Métodos de Simulación Física: Primer Parcial

Nombre____ Cédula _______________________

Instrucciones generales

El parcial está diseñado para desarrollarse en 3 horas. Pasado ese tiempo, debe hacerse un primer envío al correo jdmunozcsimulacion@gmail.com colocando el subject "Primer Parcial Simulación: [NOMBRE], [CÉDULA]", reemplazando los espacios de [NOMBRE] y [CÉDULA] con su nombre y su cédula, respectivamente. El envío debe contener todos los códigos .cpp, las gráficas en .jpg como attachments, y los datos que se le pidan como parte del texto. Luego, pueden hacer un segundo envío antes del mediodía del día sábado 17 de octubre de 2020. El primer envío tiene en la nota un peso del 80%, y el segundo, del 20%.

Buena suerte y buen pulso!!

Problema a desarrollar

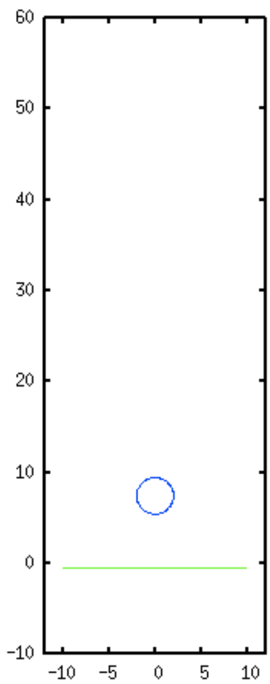
Considere una bola de ping-pong que rebota sobre una raqueta que vibra en verticalmente, como muestra la figura. La bola, de masa $m = 1$ y radio $R = 2$, cae siempre desde el reposo ($V_y(0) = 0$) y una altura inicial $y(0) = 30$. La raqueta oscila sinusoidalmente alrededor de $y = 0$ como

$$y_{\text{raqueta}} = A \sin \omega t \quad ,$$

con $\omega = 2\pi/T$ y T el periodo de oscilación. Sobre la bola actúan dos fuerzas: la fuerza de gravedad $F_g = -mg$, con $g = 9.8$, y la fuerza de la colisión, dada por

$$F_{\text{colision}} = Ks^{1.5} - \gamma m V_y \sqrt{s} \quad ,$$

con $K = 1.0e4$, $\gamma = 10$, V_y, la componente de la velocidad hacia arriba y s, la interpenetración aparente entre la bola y la raqueta. Sin embargo, si la fuerza de colisión calculada con esta expresión resulta negativa, se toma como cero.



1. Rebote simple.

a) (20pts) Construya un modelo en computador que simule por elementos discretos el movimiento del sistema cuando la superficie horizontal (la raqueta) permanece quieta. Grafique la altura y en función del tiempo. Ajuste el paso de tiempo Δt de tal manera que, en ausencia de disipación ($\gamma = 0$) la bola se mantiene rebotando siempre a la misma altura (sin necesidad de encontrar un valor óptimo) y estime a ojo (mirando los datos) el tiempo T_{rebote} entre rebote y rebote. Luego, haga $\gamma = 10$ y observe cómo las oscilaciones se extinguen luego de cierto tiempo.

De este primer punto, envíe:

- *(15pts) El programa .cpp que hace la simulación (ojalá con animación)*
- *(3pts) El .gif de la animación a lo largo de tres rebotes, aproximadamente.*
- *(3pts) El reporte del valor de* Δt *que encuentra como adecuado.*
- *(3pts) La gráfica .jpg de* $y(t)$ *y el reporte del tiempo* T_{rebote} *estimado.*

2. Rebote impulsado por la raqueta

b) (20pts) Modifique el programa anterior para hacer que la raqueta vibre con amplitud $A = 1.0$ y periodo $T = 5$. Grafique $y(t)$ hasta $t = 200$ y observe cómo la bola deja de rebotar hasta quedar pegada a la raqueta, moviéndose sinusoidalmente con ella.

De este segundo punto, envíe:

- *(10pts) El programa .cpp que hace la simulación (con animación)*
- *(3pts) El .gif de la animación a lo largo de tres rebotes, aproximadamente.*
- *(3pts) La gráfica .jpg de* $y(t)$ *hasta t=200.*

3. Límite del caos

c) (10pts) Si el periodo de vibración es muy grande, la bola deja de rebotar y finalmente reposa sobre la raqueta, oscilando con ella. Pero si el periodo de oscilación es muy pequeño, la raqueta impulsa a la bola a moverse de forma caótica. El periodo crítico al que sucede esto depende de la amplitud de oscilación. Con amplitud $A = 1.0$, grafique $y(t)$ hasta $t = 1000$ y estime aproximadamente en qué valor crítico T_C del periodo de oscilación ocurre la transición. Repita el proceso para amplitudes $A = 2.0, 5.0, 10.0, 20.0$ y 50.0. Grafique T_C en función de A en ejes log-log y vea si se cumple una ley de potencias $T_C = C\, A^n$ entre ellas. Estime el valor del exponente n.

De este tercer punto, envíe:

- *(2pts) La gráfica .jpg de* $y(t)$ *hasta t=1000 con* $A = 1.0$ *para un valor de* T *con el que la oscilación sea caótica.*
- *(6pts) La gráfica .jpg de* $\log[T_C]$ *vs.* $\log[A]$.
- *(2pts) el valor estimado de n.*