CPE 721 – RNs Feedforward

1ª Série de Exercícios – Otimização

1 - Considere a função

$$F(\vec{w}) = w_1^3 w_2^2 - 2w_1^3 w_2 - 3w_1 w_2^2 + 6w_1 w_2$$

1.1 – Calcule a expressão analítica do gradiente e da Hessiana.

1.2 – Calcule o valor da função, do gradiente e da Hessiana nos quatro pontos indicados à seguir e interprete os resultados em termos de singularidades e extremos da função. Pontos (w_1, w_2): (0,0), (1,1), (-1, 1), (1, -1)

1.3 – Escreva a expressão analítica da curva de nível que passa pelo ponto (1, -1).

1.4 – Calcule a expressão da tangente a curva de nível no ponto (1, -1). Sugestão: lembre das propriedades do gradiente.

1.5 – Supondo que a aproximação quadrática é válida e partindo do ponto (1, -1), calcule o extremo usando Newton Raphson

$$\vec{w}_{extremo} = \vec{w}_0 - \vec{H}^{-1}(\vec{w}_0)\nabla(\vec{w}_0)$$

Pela análise do gradiente verifique se o ponto encontrado é mesmo um extremo. Comente.

1.6 - Repita o ítem 1.5 a partir da origem (0, 0). Comente.

1.7 – Novamente a partir do ponto (1, -1) calcule e aplique o passo ótimo para minimização (sem usar a Hessiana, usando otimização em linha) via gradiente descendente. Analise o ponto encontrado.

2 – Considerando que a aproximação quadrática é válida mostre que para que uma função objetivo diminua seu valor é necessário que o passo seja menor que o dobro do passo ótimo, $\alpha < 2\alpha_{ótimo}$.

3 - Considere a função $F(\vec{w}) = \left[\left(w_1^2 + w_2^2 - 1\right) w_1 w_2\right]^2$. Calcule o valor exato e o da aproximação da Hessiana proposta por Levenberg-Marquardt para os pontos $\vec{w}_a = .7000\ .7000]^t$ e $\vec{w}_b = 1.000\ \ 1.000]^t$. Compare os erros e comente a diferença. Observe que F(<u>w</u>) tem calhas (mínimos) nos eixos w_1 , w_2 e em uma circunferência de raio unitário centrada na origem.

4 – Considerando que a aproximação de segunda ordem para $F(w_i)$ é válida crie uma fórmula que permita calcular o passo $\alpha_{ótimo}$ para uma sinapse do algoritmo BP resiliente que leve em um passo ao ponto de gradiente nulo.