

수학 및 연습 1 기말고사

(2013년 7월 29일 19:00-21:00)

학번:	이름:
-----	-----

모든 문제의 답에 풀이과정을 명시하시오. (총점 200점)

문제 1 (25점). 두 점 $(2,0,1)$ 과 $(1,1,4)$ 를 지나는 직선 m 을 평면 $x + y - 2z = -3$ 에 정사영한 직선의 방정식을 구하시오.

문제 2 (25점). 다음 물음에 답하시오.

- (a) (10점) 세 벡터 $\mathbf{a} = (2013, 2012, 2011)$, $\mathbf{b} = (2012, 2013, 2010)$, $\mathbf{c} = (-1, 1, 1)$ 가 주어져 있다. 다음과 같이 정의된 선형사상 $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 에 대응되는 행렬 A 를 구하시오.

$$L(X) = (\mathbf{a} \times X + X \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$$

- (b) (15점) 선형사상 $M : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 가 다음을 만족한다.

$$M(1, 0, 1) = (-2, 2, 4), \quad M(0, 0, 1) = (-2, 1, 3), \quad M(1, 1, 0) = (0, 3, 1)$$

영역 $B = \{(1, 2, 3) + r(1, 1, 0) + s(1, 0, 1) - t(0, 1, 1) \mid 1 \leq r \leq 2, 1 \leq s \leq 3, 3 \leq t \leq 4\}$ 의 선형사상 M 에 의한 상의 부피를 구하시오.

문제 3 (20점). 행렬 $A = \begin{pmatrix} t & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & t \end{pmatrix}$ 의 행렬식이 0 이 아닐 조건을 구하고, $t = 3$ 일 때 $\det(A^{-1})$ 의 값을 구하시오.

문제 4 (20점). 벡터 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 가 일차독립일 때 공간 속의 두 직선 $X(t) = P_1 + t\mathbf{v}_1$, $Y(t) = P_2 + t\mathbf{v}_2$ 사이의 최단거리를 구하시오.

문제 5 (20점). $E(k) := \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k \sin^2 \theta} \, d\theta$ 라 정의할 때, 좌표평면에서 극좌표계로 표현된 곡선

$$r = 2 + 3 \cos t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

의 길이를 $E(k)$ 를 이용하여 표현하시오.

문제 6 (25점). 3차원 공간의 곡선 $X(t) = \left(\cos t, (3 + \sin t) \cos \frac{t}{3}, (3 + \sin t) \sin \frac{t}{3} \right)$ 에 대하여 $t = \frac{\pi}{2}$ 에서의 접축평면의 방정식을 구하시오.

문제 7 (25점). 곡선 $X(t) = (\cosh t, t, \sinh t)$, $0 \leq t \leq 1$ 에 대하여 밀도함수가 $f(t) = t$ 로 주어졌을 때, 곡선의 질량과 질량중심의 x 좌표를 구하시오.

문제 8 (20점). 극좌표로 주어진 곡선 $r = 2(1 + \cos \theta)$ 의 내부와 곡선 $r = 2 + \cos \theta$ 의 외부로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오.

문제 9 (20점). 함수 $y = \cosh x$ 의 그래프에서 곡률이 최대가 되는 점을 찾고, 그 점에서 접축원의 방정식을 구하시오.