\sqrt{\dfrac{S_{xx}}{SSE/(n-2)}}=1.554\sqrt{\dfrac{168}{1.232}}=18.141>t_{0.025}(6)=2.4469$，

故回归方程显著. （14 分）