

수학 및 연습 2 기말고사
(2015년 12월 5일 오후 1:00-3:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1. [20점] 다음 적분값을 구하시오.

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{x}{x^8 + 1} dx dy$$

문제 2. [20점] 다음 영역의 부피를 구하시오.

$$\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2 \}$$

문제 3. [25점] 다음 영역의 부피를 구하시오.

$$\{ (u^2 + 2w^3, w^3 + 3v, u^2 + v) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq u \leq 3, 1 \leq v \leq w \leq 2 \}$$

문제 4. [25점] 좌표평면에서 극좌표계로 주어진 두 곡선

$$C_1 : r = 1 + 2 \cos \theta, \quad -\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$$

및

$$C_2 : r = 1 + 2 \cos \theta, \quad \frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3}$$

로 둘러싸인 영역을 D 라 하자. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y) = (x^2, -xy)$ 가 영역 D 를 빠져 나오는 플럭스를 구하시오.

문제 5. [20점] 영역 $D : (x^2)^{\frac{1}{3}} + (y^2)^{\frac{1}{3}} \leq 1$ 에 대하여 선적분

$$\int_{\partial D} \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} dx - \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} dy$$

를 구하시오.

문제 6. [20점] 곡면 $S : z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $(1 \leq z \leq 2)$ 에 대하여 다음 적분값을 구하시오.

$$\iint_S y^2 z^2 dS$$

문제 7. [20점] 영역 R 이 다음과 같이 주어져 있다.

$$R = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 \right\}$$

위치벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ 가 영역 R 을 빠져나가는 양을 구하시오.

문제 8. [20점] 삼차원 공간의 단위벡터 \mathbf{v} 에 대하여 벡터장 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = k(\mathbf{v} \cdot \mathbf{x})\mathbf{v}$ ($k \neq 0$) 는 다른 벡터장의 회전장이 될 수 있는지 없는지 판단하시오.

문제 9. [30점] 곡면 S 와 벡터장 \mathbf{F} 가 다음과 같이 주어져 있다.

$$S : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1, z \geq 0,$$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^3 + e^{x+z}, \sin(y+z) - x^3, e^{x+y+z} + \cos(xy)).$$

(a) (15점) $\text{curl } \mathbf{F}$ 를 구하시오.

(b) (15점) $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 를 구하시오. (단, S 의 향은 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \geq 0$ 이도록 정한다.)