UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE INFORMÁTICA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E   
ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

FELIPE ZORZO PEREIRA E JOÃO VITOR DE CAMARGO

**LISTA UM DE PLANEJAMENTO EM INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL**

Porto Alegre

2019

**1. IMPLEMENTAÇÃO**

Tentou-se realizar a implementação de forma mais modular possível. Portanto, cada um dos cinco algoritmos possui sua própria classe. Além disso, também existem classes para calcular a Distância de Manhattan, para realizar o *parsing* da entrada, para armazenar e tratar a resposta dada por um algoritmo e, por fim, uma classe para tratar os estados do problema.

A implementação foi bem direta: os algoritmos foram implementados de acordo com os pseudocódigos apresentados até agora na disciplina. Ressalta-se que, como a heurística utilizada (distância de Manhattan) é admissível e consistente, não foi necessário utilizar reabertura no A\*. Ademais, tanto IDA\* quanto Iterative Deepening se diferenciam um pouco dos pseudocódigos apresentados, já que, em nossa implementação desses algoritmos, não geramos o estado-pai ao gerar os sucessores de um estado.

A distância de Manhattan, por sua vez, foi calculada por meio da soma das distâncias dos tiles de um estado até sua célula objetivo. A distância de um tile até sua célula objetivo, por sua vez, é dada pela soma da distância horizontal da célula atual do tile até sua célula objetivo com a distância vertical da célula atual do tile até sua célula objetivo.

A parte menos direta da implementação foi a de utilizar uma representação compacta para os estados do problema, visando menor uso de memória e acelerar o processamento da instância do problema. Nossa representação compacta de um estado utiliza um inteiro de 64 bits. Como o valor máximo de uma célula da matriz que representa um estado inicial é 15, precisamos de 4 bits para representa-los; como o número máximo de células numa matriz que representa um estado inicial é 16, precisamos de 16 vezes 4 bits para representar tal matriz, resultando nos 64 bits. Na posse desse inteiro de 64 bits, botamos o valor da última célula da matriz (no caso do 15-puzzle, essa célula seria a a4,4, enquanto no 8-puzzle ela seria a a3,3) em seus 4 bits menos significativos, o valor da penúltima célula (a4,3 no 15-puzzle e a3,2 no 8-puzzle) em seus 4 bits seguintes e etc. Notar que as instâncias do 15-puzzle irão usar todo o comprimento do inteiro de 64 bits, enquanto as instâncias do 8-puzzle irão utilizar apenas 36 dos 64 bits.

Para descompactar o estado, basta criarmos um novo inteiro de 64 bits e preenchermos os 4 bits referentes à célula que queremos obter com 1; os demais bits são zerados. Com isso geramos uma máscara: se fizermos a operação *and* dessa máscara com o inteiro que representa a matriz compactada, iremos obter o valor da célula da matriz que queremos.

A maior dificuldade da implementação, por sua vez, foi atingir o valor médio da função heurística dado nos exemplos presentes na definição do trabalho: não chegamos nos mesmos valores. Contudo, em ambos os casos os valores eram bem próximos aos mostrados nos exemplos, então consideramos que pode ser um problema de aproximação ou truncamento.

**2. CONFIGURAÇÃO DO COMPUTADOR DE TESTE**

Os algoritmos foram testados em uma máquina com sistema operacional Linux Ubuntu 18.04.2 (64-bit), 16GB de memória principal e processador Intel(R) Core(TM) i7-8550U com 8 núcleos físicos de 2.4GHz, cada um com 32KB de cache L1 e 256KB de cache L2. A linguagem de programação utilizada foi C++11; para compilar o programa, utilizou-se a flag -O3.

**3. RESULTADOS**

Abaixo se encontra uma tabela com a média dos resultados obtidos por cada algoritmo para o conjunto de instâncias do 8-puzzle. O A\* foi o único algoritmo que foi executado com o conjunto de instâncias do 15-puzzle, além do conjunto de instâncias do 8-puzzle. As instâncias do 15-puzzle que não foram completadas dentro do limite de tempo (30 segundos) e memória (8GB) foram ignoradas para calcular a média.

Tabela 3.1 – Média dos resultados obtidos para os conjuntos de instâncias.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Algoritmo | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| A\* (15-puzzle) | 3782751.670732 | 51.52439 | 5.497116 | 25.129468 | 36.304878 |
| A\* (8-puzzle) | 895 | 22.16 | 0.001464 | 10.083938 | 13.88 |
| BFS-Graph | 81459.54 | 22.16 | 0.085709 | 0 | 13.88 |
| IDFS | 2578290.56 | 22.16 | 0.611877 | 0 | 13.88 |
| IDA\* | 2373.03 | 22.16 | 0.002824 | 10.41507 | 13.88 |
| GBFS | 205.65 | 64.62 | 0.000524 | 6.696465 | 13.88 |

As tabelas das próximas páginas possuem os resultados de cada algoritmo para cada instância do 8-puzzle e, no caso do A\*, do 15-puzzle.

