Mastère Professionnel : Business Intelligence

### Apprentissage automatique



### Arbres de décision

Apprentissage supervisé



**Hind Elouedi** 





- Définir les concepts de base relatifs aux arbres de décision.
- Comprendre l'algorithme de construction d'un arbre de décision.
- Utiliser les arbres de décision dans la classification.
- Comprendre la notion d'élagage.
- Définir les notions de Bagging et Boosting.

### Points abordés



- Introduction
- Composants
- Construction d'un arbre
- Classification
- Elagage
- Attributs à valeurs continues
- Bagging et boosting
- Conclusion

### Introduction



#### Un peu d'histoire...

#### Statistiques:

- Morgan et Sonquist (1963): Arbres de régression dans un processus de prédiction et d'explication (AID – Automatic Interaction Detection).
- Morgan et Messenger (1973): THAID (Theta AID), utilisation des arbres pour les classements et les discriminations.
- Kass (1980): CHAID (CHi-squared Automatic Interaction Detector), prédiction ou détection d'interactions entre variables.
- Breiman et al. (1984): CART (Classification And Regression Tree).

4

# Introduction (2)



#### Un peu d'histoire...

- Apprentissage automatique:
  - Quinlan (1979): ID3 (Induction of Decision Tree), les travaux de Quinlan sont rattachés à ceux de Hunt (1962).
  - Quinlan (1993): Ensemble de travaux couronnés par beaucoup d'articles et la mise en place de la méthode C4.5, la référence incontournable sur les arbres de décision.

### Introduction (3)



#### • Arbre de décision:

- Technique de classification en apprentissage supervisé.
- Technique utilisée en intelligence artificielle.

#### Avantages:

- Traitement des problèmes complexes.
- Expression simple de la connaissance.
- Facilité dans la compréhension et l'interprétation des résultats.
- Participation des experts dans l'élaboration des règles.

### Introduction (4)



- Domaines d'application:
  - Gestion de crédits.
  - Diagnostic médical.
  - Analyse du marché.
  - Détection d'intrusion.
  - Contrôle de production.

### Composants

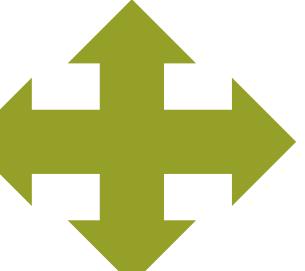
Représente tout l'ensemble d'apprentissage Racine

Représente des sous-ensembles d'apprentissage

#### Nœuds de décision

• Tests sur les attributs

• Test sur les attributs



Nœuds feuilles

Classes

#### **Branches**

Valeurs de l'attribut

# Composants (2)



#### Ensemble d'apprentissage

**Attributs** 

Its	
<u>ib</u>	
ıtt	
S	
des	
IS	
<u>e</u> n	
Sa Sa	

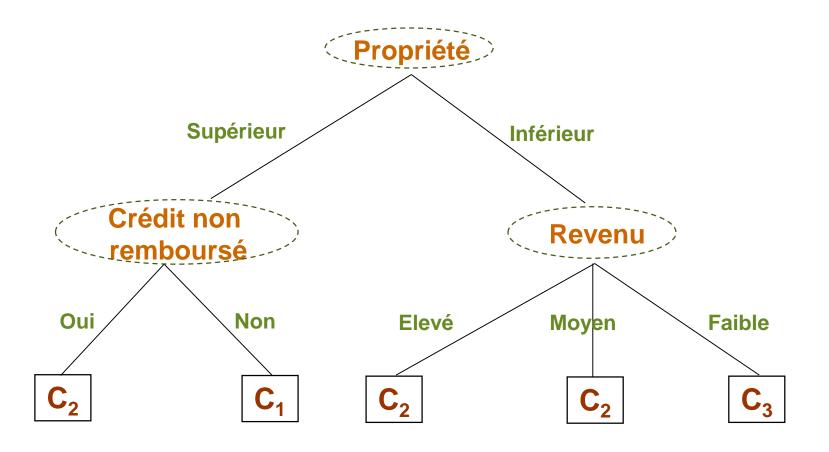
Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

C<sub>1</sub>: Attribuer tout le crédit - C<sub>2</sub>: Attribuer une partie crédit - C<sub>3</sub>: Ne pas attribuer le crédit.

