



Tarea 2: Transformadas Integrales

Camargo Badillo Luis Mauricio

11 de febrero de 2024

Ecuaciones Diferenciales II
Oscar Gabriel Caballero Martínez
Grupo 2602
Matemáticas Aplicadas y Computación

1. Tabla de Transformadas Integrales

Se solicitó la tabla disponible en [el artículo de Wikipedia en español sobre las transformadas integrales](#), pero con la notación utilizada en clase y reemplazando el núcleo integral por la expresión de la integral completa:

Nombre	Notación	Transformada	Inversa
Fourier	\mathcal{F}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}} f(t) dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ist}}{\sqrt{2\pi}} f(t) dt$
Hartley	\mathcal{H}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st) + \sin(st)}{\sqrt{2\pi}} f(t) dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st) + \sin(st)}{\sqrt{2\pi}} f(t) dt$
Mellin	\mathcal{M}	$\int_0^{\infty} t^{s-1} f(t) dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{t^{-s}}{2\pi i} f(t) dt$
Laplace Bilateral	\mathcal{B}	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} f(t) dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{st}}{2\pi i} f(t) dt$
Laplace	\mathcal{L}	$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{st}}{2\pi i} f(t) dt$
Hankel	–	$\int_0^{\infty} t J_v(st) f(t) dt$	$\int_0^{\infty} s J_v(st) f(t) dt$
Abel	–	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} f(t) dt$	$\int_t^{\infty} \frac{-1}{\pi \sqrt{s^2 - t^2}} \frac{d}{ds} f(t) dt$
Lorentz	–	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} f(t) dt$	$\int_t^{\infty} \frac{-1}{\pi \sqrt{s^2 - t^2}} \frac{d}{ds} f(t) dt$
Hilbert	\mathcal{H}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{1}{s-t} f(t) dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{1}{s-t} f(t) dt$

2. Transformadas integrales de $f(t) = t + c$

Además de la anterior tabla, también se solicitó la obtención de todas las transformadas integrales contenidas en ella de la función $f(t) = t + c$.

Recordemos que en clase se demostró que toda transformada integral es lineal. Es decir, dada

la forma general de una transformada integral $T\{f(t)\}$:

$$\begin{aligned}
 T\{t + c\} &= \int_a^b K(t, s)(t + c) dt \\
 &= \int_a^b K(t, s)t + K(t, s)c dt \\
 &= \int_a^b K(t, s)t dt + \int_a^b K(t, s)c dt \\
 &= \int_a^b K(t, s)t dt + c \int_a^b K(t, s) dt \\
 &= T\{t\} + cT\{1\}
 \end{aligned}$$

Sabiendo eso, es sumamente sencillo expresar las transformadas integrales de la función $f(t) = t + c$:

Nombre	Transformada $t+c$
Fourier \mathcal{F}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}} t dt + c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}} dt$
Hartley \mathcal{H}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st) + \sin(st)}{\sqrt{2\pi}} t dt + c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st) + \sin(st)}{\sqrt{2\pi}} dt$
Mellin \mathcal{M}	$\int_0^{\infty} t^{s-1} t dt + c \int_0^{\infty} t^{s-1} dt$
Laplace Bilateral \mathcal{B}	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} t dt + c \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} dt$
Laplace \mathcal{L}	$\int_0^{\infty} e^{-st} t dt + c \int_0^{\infty} e^{-st} dt$
Hankel	$\int_0^{\infty} t J_v(st) t dt + c \int_0^{\infty} t J_v(st) dt$
Abel	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} t dt + c \int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} dt$
Lorentz	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} t dt + c \int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2 - s^2}} dt$
Hilbert \mathcal{H}	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{1}{s-t} t dt + c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{1}{s-t} dt$