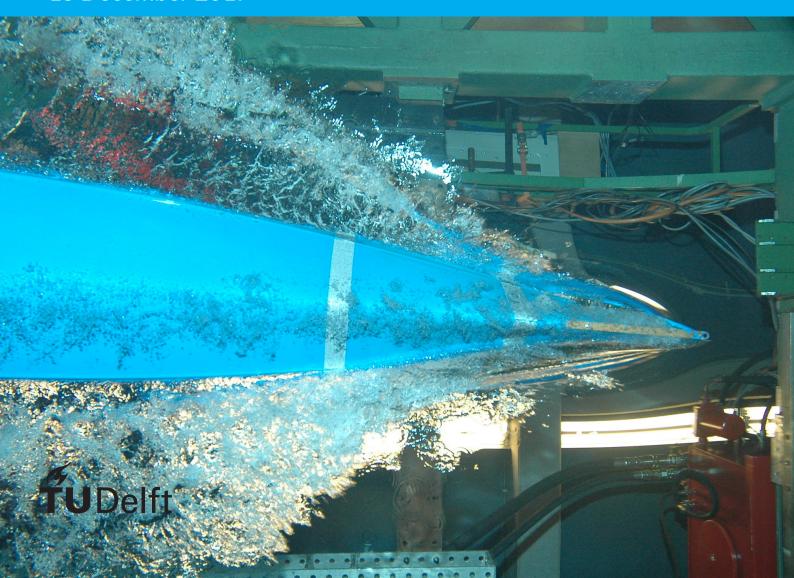
Python Programming

Bart H. M. Gerritsen Giuseppe Radaelli

Oefentoets

15 December 2017



Aanwijzingen voor de Toets

Maak deze oefentoets zelf, thuis, in maximaal twee uur. Breng je programma's mee naar de gezamenlijke bespreking van de Oefentoets (zie Brightspace) en scoor jezelf zoals aangegeven zal worden tijdens de gezamenlijke bespreking. Dan beoordeel je zelf of je de materie voldoende beheerst voor de eigenlijke Toets.

Deze Oefentoets is bedoeld als voorbereiding, is niet verplicht, en heeft verder geen invloed op je cijfer PYTHON Q2.

Bart H. M. Gerritsen Giuseppe Radaelli

Delft, December 2017

Opgave 1 makkelijk, 15 min

Opgave 1: Zoek het beste lager voor je karretje

1.1. Intro

Je hebt voor je karretje een partij van 109 lagers op de kop getikt en wil nu het lager met de laagste rolweerstandscoefficient zien te vinden. Je wilt ook weten wat het verschil is t.o.v. het lager met de hoogste C_r -waarde. Je hebt alle lagers getest en de gegevens opgeslagen in file Bearings.csv. Die lees je in en dan kun je beginnen met de analyse.

Open template-programma Bearings.py en kijk door het programma heen. Begin onderin bij de hoofdfunctie runMainProgram() en bekijk welke hoofdstappen er uitgevoerd worden.

1.2. Wat moet je doen?

Deze Opgave kent twee opdrachten:

OPDRACHT1 De eerste opdracht is om het lager te zoeken waarvoor de C_r -waarde het laagst is, en het lager waarvoor C_r het hoogst is. Druk van deze lagers het Nr af, dat je uit het bestand hebt ingelezen. Druk ook af: het gemiddelde van C_r en het aantal lagers.

OPDRACHT 2 Plot daarna een histogram, met 10 klassen ('bars', 'bins') voor de C_r -waarde. Plot ook de lijnen voor $min(C_r)$ en avg(Cr) in het histogram. Maak hiervoor het programma af door de ?????? te vervangen door de gevraagde gegevens

1.3. Template-programma

Gebruik template-programma Bearings.py voor deze opdracht. Introduceer zelf GEEN NIEUWE VARI-ABELEN. Houd je aan de bestaande namen voor variabelen, functies e.d. Wijzig die niet.