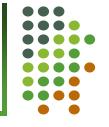
### Composants (3)



#### Arbre de décision



# Construction



- Problématique
- Procédure de construction

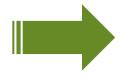
Paramètres

Application

### Construction (2)



- Problématique
  - Construire un arbre de décision à partir d'un ensemble d'apprentissage.



Généralisation: Être capable de classer correctement un nouvel objet.

Algorithme complexe et horrible !!!

Générer tous les arbres de décision possibles

Tester la justesse de chaque arbre généré Choisir le meilleur arbre de décision

### Construction (3)

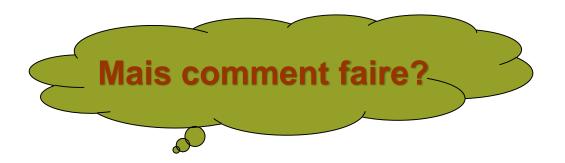




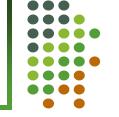
#### Processus très coûteux



- Choisir le meilleur attribut.
- Partitionner l'ensemble d'apprentissage.
- Répéter jusqu'à ce que chaque élément de l'ensemble d'apprentissage soit correctement classé.



### Construction (4)



- Algorithmes: Top Down Induction of Decision Trees (TDIDT)
  - Diviser pour régner (Induction descendante)
  - ID3 (Quinlan, 1979)
  - CART (Breiman et al., 1984)
  - ASSISTANT (Bratko, 1984)
  - C4.5 (Quinlan, 1993)

### Construction (5)



#### Procédure de construction

- Processus récursif:
  - L'arbre commence à un nœud qu'on appelle racine et qui représente toutes les données.
    - Si les objets sont de la même classe, alors le nœud devient une feuille libellée par le nom de la classe.
    - Sinon, sélectionner les nœuds qui séparent le mieux les objets en classes homogènes.
    - Le traitement récursif s'arrête quand au moins l'un des critères d'arrêt est vérifié.

### Construction (6)



#### Procédure de construction (2)

- Recherche à chaque niveau de l'attribut le plus discriminant.
- Partition des données (T):
  - Si tous les éléments de T sont dans la même classe alors retour;
  - Pour chaque attribut A, évaluer la qualité du partitionnement sur A;
  - Utiliser le meilleur partitionnement pour diviser T en T1, T2, ...Tk;
  - Pour i = 1 à k faire Partition(T<sub>i</sub>);

# Construction (7)



#### **Paramètres**

Mesure de sélection des attributs.

Stratégie de partitionnement.

Critères d'arrêt.

### Paramètres (2)

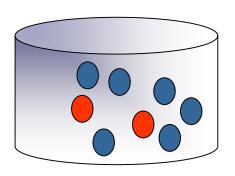


- Choix de l'attribut: Plusieurs mesures:
  - Gain d'information.
  - Indice de Gini.
  - Ratio de gain.
- Mesure de l'information:
  - L'entropie de Shannon exprime la quantité d'information: Le nombre de bits nécessaires pour coder l'information.

### Paramètres (3)



#### Exemple



La probabilité de tirer une boule bleue est:

$$\frac{6}{6+2} = \frac{3}{4}$$

La probabilité de tirer une boule rouge est:

$$\frac{2}{6+2} = \frac{1}{4}$$

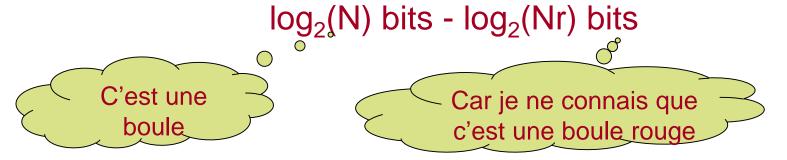
#### Apport d'information

- Nombre de bits nécessaires pour distinguer chaque boule parmi N:
  - P bits permettent de coder 2<sup>P</sup> informations.
  - log<sub>2</sub>(N) bits permettent de coder N informations.

