一、单项选择题：（本大题共 10 小题，每小题 3 分共 30 分．下面每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．请在答题卡上将唯一正确答案的选项涂黑．错涂、多涂、不涂都不得分．）

1. 设 $\vec{a} \neq \vec{0}$，若$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$，则以下结论一定成立的是（　　）．

A. $\vec{b} = \vec{c}$；　　B. $\vec{b} \parallel \vec{c}$；　　C. $\vec{a} \perp (\vec{b} - \vec{c})$；　　D. $\vec{a} \parallel (\vec{b} - \vec{c})$.

2. 函数$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ 在点$(0,0)$处（　　）．

A. 连续但不可偏导；　　B. 可偏导但不连续；

C. 连续且可偏导但不可微分；　　D. 可微分.

3. 设空间区域 $\Omega = \{ (x,y,z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2 \}$，$\Omega_1 = \{ (x,y,z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \}$，则下列等式不成立的是（　　）．

A. $\iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 \, dV = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dV$；

B. $\iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 \, dV = 8 \iiint_{\Omega_1} (x+y+z)^2 \, dV$；

C. $\iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 \, dV = 24 \iiint_{\Omega_1} x^2 \, dV$；

D. $\iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 \, dV = 8 \iiint_{\Omega_1} (x^2 + y^2 + z^2) \, dV$.

4. 已知向量$\vec{a} = (3,5,8), \vec{b} = (2,-8,-7), \vec{c} = (5,1,-4)$，则向量$\vec{d} = 4\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$在y轴上的投影是（　　）．

A. $(0,-5,0)$；　　B. -5；　　C. 5；　　D. $(0,5,0)$.

5. 方程 $z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ 表示的图形是（　　）．

A. 椭圆抛物面；　　B. 单叶双曲面；　　C. 双叶双曲面；　　D. 圆锥面.

6. 设二次函数$z = f(x,y)$在点$M_0(x_0, y_0)$处可微，对于函数$z = f(x,y)$在点M_0的梯度$\nabla f(x_0, y_0)$，以下说法不正确的是（　　）．

A. $\nabla f(x_0, y_0)$的方向是函数$z = f(x,y)$在M_0处的方向导数取得最大值的方向；

B. $\nabla f(x_0, y_0)$的模是函数$z = f(x,y)$在M_0处的方向导数最大值；

C. $\nabla f(x_0, y_0)$是曲面$z = f(x,y)$在$(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$处的一个法向量；

D. $\nabla f(x_0, y_0)$是等量线$f(x,y) = C$上在M_0处的一个法向量.

7. 有关一元函数和多元函数的性质，以下说法正确的是（　　）．

A.考虑趋于某有限点的极限时，一元函数和多元函数趋于该点的方式一样多；

B.若一元函数和多元函数都可（偏）导且都只有有限个驻点，则在它们的两个极大值点之间都必定有极小值点；

C.若一元函数和多元函数都可（偏）导，则它们在定义域内都必定连续；

D.有界闭区域上的一元连续函数和多元连续函数都必取得介于最大值和最小值之间的任何值.

8. 将$\int_0^4 dx\int_x^{2\sqrt{x}} f(x,y)dy$ 改变积分次序后变成（　　）.

A. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{y} f(x,y)dx$；　　B. $\int_0^2 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{y} f(x,y)dx$；

C. $\int_0^4 dy\int_{\frac{y^2}{4}}^{y^2} f(x,y)dx$；　　D. $\int_0^4 dy\int_{y^2}^{y} f(x,y)dy$.

9. 设空间区域 Ω是由$z=x^2+y^2$及平面$z=1$所围成的闭区域，三重积分$I=\iiint_\Omega f(x,y,z)dV$化为三次积分后变成（　　）.

A. $I=\int_{-1}^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_{x^2+y^2}^1 f(x,y,z)dz$；

B. $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_{x^2+y^2}^1 f(x,y,z)dz$；

C. $I=\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_{x^2+y^2}^1 f(x,y,z)dz$；

D. $I=\int_{-1}^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy\int_{x^2+y^2}^1 f(x,y,z)dz$.

10. 将$\int_0^2 dx\int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 化为极坐标形式的二次积分后变成（　　）.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{\sec\theta} f(\rho)\rho d\rho$；　　B. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{2\sec\theta} f(\rho)\rho d\rho$；

C. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{2\csc\theta} f(\rho)\rho d\rho$；　　D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta\int_0^{2\sec\theta} f(\rho)\rho d\rho$.

二、填空题：（本大题共 5 小题，每小题 4 分共 20 分. 请将正确答案填写在答题卡上相应题号后的横线上.）

1. 如果二元函数$z=f(x,y)$满足条件$\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)}\frac{f(x,y)-2x+y-2}{\sqrt{x^2+(y-1)^2}}=0$，则$dz|_{(0,1)}=$__________.

2. 设$(\vec{a}+3\vec{b})\perp(7\vec{a}-5\vec{b})$，$(\vec{a}-4\vec{b})\perp(7\vec{a}-2\vec{b})$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角=__________.

3. 表面积为$12m^2$的无盖长方体水箱的最大容积=__________.

4. 设$u=xy^2z^3$，若$y=y(z,x)$是由方程$x^2+y^2+z^2=3xyz$所确定的隐函数，则$\frac{\partial u}{\partial x}|_{(1,1,1)}=$__________.

5. 由曲线 $\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$ 绕y轴旋转一周所得的旋转曲面在点$(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$处指向外侧的单位法向量是________________.

三、偏导数计算题：（10 分．请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案.）设函数$f(u,v)$有连续二阶偏导数，且$z=f(x,\frac{y}{x})$，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

四、三重积分计算题：（10 分．请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案.）计算三重积分$\iiint_\Omega \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dxdydz$，其中$\Omega$是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$和$z=1$所围成的闭区域.

五、曲面面积计算题：（10 分．请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案.）求由半球面$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$含在圆柱面$x^2+y^2=ax\ (a>0)$内部的那一部分的曲面面积.

六、平面与直线计算题：（12 分．请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案.） 求过点$(-1,0,4)$且平行于平面$3x-4y+z-10=0$，又与直线 $\begin{cases}x-y+4=0\\ 2x-z+2=0\end{cases}$ 相交的直线方程.

七、证明题：（8 分．请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案.）设$f(z)$是一元连续函数，求证

$$\int_0^t dx\int_0^x dy\int_0^y f(z)dz=\frac{1}{2}\int_0^t (t-z)^2 f(z)dz.$$