

一、单项选择题(请在答题卡上将唯一正确答案的选项涂黑, 错涂、多涂或者不涂都不得分。本大题共 10 小题, 每小题 3 分共 30 分)

1. 点 (a, b, c) 关于 x 轴对称点的坐标为

- A. $(-a, -b, -c)$; B. $(a, -b, -c)$; C. $(-a, b, -c)$; D. $(-a, -b, c)$.

2. 直线 $\begin{cases} x=b \\ cy=bz \end{cases} (bc \neq 0)$ 绕 z 轴旋转所得曲面是

- A. 椭圆锥面; B. 单叶旋转双曲面; C. 双叶旋转双曲面; D. 椭圆抛物面.

3. 直线 $L_1: \begin{cases} x-y+z=\frac{1}{2} \\ 2x+y+4z=2 \end{cases}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} x+\frac{1}{2}y+2z=3 \\ 2x-2y+2z=5 \end{cases}$ 的关系是

- A. 异面; B. 相交; C. 平行; D. 垂直.

4. 函数 $f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$

- A. 只有 1 个极大值点; B. 只有 1 个极小值点;
C. 有无穷个极大值点; D. 有无穷个极小值点.

5. 函数 $u = xy^2z$ 在点 $(1, -1, 2)$ 处沿指向点 $(2, 1, -1)$ 方向的方向导数为

- A. $(2, -4, 1)$; B. $\sqrt{21}$; C. $\frac{1}{\sqrt{14}}(2, -8, -3)$; D. $-\frac{9}{\sqrt{14}}$.

6. 设 f 连续, 则 $\int_0^{2a} dx \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} f(x^2+y^2) dy$ 化成极坐标下的二次积分为

- A. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\theta \int_0^{2a \cos \theta} f(r^2) r dr$; B. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} f(r^2) r dr$;
C. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} f(r^2) r dr$; D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2a \cos \theta} f(r^2) r dr$

7. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的切平面方程是

- A. $2x + y - 4 = 0$; B. $2x + y - z = 4$; C. $x + 2y - 4 = 0$; D. $2x + y - 5 = 0$.

8. 依据课本中所学的线面积分的物理意义, 与做功问题相对应的积分是

- A. $\int_L f(x, y) ds$; B. $\int_L P(x, y) dx + Q(x, y) dy$;
C. $\iint_{\Sigma} f(x, y, z) dS$; D. $\iiint_{\Sigma} P(x, y, z) dy dz + Q(x, y, z) dz dx + R(x, y, z) dx dy$.

9. 设常数 $a > 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{\sin(na)}{n^2} - \frac{1}{\sqrt{n}}]$

- A. 发散; B. 绝对收敛; C. 条件收敛; D. 收敛性与 a 的值有关.

10. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+1)^n$ 在 $x=1$ 处收敛, 则该幂级数在 $x=-2$ 处

A. 发散; B. 绝对收敛; C. 条件收敛; D. 收敛性不确定.

二、填空题(请将答案填在答题卡上相应题号后的横线上, 错填或者不填都不得分。本大题共 6 小题, 每小题 3 分共 18 分)

11. 已知向量 $\vec{a}=(2,-1,2)$, $\vec{a} // \vec{x}$ 且 $\vec{a} \cdot \vec{x} = -18$, 则向量 $\vec{x} =$ _____.

12. 点 $(2,3,1)$ 在直线 $\frac{x+7}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$ 上的投影点坐标为_____.

13. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{\ln(1+xy)} =$ _____.

14. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 18$ 所确定, 则 $dz =$ _____.

15. 设 C 为椭圆 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$, 其周长记为 a , 则 $\oint_C (3x^2 + xy + 2y^2) ds =$ _____.

16. 设 $f(x) = \begin{cases} 2, & -1 < x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$, 则以 2 为周期的傅里叶级数在 $x=1$ 收敛于_____.

三、计算题(请在答题卡上相应题号后的空白处填写必要的解题过程和答案。本大题共 6 小题, 17、18 每小题 6 分, 其余每小题 10 分共 52 分)

17. 计算二次积分 $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{1+x^3} dx$.

18. 计算 $\iint_{\Sigma} (x+y+z) dS$, 其中 Σ 为平面 $y+z=5$ 被 $x^2+y^2=25$ 所截部分.

19. 计算 $\int_L (x^2-2y)dx + (3x+ye^y)dy$, 其中 L 是由直线 $x+2y=2$ 上从 $A(2,0)$ 到 $B(0,1)$ 的一

段及圆弧 $x = -\sqrt{1-y^2}$ 上从 $B(0,1)$ 到 $C(-1,0)$ 的一段连接而成的定向曲线.

20. 计算 $\iint_{\Sigma} x^3 dydz + 2xz^2 dzdx + 3y^2 z dxdy$, 其中 Σ 为抛物面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 被平面 $z = 0$ 所截下的部分的下侧.

21. 求密度为 1 的均匀球体对于过球心的一条轴的转动惯量.

22. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} x^{n-1}$ 的收敛域, 并求其和函数.