### Paramètres (4)



 Si je tire une boule (parmi N boules) et que je ne connais que sa couleur (par exemple elle est rouge), l'information acquise sera:



 Si je tire une boule au hasard et qu'on me donne sa couleur, l'information acquise sera:

Prob(Bleue) 
$$(\log_2(N) - \log_2(Nb)) + \text{Prob}(\text{Rouge})(\log_2(N) - \log_2(Nr))$$
  
 $\frac{3}{4}(\log_2 8 - \log_2 6) + \frac{1}{4}(\log_2 8 - \log_2 2)$ 

# Paramètres (5)



Prob(Bleue)  $(\log_2(N) - \log_2(Nb)) + \text{Prob}(\text{Rouge})(\log_2(N) - \log_2(Nr))$ 



$$\frac{Nb}{N} (\log_2 \frac{N}{Nb}) + \frac{Nr}{N} (\log_2 \frac{N}{Nr}) \iff -\frac{Nb}{N} (\log_2 \frac{Nb}{N}) - \frac{Nr}{N} (\log_2 \frac{Nr}{N})$$



- Prob(Bleue) log<sub>2</sub>(Prob(Bleue)) - Prob(Rouge)log<sub>2</sub>(Prob(Rouge))

$$-\frac{3}{4}(\log_2\frac{3}{4})-\frac{1}{4}(\log_2\frac{1}{4})$$

C'est la quantité d'information apportée par la couleur.

### Paramètres (6)



#### Mesure de l'information

Si on a n classes (C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>,..., C<sub>n</sub>) de probabilités respectives p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>,..., p<sub>n</sub>, la quantité d'information relative à la connaissance de la classe est définie par <u>l'entropie d'information</u>:

$$I = \sum_{i=1,n} -p_i \log_2 p_i$$

- I = 0 quand  $\exists i/p_i = 1$  (une seule classe).
- I est maximale quand ∀ i/ p<sub>i</sub> = 1/n (classes équiprobables).

### Paramètres (7)



- Gain d'information (ID3)
  - freq(T, C<sub>j</sub>): Nombre d'objets de T appartenant à la classe C<sub>j</sub>.
  - L'information relative à T est définie:

Quantité moyenne d'information nécessaire pour identifier la classe d'un objet de T

Info(T) = 
$$-\sum_{j=1}^{n} \frac{\text{freq}(T, C_j)}{|T|} \log_2 \frac{\text{freq}(T, C_j)}{|T|}$$

 Une mesure similaire de T après partition selon l'attribut A (contenant n valeurs) est:

$$Info_{A}(T) = \sum_{i \in D_{A}} \frac{|T_{i}|}{|T|} Info(T_{i})$$

D<sub>A</sub> =Domaine de valeurs de l'attribut A.

 Le gain d'information mesure le gain obtenu suite au partitionnement selon l'attribut A: Gain(T, A) = Info(T) – Info<sub>A</sub>(T)



On sélectionne l'attribut offrant le plus de gain.

### Paramètres (8)



#### Attributs multivalués

- Le Critère de gain d'information présente une limite: il favorise les attributs ayant plusieurs valeurs.
- Lorsqu'un attribut a plusieurs valeurs possibles, son gain peut être très élevé, car il classifie parfaitement les objets.
- Par contre, cela peut générer un arbre de décision d'une profondeur de 1 (ou faible) qui ne sera pas très bon pour les instances futures.

# Paramètres (9)



- Ratio de gain (C4.5)
  - Une mesure de l'information contenue dans l'attribut A (mesure de dispersion) est définie:

Split Info(T, A) = 
$$-\sum_{i \in D_A} \frac{|T_i|}{|T|} \log_2 \frac{|T_i|}{|T|}$$

Le ratio de gain mesure le gain calibré par Split Info.

