

本题  
得分

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【 】内。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 3 分，共 18 分。）

【 】 1. 事件  $A$  的概率为零，下列说法中正确的是

A.  $A$  是不可能事件

B.  $A$  是必然事件

C.  $A$  可能存在

D.  $A$  与任意事件相容

【 】 2. 设  $A, B$  两个事件相互独立，且  $P(A) > 0$ ，则  $P(B|A) =$

A.  $P(AB)$

B.  $P(B)$

C.  $P(A)$

D. 0

【 】 3. 设随机变量  $X_1, X_2$  的分布函数分别为  $F_1(x), F_2(x)$ ，为使  $aF_1(x) - bF_2(x)$  是某一随机变量的分布函数，在下列给定的各组数值中应取

A.  $a = 0.6, b = -0.4$

B.  $a = 0.9, b = 0.4$

C.  $a = -0.5, b = 1$

D.  $a = 0.5, b = -1$

- 【 】 4. 下列有关随机变量的函数说法正确的是
- A. 随机变量的函数是一个随机变量    B. 离散型随机变量的函数是连续的  
C. 二维随机变量的函数是二维的    D. 随机变量的函数没有数学期望
- 【 】 5. 设随机变量  $X$  与  $Y$  的协方差  $\text{cov}(X, Y) = 0$ , 则必有
- A.  $X$  与  $Y$  独立    B.  $X$  与  $Y$  线性不相关    C.  $E(X)E(Y) = 0$     D.  $E(XY) = 0$
- 【 】 6. 设随机变量  $X, Y$  相互独立且期望和方差相同, 记  $\zeta = X + Y$ ,  $\eta = X - Y$ , 则  $\zeta$  和  $\eta$  必有
- A. 不相互独立    B. 相互独立  
C. 相关系数为 0    D. 相关系数不为 0



本题  
得分

二、填空题（将答案写在该题横线上。每小题 3 分，共 18 分）

1. 若  $P(A) = 0.2$ ,  $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ , 则  $P(B) =$  \_\_\_\_\_;

2. 设  $E(X) = E(Y) = 1$ ,  $E(X^2) = 2$ ,  $E(Y^2) = 3$ ,  $E(XY) = 0.5$ , 则  $\rho(X, Y) =$  \_\_\_\_\_;

3. 设随机变量  $X, Y$  相互独立且都服从  $U(0, 1)$ , 则  $\min(X, Y)$  的分布密度函数为 \_\_\_\_\_;
4. 设随机变量  $X \sim P(2)$ ,  $Y \sim P(3)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 则  $X+Y$  服从的分布为 \_\_\_\_\_;
5. 设某车间的年产量为随机变量  $X$ , 且  $E(X)=100$ ,  $D(X)=20$ , 试用切比雪夫不等式估计  $P(80 < X < 120) =$  \_\_\_\_\_;
6. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则概率  $P\{X > 20\sigma + \mu\}$  随  $\sigma$  的减小而 \_\_\_\_\_ (增大/减小/不变).

- 7 设随机变量 $X_1, X_2, X_3$ 相互独立，其中  
 $X_1 \sim U[0,6]$ ,  $X_2 \sim N(0,4)$ ,  $X_3 \sim P(3)$   
记 $Y = X_1 - 2X_2 + 4X_3$ ，则 $EY =$ \_\_\_\_\_  
则 $DY =$ \_\_\_\_\_

本题 得分	
----------	--

七、(要求写清步骤, 14 分) 某车间一共有 150 台机器, 相互独立地运行, 每台机器发生故障的概率都是 0.02, 假设一台机器需要配备一个师傅维修, 试用中心极限定理估计至少需要配备多少师傅才能保证机器发生故障时不能及时处理的概率小于 0.01. ( $\Phi(2.33)=0.99$ )



本题 得分	
----------	--

三、（要求写清步骤，10分）设甲、乙、丙、丁四种机器生产帽子，它们各自的产量占总产量的比例分别为10%，25%，35%，30%，并且各自的次品率分别为3%，2%，1%，3%，试求（1）任取一个帽子，它是次品的概率；（2）如果抽到一个帽子是次品，那么它由丁机器生产的概率有多大？

本题 得分	
----------	--

四、（要求写清步骤，12分）设随机变量  $X$  的分布密度

$$p(x) = \begin{cases} ax^2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

试求：(1) 系数  $a$ ；(2)  $P(X < 0.5)$ ；(3)  $Y = X^2$  的分布密度函数。



本题 得分	
----------	--

五、（要求写清步骤，14 分）已知随机变量  $(X, Y)$  的联合概率

$$\text{密度为 } p(x, y) = \begin{cases} Axy^2 & 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

试求：(1) 参数  $A$ ； (2) 随机变量  $X$  的边缘分布密度  $p_X(x)$ ； (3) 随机变量  $Y$  的边缘分布密度  $p_Y(y)$ ； (4) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立.

本题  
得分

六、(要求写清步骤, 14 分) 设随机变量  $(X, Y) \sim U(A)$ , 且  $A$  由  $x$  轴,  $y$  轴以及直线  $x + \frac{y}{2} = 1$  所围成, 试求  $E(X)$ ,  $E(Y)$  以及  $E(XY)$ .

P110, 4

【第 3 页 共 4 页】

VEI P10  
DUAL CAMERA

# 大数定律与中心极限定理

**例** 一条生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的，假设每箱重量的平均值为50千克，标准差为5千克，若用最大载重量为5吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率大于0.977。(附： $\Phi(2) = 0.977$ )



# 大数定律与中心极限定理

解：假设应装 $k$ 箱产品

令 $X_i$ 表示第 $i$ 箱产品的重量， $i = 1, 2, \dots, k$ ，

则有 $\Phi(2) = 0.977 < P\{\sum_{i=1}^k X_i \leq 5000\}$

由于 $R.V. X_1, X_2, \dots, X_k$ 相互独立、同分布，由独立同分布中心极限定理，

## 大数定律与中心极限定理

$$\begin{aligned} P\left\{\sum_{i=1}^k X_i \leq 5000\right\} &= P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - 50k}{5\sqrt{k}} \leq \frac{5000 - 50k}{5\sqrt{k}}\right\} \\ &= \Phi\left(\frac{5000 - 50k}{5\sqrt{k}}\right) \end{aligned}$$

于是  $\frac{5000-50k}{5\sqrt{k}} > 2, \quad k < 98.02$

故最多应装98箱。