Tabela 3.2 – Resultados do A\* para as instâncias do 15-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
|  | 14028344 | 57 | 20.59872 | 21.75199 | 41 |
|  | 4415279 | 55 | 6.454224 | 23.2376 | 43 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 5253685 | 56 | 7.118339 | 28.11237 | 42 |
|  | 2021382 | 56 | 2.678711 | 28.22766 | 42 |
|  | 969356 | 52 | 1.215332 | 27.5138 | 36 |
|  | 7170013 | 52 | 10.40981 | 23.90806 | 30 |
|  | 2618503 | 50 | 3.634519 | 24.53016 | 32 |
|  | 313211 | 46 | 0.316799 | 21.5565 | 32 |
|  | 17805045 | 59 | 27.41883 | 20.18886 | 43 |
|  | 3525006 | 57 | 4.458559 | 28.73712 | 43 |
|  | 32334 | 45 | 0.0625 | 26.37191 | 35 |
|  | 831333 | 46 | 1.024955 | 19.50555 | 36 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 909219 | 42 | 1.240264 | 18.50412 | 24 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 1267588 | 55 | 1.468469 | 27.28067 | 43 |
|  | 154092 | 46 | 0.153179 | 23.10857 | 36 |
|  | 1995813 | 52 | 2.80123 | 24.81511 | 36 |
|  | 5668025 | 54 | 8.18512 | 28.36722 | 34 |
|  | 13338796 | 59 | 19.10777 | 24.6785 | 41 |
|  | 1398857 | 49 | 1.755733 | 24.45616 | 33 |
|  | 4691710 | 54 | 6.788132 | 27.88208 | 34 |
|  | 6227205 | 52 | 9.38791 | 25.79764 | 32 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 11278428 | 53 | 16.7596 | 18.05683 | 33 |
|  | 909442 | 52 | 1.143247 | 27.97247 | 36 |
|  | 3917549 | 54 | 5.853517 | 27.2159 | 38 |
|  | 215990 | 47 | 0.229243 | 24.94003 | 35 |
|  | 192534 | 50 | 0.164399 | 28.29495 | 38 |
|  | 17025056 | 59 | 25.98716 | 21.35531 | 43 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 2063117 | 52 | 2.76045 | 26.22514 | 36 |
|  | 4626661 | 55 | 6.483154 | 28.44187 | 39 |
|  | 2309697 | 52 | 3.205 | 26.06708 | 36 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 827864 | 53 | 0.907244 | 28.89492 | 41 |
|  | 1118025 | 49 | 1.445553 | 24.40772 | 35 |
|  | 6540243 | 54 | 9.320697 | 27.96699 | 36 |
|  | 5727374 | 54 | 8.044 | 27.61368 | 36 |
|  | 48447 | 42 | 0.082963 | 23.38227 | 30 |
|  | 7332466 | 64 | 9.28773 | 36.4556 | 48 |
|  | 2731989 | 50 | 3.735549 | 25.46414 | 32 |
|  | 539196 | 51 | 0.591765 | 27.42694 | 39 |
|  | 1430455 | 49 | 1.843145 | 23.06775 | 35 |
|  | 179689 | 47 | 0.176436 | 25.56866 | 35 |
|  | 119535 | 49 | 0.108422 | 25.34096 | 39 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 4399444 | 53 | 6.450938 | 26.14494 | 39 |
|  | 3031922 | 56 | 3.904691 | 28.35977 | 44 |
|  | 11641228 | 56 | 19.52379 | 21.29341 | 38 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 7221615 | 56 | 10.52103 | 30.5408 | 40 |
|  | 152123 | 41 | 0.170631 | 20.66594 | 29 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 484048 | 50 | 0.567918 | 26.24736 | 36 |
|  | 506538 | 51 | 0.623939 | 25.66872 | 37 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 508957 | 45 | 0.579235 | 21.78026 | 31 |
|  | 1828847 | 57 | 2.196601 | 29.0288 | 43 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 5622335 | 51 | 9.022251 | 24.34574 | 31 |
|  | 920623 | 47 | 1.29935 | 22.64136 | 31 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 8430894 | 50 | 14.51519 | 21.50756 | 28 |
|  | 5471060 | 51 | 8.385274 | 26.46128 | 31 |
|  | 4579005 | 53 | 6.647573 | 26.66784 | 37 |
|  | 8179227 | 52 | 12.79099 | 23.60877 | 30 |
|  | 557862 | 44 | 0.617872 | 20.65508 | 30 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 188717 | 49 | 0.155949 | 24.02898 | 37 |
|  | 1373939 | 56 | 1.603877 | 28.88116 | 46 |
|  | 3440513 | 48 | 4.734667 | 22.66553 | 30 |
|  | 7622602 | 57 | 11.77427 | 29.84326 | 41 |
|  | 2184110 | 54 | 2.894098 | 27.74106 | 34 |
|  | 619299 | 53 | 0.634384 | 27.55078 | 41 |
|  | 68633 | 42 | 0.0732 | 21.80885 | 28 |
|  | 3951356 | 57 | 5.682355 | 28.33401 | 43 |
|  | 744209 | 53 | 0.806404 | 28.18355 | 39 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 1900358 | 49 | 2.629754 | 24.19664 | 31 |
|  | 10972804 | 55 | 15.92509 | 21.83927 | 37 |
|  | 158355 | 44 | 0.135255 | 20.94857 | 32 |
|  | 195222 | 45 | 0.162799 | 22.41606 | 35 |
|  | 4681483 | 52 | 6.698533 | 27.71131 | 34 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 3559259 | 54 | 4.62765 | 27.26422 | 38 |
|  | 820923 | 50 | 0.910002 | 26.2277 | 36 |
|  | 18150875 | 57 | 27.73411 | 16.62646 | 41 |
|  | - | - | - | - | - |
|  | 438960 | 46 | 0.446034 | 21.02181 | 34 |
|  | 276325 | 53 | 0.24847 | 27.98791 | 45 |
|  | 751475 | 50 | 0.837851 | 25.17785 | 34 |
|  | 1263033 | 49 | 1.561634 | 23.12782 | 35 |
|  | 191601 | 44 | 0.179807 | 21.34174 | 32 |
|  | 9499694 | 54 | 14.44995 | 21.31397 | 34 |
|  | 5342754 | 57 | 7.220578 | 29.60597 | 39 |
|  | 4484857 | 54 | 6.411177 | 26.46347 | 38 |

