

수학 및 연습 1 중간고사

(2013년 7월 10일 19:00-21:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1 (30점). 다음 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log n)^2}{n^3}$

(b) (10점) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

(c) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^{n+1}} \left(\frac{3n}{n+1} \right)^n$

문제 2 (20점). 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n x}{n}$ 가 수렴하는 실수 x 의 범위와 구간 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 의 교집합을 구하시오.

문제 3 (20점). 다음 멱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{5^n} (x-4)^n$$

문제 4 (20점). 급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+1)2^n}$ 의 값을 구하시오.

문제 5 (30점). $f(x) = \int_2^x \cosh^{-1}(\sqrt{t}) dt$ ($x > 1$) 라고 정의할 때, 함수 $f(x)$ 는 역함수를 가짐을 보이고, 이 때, $(f^{-1})'(0)$ 의 값을 구하시오.

문제 6 (20점). $f(x) = \log\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)$ 라고 정의할 때, 함수 $\log(1+x)$ 의 원점에서의 테일러 급수 전개를 이용하여, $f^{(2014)}(0)$ 을 구하시오.

문제 7 (20점). 함수 $\sin(\pi x)$ 의 $x = 1$ 에서의 3차 근사다항식을 구하시오.

문제 8 (20점). 곡선 $x^2 + y^2 = 6\sqrt{x^2 - y^2}$ 을 극좌표계로 바꾸고 이 곡선의 개형을 좌표평면에 그리시오.

문제 9 (20점). 극좌표계에서 $r^2 = \cos 2\theta + \frac{3}{2}$ 로 주어진 곡선과 직교좌표계에서 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ 로 주어진 직선의 두 교점을 직교좌표계로 구하고, 그 두 점사이의 거리를 구하시오.