De data in array 'data' in het templateprogramma is als volgt georganiseerd:

		nr		Cr-waarde
0		1		0.00099
1	I	2	1	0.00191
j				
N-1		N	I	0.00328

Opgave 2 gematigd moeilijk, 20 min

Opgave 2: Controleer de oplossing uit de Reader

2.1. Intro

In de reader, Blok 2 is een toepassingsprobleem gegeven, waarin twee lijnen L_1 en L_2 :

$$L_1 \quad 4x + 2y = -2$$

$$L_2 \quad -3x + y = 1$$

elkaar snijden in het punt $Q = -\frac{1}{5}(2,1)$. We gaan in deze Opgave het resultaat van deze berekening controleren door gebruik te maken van de Regel van Cramer.

2.2. Toelichting

We schrijven: AX = b, ofwel:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Je herkent hierin direct **A** en vector **b**. Kolomvector $\mathbf{X} = (x, y)^t$ is de plaatsvector van het snijpunt Q van L_1 en L_2 . We kunnen dit snijpunt uitrekenen, als volgt:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

De laatste vorm is de toepassing van de Regel van Cramer. Je ziet dat we x en y vinden door twee maal een determinant uit te rekenen, en die dan te vermenigvuldigen met $|\mathbf{A}|^{-1}$. Determinant $|\mathbf{A}|$ is helder, maar wat zijn de twee andere determanten precies? Je vindt deze twee determinanten door achtereenvolgens de eerste (boven, x) en de tweede (onder, voor y) kolom vector in \mathbf{A} te vervangen door vector \mathbf{b} , die is gegeven. Van die matrices die je dan krijgt, reken je de determinant uit. In formule:

$$x_i = \frac{det(\mathbf{A}_i)}{det(\mathbf{A})}$$

In deze Regel van Cramer staat x_i dus resp. voor x en voor y, en \mathbf{A}_i voor matrix \mathbf{A} met kolomvector \mathbf{A}^i vervangen door vector $\mathbf{b} = (-2, 1)^t$.

Open template-programma Cramer.py en kijk door het programma heen. Begin onderin bij de hoofdfunctie main() en bekijk welke hoofdstappen er uitgevoerd worden.

2.3. Wat moet je doen?

Deze Opgave kent drie opdrachten:

- **OPDRACHT1** De eerste opdracht is om in het template-programma de functie solve() af te maken, zodat je met de regel van Cramer kunt verifieren dat de oplossing van $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ die we in de Reader hebben gevonden (nl. $X = -\frac{1}{5}[2,1]^t$) correct is.
- **OPDRACHT 2** Bereken jouw vector **B** met **AX** = **B** die je dus met jouw oplossing uit OPDRACHT 1 voor vector **X** vindt. Maak hiervoor het programma af door de ?????? te vervangen door de gevraagde gegevens
- **OPDRACHT 3** Bepaal: $\mathbf{D} = \mathbf{B} \mathbf{b}$ (dus het verschil van jouw \mathbf{B} met \mathbf{b} uit de Reader) en maak onderstaande test in het template-programma compleet om te bepalen of de absolute afwijking van elk van de elementen in vector $\mathbf{D} = \mathbf{B} \mathbf{b}$ kleiner zijn dan de gegeven DELTA. Vul in wat er moet worden afgedrukt voor een correcte melding van de testresultaten.

2.4. Template-programma

Gebruik template-programma Cramer.py voor deze opdracht. Introduceer zelf GEEN NIEUWE VARIABELEN. Houd je aan de bestaande namen voor variabelen, functies e.d. Wijzig die niet.



Opgave 3 gematigd moeilijk, 20 min

Opgave 3: Integreren met de Riemann Sum

3.1. Intro

De Riemann Som is de eenvoudigste vorm om functie numeriek te kunnen integreren. De zogenaamde *midpoint* Riemann Sum is verwant aan de *trapezium regel*, ook een gemakkelijk te begrijpen en te programmeren vorm voor numerieke integratie. We bekijken beiden nader in deze Opgave. Behalve de midpoint (centrale) Riemann som, is er ook de maximum Riemann Max Som en de minimum Riemann Min Som. Er geldt altijd:

 $RSum_{max} \ge RSum_{mid} \ge RSum_{min}$

Open template-programma Riemann.py en kijk door het programma heen. Begin onderin bij de hoofdfunctie main() en bekijk welke hoofdstappen er uitgevoerd worden.

