

# 파동의 발생과 전달

물리학실험1 (044): 김주만 조교님

실험 1-6 보고서

공과대학 컴퓨터공학부 2017-18570 이성찬

## Abstract

이번 실험에서는 파동 발생 장치를 활용하여 파동의 발생과 전달에 대해 분석해 본다. 수면 파 발생 장치를 통해 파동을 발생시키고 진행 특성과 간섭 효과를 조사한다.

## 1 Introduction

### 1.1 실험목적

파동은 에너지가 매질을 따라 전달되는 것이다. 파동에서 일어나는 현상들에는 회절, 간섭, 중첩 등이 있는데 이번 실험에서는 수면파 장치를 이용하여 파동을 발생시켜 본다. 발생시킨 파동으로부터 파동 진행의 특성과 파동의 간섭에 의한 효과를 조사한다.

### 1.2 배경 이론<sup>1)</sup>

#### 1.2.1 파동 방정식(Wave Equation)

$y(x, t)$ 를 파동 함수라고 할 때,  $y$ 는 시간  $t$ 와 변위  $x$ 에 대한 파동의 변위를 나타낸다. 파동 함수는 일반적으로 다음 미분방정식을 만족시킨다.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

이 파동을 Transverse로 가정하고 위의 미분방정식을 풀어주면

$$y(x, t) = Ah(kx - \omega t)$$

로 둘 수 있게 된다. 여기서  $h$ 는 파형의 수학적 모양이다 (ex.  $\sin$ ,  $\cos$  등)

$A$ 를 진폭이라고 하고,  $kx - \omega t$ 를 파동의 위상이라고 한다. 각파수  $k$ 는  $k = 2\pi/\lambda$ 로 표현되며, 각진동수  $\omega$ 는  $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ 로 나타내어진다.

#### 1.2.2 위상속도와 군속도

파동의 위상속도(Phase Velocity)는 공간에서 파동의 위상이 전달되는 속도이다.

위상이 동일할 때  $kx - \omega t = \text{constant}$ 로 둘 수 있고, 양변을 미분하면

$$k \frac{dx}{dt} - \omega = 0 \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/T}{2\pi/\lambda} = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

를 얻게 된다.

파동의 군속도는 파동의 진폭의 모양이 전달되는 속도이다. 군속도  $v_g$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

이 식에  $\omega = v_p k$ 를 대입하면 곱의 미분법으로부터,

$$v_g = v_p + k \frac{dv_p}{dk}$$

를 얻을 수 있다.

#### 1.2.3 파동의 중첩과 간섭

위상이 다르고 진동수가 같은 다음의 두 파동이 있다고 하자.

$$y_1 = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$$

이 두 파동의 중첩된 파를  $y(x, t)$ 라 하면

$$y(x, t) = y_1 + y_2$$

$$= y_m [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$$

$$= 2y_m \sin(kx - \omega t + \phi/2) \cos(\phi/2)$$

$$= Y_m \sin(kx - \omega t + \phi/2)$$

1) [참조] Fowles, Analytic Mechanics

를 얻는다. 여기서

$$Y_m = 2y_m \cos \frac{\phi}{2}$$

라고 두었다.

반사된 파와의 간섭을 고려하면

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_m [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t + \varphi)] \\ &= 2y_m \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

가 되어 정상파가 된다.

$kx + \frac{\varphi}{2} = n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )에서는  $y(x, t)$ 의 값이 0이므로 어두운 곳이 되어 정상파의 마디 부분이다.

$kx + \frac{\varphi}{2} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ )에서는  $y(x, t)$ 의 진폭 값이 최대가 되어 정상파의 배 부분이 된다. 이로부터 배와 배 사이의 거리  $\Delta x$ 는  $\pi/k$ 임을 알 수 있다.

경로차가  $n\lambda$ 일 때 배가 되며, 위상차는  $2n\pi$ 이다.  $r_1 - r_2 = d \sin \theta = n\lambda$

### 1.2.4 수면파의 위상속도

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

로부터 위상속도는

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\sqrt{gk \tanh(kh)}}{k}$$

를 얻을 수 있다.  $h \geq \frac{1}{2}\lambda$ 인 깊은 곳에서는  $\tanh$ 의 값을 1에 근사시킬 수 있다.

따라서  $v_p$ 는

$$v_p = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (\text{깊은 바다})$$

반대로 얇은 곳에서는  $k \rightarrow 0$  이므로, 극한 값을 취해주면

$$v_p = \sqrt{gh} \quad (\text{얇은 바다})$$

와 같은 근사식을 얻을 수 있게 된다.

## 1.3 실험 과정

### 1.3.1 준비물

I-CA System, 수조, 수면파 흡수용 스펀지, 파동 발생 장치, 점 파원용 구슬, 광원

종이, 장애물, 스트로보스코프

### 1.3.2 실험 기본 세팅

수조에 물을 2/3정도 채우고 수면파 발생 장치를 설치한다. 이 때 수조를 수평으로 두어야 하고, 흡수대를 놓아 반사파가 생기지 않도록 해야 한다. 더불어 I-CA 시스템에서 좌표계 및 스케일을 설정하고, 수면파 발생 장치의 두 점 사이 거리를 실제로 측정하여 그 크기대로 스케일을 정해야 한다.

참고로 파동 발생장치의 주파수는 14~18 Hz로 설정해야 잘 관측이 된다고 한다.