Tabela 3.3 – Resultados do A\* para as instâncias do 8-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| 1 | 835 | 22 | 0.000666 | 9.069538 | 12 |
| 2 | 1024 | 23 | 0.001293 | 10.09312 | 15 |
| 3 | 72 | 17 | 0.000071 | 9.284264 | 13 |
| 4 | 953 | 25 | 0.000901 | 11.83644 | 17 |
| 5 | 91 | 16 | 0.000092 | 6.661417 | 10 |
| 6 | 652 | 22 | 0.00062 | 9.291833 | 12 |
| 7 | 350 | 22 | 0.000317 | 10.5641 | 14 |
| 8 | 612 | 21 | 0.000552 | 9.863636 | 11 |
| 9 | 232 | 17 | 0.000219 | 7.561014 | 7 |
| 10 | 177 | 21 | 0.00018 | 10.85987 | 13 |
| 11 | 511 | 23 | 0.000646 | 10.02274 | 15 |
| 12 | 1037 | 23 | 0.001067 | 10.36781 | 11 |
| 13 | 197 | 19 | 0.000185 | 8.416822 | 13 |
| 14 | 697 | 22 | 0.000685 | 9.232994 | 14 |
| 15 | 239 | 19 | 0.000248 | 7.895476 | 13 |
| 16 | 1622 | 22 | 0.001604 | 9.629885 | 10 |
| 17 | 315 | 20 | 0.00029 | 8.777648 | 10 |
| 18 | 30 | 21 | 0.00003 | 10.58025 | 19 |
| 19 | 373 | 22 | 0.000381 | 10.77186 | 18 |
| 20 | 550 | 22 | 0.000497 | 10.6368 | 16 |
| 21 | 34 | 16 | 0.000042 | 8.382978 | 14 |
| 22 | 118 | 16 | 0.000123 | 8.448598 | 10 |
| 23 | 1449 | 25 | 0.00185 | 10.86561 | 15 |
| 24 | 873 | 22 | 0.001472 | 10.11891 | 14 |
| 25 | 808 | 23 | 0.000906 | 9.782529 | 13 |
| 26 | 1167 | 25 | 0.001028 | 10.59313 | 15 |
| 27 | 308 | 21 | 0.000265 | 9.518029 | 15 |
| 28 | 41 | 13 | 0.000047 | 5.991304 | 7 |
| 29 | 533 | 23 | 0.00072 | 11.05415 | 13 |
| 30 | 346 | 24 | 0.000288 | 11.70011 | 16 |
| 31 | 929 | 24 | 0.000874 | 10.3699 | 14 |
| 32 | 117 | 16 | 0.000178 | 8.802507 | 12 |
| 33 | 26 | 18 | 0.000041 | 9.150685 | 16 |
| 34 | 666 | 23 | 0.000909 | 10.13405 | 13 |
| 35 | 1734 | 26 | 0.003709 | 10.84309 | 14 |
| 36 | 1824 | 27 | 0.004414 | 12.29162 | 17 |
| 37 | 231 | 22 | 0.000573 | 11.5935 | 14 |
| 38 | 1807 | 26 | 0.004831 | 10.78155 | 14 |
| 39 | 655 | 22 | 0.001356 | 9.411631 | 12 |
| 40 | 2298 | 25 | 0.002524 | 10.21682 | 13 |
| 41 | 76 | 14 | 0.000195 | 7.304762 | 8 |
| 42 | 786 | 25 | 0.00167 | 11.41651 | 19 |
| 43 | 609 | 21 | 0.000861 | 9.135718 | 11 |
| 44 | 2231 | 26 | 0.006427 | 10.69492 | 16 |
| 45 | 1757 | 24 | 0.004637 | 9.848607 | 14 |
| 46 | 299 | 24 | 0.000652 | 11.83187 | 20 |
| 47 | 41 | 18 | 0.000107 | 10.1579 | 14 |
| 48 | 543 | 23 | 0.001834 | 10.76503 | 15 |
| 49 | 438 | 21 | 0.001023 | 10.03311 | 11 |
| 50 | 2864 | 28 | 0.009366 | 12.43792 | 16 |
| 51 | 221 | 20 | 0.000547 | 9.79868 | 12 |
| 52 | 2849 | 27 | 0.008783 | 11.16176 | 15 |
| 53 | 179 | 19 | 0.00094 | 8.808642 | 11 |
| 54 | 1075 | 26 | 0.004558 | 11.73282 | 16 |
| 55 | 177 | 18 | 0.000704 | 8.541323 | 12 |
| 56 | 752 | 24 | 0.002694 | 10.17758 | 16 |
| 57 | 182 | 18 | 0.000432 | 8.150407 | 8 |
| 58 | 1355 | 24 | 0.005468 | 10.07246 | 12 |
| 59 | 205 | 23 | 0.000528 | 11.23007 | 17 |
| 60 | 712 | 24 | 0.001603 | 10.66562 | 16 |
| 61 | 1421 | 27 | 0.00299 | 12.27149 | 19 |
| 62 | 2186 | 25 | 0.00309 | 9.902309 | 13 |
| 63 | 168 | 21 | 0.000224 | 10.79691 | 15 |
| 64 | 39 | 22 | 0.000056 | 12.39623 | 18 |
| 65 | 4038 | 28 | 0.00415 | 11.22508 | 14 |
| 66 | 90 | 20 | 0.000111 | 9.860083 | 16 |
| 67 | 2905 | 27 | 0.003474 | 10.94087 | 17 |
| 68 | 2301 | 27 | 0.00274 | 12.01062 | 15 |
| 69 | 698 | 25 | 0.000649 | 11.0091 | 19 |
| 70 | 2190 | 24 | 0.003406 | 9.419497 | 10 |
| 71 | 936 | 24 | 0.001011 | 11.96696 | 16 |
| 72 | 238 | 22 | 0.000212 | 10.14596 | 16 |
| 73 | 3038 | 27 | 0.00354 | 11.0005 | 15 |
| 74 | 1632 | 26 | 0.002076 | 10.89408 | 18 |
| 75 | 4306 | 25 | 0.005012 | 10.28565 | 11 |
| 76 | 739 | 26 | 0.000822 | 12.15471 | 20 |
| 77 | 382 | 20 | 0.000426 | 9.361576 | 14 |
| 78 | 2084 | 26 | 0.00197 | 10.75452 | 16 |
| 79 | 99 | 16 | 0.000113 | 7.474452 | 10 |
| 80 | 2764 | 27 | 0.003763 | 11.54063 | 17 |
| 81 | 428 | 19 | 0.000444 | 8.572294 | 11 |
| 82 | 715 | 25 | 0.000664 | 13.38646 | 21 |
| 83 | 68 | 15 | 0.000073 | 7.328043 | 11 |
| 84 | 34 | 17 | 0.000043 | 9.442105 | 13 |
| 85 | 121 | 15 | 0.00014 | 7.109423 | 7 |
| 86 | 993 | 25 | 0.001065 | 10.83887 | 17 |
| 87 | 163 | 17 | 0.000166 | 8.934685 | 11 |
| 88 | 2389 | 27 | 0.003955 | 11.82718 | 17 |
| 89 | 369 | 20 | 0.000455 | 8.174874 | 8 |
| 90 | 356 | 20 | 0.00038 | 8.549634 | 12 |
| 91 | 1461 | 27 | 0.002198 | 11.34774 | 21 |
| 92 | 854 | 26 | 0.000848 | 11.64851 | 18 |
| 93 | 730 | 22 | 0.000987 | 9.536723 | 12 |
| 94 | 257 | 22 | 0.000281 | 11.5 | 14 |
| 95 | 414 | 22 | 0.000416 | 9.894454 | 12 |
| 96 | 181 | 19 | 0.000202 | 10.11657 | 17 |
| 97 | 336 | 20 | 0.000365 | 8.961665 | 8 |
| 98 | 707 | 21 | 0.000766 | 8.465201 | 9 |
| 99 | 1467 | 24 | 0.00207 | 11.10197 | 14 |
| 100 | 1319 | 25 | 0.001335 | 10.81227 | 13 |