3.2. Wat moet je doen?

Deze Opgave kent vier opdrachten:

- **OPDRACHT1** De eerste opdracht is om in het template-programma de functie mid() af te maken, waarmee de midpoint waarde van F(x) wordt berekend. Deze waarde is het gemiddelde van de ingevoerde waarden Fa en Fb.
- **OPDRACHT 2** Daarna bepaal je de waarde van de numerieke integraal van F(x) met behulp van de trapezium regel, door toepassing van function numpy.trapz(). Maak het template-programma af op dit punt
- **OPDRACHT 3** Druk dan de midpoint Riemann Sum en de Trapizum regel integraal af op een enkele regel, zodat de waarde van beiden kan worden vergeleken (maak het template-programma af)
- OPDRACHT 4 Bepaal het percentuele verschil (als percentage van Riemann Min Som mnRSum), tussen de Riemann Max Som mxRSum en de Riemann Min Som mnRSum, waartussen de midpoint waarde moet liggen (maak het template-programma af)

3.3. Template-programma

Gebruik template-programma Riemann.py voor deze opdracht. Introduceer zelf GEEN NIEUWE VARI-ABELEN. Houd je aan de bestaande namen voor variabelen, functies e.d. Wijzig die niet.

Opgave 4 moeilijk, 25 min

Opgave 4: Signaal analyse

4.1. **Intro**

Een electronicaonderdeel heeft 2 ingangssignalen:

- 1. een sinusvorming ingangssignaal $f(\phi) = sin(\phi)$
- 2. een afgeleide daarvan $g(\phi) = cos(\phi + \omega)$, waarin de faseverdraaing (hoekverdraaing) omega kan worden ingesteld door onszelf

We bestuderen het samengestelde complexe signaal:

$$h(\phi) = g(\phi) + j.f(\phi) = cos(\phi + \omega) + j.sin(\phi)$$

We willen weten bij welke door ons gekozen omega er wel en wanneer er geen hoekverdraaing (faseverdraaing) optreedt in het samengestelde signaal $h(\phi)$. We bestuderen h op het interval: $\phi \in [-\frac{3}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi]$ en bestuderen het effect van $\omega = \frac{k\pi}{2}, \ k = 1, 2, 3$

Open template-programma Signals.py en kijk door het programma heen. Begin onderin bij de hoofdfunctie main() en bekijk welke hoofdstappen er uitgevoerd worden.

4.2. Wat moet je doen?

Deze Opgave kent twee opdrachten:

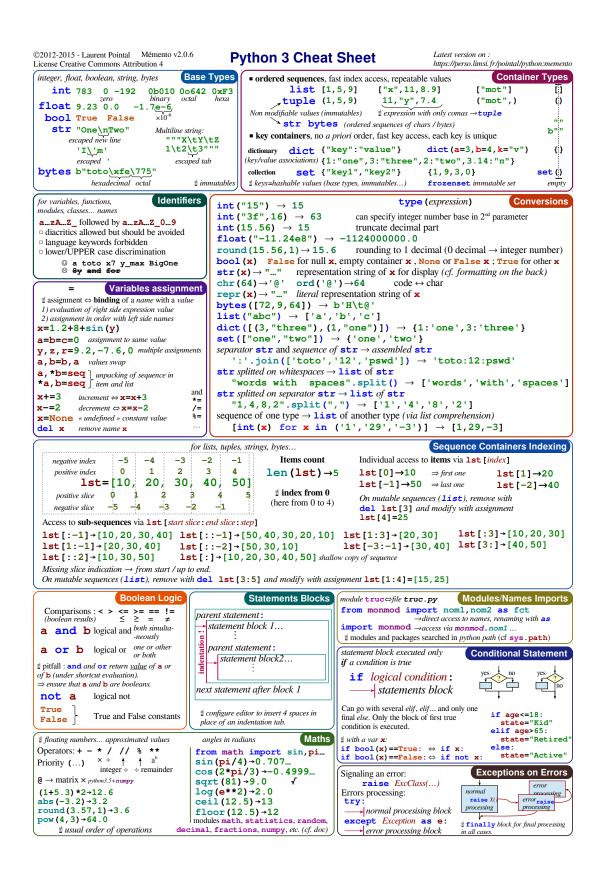
OPDRACHT1 De eerste opdracht is om in het template-programma het complexe signaal $h(\phi)$ in het plot-statement in function plotSignals() te definieren (maak het template-programma af)