Gain Ratio(T, A) = 
$$\frac{Gain(T, A)}{Split Info(T, A)}$$

Quantité d'information générée par T et utile pour la classification



On sélectionne l'attribut offrant le ratio de gain le plus élevé.

### Paramètres (10)



#### Stratégie de partitionnement

- Pour chaque valeur de l'attribut, on va associer une branche dans l'arbre.
- Problème avec les attributs continus.



Découper en sous-ensembles ordonnés

### Paramètres (11)



#### Critères d'arrêt

- Si tous les objets appartiennent à la même classe.
- S'il n'y a plus d'attributs à tester.
- S'il n'y a pas d'objets avec la valeur d'attribut.
- Absence d'apport informationnel des attributs.
   (tous les ratios de gain ≤ 0)

# Construction (8): Application



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Non	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Faible	Inférieur	Non	C <sub>3</sub>
Faible	Inférieur	Oui	C <sub>3</sub>

 $Info(T) = -3/10 log_2 3/10 - 5/10 log_2 5/10 - 2/10 log_2 2/10 = 1.485$ 

# Application (2): Info<sub>Revenu</sub>(T)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2^-$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

$$Info_{Revenu}(T) = \sum_{i \in D_{Revenu}} \frac{|T_i|}{|T|} Info(T_i)$$

$$D_{Revenu} = \{Elevé, Moyen, Faible\}$$

$$Revenu$$

$$Elevé \qquad Moyen \qquad Faible$$

$$Info(T_{Elevé}) \qquad Info(T_{Moyen}) \qquad Info(T_{Faible})$$

$$\begin{split} & \text{Info}(\mathsf{T}_{\mathsf{Elev\acute{e}}}) = \text{- 2/4 log}_2 \ 2/4 \ \text{- 2/4 log}_2 \ 2/4 = 1 \\ & \text{Info}(\mathsf{T}_{\mathsf{Moyen}}) = \text{- 1/4 log}_2 \ 1/4 \ \text{- 3/4 log}_2 \ 3/4 = 0.812 \\ & \text{Info}(\mathsf{T}_{\mathsf{Faible}}) = \text{- 2/2 log}_2 \ 2/2 = 0 \end{split}$$

 $Info_{Revenu}(T) = 4/10 Info (T_{Elev\'e}) + 4/10 Info (T_{Moven}) + 2/10 Info (T_{Faible}) = 0.725$ 

#### Application (3): Gain ration (T, Revenu)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	$C_1$
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	C <sub>3</sub>
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

 $Gain(T, Revenu) = Info(T) - Info_{Revenu}(T) = 0.761$ 

Split Info(T, Revenu) = 
$$-\sum_{i \in D_{Revenu}} \frac{|T_i|}{|T|} \log_2 \frac{|T_i|}{|T|}$$

Split Info(T, Revenu) =  $-4/10 \log_2 4/10 - 4/10 \log_2 4/10 - 2/10 \log_2 2/10 = 1.522$ 

Gain Ratio(T, Revenu) = 
$$\frac{0.761}{1.522}$$
 = 0.5

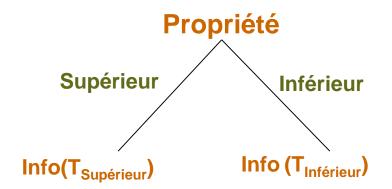
### Application (4): Info<sub>Propriété</sub>(T)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

$$Info_{Propriété}(T) = \sum_{i \in D_{Propriété}} \frac{|T_i|}{|T|} Info(T_i)$$

D<sub>Propriété</sub> ={Supérieur, Inférieur}



Info(
$$T_{Supérieur}$$
) = - 3/5  $log_2$  3/5 - 2/5  $log_2$  2/5 = 0.971  
Info( $T_{Inférieur}$ ) = - 3/5  $log_2$  3/5 - 2/5  $log_2$  2/5 = 0.971

$$Info_{Prorpiété}(T) = 5/10 Info(T_{Supérieur}) + 5/10 Info(T_{Inférieur}) = 0.971$$