Tabela 3.4 – Resultados do BFS-Graph para as instâncias do 8-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| 1 | 70436 | 22 | 0.071104 | 0 | 12 |
| 2 | 98412 | 23 | 0.112185 | 0 | 15 |
| 3 | 11718 | 17 | 0.008761 | 0 | 13 |
| 4 | 134664 | 25 | 0.109859 | 0 | 17 |
| 5 | 5209 | 16 | 0.003184 | 0 | 10 |
| 6 | 59830 | 22 | 0.076011 | 0 | 12 |
| 7 | 71614 | 22 | 0.063598 | 0 | 14 |
| 8 | 42704 | 21 | 0.055733 | 0 | 11 |
| 9 | 10486 | 17 | 0.006805 | 0 | 7 |
| 10 | 55230 | 21 | 0.104578 | 0 | 13 |
| 11 | 86288 | 23 | 0.15557 | 0 | 15 |
| 12 | 87902 | 23 | 0.103435 | 0 | 11 |
| 13 | 24271 | 19 | 0.020003 | 0 | 13 |
| 14 | 67445 | 22 | 0.074075 | 0 | 14 |
| 15 | 21294 | 19 | 0.018154 | 0 | 13 |
| 16 | 67976 | 22 | 0.056071 | 0 | 10 |
| 17 | 30932 | 20 | 0.026094 | 0 | 10 |
| 18 | 51926 | 21 | 0.048097 | 0 | 19 |
| 19 | 74010 | 22 | 0.071705 | 0 | 18 |
| 20 | 57200 | 22 | 0.056637 | 0 | 16 |
| 21 | 6175 | 16 | 0.004463 | 0 | 14 |
| 22 | 4890 | 16 | 0.004214 | 0 | 10 |
| 23 | 128087 | 25 | 0.129899 | 0 | 15 |
| 24 | 59140 | 22 | 0.085647 | 0 | 14 |
| 25 | 86044 | 23 | 0.141347 | 0 | 13 |
| 26 | 124428 | 25 | 0.130681 | 0 | 15 |
| 27 | 55828 | 21 | 0.065522 | 0 | 15 |
| 28 | 1904 | 13 | 0.001037 | 0 | 7 |
| 29 | 89286 | 23 | 0.094829 | 0 | 13 |
| 30 | 96167 | 24 | 0.105489 | 0 | 16 |
| 31 | 108997 | 24 | 0.120107 | 0 | 14 |
| 32 | 6800 | 16 | 0.004904 | 0 | 12 |
| 33 | 12237 | 18 | 0.013362 | 0 | 16 |
| 34 | 91221 | 23 | 0.099478 | 0 | 13 |
| 35 | 146642 | 26 | 0.132581 | 0 | 14 |
| 36 | 166169 | 27 | 0.201624 | 0 | 17 |
| 37 | 61999 | 22 | 0.058882 | 0 | 14 |
| 38 | 149038 | 26 | 0.133338 | 0 | 14 |
| 39 | 66394 | 22 | 0.080114 | 0 | 12 |
| 40 | 134964 | 25 | 0.112167 | 0 | 13 |
| 41 | 3528 | 14 | 0.002378 | 0 | 8 |
| 42 | 141058 | 25 | 0.111196 | 0 | 19 |
| 43 | 51334 | 21 | 0.040591 | 0 | 11 |
| 44 | 147235 | 26 | 0.098527 | 0 | 16 |
| 45 | 96629 | 24 | 0.08241 | 0 | 14 |
| 46 | 117820 | 24 | 0.08934 | 0 | 20 |
| 47 | 12721 | 18 | 0.009374 | 0 | 14 |
| 48 | 82402 | 23 | 0.067028 | 0 | 15 |
| 49 | 55950 | 21 | 0.047957 | 0 | 11 |
| 50 | 170358 | 28 | 0.157825 | 0 | 16 |
| 51 | 41346 | 20 | 0.034594 | 0 | 12 |
| 52 | 163708 | 27 | 0.124781 | 0 | 15 |
| 53 | 25948 | 19 | 0.024202 | 0 | 11 |
| 54 | 146431 | 26 | 0.101209 | 0 | 16 |
| 55 | 16644 | 18 | 0.015938 | 0 | 12 |
| 56 | 113398 | 24 | 0.088817 | 0 | 16 |
| 57 | 12763 | 18 | 0.010141 | 0 | 8 |
| 58 | 102477 | 24 | 0.107201 | 0 | 12 |
| 59 | 91593 | 23 | 0.098558 | 0 | 17 |
| 60 | 116022 | 24 | 0.132928 | 0 | 16 |
| 61 | 170975 | 27 | 0.177601 | 0 | 19 |
| 62 | 132375 | 25 | 0.128894 | 0 | 13 |
| 63 | 43631 | 21 | 0.038523 | 0 | 15 |
| 64 | 61343 | 22 | 0.064628 | 0 | 18 |
| 65 | 173107 | 28 | 0.223475 | 0 | 14 |
| 66 | 37323 | 20 | 0.045966 | 0 | 16 |
| 67 | 166627 | 27 | 0.167499 | 0 | 17 |
| 68 | 165544 | 27 | 0.234633 | 0 | 15 |
| 69 | 136365 | 25 | 0.227283 | 0 | 19 |
| 70 | 101428 | 24 | 0.116492 | 0 | 10 |
| 71 | 99337 | 24 | 0.081834 | 0 | 16 |
| 72 | 69657 | 22 | 0.064603 | 0 | 16 |
| 73 | 169153 | 27 | 0.146233 | 0 | 15 |
| 74 | 146614 | 26 | 0.102198 | 0 | 18 |
| 75 | 136769 | 25 | 0.097719 | 0 | 11 |
| 76 | 144168 | 26 | 0.097679 | 0 | 20 |
| 77 | 32178 | 20 | 0.022728 | 0 | 14 |
| 78 | 149505 | 26 | 0.115539 | 0 | 16 |
| 79 | 6810 | 16 | 0.006621 | 0 | 10 |
| 80 | 165286 | 27 | 0.134626 | 0 | 17 |
| 81 | 20088 | 19 | 0.026483 | 0 | 11 |
| 82 | 134133 | 25 | 0.111666 | 0 | 21 |
| 83 | 3471 | 15 | 0.001968 | 0 | 11 |
| 84 | 9452 | 17 | 0.007192 | 0 | 13 |
| 85 | 4001 | 15 | 0.002953 | 0 | 7 |
| 86 | 134421 | 25 | 0.130636 | 0 | 17 |
| 87 | 10951 | 17 | 0.013802 | 0 | 11 |
| 88 | 165164 | 27 | 0.144624 | 0 | 17 |
| 89 | 32194 | 20 | 0.042042 | 0 | 8 |
| 90 | 37083 | 20 | 0.054835 | 0 | 12 |
| 91 | 163614 | 27 | 0.167209 | 0 | 21 |
| 92 | 145000 | 26 | 0.336251 | 0 | 18 |
| 93 | 68791 | 22 | 0.190424 | 0 | 12 |
| 94 | 69185 | 22 | 0.116049 | 0 | 14 |
| 95 | 66051 | 22 | 0.069188 | 0 | 12 |
| 96 | 25603 | 19 | 0.024465 | 0 | 17 |
| 97 | 30499 | 20 | 0.034652 | 0 | 8 |
| 98 | 45472 | 21 | 0.050746 | 0 | 9 |
| 99 | 106698 | 24 | 0.105632 | 0 | 14 |
| 100 | 130566 | 25 | 0.238923 | 0 | 13 |