OPDRACHT 2 bestudeer het polar diagram en geef aan voor welke waarde(n) van de door ons gekozen omega (zie functie main()), er wel en welke er geen faseverdraaing optreedt. Druk dat uit in waarden van $k\pi/2$. Maak het template-programma af op dit punt en druk deze regel af

4.3. Template-programma

Gebruik template-programma Signals.py voor deze opdracht. Introduceer zelf GEEN NIEUWE VARI-ABELEN. Houd je aan de bestaande namen voor variabelen, functies e.d. Wijzig die niet.

Appendix A



Figuur 1: PYTHON3 cheat sheet ©2012-2015 see header,

source: https://perso.limsi.fr/pointal/_media/python:cours:mementopython3-english.pdf

>>> np.int64
>>> np.float32
>>> np.complex
>>> np.bool
>>> np.object
>>> np.string
>>> np.unicode

Python object type Fixed-length string type Fixed-length unicode type

× ×

a.sort()
c.sort(axis=0)

Sort an array Sort the elements of an array's axis

Signed 64-bit integer types
Standard double-precision floating point
Complex numbers represented by 128 floats
Boolean type storing TRUE and FALSE values

Python For Data Science Cheat Sheet **NumPy Basics**

Learn Python for Data Science Int ctively at www.DataCamp.com

Python. It provides a high-performance multidimensional array The NumPy library is the core library for scientific computing in

object, and tools for working with these arrays. Use the following import convention: NumPy Arra 1 2 3 1D array >>> import numpy as np axis $0 \longrightarrow \frac{1.5}{4}$ axis 1 2D array axis 1 axis 2 3D array NumPy

axis o -

ting Array

>>> np.zeros((3,4)) Initial Placeholders np.ones((2,3,4),dtype=np
d = np.arange(10,25,5) dtype = float) Create an array of zeros Create an array of ones Create an array of evenly

f = np.eye(2) np.random.random((2,2)) np.empty((3,2)) np.linspace(0,2,9) np.full((2,2),7) Create an array of evenly spaced values (number of samples) Create a constant array Create an empty array Create an array with random values Create a 2X2 identity matrix spaced values (step value)

>>> a = np.array([1.2,3]) >>> b = np.array([1.5,2,3), (4,5,6)], dtype = float) >>> c = np.array([(1.5,2,3), (4,5,6)], [(3,2,1), (4,5,6)]],

>>> np.multiply(a,b)
>>> np.exp(b)
>>> np.sqrt(b)

>>> np.divide(a,b)

array([[

4.5, 10.,

18.

Multiplication

array([[0.66666667, [0.25

0.4

0.5

Addition

>>> np.add(b,a)

>>> np.sin(a)
>>> np.cos(b) >>> np.log(a)

Comparison

>>> a < 2 >>> a == b array([[Fal >>> np.array_equal(a, <u>b</u> e], dtype=bool) dtype=bool Array-wise comparison Element-wise comparison Element-wise comparison

>>> h.resize((2,6))
>>> np.append(h,g)
>>> np.insert(a, 1,

5

>>> np.delete(a,[1])

Combining Arrays

Aggregate Functions

>>> b.cumsum(axis=1)
>>> a.mean() >>> b.median() >>> b.max(axis=0) >>> a.min() a.corrcoef()
np.std(b) Array-wise sum Array-wise minimum value Maximum value of an array row Cumulative sum of the elements Standard deviation Correlation coefficient

