Tarea 2: Transformadas Integrales

Camargo Badillo Luis Mauricio

11 de febrero de 2024

Ecuaciones Diferenciales II
Oscar Gabriel Caballero Martínez
Grupo 2602
Matemáticas Aplicadas y Computación

1. Tabla de Transformadas Integrales

Se solicitó la tabla disponible en el artículo de Wikipedia en español sobre las transformadas integrales, pero con la notación utilizada en clase y reemplazando el núcleo integral por la expresión de la integral completa:

Nombre	Notación	Transformada	Inversa
Fourier	$\mathcal{F}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}}\, f(t)dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ist}}{\sqrt{2\pi}} f(t)\ dt$
Hartley	$\mathcal{H}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st)+\sin(st)}{\sqrt{2\pi}} f(t)\ dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(st)+\sin(st)}{\sqrt{2\pi}} f(t)\ dt$
Mellin	$\mathcal{M}$	$\int_0^{\infty} t^{s-1} f(t)\ dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{t^{-s}}{2\pi i} f(t)\ dt$
Laplace Bilateral	$\mathcal{B}$	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} f(t)\ dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{st}}{2\pi i} f(t)\ dt$
Laplace	$\mathcal{L}$	$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\ dt$	$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{e^{st}}{2\pi i} f(t)\ dt$
Hankel	–	$\int_0^{\infty} tJ_v(st) f(t)\ dt$	$\int_0^{\infty} sJ_v(st) f(t)\ dt$
Abel	–	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}} f(t)\ dt$	$\int_t^{\infty} \frac{-1}{\pi\sqrt{s^2-t^2}} \frac{d}{ds} f(t)\ dt$
Lorentz	–	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}} f(t)\ dt$	$\int_t^{\infty} \frac{-1}{\pi\sqrt{s^2-t^2}} \frac{d}{ds} f(t)\ dt$
Hilbert	$\mathcal{H}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{1}{s-t} f(t)\ dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{1}{s-t} f(t)\ dt$

2. Transformadas integrales de $f(t) = t + c$

Además de la anterior tabla, también se solicitó la obtención de todas las transformadas integrales contenidas en ella de la función $f(t) = t + c$.

Recordemos que en clase se demostró que toda transformada integral es lineal. Es decir, dada la forma general de una transformada integral $T\{f(t)\}$:

$$\begin{aligned}
T\{t+c\} &= \int_a^b K(t,s)(t+c)\ dt \\
&= \int_a^b K(t,s)t + K(t,s)c\ dt \\
&= \int_a^b K(t,s)t\ dt + \int_a^b K(t,s)c\ dt \\
&= \int_a^b K(t,s)t\ dt + c\int_a^b K(t,s)\ dt \\
&= T\{t\} + cT\{1\}
\end{aligned}$$

Sabiendo eso, es sumamente sencillo expresar las transformadas integrales de la función $f(t) = t+c$):

Nombre	Transformada t+c
Fourier $\mathcal{F}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}}\ t\ dt + c\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ist}}{\sqrt{2\pi}}\ dt$
Hartley $\mathcal{H}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos{(st)}+\sin{(st)}}{\sqrt{2\pi}} t\ dt + c\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos{(st)}+\sin{(st)}}{\sqrt{2\pi}}\ dt$
Mellin $\mathcal{M}$	$\int_0^{\infty} t^{s-1} t\ dt + c\int_0^{\infty} t^{s-1}\ dt$
Laplace Bilateral $\mathcal{B}$	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} t\ dt + c\int_{-\infty}^{\infty} e^{-st}\ dt$
Laplace $\mathcal{L}$	$\int_0^{\infty} e^{-st} t\ dt + c\int_0^{\infty} e^{-st}\ dt$
Hankel	$\int_0^{\infty} tJ_v(st) t\ dt + c\int_0^{\infty} tJ_v(st)\ dt$
Abel	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}} t\ dt + c\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}}\ dt$
Lorentz	$\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}} t\ dt + c\int_s^{\infty} \frac{2t}{\sqrt{t^2-s^2}}\ dt$
Hilbert $\mathcal{H}$	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{1}{s-t} t\ dt + c\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{1}{s-t}\ dt$