

수학 및 연습 1 중간고사
(2014년 4월 19일 오후 1:00-3:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1. [40점] 다음 각 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin^2 \frac{1}{n} - \frac{1}{2^n} \right)$

(b) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n-1} \right)^{n^2}$

(c) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n! - 3^n + 2014}$

(d) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{1}{n}}{\log n}$

문제 2. [20점] 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n - \sqrt{n-1}}{2n^s + 1}$ 가 수렴하는 실수 s 의 범위를 구하시오.

문제 3. [20점] 다음 멱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) x^n$

(b) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right) x^n$

문제 4. [15점] 다음 멱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

(a) (5점) $\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n} x^n$

(b) (10점) $\sum_{n=0}^{\infty} n x^{n^2}$

문제 5. [15점] 함수 $f(x) = e^{-x^2} \sin x$ 의 원점에서의 5차 근사다항식을 구하시오.

문제 6. [20점] 함수 $f(x) = e^x + e^{2x}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 역함수 $x = g(y)$ 가 $y > 0$ 에서 정의됨을 보이고, $y = 2$ 에서의 2차 근사다항식 $T_2^2 g(y)$ 를 구하시오.

문제 7. [15점] 다음 적분의 근삿값을 오차가 10^{-10} 보다 작도록 구하시오.

$$\int_0^{\frac{1}{10}} \frac{dx}{1+x^4}$$

문제 8. [15점] 다음 식을 만족하는 실수 x 를 모두 구하시오.

$$1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} + \frac{x^3}{6!} + \cdots = 0$$

문제 9. [20점] 다음 물음에 답하시오.

(a) (10점) 극좌표계로 주어진 곡선 $r^2 = 2a^2 \cos 2\theta$ ($a > 0$) 의 개형을 그리고 이 곡선 위에 있는 $\theta = \frac{5\pi}{6}$ 인 점 A 와 $B(-a, 0), C(a, 0)$ 에 대하여 $\angle BAC$ 를 구하시오.

(b) (10점) 극좌표계로 주어진 곡선 $r = 1 + \cos \theta$ 와 직교좌표계로 주어진 직선 $y = x$ 의 모든 교점을 직교좌표계로 나타내시오.

문제 10. [20점] 로그와선 $r = e^\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) 위의 점 (r, θ) 에서의 접선과 점 (r, θ) 와 원점을 지나 는 직선이 이루는 각을 구하시오.