

수학 및 연습 1 중간고사

(2015년 7월 8일 11:00-13:00)

학번: _____ 이름: _____

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1. [30점] 다음 각 급수의 수렴, 발산을 판정하시오.

(a) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-1)^n}{n^3}$

(b) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n((\log n)^2 + \log n + 1)}$

(c) (10점) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

문제 2. [20점] $n \geq 0$ 에서 정의된 수열 $a_n = 2^{-n}$ 에 대하여

$$b_{2k} = a_{2k+1}, \quad b_{2k+1} = a_{2k}, \quad (k \geq 0)$$

으로 정의할 때, 급수 $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ 의 수렴, 발산을 판정하시오.

문제 3. [20점] 다음 무한급수의 값을 구하시오.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

문제 4. [20점] 다음 멱급수가 수렴하는 x 의 범위를 구하고 $x = 1$ 일때 근삿값을 오차가 $\frac{1}{200}$ 을 넘지 않도록 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3} x^n$$

문제 5. [20점] $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \tan x + \sec x$ 의 역함수가 존재함을 보이고, 그 역함수의 도함수를 구하시오.

문제 6. [20점] 원점에서 $f(x) = \sin(x^2) \arctan x + 3x$ 의 5차 근사다항식을 구하시오.

문제 7. [20점] 다음 무한급수의 값을 구하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n^2-n}$$

문제 8. [20점] 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} - x)^x$$

문제 9. [10점] 극좌표계로 주어진 곡선 $r = \theta \sin \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) 의 개형을 좌표평면에 그리시오.

문제 10. [10점] 구면좌표계에서 다음 방정식으로 주어진 곡면은 어떠한 곡면인지 밝히시오.

$$\rho = \sin \theta \sin \phi$$

문제 11. [10점] 구면좌표계에서 주어진 두 점 $P(2, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}), Q(2, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(a) (5점) 두 점을 직교좌표계로 표현하시오.

(b) (5점) 두 점 사이의 직선거리를 구하시오.