

# Lógica

---

## Algoritmos y estructuras de datos

Elías Cerdeira



**¡Bienvenidos!**

# Presentación

---

- **Elías Cerdeira (JTP)**
- Matías Gastrón (Ay1)
- Nicolás Sawczuk (Ay2)
- Román Gorojovski (Ay2)
- Joaquín Polonuer (Ay2)
- Gianluca Capelo (Ay2)

¡Encantados!



# Fechas importantes

---

- **Primer parcial:** Viernes 03/05/2024
- **Segundo parcial:** Viernes 28/06/2024
- **Primer recuperatorio:** Miércoles 10/07/2024
- **Segundo recuperatorio:** Viernes 19/07/2024

La materia es **promocionable**



# ¿Qué vamos a ver hoy?

- Repaso de lógica trivaluada
- Relación de fuerza en proposicional
- Cuantificadores
- Relación de fuerza en lógica de primer orden



# ¡A resolver ejercicios!



Dicen que ahora  
se pone  
entretenido...

# Lógica trivaluada

**Ejercicio 6.** Asumiendo que el valor de verdad de  $b$  y  $c$  es *verdadero*, el de  $a$  es *falso* y el de  $x$  e  $y$  es *indefinido*, indicar cuáles de los operadores deben ser operadores “luego” para que la expresión no se indefina nunca:

a)  $(\neg x \vee b)$

b)  $((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$

c)  $\neg(c \vee y)$

d)  $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$

e)  $((c \vee y) \wedge (a \vee b))$

f)  $((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b)$

g)  $(\neg c \wedge \neg y)$

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
F	T	T
T	F	F
F	F	T

# Relación de fuerza en proposicional

---

**Ejercicio 5.** Dadas las proposiciones lógicas  $\alpha$  y  $\beta$ , se dice que  $\alpha$  es más fuerte que  $\beta$  si y sólo si  $\alpha \rightarrow \beta$  es una tautología. En este caso, también decimos que  $\beta$  es más débil que  $\alpha$ . Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

a)  $True, False$

d)  $p, (p \vee q)$

b)  $(p \wedge q), (p \vee q)$

e)  $p, q$

c)  $p, (p \wedge q)$

f)  $p, (p \rightarrow q)$

¿Cuál es la proposición más fuerte y cuál la más débil de las que aparecen en este ejercicio?

# ¿Qué implica la relación de fuerza?

Dadas dos proposiciones A y B, decimos que A es más fuerte que B si:

- $A \rightarrow B$  es tautología
- $B \rightarrow A$  es contradicción o contingencia
  - Esta segunda condición la pongo yo para mostrar la diferencia entre dos casos...

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
F	T	T
T	F	F
F	F	T





# ¿Qué implica la relación de fuerza?

¿Puede ocurrir que dos proposiciones sean igualmente fuertes?

Sí, si ambas implicaciones son tautologías. Eso querría decir que las proposiciones son equivalentes

¿Puede no haber relación de fuerza entre dos proposiciones?

También. Por ejemplo, dos proposiciones con distintas variables

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
F	T	T
T	F	F
F	F	T



# Cuantificadores lógicos

---

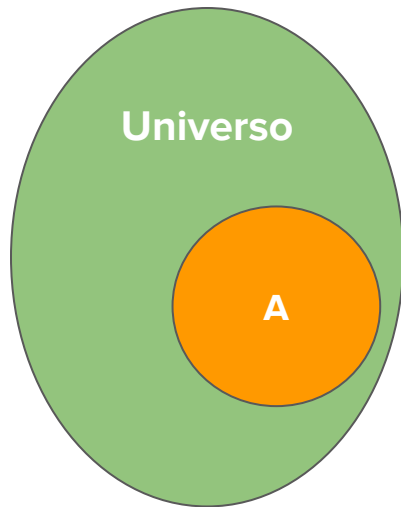
**Ejercicio 8. ★** Determinar, para cada aparición de variables, si dicha aparición se encuentra libre o ligada. En caso de estar ligada, aclarar a qué cuantificador lo está. En los casos en que sea posible, proponer valores para las variables libres de modo tal que las expresiones sean verdaderas.

a)  $(\forall x : \mathbb{Z})(0 \leq x < n \rightarrow x + y = z)$

b)  $(\forall x : \mathbb{Z})((\forall y : \mathbb{Z})((0 \leq x < n \wedge 0 \leq y < m) \rightarrow x + y = z))$

c)  $(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < 10 \rightarrow j < 0)$

d)  $(\forall j : \mathbb{Z})(j \leq 0 \rightarrow P(j)) \wedge P(j)$



# ¿Cómo interpreto los cuantificadores?

---

## EXISTENCIAL



or...



## UNIVERSAL



# Cuantificadores lógicos

---

**Ejercicio 9.** ★ Sea  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z})$  dos predicados cualquiera. Explicar cuál es el error de traducción a fórmulas de los siguientes enunciados. Dar un ejemplo en el cuál sucede el problema y luego corregirlo.

a) “Todos los naturales menores a 10 cumple  $P$ ”

$$(\forall i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \wedge P(i))$$

b) “Algún natural menor a 10 cumple  $P$ ”

$$(\exists i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \rightarrow P(i))$$

c) “Todos los naturales menores a 10 que cumplen  $P$ , cumplen  $Q$ ”:

$$(\forall x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow (P(x) \wedge Q(x)))$$

d) “No hay ningún natural menor a 10 que cumpla  $P$  y  $Q$ ”:

$$\neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge P(x))) \wedge \neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge Q(x)))$$

# Relación de fuerza en LPO

---

**Ejercicio 12.** ★ Sean  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z})$  dos predicados cualesquiera que nunca se indefinen y sean  $a$ ,  $b$  y  $k$  enteros. Decidir en cada caso la relación de fuerza entre las dos fórmulas:

a)  $P(3)$

$$k > 5 \wedge (\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow P(n))$$

b)  $P(3)$

$$k > 5 \wedge (\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < k \wedge P(n))$$

c)  $(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10 \wedge P(n)) \rightarrow Q(n))$

$$(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$$

d)  $(\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < 10 \wedge P(n) \wedge Q(n))$

$$(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$$

e)  $k = 0 \wedge (\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < 10 \wedge P(n) \wedge Q(n))$

$$k = 0 \wedge ((\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow Q(n)))$$

# ¿Qué sigue?

---

- Con la clase de hoy pueden resolver **toda** la guía 1
- La clase que viene vemos **especificación**
- En las siguientes clases vamos a seguir usando cosas de lógica. Recomendamos que se ocupen de lograr entenderlo para no quedar rezagados





**NO SE ATRASEN**



# ¡Terminamos!

---

¡Hagan consultas!

Gracias por  
acompañarnos