#### **Application (5): Gain ration (T, Propriété)**



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	$C_1$
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

Gain(T, Propriété) =  $Info(T) - Info_{Propriété}(T) = 0.514$ 

Split Info(T, Propriété) = 
$$-\sum_{i \in D_{Propriété}} \frac{|T_i|}{|T|} \log_2 \frac{|T_i|}{|T|}$$

Split Info(T, Propriété) =  $-5/10 \log_2 5/10 - 5/10 \log_2 5/10 = 1$ 

Gain Ratio(T, Propriété) = 
$$\frac{0.514}{1}$$
 = 0.514

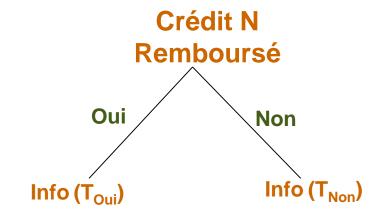
### Application (6): Info<sub>Crédit N remboursé</sub>(T)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	$C_1^{T}$
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Faible	Inférieur	Non	C <sub>3</sub>
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

$$Info_{Cr\acute{e}dit\ N\ rembours\acute{e}}(T) = \sum_{\substack{i \in D_{Cr\acute{e}dit\ N} \\ rembours\acute{e}}} \frac{|T_i|}{|T|} Info(T_i)$$

D<sub>Crédit non remboursté</sub> ={Oui, Non}



$$Info(T_{Oui}) = -4/5 \log_2 4/5 - 1/5 \log_2 1/5 = 0.722$$

$$Info(T_{Non}) = -3/5 \log_2 3/5 - 1/5 \log_2 1/5 - 1/5 \log_2 1/5 = 1.371$$

$$Info_{Crédit\ N\ remboursé}(T) = 5/10\ Info(T_{Oui}) + 5/10\ Info(T_{Non}) = 1.046$$

#### Application (6): Gain ration (T, Crédit N remboursé)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	$C_1^{T}$
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

Gain(T, Crédit N remboursé) = Info(T) - Info<sub>Crédit non remboursé</sub>(T) = 0.439

Split Info(T, Crédit non remboursé) = 
$$-\sum_{i \in D_{Crédit N} \atop \text{remboursé}} \frac{|T_i|}{|T|} \log_2 \frac{|T_i|}{|T|}$$

Split Info(T, Crédit non remboursé) =  $-5/10 \log_2 5/10 - 5/10 \log_2 5/10 = 1$ 

Gain Ratio(T, Crédit non remboursé) = 
$$\frac{0.439}{1}$$
 = 0.439

#### Application (7): Arbre de décision (Niveau 1)

Gain Ratio(T, Revenu) = 0.5

Gain Ratio(T, Propriété) = 0.514

Gain Ratio(T, Crédit non remboursé) = 0.439

Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	$\mathbf{C}_{1}$
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Supérieur	Non	$\mathbf{C}_1$
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

Racine



( Propriété )

Supérieur

		Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	$C_1$
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$

#### Inférieur

Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

### Application (8): Propriété = Supérieur (1)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>

 $Info(T_{Supérieur}) = Info(S) = -3/5 log_2 3/5 - 2/5 log_2 2/5 = 0.971$ 





Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$

$$Info_{Revenu}(S_{Elev\acute{e}}) = -2/3 log_2 2/3 - 1/3 log_2 1/3 = 0.918$$

$$Info_{Revenu}(S_{Moyen}) = -1/2 log_2 1/2 - 1/2 log_2 1/2 = 1$$

$$Info_{Revenu}(S_{Faible}) = 0$$

$$Info_{Rvenu}(S) = ((3/5) * 0.918) + ((2/5) * 1) + (0*0) = 0.951$$

Gain(S, Revenu) = 0.02

Split Info(S, Revenu) = 
$$-3/5 \log_2 3/5 - 2/5 \log_2 2/5 - 0 = 0.971$$

#### Application (10): Propriété = Supérieur (3)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	C <sub>2</sub>
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$