>>> np.r_[e,f]
>>> np.hstack(e,f))
array([7, 7, 1, 0.],
[7, 7, 0., 1.]])
>>> np.column_stack((a,d))

array([1, 2, 3, 10, 15, 20] >>> np.vstack((a,b)) array([[1., 2., 3.], >>> np.concatenate((a,d),axis=0

Stack arrays vertically (row-wise)

Concatenate arrays Delete items from an array Insert items in an array

521 σ.ω.ω

array([[1, 10], [2, 15], [3, 20]]) >>> np.c_[a,d]

>>> np.savez('array.npz', a, b)
>>> np.load('my_array.npy')

>>> np.save('my_array', a)

Saving & Loading On Dist

>>> np.genfromtxt("my_file.csv", delimiter=',')
>>> np.savetxt("myarray.txt", a, delimiter=" ")

>>> np.loadtxt("myfile.txt")

ing Array

>>> h = a.view()
>>> np.copy(a)
>>> h = a.copy() Sorting Arrays Create a view of the array with the same data Create a copy of the array Create a deep copy of the array

)]]]))

Split the array vertically at the 2nd index

Split the array horizontally at the 3rd Create stacked column-wise arrays

index

>>> np.hsplit(a,3)
[array([1]),array([2]),array([3])]

Splitting Arrays

Inspecting Your Array

Subsetting, Slicing, Indexing

>>> a[2]

1 2 3

Select the element at row o column 2 Select the element at the 2nd index

(equivalent to b[1] [2])

b[1,2]

Subsetting

>>> e.size
>>> b.dtype
>>> b.dtype.name
>>> b.astype(int) >>> a.shape >>> len(a) >>> b.ndim Array dimensions Length of array Number of array dimensions Number of array elements Convert an array to a different type Name of data type Data type of array elements

Asking For Help

Slicing >>> a[0:2] array([1, 2])

1 2 3

Select items at rows o and 1 in column 1 Select items at index o and :

>>> b[0:2,1]

array([2.,

>>> b[:1]

array([[1.5, 2.,

np.info(np.ndarray.dtype)

>>> g = a - b array([[-0.5, >> b + a array([[2.5, 4., 6.], [5., 7., 9.]]) >>> np.subtract(a,b) Arithmetic Operations [[-0.5, 0., 0.], -3.]]) Subtraction

>>> c[1,...]
array([[[3., 2., 1.],
[4., 5., 6.]]])

>>> a[: :-1] array([3, 2,

Reversed array Same as [1,:,:] Select all items at row o (equivalent to b[0:1, :

>>> a[a<2]

array([1]

Fancy Indexing

>>> g.reshape(3,-2) >>> i.T >>> b.ravel() Array Manipulation Adding/Removing Elements Changing Array Shape Transposing Array i = np.transpose(b) Reshape, but don't change data Permute array dimensions Permute array dimensions Flatten the array

Print sines of an array Element-wise cosine Element-wise natural logarithm

Square root Multiplication

Dot product

>>> b[[1, 0, 1, 0], [0, 1, 2, array([4., 2., 6., 1.5]) **Boolean Indexing** 1 2 3 0]] Select elements from a less than 2 Select a subset of the matrix's rows and columns Select elements (1,0), (0,1), (1,2) and

>>> b[[1, 0, 1, 0]][:,[0,1,2,0]] array([[4, 5.,6.,4.], [1.5, 2.,3.,1.5], [1.5, 2.,3.,1.5]])



