

### 一、选择题

1. 设直线  $l$  的方程为  $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ , 平面  $\pi$  的方程为  $x + y - z = 1$ , 则 【   】

A.  $l // \pi$ ; B.  $l \perp \pi$ ; C.  $l$  与  $\pi$  斜交; D.  $l$  在  $\pi$  上.

2. 函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续是它在该点偏导数存在的 【   】

A. 充分非必要条件; B. 必要非充分条件;  
C. 充要条件; D. 既非充分又非必要条件.

3. 设  $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$ , 则 【   】

A. (0,0) 是极大值点; B. (0,0) 是极小值点;

C. (2,2) 是极大值点; D. (2,2) 是极小值点.

4. 设  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  满足关系  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , 则  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} =$  【   】

A.  $\vec{0}$ ; B.  $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}$ ; C.  $3(\vec{a} \times \vec{b})$ ; D.  $\vec{b} \times \vec{c}$ .

5. 曲线  $\Gamma: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$  在  $xOy$  平面上的投影柱面方程是 【   】

A.  $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$ ; B.  $4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0$ ;

C.  $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ; D.  $\begin{cases} 4y^2 + 4z^2 - 12z - 7 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ .

### 二、填空题

1. 与向量  $\vec{a} = (1, 0, -1), \vec{b} = (0, 1, 1)$  都垂直的单位向量是\_\_\_\_\_.

2. 曲面  $z - e^z + 2xy = 3$  在点  $(1, 2, 0)$  处的切平面方程是\_\_\_\_\_.

3. 函数  $f(x, y) = xy + x \ln y$  在点  $(1, 2)$  处方向导数的最大值为\_\_\_\_\_.

4. 交换积分次序,  $\int_0^2 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy =$ \_\_\_\_\_.

5. 直线  $L: x = \frac{y+7}{2} = 3-z$  上与点  $(3, 2, 6)$  的距离最近的点是\_\_\_\_\_.

### 三、设函数 $f(u, v)$ 有连续二阶偏导数, 且

$z = f(x^2 + y^2, 2xy)$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

---

四、计算二重积分  $\iint_D \frac{\sin y}{y} dx dy$ ，其中  $D$  为  $y = x$ ， $y = \sqrt{x}$  所围成的区域.

五、求函数  $f(x, y) = x e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$  的极值.

六、设  $M_0$  是直线  $L$  外的一点， $M$  是直线  $L$  上的任意一点，且直线  $L$  的方向向量为  $\vec{s}$ ，证明：点  $M_0$  到直线的距离为

$$d = \frac{|\overrightarrow{M_0 M} \times \vec{s}|}{|\vec{s}|}, \text{ 并由此计算 (1) 点 } M_0(3, -4, 4) \text{ 到直线 } \frac{x-4}{2} = \frac{5-y}{2} = z-2 \text{ 的距离;}$$

(2) 点  $M_0(3, -1, 2)$  到直线  $\begin{cases} x+y-z+1=0, \\ 2x-y+z=4 \end{cases}$  的距离.

七、计算二重积分  $\iint_D xy d\sigma$ ，其中区域  $D$  由曲线

$r = 1 + \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) 与极轴围成.

八、设函数  $z = f(xy, yg(x))$ ，其中函数  $f$  具有二阶连续偏导数，函数  $g(x)$  可导且

在  $x=1$  处取得极值  $g(1)=1$ . 求  $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$ .