Tabela 3.5 – Resultados do IDFS para as instâncias do 8-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| 1 | 809224 | 22 | 0.562045 | 0 | 12 |
| 2 | 1659716 | 23 | 0.57564 | 0 | 15 |
| 3 | 56332 | 17 | 0.013999 | 0 | 13 |
| 4 | 3832745 | 25 | 0.829718 | 0 | 17 |
| 5 | 20305 | 16 | 0.007164 | 0 | 10 |
| 6 | 572929 | 22 | 0.238021 | 0 | 12 |
| 7 | 840836 | 22 | 0.310635 | 0 | 14 |
| 8 | 336804 | 21 | 0.083565 | 0 | 11 |
| 9 | 48030 | 17 | 0.011571 | 0 | 7 |
| 10 | 523656 | 21 | 0.10453 | 0 | 13 |
| 11 | 1183127 | 23 | 0.219863 | 0 | 15 |
| 12 | 1229083 | 23 | 0.249291 | 0 | 11 |
| 13 | 144153 | 19 | 0.049449 | 0 | 13 |
| 14 | 726908 | 22 | 0.235743 | 0 | 14 |
| 15 | 119854 | 19 | 0.033264 | 0 | 13 |
| 16 | 746437 | 22 | 0.137818 | 0 | 10 |
| 17 | 201422 | 20 | 0.04592 | 0 | 10 |
| 18 | 463439 | 21 | 0.101185 | 0 | 19 |
| 19 | 880730 | 22 | 0.209601 | 0 | 18 |
| 20 | 529433 | 22 | 0.219503 | 0 | 16 |
| 21 | 25389 | 16 | 0.011445 | 0 | 14 |
| 22 | 18803 | 16 | 0.011324 | 0 | 10 |
| 23 | 3233556 | 25 | 0.888241 | 0 | 15 |
| 24 | 559966 | 22 | 0.107807 | 0 | 14 |
| 25 | 1161412 | 23 | 0.208261 | 0 | 13 |
| 26 | 3012022 | 25 | 0.496841 | 0 | 15 |
| 27 | 533665 | 21 | 0.124831 | 0 | 15 |
| 28 | 6472 | 13 | 0.001727 | 0 | 7 |
| 29 | 1258485 | 23 | 0.280503 | 0 | 13 |
| 30 | 1506581 | 24 | 0.339236 | 0 | 16 |
| 31 | 2082556 | 24 | 0.385179 | 0 | 14 |
| 32 | 28816 | 16 | 0.011439 | 0 | 12 |
| 33 | 57963 | 18 | 0.013533 | 0 | 16 |
| 34 | 1339032 | 23 | 0.254614 | 0 | 13 |
| 35 | 5227219 | 26 | 0.905221 | 0 | 14 |
| 36 | 10582097 | 27 | 2.624516 | 0 | 17 |
| 37 | 618550 | 22 | 0.147094 | 0 | 14 |
| 38 | 5647709 | 26 | 1.706912 | 0 | 14 |
| 39 | 707091 | 22 | 0.163143 | 0 | 12 |
| 40 | 3906491 | 25 | 0.923802 | 0 | 13 |
| 41 | 13166 | 14 | 0.003223 | 0 | 8 |
| 42 | 4826279 | 25 | 1.937003 | 0 | 19 |
| 43 | 445186 | 21 | 0.144813 | 0 | 11 |
| 44 | 5301125 | 26 | 1.864663 | 0 | 16 |
| 45 | 1521264 | 24 | 0.563684 | 0 | 14 |
| 46 | 2550556 | 24 | 0.980459 | 0 | 20 |
| 47 | 60744 | 18 | 0.016164 | 0 | 14 |
| 48 | 1071876 | 23 | 0.322125 | 0 | 15 |
| 49 | 542261 | 21 | 0.263934 | 0 | 11 |
| 50 | 13426501 | 28 | 4.526481 | 0 | 16 |
| 51 | 323493 | 20 | 0.193694 | 0 | 12 |
| 52 | 9617303 | 27 | 3.820104 | 0 | 15 |
| 53 | 160297 | 19 | 0.112137 | 0 | 11 |
| 54 | 5150682 | 26 | 2.409397 | 0 | 16 |
| 55 | 86884 | 18 | 0.046316 | 0 | 12 |
| 56 | 2296791 | 24 | 0.703312 | 0 | 16 |
| 57 | 60654 | 18 | 0.015615 | 0 | 8 |
| 58 | 1715624 | 24 | 0.403476 | 0 | 12 |
| 59 | 1336827 | 23 | 0.395881 | 0 | 17 |
| 60 | 2536222 | 24 | 0.445526 | 0 | 16 |
| 61 | 15171649 | 27 | 2.745663 | 0 | 19 |
| 62 | 3587527 | 25 | 0.65093 | 0 | 13 |
| 63 | 344582 | 21 | 0.073531 | 0 | 15 |
| 64 | 599226 | 22 | 0.111641 | 0 | 18 |
| 65 | 15073854 | 28 | 2.534702 | 0 | 14 |
| 66 | 277227 | 20 | 0.079401 | 0 | 16 |
| 67 | 10843669 | 27 | 1.782883 | 0 | 17 |
| 68 | 10295974 | 27 | 1.739071 | 0 | 15 |
| 69 | 4095213 | 25 | 0.723194 | 0 | 19 |
| 70 | 1665813 | 24 | 0.288254 | 0 | 10 |
| 71 | 1583030 | 24 | 0.269321 | 0 | 16 |
| 72 | 792904 | 22 | 0.1459 | 0 | 16 |
| 73 | 12496979 | 27 | 2.22905 | 0 | 15 |
| 74 | 5225955 | 26 | 0.890266 | 0 | 18 |
| 75 | 4088312 | 25 | 0.643657 | 0 | 11 |
| 76 | 4873453 | 26 | 0.821409 | 0 | 20 |
| 77 | 214527 | 20 | 0.05475 | 0 | 14 |
| 78 | 5735592 | 26 | 0.947567 | 0 | 16 |
| 79 | 28881 | 16 | 0.006254 | 0 | 10 |
| 80 | 10128430 | 27 | 1.916102 | 0 | 17 |
| 81 | 110829 | 19 | 0.051841 | 0 | 11 |
| 82 | 3745531 | 25 | 0.750995 | 0 | 21 |
| 83 | 12608 | 15 | 0.002714 | 0 | 11 |
| 84 | 42323 | 17 | 0.01202 | 0 | 13 |
| 85 | 15054 | 15 | 0.003047 | 0 | 7 |
| 86 | 3814064 | 25 | 0.741705 | 0 | 17 |
| 87 | 51080 | 17 | 0.02298 | 0 | 11 |
| 88 | 10083429 | 27 | 2.490407 | 0 | 17 |
| 89 | 216000 | 20 | 0.085088 | 0 | 8 |
| 90 | 269408 | 20 | 0.070453 | 0 | 12 |
| 91 | 9608157 | 27 | 2.1297 | 0 | 21 |
| 92 | 4963354 | 26 | 1.260554 | 0 | 18 |
| 93 | 761900 | 22 | 0.179827 | 0 | 12 |
| 94 | 779904 | 22 | 0.205069 | 0 | 14 |
| 95 | 713444 | 22 | 0.28311 | 0 | 12 |
| 96 | 156601 | 19 | 0.079204 | 0 | 17 |
| 97 | 197513 | 20 | 0.081726 | 0 | 8 |
| 98 | 365116 | 21 | 0.084786 | 0 | 9 |
| 99 | 1905883 | 24 | 0.365204 | 0 | 14 |
| 100 | 3411288 | 25 | 0.621559 | 0 | 13 |