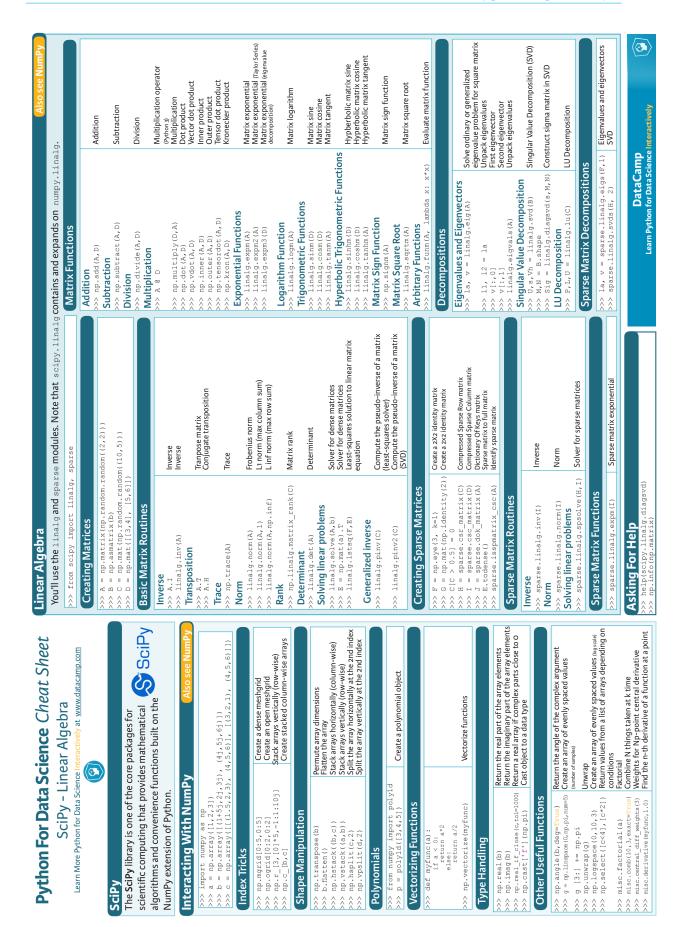
DataCampLearn Python for Data Science

Create stacked column-wise arrays

Stack arrays vertically (row-wise)
Stack arrays horizontally (column-wise)

Return a new array with shape (2,6)

\ppend items to an array



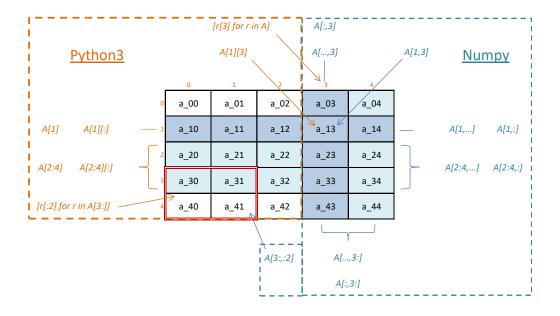
 $\label{linear_section} Figuur \ 3: \ PYTHON3 \ cheat \ sheet \\ @2012-2015 \ see \ header, \\ source: \ https://s3.amazonaws.com/assets.datacamp.com/blog_assets/Python_SciPy_Cheat_Sheet_Linear_Algebra.$

Appendix D

SPYDER³ en NUMPY matrix en vector indexing

Maak onderscheid tussen matrix en vector indexering in de standaard PYTHON code en in een NUMPY omgeving. Daarbij geldt:

- 1. PYTHON en NUMPY hebben niet dezelfde manier van indexeren helaas. Je kunt zeggen:
 - (a) alles wat in PYTHON werkt, werkt over het algemeen ook in NUMPY-context
 - (b) NUMPY indexering vormt dus een superset van de standaard indexerings
 - (c) NUMPY is vooral handiger bij de addressering van kolommen
 - (d) NUMPY is vooral handiger bij de addressering van multi-dimensionale arrays
- 2. beide vormen van indexering kunnen worden gemixed in NUMPY maar niet andersom
- 3. beide vormen van indexering worden ook ondersteund met slice objecten, zeg maar ranges van indexen; zie onder
- 4. PYTHON en NUMPY kennen twee-richtingen indexing: positieve indexen voor oplopende indexeringen en negatieve indexering voor aflopende indexen



