

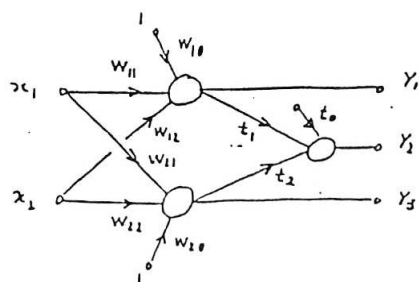
**CPE 721 – RNs Feedforward**  
**4ª Série de Exercícios**

**Obs: O objetivo da série de exercícios é a fixação do aprendizado. A série pode ser feita em grupo, mas é importante que cada um tente achar as soluções individualmente antes do trabalho em grupo.**

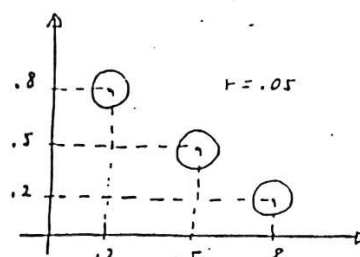
**1 –** Considere as variáveis  $x_1, x_2$  e  $y$ , todas com média nula e desvio padrão  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_y$ , reespectivamente.  $r_{12}$  é a correlação (coeficiente de correlação de Pearson) entre  $x_1$  e  $x_2$ ,  $r_{1y}$  é a correlação entre  $x_1$  e  $y$ , e  $r_{2y}$  é a correlação entre  $x_2$  e  $y$ . A variável  $z = x_2 - ax_1$  é a variável  $x_2$  “descorrelacionada” da variável  $x_1$ , e  $r_{zy}$  é a correlação entre  $z$  e  $y$ . O parâmetro  $a$  é obtido pela minimização de  $E(x_2 - ax_1)^2$ . Prove que:

$$a = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} r_{12} \quad \text{e} \quad r_{zy} = \frac{r_{2y} - r_{1y} r_{12}}{\sqrt{1 - r_{12}^2}}$$

**2 -** Na rede da Fig 1-a abaixo os neurônios são do tipo perceptron, i.e.,  $y = \text{sign } u$ .



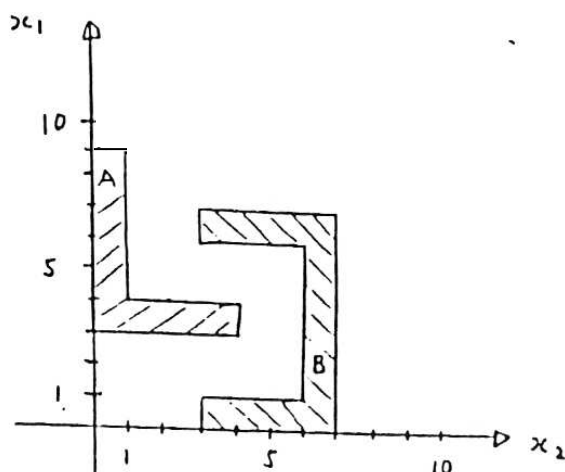
**Fig 1-a**



**Fig 1-b**

Programe as sinapses para separar as três classes cujos domínios estão apresentados na Fig. 1-b acima. Escolha os planos separadores visando minimizar o número de sinapses (a) maximizando o número de sinapses nulas e (b) dentre as sinapses que não puderam ser anuladas, maximizar o número das que tem valor +1 ou -1.

**3 -** Apresente uma rede feedforward com neurônios tipo  $\tilde{y} = \text{sign}(u)$  que separe as classes abaixo. Minimize o número de neurônios usados na camada intermediária. Em seguida minimize o número de sinapses.



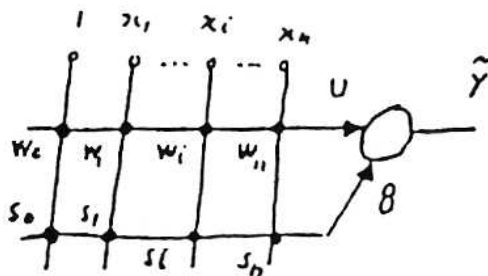
3.1 - O quanto a classe B pode ser deslocada horizontalmente para a esquerda mantendo o mesmo número mínimo de neurônios calculado anteriormente ?

4 - Em um neurônio biológico, além das sinapses de sinal,  $w_i$ , existem também as sinapses de “shunting”,  $s_j$ , que controlam o ganho do neurônio. Assim

$v = \tanh(gu)$  onde

$$u = \sum_{i=0}^n w_i x_i \text{ e}$$

$$g = \sum_{j=0}^n s_j x_j$$



Calcule  $\Delta w_i$  e  $\Delta s_j$  para uma rede de um neurônio usando backpropagation regra delta.

4a - Se este neurônio estiver sendo usado como classificador, qual a forma do separador ? Um hiperplano, uma superfície polinomial, uma superfície transcendente, etc... ? Determine o tipo e a ordem, se for o caso.

5 - Considere um neurônio tipo:

$$\tilde{y} = \tanh u \text{ onde } u = \sum_{i=0}^n w_i x_i \text{ e } x_0 = 1$$

treinado como um classificador de uma camada, isto é, para  $y \in \{-1, 1\}$ .

5a - Mostre que

$$|\mathcal{E}| = |y - \tilde{y}| = 1 - y \tilde{y}$$

Sugestão: Prove separadamente para  $y = 1$  e  $y = -1$ .

5b - Calcule  $\Delta w_i$  para minimizar a função objetivo valor esperado do módulo do erro

$$E\{ |\mathcal{E}| \} \text{ usando backpropagation regra delta.}$$