

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

(연습용 여백)

문제 1 [20점] 다음 각 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

(a) (5점) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n-1}{4n} \right)^n \left(\frac{n-1}{n-2} \right)^{n^2}$

(b) (5점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\tanh \frac{1}{n}}{(\log n)^{1.2}}$

(c) (5점) $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n \log(n! - 2^{n-1})}$

(d) (5점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$

문제 2 [20점] 다음 거듭제곱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} \sin \frac{1}{n} \right) x^n$

(b) (10점) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$

문제 3 [10점] 다음 급수의 합을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int_n^{n+1} \frac{1}{1+x^2} dx$$

문제 4 [15점] 함수 $f(x) = x \arctan x - \frac{1}{2} \log x$ 의 역함수 $x = g(y)$ 가 구간 $[1, \infty)$ 에서 정의됨을 보이고, $g' \left(\frac{\pi}{4} \right)$ 와 $g'' \left(\frac{\pi}{4} \right)$ 를 구하시오.

문제 5 [15점] 다음을 구하시오.

(연습용 여백)

(a) (5점) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1)^{\cot x}$

(b) (10점) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sinh x} - \frac{1}{\tanh x} \right)$

문제 6 [25점] 다음 함수에 대하여 물음에 답하시오.

$$f(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+5t+6t^2}$$

(a) (15점) 원점에서 함수 $f(x)$ 의 3차 근사다항식을 구하시오.

(b) (10점) $f(0.1)$ 의 근삿값을 오차의 범위가 $\frac{7}{1000}$ 이내가 되도록 구하시오.

문제 7 [20점] 다음 정적분 값을 오차의 범위가 10^{-3} 이내가 되도록 구하시오.

$$\int_0^1 \frac{\sinh x}{x} dx$$

문제 8 [15점] 극좌표계로 주어진 다음 곡선들의 개형을 그리시오.

(a) (10점) $r = 2 - 4 \sin \theta$

(b) (5점) $r = \frac{1}{2 \cos \theta + \sin \theta}$

문제 9 [10점] 구면좌표계로 주어진 두 곡면 $\rho = 4 \cos \varphi$ 와 $\varphi = \pi/6$ 의 교점들로 이루어진 집합을 원기둥좌표계로 표현하시오.