

# 수학 및 연습 1 중간고사

(2017년 4월 22일 오후 1:00-3:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 150점)

문제 1. [15점] 다음 급수의 수렴여부를 판정하시오.

- (a) (5점)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$
- (b) (5점)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$
- (c) (5점)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

문제 2. [15점] 거듭제곱급수  $a(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{e^{\sqrt{n}}} x^n$  에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (a) (5점)  $a(x)$ 의 수렴반경을 구하시오.
- (b) (10점)  $a(x)$ 가 수렴하는  $x$ 의 범위를 구하시오.

문제 3. [15점] 다음 급수의 수렴여부를 판정하시오.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\arctan \frac{1}{n}}{\log n \cdot \log \log n}$$

문제 4. [15점] 다음 급수의 수렴여부를 판정하고 수렴하는 경우 급수의 합을 구하시오.

- (a) (7점)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$
- (b) (8점)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)3^n}$

문제 5. [15점]

- (a) (7점)  $\int_0^x e^{-t^2} dt$ 를 거듭제곱급수로 표현하시오.
- (b) (8점)  $\int_0^{0.3} e^{-t^2} dt$ 의 값을 오차의 범위가  $10^{-3}$  이하가 되도록 구하시오.

문제 6. [15점] 아래와 같이 정의된 거듭제곱급수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

에 대하여  $f, f'$  그리고  $f''$ 가 수렴하는  $x$ 의 범위를 각각 구하시오.

문제 7. [15점] 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\arctan t - \sin t}{t^3}$$

문제 8. [15점] 함수  $f(x) = \sqrt{4 + \sin x}$ 의  $x = 0$ 에서 2차 근사다항식  $P(x)$ 를 구하고, 구간  $[0, \frac{1}{10}]$ 에서 다음이 성립함을 보이시오.

$$|f(x) - P(x)| \leq \frac{1}{10000}$$

문제 9. [15점] 구면좌표계  $(\rho, \varphi, \theta)$ 로 표현된 식  $\rho \leq 4 \cos \varphi$ 와 원기둥좌표계  $(r, \theta, z)$ 로 표현된 식  $r \leq 1$ 의 공통부분 영역의 부피를 구하시오.

문제 10. [15점]

- (a) (10점) 극좌표계로 다음과 같이 주어진 두 곡선

$$r = \cos 2\theta, \quad r = \sin \theta$$

의 모든 교점을 직교좌표계로 나타내시오.

- (b) (5점) 극좌표계에서  $r = \sqrt{\cos 4\theta}$ 로 주어진 곡선의 개형을 그리시오.