Tabela 3.6 – Resultados do IDA\* para as instâncias do 8-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| 1 | 2631 | 22 | 0.004969 | 9.774966 | 12 |
| 2 | 3276 | 23 | 0.005775 | 10.59429 | 15 |
| 3 | 145 | 17 | 0.000245 | 9.950617 | 13 |
| 4 | 2720 | 25 | 0.003309 | 11.77555 | 17 |
| 5 | 165 | 16 | 0.000207 | 7.096774 | 10 |
| 6 | 1734 | 22 | 0.00247 | 9.239794 | 12 |
| 7 | 1741 | 22 | 0.002756 | 10.43117 | 14 |
| 8 | 439 | 21 | 0.000565 | 10.74795 | 11 |
| 9 | 464 | 17 | 0.00085 | 7.584399 | 7 |
| 10 | 611 | 21 | 0.000642 | 11.49401 | 13 |
| 11 | 724 | 23 | 0.001261 | 11.7103 | 15 |
| 12 | 1659 | 23 | 0.002166 | 10.90919 | 11 |
| 13 | 372 | 19 | 0.000668 | 9.049839 | 13 |
| 14 | 1420 | 22 | 0.001851 | 9.650211 | 14 |
| 15 | 465 | 19 | 0.000543 | 8.188131 | 13 |
| 16 | 2130 | 22 | 0.002737 | 9.634297 | 10 |
| 17 | 794 | 20 | 0.000779 | 9.225782 | 10 |
| 18 | 71 | 21 | 0.000088 | 12.86239 | 19 |
| 19 | 456 | 22 | 0.000464 | 11.52239 | 18 |
| 20 | 368 | 22 | 0.000623 | 10.87748 | 16 |
| 21 | 27 | 16 | 0.000059 | 9.428572 | 14 |
| 22 | 76 | 16 | 0.000067 | 8.516394 | 10 |
| 23 | 2805 | 25 | 0.00289 | 11.12368 | 15 |
| 24 | 805 | 22 | 0.000693 | 10.19793 | 14 |
| 25 | 1666 | 23 | 0.001522 | 10.2797 | 13 |
| 26 | 2470 | 25 | 0.002366 | 10.33862 | 15 |
| 27 | 1294 | 21 | 0.001135 | 9.674256 | 15 |
| 28 | 100 | 13 | 0.000106 | 6.926554 | 7 |
| 29 | 1609 | 23 | 0.00141 | 11.25812 | 13 |
| 30 | 225 | 24 | 0.000212 | 13.97465 | 16 |
| 31 | 1820 | 24 | 0.001716 | 11.51804 | 14 |
| 32 | 129 | 16 | 0.000213 | 9.446511 | 12 |
| 33 | 37 | 18 | 0.000054 | 10.05085 | 16 |
| 34 | 1500 | 23 | 0.001573 | 10.92499 | 13 |
| 35 | 4075 | 26 | 0.002826 | 11.36324 | 14 |
| 36 | 5873 | 27 | 0.005478 | 12.1105 | 17 |
| 37 | 487 | 22 | 0.000418 | 11.70088 | 14 |
| 38 | 5296 | 26 | 0.003492 | 11.09388 | 14 |
| 39 | 2349 | 22 | 0.001891 | 9.767512 | 12 |
| 40 | 5296 | 25 | 0.004068 | 10.85601 | 13 |
| 41 | 125 | 14 | 0.000185 | 7.920188 | 8 |
| 42 | 3436 | 25 | 0.004404 | 11.44083 | 19 |
| 43 | 1193 | 21 | 0.001245 | 9.667332 | 11 |
| 44 | 9239 | 26 | 0.008252 | 10.24244 | 16 |
| 45 | 2256 | 24 | 0.002579 | 10.42899 | 14 |
| 46 | 626 | 24 | 0.000946 | 13.13673 | 20 |
| 47 | 92 | 18 | 0.00012 | 10.04027 | 14 |
| 48 | 1145 | 23 | 0.001375 | 11.03241 | 15 |
| 49 | 1201 | 21 | 0.002079 | 10.72424 | 11 |
| 50 | 5557 | 28 | 0.00751 | 12.39866 | 16 |
| 51 | 730 | 20 | 0.000956 | 9.963636 | 12 |
| 52 | 9355 | 27 | 0.014001 | 10.63354 | 15 |
| 53 | 661 | 19 | 0.001229 | 8.776682 | 11 |
| 54 | 2195 | 26 | 0.003192 | 12.0853 | 16 |
| 55 | 257 | 18 | 0.000324 | 9.281031 | 12 |
| 56 | 2440 | 24 | 0.004145 | 10.66248 | 16 |
| 57 | 339 | 18 | 0.000575 | 8.489547 | 8 |
| 58 | 2316 | 24 | 0.003543 | 10.87406 | 12 |
| 59 | 272 | 23 | 0.000202 | 13.17483 | 17 |
| 60 | 3401 | 24 | 0.002775 | 10.82536 | 16 |
| 61 | 9544 | 27 | 0.011518 | 11.49949 | 19 |
| 62 | 8845 | 25 | 0.014924 | 9.668015 | 13 |
| 63 | 360 | 21 | 0.00055 | 10.34064 | 15 |
| 64 | 103 | 22 | 0.000144 | 13.3125 | 18 |
| 65 | 11359 | 28 | 0.01582 | 11.5501 | 14 |
| 66 | 406 | 20 | 0.00058 | 9.658753 | 16 |
| 67 | 8302 | 27 | 0.010533 | 11.22328 | 17 |
| 68 | 6762 | 27 | 0.010799 | 11.85677 | 15 |
| 69 | 2421 | 25 | 0.004378 | 11.35343 | 19 |
| 70 | 3944 | 24 | 0.007224 | 9.623235 | 10 |
| 71 | 899 | 24 | 0.000925 | 11.5017 | 16 |
| 72 | 868 | 22 | 0.00139 | 10.48927 | 16 |
| 73 | 14476 | 27 | 0.015007 | 10.9017 | 15 |
| 74 | 3141 | 26 | 0.004522 | 11.71785 | 18 |
| 75 | 8979 | 25 | 0.007549 | 9.914412 | 11 |
| 76 | 1631 | 26 | 0.00243 | 11.58959 | 20 |
| 77 | 413 | 20 | 0.000368 | 9.480118 | 14 |
| 78 | 8936 | 26 | 0.007804 | 10.4408 | 16 |
| 79 | 166 | 16 | 0.000219 | 8.793706 | 10 |
| 80 | 7986 | 27 | 0.00863 | 11.35154 | 17 |
| 81 | 490 | 19 | 0.000615 | 8.27494 | 11 |
| 82 | 324 | 25 | 0.000412 | 14.12974 | 21 |
| 83 | 56 | 15 | 0.000105 | 7.910112 | 11 |
| 84 | 83 | 17 | 0.000098 | 9.681481 | 13 |
| 85 | 186 | 15 | 0.000119 | 7.261981 | 7 |
| 86 | 2713 | 25 | 0.003695 | 11.46931 | 17 |
| 87 | 206 | 17 | 0.000313 | 9.240687 | 11 |
| 88 | 5691 | 27 | 0.005586 | 11.7926 | 17 |
| 89 | 1408 | 20 | 0.002044 | 8.118837 | 8 |
| 90 | 573 | 20 | 0.000777 | 9.419624 | 12 |
| 91 | 2764 | 27 | 0.002267 | 11.32162 | 21 |
| 92 | 2791 | 26 | 0.003158 | 10.96847 | 18 |
| 93 | 2006 | 22 | 0.002819 | 9.711864 | 12 |
| 94 | 1238 | 22 | 0.001027 | 10.95578 | 14 |
| 95 | 1016 | 22 | 0.000992 | 10.97275 | 12 |
| 96 | 244 | 19 | 0.000285 | 9.900744 | 17 |
| 97 | 722 | 20 | 0.000745 | 9.404429 | 8 |
| 98 | 2213 | 21 | 0.002158 | 8.08958 | 9 |
| 99 | 2265 | 24 | 0.001357 | 11.27321 | 14 |
| 100 | 3613 | 25 | 0.003732 | 10.67336 | 13 |

