

수학 2 중간고사
(2019년 7월 10일 오후 6:00-8:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

(연습용 여백)

문제 1 [10점] 일차함수 $f(x, y, z) = ax + by + z + c$ 의 $\frac{1}{\sqrt{5}}(1, 2, 0)$ 방향 기울기가 1이고 $\frac{1}{\sqrt{10}}(-1, 0, 3)$ 방향 기울기가 $\sqrt{2}$ 일 때, $f(x, y, z)$ 의 $\frac{1}{\sqrt{29}}(2, 4, 3)$ 방향 기울기를 구하시오.

문제 2 [15점] \mathbb{R}^3 의 두 곡면 $x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 6$ 과 $2z = x^2 + 2y^2$ 의 한 교점에서 두 곡면에 대한 접평면이 서로 수직이 되었다. 이러한 교점을 모두 구하시오.

문제 3 [15점] 다음 함수에 대하여 물음에 답하시오.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{|x|^3 + y^6}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) (6점) $D_1f(0, 0)$, $D_2f(0, 0)$, $D_{(1,1)}f(0, 0)$ 이 존재하면 구하시오.
- (b) (5점) f 는 $(0, 0)$ 에서 연속인지 판정하시오.
- (c) (4점) f 는 $(0, 0)$ 에서 미분가능한지 판정하시오.

문제 4 [15점] 원점에서 함수 $f(x, y) = \sin(e^y + x^2 - 2)$ 의 2차 근사 다항식을 구하시오.

문제 5 [15점] 다음 함수의 극대점, 극소점, 안장점을 구하시오.

$$f(x, y) = 2 \sin x \sin y, \quad -\pi < x < \pi, \quad -\pi < y < \pi$$

문제 6 [20점] 좌표평면의 원점에서 곡선 $x^3 + y^3 - 3x - 3y = 4$ 까지의 거리를 구하시오.

(연습용 여백)

문제 7 [10점] 함수

$$F(x, y) = (-\sin x + 2e^y, -\sin x - e^y)$$

$$G(x, y) = (x^2 + y^2, x^2 - y^2)$$

에 대하여, $(\pi, 0)$ 에서 합성함수 $G \circ F$ 의 야코비 행렬과 야코비 행렬식을 구하시오.

문제 8 [15점] 극좌표계로 표현한 곡선 $r = 100 - \theta$ ($0 \leq \theta \leq 10\pi$)를 따라 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y) = \frac{(x - y, x + y)}{x^2 + y^2}$$

를 적분한 값 $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오.

문제 9 [15점] 삼차원 공간에서 정의된 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = ((1 + x)e^{x+y+z}, xe^{x+y+z} + z, xe^{x+y+z} + y)$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) \mathbf{F} 의 잠재함수가 존재하면 모두 구하시오.

(b) (5점) 선적분 $\int_X \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ 를 구하시오.

단, $X(t) = (3 - 2 \cos t, 1 + \sin 2t, t)$ ($0 \leq t \leq \pi$).

문제 10 [20점] 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (xe^{x^2+y^2} + xy, ye^{x^2+y^2} + x^2)$ 을 점 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 X 를 따라 반시계 방향으로 선적분한 값을 구하시오.