### 1.3.3 실험 방법

발생 장치의 진동수를 바꿔가며, 파동의 위상을 다르게 하며 실험을 해본다. 기본적인 세팅이 된 상황에서

1) 파동을 발생시킨다. 4~5초면 충분하다. 시간이 더 경과하면 반사파의 영향이 생기기 때문이다. 또, 바닥에 흰 종이를 깔면 파면이 더 잘 보인다.

2) 스트로보스코프의 진동수를 파동발생장치 진동수의 60배로 설정한다. 빛을 간섭무늬에 쏘아 주면 정지한 상태로 보인다.

3) 간섭무늬가 가장 선명한 frame을 찾아 간섭되는 부분을 찾고 각각 거리를 측정.

4) 측정값을 이용하여 파장  $\lambda$ 를 구한다.

5) 수면파의 위상속도를 구한다.

## 2 Results

### 2.1 기본 측정값

실험 장치와 준비물의 기본 측정값과 세팅 값들이다.

파동 발생 장치: 15 Hz

두 점 파원에서의 초기 위상차:  $0^\circ$

두 점 파원 사이의 거리  $3.262 \times 10^{-2} \text{ m}$

측정한 파장 값:  $1.237 \times 10^{-2} \text{ m}$

측정한 물의 깊이  $5.4 \times 10^{-3} \text{ m}$

스트로보스코프 진동수: 900 Hz

## 2.2 측정 결과

$d_1$ : 오른쪽 점 파원으로부터의 거리

$d_2$ : 왼쪽 점 파원으로부터의 거리

$\Delta x$ : 경로 차

$v$ : 구한 파장으로 계산한 속력

아래의 모든 표에서 길이의 단위는 cm, 속력의 단위는 cm/s 이다.

다음은 보강 간섭인 지점 (밝은 무늬) 에서 측정한 값이다. 이 지점에서 경로 차는  $\lambda$  이다.

$d_1$	$d_2$	$\Delta d (= \lambda)$	$v$
6.339	4.958	1.381	20.715
7.850	6.743	1.107	16.605
9.129	8.001	1.128	16.92

경로 차가  $2\lambda$ 인 보강 간섭 지점에서 측정된 값이다.

$d_1$	$d_2$	$\Delta d (= 2\lambda)$	$v$
14.95	12.534	2.416	18.12

경로 차가  $\frac{3}{2}\lambda$ 인 상쇄 간섭 지점에서 측정된 값들이다.

$d_1$	$d_2$	$\Delta d (= 1.5\lambda)$	$v$
8.465	6.579	1.886	18.86
11.179	9.332	1.847	18.47

경로 차가  $\frac{5}{2}\lambda$ 인 상쇄 간섭 지점에서 측정된 값들이다.

$d_1$	$d_2$	$\Delta d (= 2.5\lambda)$	$v$
15.978	13.081	2.897	17.382

다음은 속력을 직접 측정한 것이다. 67ms 간격의 시간을 두고 파동의 변위와 속력을 각각 구했다.  $\Delta s$ 의 단위는 cm,  $v$ 의 단위는 cm/s 이다.

$\Delta s$	1.203	1.259	1.330
$v$	17.95	18.79	19.85

## 3 Discussion

### 3.1 측정 결과

측정한 속력 값들은 평균이 18.15 cm/s

이고 표준편차는 1.39 cm/s이다.

수면파 근사식에 의하면  $v = \sqrt{gh}$  인데, 이를 대입하면 23cm/s라는 값을 얻는다.

### 3.2 오차 원인 분석

예상되는 오차원인으로는 다음이 있다.

#### 3.2.1 측정 시 사람이 점을 찍었다

점 파원으로부터의 거리를 측정 할 때 사람이 직접 하나씩 점을 찍었는데 이 과정에서 오차가 발생한다. 점 파원 위에 일정하게 점을 찍기는 어렵기 때문이다.

또한 거리를 잴 때 정확히 점 파원으로부터 radial 하게 재지 않았다. 스트로보스코프를 활용해 쏘아준 빛의 각도가 수면과 직각을 이루지 않아 점 파원의 위치가 명확하지 않았던 부분도 있다.

#### 3.2.2 $v = \sqrt{gh}$ 의 부정확성

원래 수면파의 식인

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\sqrt{gk \tanh(kh)}}{k}$$

에 대입을 해보자.

대입한 결과 13.83cm/s라는 결과를 얻을 수 있었다. 이 결과 또한 정확하지 않은 이유는 진폭이 0.05mm 이하일 때만 근사 된다. 또한 이 식을 유도한 미분 방정식을 풀 때부터 근사한 식이었기 때문에 오차가 생기기도 한다.

## 4 Conclusion

이 실험을 통해 파동의 간섭과 회절을 살펴보았다. 파동의 위상 속도를 측정하고 물결파의 간섭무늬를 관측하였다. 간섭무늬를 통해 경로차를 분석하여 파장을 구해 보았고, 그 구한 파장으로 파동의 위상 속도를 구해보았다. 이로부터 파동의 위상 속도가  $v_p = \omega/k$ 임을 직접 확인하였고, 수면파의 위상 속도를 측정해 보았다.

## **\* Reference**

- 이기영, 대학물리학, 한빛미디어
- Serway, Raymond, Physics for  
Scientists and Engineers with Modern  
Physics 9<sup>th</sup> Ed., Cengage Learning