Tabela 3.7 – Resultados do GBFS para as instâncias do 8-puzzle.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Número da instância | Nodos/estados expandidos | Comprimento da solução ótima | Tempo para atingir *goal* (segundos) | Valor médio da função heurística | Valor da função heurística no estado inicial |
| 1 | 462 | 112 | 0.000862 | 6.674473 | 12 |
| 2 | 216 | 79 | 0.000395 | 7.104452 | 15 |
| 3 | 269 | 69 | 0.000373 | 6.236167 | 13 |
| 4 | 286 | 87 | 0.000381 | 6.713562 | 17 |
| 5 | 16 | 16 | 0.000029 | 5.555555 | 10 |
| 6 | 257 | 48 | 0.000517 | 6.155148 | 12 |
| 7 | 206 | 48 | 0.000315 | 6.259787 | 14 |
| 8 | 168 | 49 | 0.000286 | 6.870044 | 11 |
| 9 | 45 | 19 | 0.000072 | 5.566929 | 7 |
| 10 | 174 | 69 | 0.000284 | 7.673774 | 13 |
| 11 | 45 | 31 | 0.000123 | 7.757812 | 15 |
| 12 | 380 | 101 | 0.000649 | 6.831901 | 11 |
| 13 | 104 | 47 | 0.000175 | 5.671378 | 13 |
| 14 | 377 | 102 | 0.000735 | 6.287081 | 14 |
| 15 | 89 | 41 | 0.000251 | 5.734694 | 13 |
| 16 | 376 | 102 | 0.001046 | 6.235407 | 10 |
| 17 | 110 | 50 | 0.000245 | 6.013333 | 10 |
| 18 | 112 | 59 | 0.000337 | 6.460784 | 19 |
| 19 | 137 | 28 | 0.000308 | 6.922667 | 18 |
| 20 | 152 | 66 | 0.000416 | 6.900474 | 16 |
| 21 | 399 | 98 | 0.001114 | 6.314079 | 14 |
| 22 | 195 | 48 | 0.000488 | 6.339622 | 10 |
| 23 | 251 | 71 | 0.000613 | 6.695335 | 15 |
| 24 | 181 | 60 | 0.000465 | 7.118367 | 14 |
| 25 | 289 | 87 | 0.000661 | 6.287671 | 13 |
| 26 | 290 | 81 | 0.000956 | 6.476846 | 15 |
| 27 | 146 | 67 | 0.000487 | 6.771289 | 15 |
| 28 | 17 | 15 | 0.000056 | 5.3 | 7 |
| 29 | 143 | 57 | 0.000385 | 6.714286 | 13 |
| 30 | 433 | 108 | 0.001196 | 6.601829 | 16 |
| 31 | 237 | 68 | 0.000779 | 6.582946 | 14 |
| 32 | 220 | 62 | 0.000505 | 6.299003 | 12 |
| 33 | 237 | 80 | 0.000352 | 6.510769 | 16 |
| 34 | 318 | 93 | 0.000668 | 6.56701 | 13 |
| 35 | 396 | 118 | 0.001126 | 6.547445 | 14 |
| 36 | 66 | 53 | 0.000258 | 9.174864 | 17 |
| 37 | 252 | 64 | 0.000755 | 6.138528 | 14 |
| 38 | 312 | 94 | 0.001609 | 6.489607 | 14 |
| 39 | 191 | 70 | 0.000679 | 6.619231 | 12 |
| 40 | 165 | 75 | 0.000427 | 7.522421 | 13 |
| 41 | 126 | 28 | 0.000319 | 5.77971 | 8 |
| 42 | 88 | 45 | 0.000232 | 7.190871 | 19 |
| 43 | 374 | 111 | 0.001196 | 6.269305 | 11 |
| 44 | 242 | 80 | 0.000718 | 6.775384 | 16 |
| 45 | 422 | 94 | 0.000817 | 6.516239 | 14 |
| 46 | 82 | 46 | 0.000175 | 8.658009 | 20 |