$$Info_{Crédit non remboursé}(S_{Oui}) = -2/2 log_2 2/2 = 0$$

$$Info_{Crédit \, non \, remboursé}(S_{Non}) = -3/3 \, log_2 \, 3/3 = 0$$

$$Info_{Crédit \, non \, remboursé}(S) = ((3/5) * 0) + ((2/5) * 0) = 0$$

Gain(S, Crédit non remboursé) = 0.971

Split Info(S, Crédit non remboursé) =  $-2/5 \log_2 2/5 - 3/5 \log_2 3/5 = 0.971$ 

Gain Ratio(S, Crédit non remboursé) = 1

#### Application (11): Arbre de décision (Niveau 2)

Gain Ratio(S, Revenu) = 0.02 Gain Ratio(S, Crédit non remboursé) = 1

Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Elevé	Supérieur	Oui	$C_2$
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Oui	$C_2$

Propriété

Supérieur

Inférieur

Crédit non remboursé

Oui /

Non

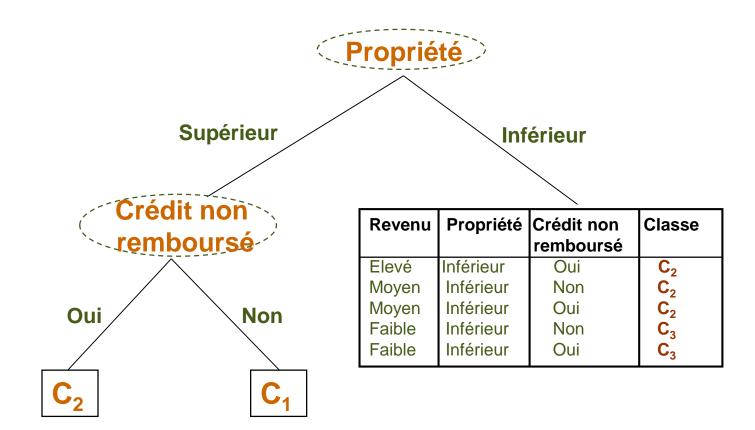
Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	$C_2$
Faible	Inférieur	Non	$C_2$ $C_3$
Faible	Inférieur	Oui	$C_3$

Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur		C <sub>2</sub>
Moyen	Supérieur		C <sub>2</sub>

Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Supérieur	Non	$C_1$
Elevé	Supérieur	Non	C <sub>1</sub>
Moyen	Supérieur	Non	<b>C</b> <sub>1</sub>

#### Application (12): Arbre de décision (Niveau 2)





### Application (13): Propriété = Inférieur (1)



Revenu	Propriété	Crédit non remboursé	Classe
Elevé	Inférieur	Oui	$C_2$
Moyen	Inférieur	Non	$C_2$
Moyen	Inférieur	Oui	C <sub>2</sub>
Faible	Inférieur	Non	C <sub>3</sub>
Faible	Inférieur	Oui	<b>C</b> <sub>3</sub>

 $Info(T_{Inférieur}) = Info(I) = -3/5 log_2 3/5 - 2/5 log_2 2/5 = 0.971$ 

### Application...



# Continuez les calculs pour l'application...

# Exposés - Élagage



- Méthodes d'élagage
  - MCCP: Minimal Cost Complexity Pruning (Breiman, 1984).
  - MEP: Minimum Error Pruning (Niblett et Bratko, 1986).
  - CVP: Critical Value Pruning (Mingers, 1987).
  - PEP: Pessimistic Error Pruning (Quinlan, 1987).
  - REP: Reduced Error Pruning (Quinlan, 1987, 1993).
  - EBP: Error Based Pruning (Quinlan, 1993).
- Date d'exposé : Pour le 9 mars 2021