Figuur 4: matrix indexering en slicing: indexering is het door middel van een index verwijzen naar een element of een groep van elementen in een data structuur zoals een matrix, een vector, een tuple of een list. Een slice is een deel uit zo'n samengestelde data structuur, langs een van de *assen* darvan. Links (oranje) is de standaard PYTHON manier om te indexeeren, rechts: de door NUMPY daaraan toegevoegde indexing en slicing. Wat in standaard PYTHON werkt, werkt ook in NUMPY. Met name de aanduiding van kolommen zijn wat makkelijker in NUMPY in vergelijking met PYTHON

indexeren met een slice

Indexing met behulp van een slice object:

Index en het corresponderende slice-object gebruiken dezelfde start, stop, step sequence, de een gebruikt een ':' separator, de ander een comma. Een paar voorbeelden:

- format slice(start, stop, step), met start included, stop excluded (!), step een positieven of negatieve integer
- A[slice(start,end)] is equivalent aan A[start:end] geeft: alle items start..end-1 (de default step is gelijk aan 1)

slice	geeft	deze slice
slice(0)		geen enkel item: voorbeeld matrix A:
		[] (empty matrix)
slice(1)		het eerste item: voorbeeld matrix A:
		[['a00', 'a01', 'a02', 'a03', 'a04']]
slice(2)		de eerste 2 items: voorbeeld matrix A:
		[['a00', 'a01', 'a02', 'a03', 'a04'], ['a10', 'a11', 'a12', 'a13', 'a14']]
slice(k)		de eerste k items: voorbeeld matrix A:
		[[rij 0], [rij 1], , [rij k-1]]
slice(-1)		alle items behalve laatste: voorbeeld matrix A:
		[['a00', 'a01', 'a02', 'a03', 'a04'], ['a10', 'a11', 'a12', 'a13', 'a14'], ['a20', 'a21', 'a22', 'a23', 'a24'], ['a30', 'a31', 'a32', 'a33', 'a34']]
slice(-2)		alle items behalve de laatste 2: voorbeeld matrix A:
		[['a00', 'a01', 'a02', 'a03', 'a04'], ['a10', 'a11', 'a12', 'a13', 'a14'], ['a20', 'a21', 'a22', 'a23', 'a24']]
slice(-k)		alle items behalve de laatste k: voorbeeld matrix A:
		[[rij len(A)-(k+1)], [rij len(A)-(k+1)+1],, [rij len(A)-1]]
<pre>slice(-len(A))</pre>		c3

Tabel 1: slicing objects reminders

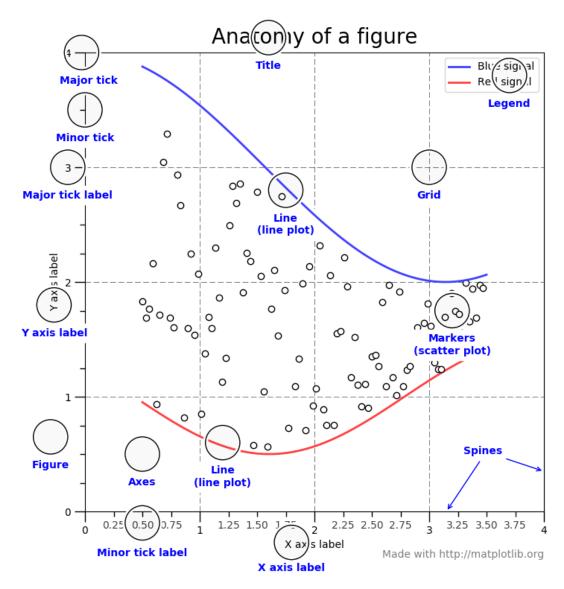
• alles wat je kunt indexeren kan ook worden geindexeerd met een slice, dus ook bijvoorbeeld een tuple of een string

Meer details: zie http://www.pythoncentral.io/how-to-slice-listsarrays-and-tuples-in-python/

MATPLOTLIB **terminology**

In onderstaande figuur¹ toont de begrippen die je bij het maken van plots met behulp van MATPLOTLIB moet weten.

¹bron: https://matplotlib.org/examples/showcase/anatomy.html



Figuur 5: Terminologie van een MATPLOTLIB plot