| 47 | 19 | 18 | 0.000056 | 7.592593 | 14 |
| 48 | 158 | 47 | 0.000427 | 6.780093 | 15 |
| 49 | 315 | 95 | 0.001019 | 6.418098 | 11 |
| 50 | 282 | 88 | 0.000895 | 7.368011 | 16 |
| 51 | 308 | 62 | 0.000828 | 7.066667 | 12 |
| 52 | 111 | 51 | 0.000323 | 6.903974 | 15 |
| 53 | 201 | 51 | 0.000663 | 6.092391 | 11 |
| 54 | 319 | 100 | 0.000809 | 7.13242 | 16 |
| 55 | 335 | 90 | 0.001202 | 6.501085 | 12 |
| 56 | 45 | 36 | 0.000107 | 7.228346 | 16 |
| 57 | 204 | 62 | 0.000427 | 6.587388 | 8 |
| 58 | 117 | 58 | 0.00024 | 8.228395 | 12 |
| 59 | 100 | 57 | 0.000342 | 7.08 | 17 |
| 60 | 91 | 48 | 0.000275 | 6.160643 | 16 |
| 61 | 233 | 77 | 0.000585 | 6.822684 | 19 |
| 62 | 133 | 27 | 0.000301 | 6.210959 | 13 |
| 63 | 459 | 89 | 0.000882 | 6.670616 | 15 |
| 64 | 196 | 74 | 0.0005 | 7.155722 | 18 |
| 65 | 238 | 96 | 0.00075 | 8.197227 | 14 |
| 66 | 20 | 20 | 0.000089 | 8.109091 | 16 |
| 67 | 174 | 57 | 0.000457 | 7.222222 | 17 |
| 68 | 259 | 83 | 0.000775 | 6.873061 | 15 |
| 69 | 82 | 43 | 0.000237 | 6.942983 | 19 |
| 70 | 165 | 56 | 0.000376 | 6.169643 | 10 |
| 71 | 389 | 114 | 0.000552 | 6.425532 | 16 |
| 72 | 138 | 44 | 0.000439 | 6.5625 | 16 |
| 73 | 161 | 73 | 0.000387 | 7.337054 | 15 |
| 74 | 183 | 64 | 0.000482 | 6.607646 | 18 |
| 75 | 269 | 73 | 0.000669 | 6.108725 | 11 |
| 76 | 191 | 62 | 0.00029 | 6.95 | 20 |
| 77 | 163 | 46 | 0.000421 | 6.193694 | 14 |
| 78 | 286 | 74 | 0.000754 | 6.638677 | 16 |
| 79 | 241 | 80 | 0.000778 | 6.262444 | 10 |
| 80 | 325 | 91 | 0.000733 | 6.59305 | 17 |
| 81 | 120 | 41 | 0.000265 | 6.020833 | 11 |
| 82 | 293 | 77 | 0.000704 | 6.871128 | 21 |
| 83 | 71 | 39 | 0.000173 | 5.454082 | 11 |
| 84 | 18 | 17 | 0.000087 | 7.326923 | 13 |
| 85 | 119 | 41 | 0.000534 | 5.883234 | 7 |
| 86 | 159 | 67 | 0.000402 | 7.498835 | 17 |
| 87 | 89 | 41 | 0.000256 | 6.086066 | 11 |
| 88 | 359 | 121 | 0.001026 | 6.866197 | 17 |
| 89 | 240 | 44 | 0.000498 | 5.918305 | 8 |
| 90 | 399 | 106 | 0.000886 | 6.30243 | 12 |
| 91 | 439 | 117 | 0.000845 | 6.793585 | 21 |
| 92 | 151 | 72 | 0.000447 | 7.068558 | 18 |
| 93 | 189 | 58 | 0.000665 | 6.454369 | 12 |
| 94 | 70 | 26 | 0.000232 | 9 | 14 |
| 95 | 146 | 40 | 0.000269 | 6.571429 | 12 |
| 96 | 146 | 37 | 0.000382 | 6.4025 | 17 |
| 97 | 131 | 38 | 0.000385 | 6.994413 | 8 |
| 98 | 71 | 31 | 0.000241 | 5.413265 | 9 |
| 99 | 211 | 64 | 0.000627 | 6.622838 | 14 |
| 100 | 181 | 83 | 0.000618 | 7.017787 | 13 |